



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材



工业和信息化部“十四五”规划教材

机械原理

(第4版)

哈尔滨工业大学 编

于红英 邓宗全 丁刚 主编

中国教育出版传媒集团

高等教育出版社·北京

内容简介

本书是工业和信息化部“十四五”规划教材,是在第三版(“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材)的基础上,总结多年教学研究和实践经验,面向新工科,结合新一轮科技革命和产业变革对人才的需求,融合机构学方面的科研成果修订而成的。本书第三版荣获首届全国教材建设奖全国优秀教材二等奖。

本书传授知识与能力培养并重,突出航天国防特色;加强逻辑思维能力与形象思维能力一体化培养,促进工程实践观念的建立;用可视化技术展示解析法和图解法的各自优势和特点,促进教材与教学结合;与时俱进,引入科研成果,更新传统内容。力求少而精,并在注重讲清重点和难点的同时,增加了工程技术人员实用的理论、方法,数字化资源包括设计软件或设计资料,以促进教学方法、教学手段的现代化。本书的基本内容有绪论,机构的结构分析,平面机构的运动分析,平面机构的力分析和机械效率,平面连杆机构及其设计,凸轮、齿轮机构及其设计,轮系及其设计,其他常用机构,机械的运转及其速度波动的调节,机械的平衡,机械的运动方案及机构的创新设计。除绪论外各章之后均附有习题,以利学习。

本书可作为普通高等学校机械类专业教材,也可供有关人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

机械原理/哈尔滨工业大学编;于红英,邓宗全,
丁刚主编.--4版.--北京:高等教育出版社,2023.9
ISBN 978-7-04-060038-4

I. ①机… II. ①哈… ②于… ③邓… ④丁… III.
①机械原理-高等学校-教材 IV. ①TH111

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2023)第 036716 号

Jixie Yuanli

策划编辑 宋 晓	责任编辑 宋 晓	封面设计 贺雅馨	版式设计 张 杰
责任绘图 黄云燕	责任校对 吕红颖	责任印制 高 峰	

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	天津市银博印刷集团有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×960mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	27.75	版 次	2000 年 2 月第 1 版
字 数	510 千字		2023 年 9 月第 4 版
购书热线	010-58581118	印 次	2023 年 9 月第 1 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	56.00 元

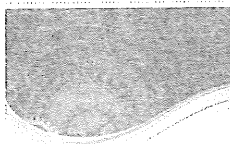
本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 60038-00

机械原理

(第4版)

于红英 邓宗全 丁刚 主编

- 1 计算机访问<http://abook.hep.com.cn/1231768>, 或手机扫描二维码、下载并安装 Abook 应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号 (20 位密码, 刮开涂层可见), 或通过 Abook 应用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 单击“进入课程”按钮, 开始本数字课程的学习。



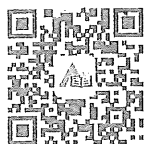
机械原理
(第4版)

ISBN 978-7-304-04976-6

机械原理(第4版)数字课程与纸质教材一体化设计, 深度融合。数字课程资源涵盖多媒体课件、图片、视频等, 极大地丰富了知识的呈现形式, 拓展了教材内容。在提升课程教学效用的同时, 为学生学习提供思维与探索的空间。

课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制, 部分内容无法在手机端显示, 请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题, 请发邮件至 abook@hep.com.cn。



扫描二维码
下载 Abook 应用

<http://abook.hep.com.cn/1231768>

第4版序言

本书是在第三版(“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材)的基础上修订而成的。本书第三版荣获首届全国教材建设奖全国优秀教材二等奖。

根据新世纪高等工科教育教学内容与课程体系改革的基本思想和《高等学校机械原理课程教学基本要求》,在总结我们多年的教学经验,特别是开展计算机辅助教学研究与实践经验的基础上,融合了在机构学方面的科研成果,编写成这套立体化的机械原理教材(含主教材,配套的多媒体软件、学习指导与习题解答及课程设计等)。

为方便教学,在本次修订中,对教材内容体系的安排做了一些调整。在机构的结构分析中,增加考虑公共约束时自由度的计算方法;在平面机构的运动分析中,增加了基本杆组的算法程序;在平面机构的力分析和机械效率中,调整了移动副的摩擦与自锁中的内容与顺序;在平面连杆机构及其设计中,增加了最短杆为机架时有曲柄条件的证明;在齿轮机构及其设计中,把有关基本齿廓的内容调整到渐开线齿廓的加工原理一节中;在轮系及其设计中,增加了行星轮系设计中不平衡力产生的基本原理、运用基本轮系单元计算混合轮系传动比的方法及RV传动原理的介绍;在其他常用机构中,重写了不完全齿轮机构一节,增加了主要参数的数据表,使不完全齿轮的设计过程更为简化方便;在机械的运转及其速度波动的调节中,增加了工程实际应用的非周期速度波动调节案例;在机械的运动方案及机构的创新设计中,增加了在现代机器人、航天、医疗、制造设备等领域内有广泛应用的伺服电机、谐波减速器和RV减速器相关内容介绍,补充增加了12种常用齿轮减速器的性能和特点,增加了方案设计案例及机构创新设计案例。大部分章均修改及增加了典型习题。概括起来说,经过本次修订,本书具有以下特点。

1. 传授知识与培养能力并重

本书在阐述课程的基本内容时,不仅强调传授课程的基本概念、基本理论和基本方法,而且还注意促使学生在掌握和运用基本理论和方法的过程中,能够结合具体工程对象思考和研究问题。应用配套软件,能让学生自主地改变参数生成各种他们未曾见过的“真实”机构模型,启发他们思考和总结,以探索新设计方法,提高其创新能力。

2. 逻辑思维能力与形象思维能力一体化培养



机械原理课程的许多基本理论都经过严密地推导和论证,以此来培养学生的逻辑思维能力。本书在注意发挥这一特点的过程中,引入了许多栩栩如生的机构运动仿真模型,以培养学生的形象思维能力,让学生把抽象的逻辑推理和形象的机构运动时空关系结合起来处理问题,促使其建立工程实践观念。

3. 用可视化技术展示解析法和图解法的各自优势和特点

机械原理中的许多图解法都具有概念清晰的特点,如凸轮轮廓设计和基本尺寸确定的图解法等,而解析法又往往被认为难以给出形象的概念。本书通过计算机图形功能和可视化技术,把许多解析法、数值法的计算过程和计算结果进行可视化处理,使之超出原来图解法的概念清晰程度,并可以应用计算机软件,做到举一反三,使学生把机械原理的学习和研究提高到一个新水平。

4. 引入科研成果更新传统教学内容

为适应新的要求,在计算技术高度发展的今天,把机构的分析与设计结合起来,利用分析的结果去解决设计难题已成为现实,用新的设计思想和新的研究成果去更新传统内容已成为必然。例如本书中引入月球车转移机构,使学生了解机构学在航天领域的最新应用;引入我们在连杆机构方面的研究成果——数值比较法,其目的不只是提供一种连杆机构设计的新的实用方法,更主要的是激发学生去思考和探索用最新科技成果解决那些尚未很好解决的技术问题,以推动机械科学技术的发展。

为适应课程教学改革的新形势,本书在内容上删减了与先修课程的重复部分或在现代设计条件下不再应用的部分,在内容上力求少而精,注意讲清重点和难点。增加了工程技术人员实用的方法理论、设计软件或设计资料。同时,还利用科技发展的最新成果,把多种传播媒体引入教学过程中,促使教学方法和手段的现代化。本书及其配套多媒体资源可以大大节省授课时数,学生还能通过多媒体资源自学,进一步提高教学质量。

本书由哈尔滨工业大学于红英、邓宗全、丁刚主编。参加修订工作的有:邓宗全(第一章),王瑞(第二章),于红英(第三~五章及附录I、II),丁刚(第六章),唐德威、王知行(第七章),林琳(第八章),刘文涛(第九章),焦映厚(第十章),陈照波(第十一章),邓宗全、焦映厚(第十二章)。

大连理工大学王德伦教授精心审阅了本书,提出了许多宝贵意见,在此表示衷心感谢。

由于编者水平所限,本书难免存在不妥之处,诚望广大读者批评指正。

作者

2022年12月

第三版序言

本书是“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材,是在第二版(普通高等教育“十五”国家级规划教材)的基础上修订而成的。

根据新世纪高等工科教育教学内容与课程体系改革的基本思想和《高等学校机械原理课程教学基本要求》,在总结我们多年的教学经验,特别是近年来开展计算机辅助教学(CAI)研究与实践经验的基础上,并融合了在机构学方面的科研成果,编写成这套立体化的机械原理教材(含文字教材、配套的多媒体课件、学习指导与习题解答以及课程设计等多种辅助教材)。

为方便教学,在本次修订中,对教材内容体系的安排做了一些调整。将第二版连杆机构分析和设计一章分为三章:平面机构的运动分析,平面机构的力分析及机械效率,平面连杆机构及其设计;将齿轮机构及其设计一章中第5~8节中内容的顺序进行了调整;对空间机构自由度的计算、平面机构的运动分析的方法、平面机构的力分析的方法、平面连杆机构及其设计中的设计理论与软件的实现方法、齿轮机构及其设计中的变位系数选择方法及设计应用、其他常用机构的应用以及机械的平衡中的基本理论和计算实例中的基本内容等均进行了适当的加强、完善和提高。概括起来说,经过本次修订,本书具有以下特点:

1. 传授知识与培养能力并重

本书在阐述课程的基本内容时,不仅强调传授课程的基本概念、基本理论和基本方法,而且还注意促使学生在掌握和运用基本理论和方法的过程中,能够结合具体工程对象思考和研究问题。在书后的配套软件中能让学生自主地改变参数生成各种他们未曾见过的“真实”机构模型,启发他们思考和总结,以探索新设计方法,提高创新能力。

2. 逻辑思维能力与形象思维能力一体化培养

机械原理课程的许多基本理论都经过严密的推导和论证,以此来培养学生的逻辑思维能力。

3. 用可视化技术展示解析法和图解法的优势和特点

机械原理中的许多图解法都具有概念清晰的特点,如凸轮轮廓设计和基本尺寸确定的图解法等,而解析法又往往被认为难以给出形象的概念。本书通过计算机图形功能和可视化技术,把许多解析法、数值法的计算过程和计算结果进行可视化处理,使之超出原来图解法的概念清晰程度,并可以改变参数,做到举



一反三,使学生把机械原理的学习和研究提高到一个新水平。

4. 引入科研成果更新传统教学内容

为适应新的要求,在计算技术高度发展的今天,把机构的分析与设计结合起来,利用分析的结果去解决设计难题已成为现实,用新的设计思想和新的研究成果去更新传统教材中那些失去实用价值的内容已成为必然。例如本书中引入我们在连杆机构方面的研究成果——数值比较法,其目的不只是提供一种连杆机构设计的新的实用方法,更主要的是促进学生去思考和探索用最新科技成果解决那些尚未很好解决的技术问题,以推动机械科学技术的发展。

为适应课程教学改革的新形势,本书在内容上删减了与前修课程的重复部分或在现代设计条件下不再应用的部分,在内容上力求少而精,注意讲清重点和难点。增加了工程技术人员实用的方法理论、设计软件或设计资料。同时,还利用科技发展的最新成果,把多种传播媒体引入教学过程中,促进教学方法和手段的现代化。本书及其多媒体软件可以大大节省授课时数,学生还能通过软件自学,进一步提高教学质量。

本书由哈尔滨工业大学邓宗全、于红英、王知行主编。参加编写工作的有:邓宗全(第一、十二章),钟诗胜、王瑞(第二章),于红英(第三、四章及附录 I、II),于红英、王知行(第五章),丁刚(第六章),唐德威、王知行(第七章),林琳(第八章),刘文涛(第九章),焦映厚(第十章),陈照波(第十一章)。

大连理工大学王德伦教授精心审阅了本书,提出了许多宝贵意见,在此表示衷心感谢。

由于我们的水平所限,本书难免存在遗误与不妥之处,诚望广大读者批评指正。

作者

2014年9月

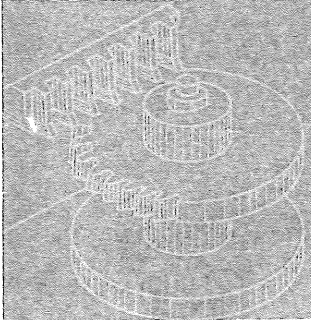
目录

第一章 绪论	1
§ 1-1 机械原理课程的研究对象和内容	1
§ 1-2 机械原理课程的学习目的和作用	2
§ 1-3 本教材的特点与学习方法	5
第二章 机构的结构分析	8
§ 2-1 结构分析的基本内容	8
§ 2-2 机构的组成及其运动简图的绘制	8
§ 2-3 机构自由度的计算	14
§ 2-4 平面机构的组成原理和结构分析	22
习题	25
第三章 平面机构的运动分析	29
§ 3-1 研究机构运动分析的目的和方法	29
§ 3-2 用速度瞬心法对平面机构进行速度分析	30
§ 3-3 用杆组法对平面连杆机构进行速度和加速度分析	37
习题	57
第四章 平面机构的力分析和机械效率	62
§ 4-1 力分析的基本知识	62
§ 4-2 拆杆组法对平面连杆机构进行动态静力分析的数学模型	64
§ 4-3 运动副中的摩擦和计及摩擦时机构的力分析	70
§ 4-4 机械的效率和自锁	86
习题	92
第五章 平面连杆机构及其设计	96
§ 5-1 概述	96
§ 5-2 平面四杆机构的基本类型及其演化	98

§5-3 平面四杆机构有曲柄的条件及几个基本概念	107
§5-4 平面四杆机构设计	117
习题	136
第六章 凸轮机构及其设计	141
§6-1 凸轮机构的应用及分类	141
§6-2 从动件的运动规律及其选择	144
§6-3 按预定运动规律设计盘形凸轮轮廓	152
§6-4 盘形凸轮机构基本尺寸的确定	160
§6-5 空间凸轮机构简介	166
习题	168
第七章 齿轮机构及其设计	171
§7-1 齿轮机构的类型和应用	171
§7-2 瞬时传动比与齿廓曲线	173
§7-3 渐开线和渐开线齿廓啮合传动的特点	177
§7-4 渐开线圆柱齿轮及其基本参数与几何尺寸	180
§7-5 渐开线标准直齿圆柱齿轮的啮合传动	184
§7-6 渐开线齿廓的加工原理	190
§7-7 渐开线变位直齿圆柱齿轮啮合传动计算	197
§7-8 变位齿轮传动的设计	207
§7-9 斜齿圆柱齿轮传动	213
§7-10 交错轴斜齿轮传动	219
§7-11 蜗杆蜗轮传动	222
§7-12 锥齿轮传动	227
习题	232
第八章 轮系及其设计	235
§8-1 轮系的类型	235
§8-2 轮系的传动比计算	237
§8-3 轮系的应用	248
§8-4 行星轮系的效率	250
§8-5 行星轮系的设计	253
§8-6 其他行星传动简介	259

习题	264
第九章 其他常用机构	269
§ 9-1 棘轮机构	269
§ 9-2 槽轮机构	276
§ 9-3 不完全齿轮机构	283
§ 9-4 万向联轴器	295
§ 9-5 凸轮式间歇运动机构	298
习题	300
第十章 机械的运转及其速度波动的调节	301
§ 10-1 概述	301
§ 10-2 机械系统的等效动力学模型	304
§ 10-3 在已知力作用下机械系统的运动规律	307
§ 10-4 机械速度波动及其调节方法	312
习题	325
第十一章 机械的平衡	328
§ 11-1 概述	328
§ 11-2 刚性转子的静平衡及动平衡	329
§ 11-3 刚性转子的平衡试验及平衡精度	334
§ 11-4 挠性转子动平衡简介	338
§ 11-5 平面机构的平衡简介	339
习题	345
第十二章 机械的运动方案及机构的创新设计	349
§ 12-1 概述	349
§ 12-2 机械运动方案设计原则	349
§ 12-3 原动机、传动机构及减速器的选择	352
§ 12-4 机构的运动协调及运动循环图	366
§ 12-5 机械运动方案拟定及评价	372
§ 12-6 机构运动方案设计实例	379
§ 12-7 机构的创新设计	397
习题	412

附录	415
附录 I 常用 II 级杆组的运动分析与力分析数学模型	415
附录 II 位移矩阵与坐标变换	423
参考文献	427



第一章 绪论

§1-1 机械原理课程的研究对象和内容

机械原理研究机械运动学、动力学分析与设计的基本理论,是一门在基础课与专业课之间起着承上启下作用的重要技术基础课程。

机械是机器与机构的总称。经常见到的缝纫机、洗衣机、复印机、汽车、拖拉机、起重机、各种机床、发电机、电动机、机器人及计算机等,都称为“机器”。各种机器的构造、用途和性能虽然各不相同,但从它们的组成、运动和功能等方面来看,可以对机器做如下定义:机器是一种人为实物组合的具有确定机械运动的装置,它用来完成有用功、转换能量或处理信息,以代替或减轻人类的劳动与拓展劳动能力。例如,各种机床用来变换物料的状态做功,汽车、起重机等用来传递物料作有用功,发电机或电动机用来转换能量,计算机用来拓展人类处理各种信息的能力等。

通常,一台完整的机器具有四个组成部分,即原动机、传动机构、执行机构和控制系统。原动机用于提供动力,如电动机等;传动机构将运动和动力传递给执行机构,如齿轮、丝杠等;执行机构用于实现机器的功能,如机床的刀架、机器人的手爪等;控制系统则用于处理机器各组成部分之间的工作协调,以及与外部其他机器的关系协调。例如,用各种传感器收集机器内、外部的信息,输入计算机进行处理,并向机器各部分发出指令,使之协调地进行工作,达到提高工作质量和生产效率以及降低能耗的目的。正是由于机器具有上述组成部分,所以绝大部分机器都具有机械运动,以完成机械功、转换机械能或进行信息处理。

机器中的机械运动大多是通过各种“机构”来实现的。机构可以定义为:机构是一个具有相对机械运动的构件系统,或是用来传递与变换运动和动力的可动装置。一部机器通常包含一个或若干个机构,因此机构是机器的重要组成部分。例如,常见的连杆机构(图 1-1a)、凸轮机构(图 1-1b)、齿轮机构(图 1-1c)、蜗轮蜗杆传动机构(图 1-1d)等,它们都是实现某种运动和进行动力传递的可动装置。机械原理就是研究这些具有确定机械运动装置的运动及动力分析与设计基本理论的课程。

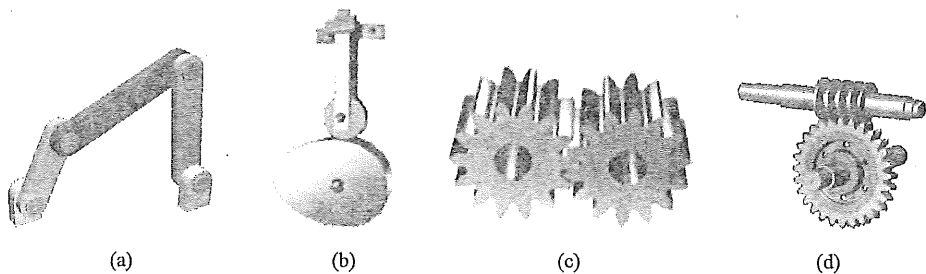


图 1-1

机械原理的主要研究内容有以下几个方面:

1. 各种机构的分析

它包括机构的结构分析,即研究机构的结构组成原理、机构的可运动性及确定性条件,以及机构的结构分类等;机构的运动分析,即研究在给定主动件运动的条件下,机构中构件上点的运动轨迹以及位移、速度和加速度等运动特性;机构的力分析,即研究机器运转过程中各构件的受力情况,以及机构各运动副中力的计算方法、摩擦及机械效率等问题。

2. 常用机构的设计

机器的种类虽然繁多,但构成各种机器的机构类型却有限,常用的有齿轮机构、凸轮机构、连杆机构以及各种间歇机构等。本书将详细讨论这些机构的结构原理与组成、设计理论和设计方法以及其应用等问题。

3. 机器动力学

它主要研究在已知力作用下机械的真实运动规律、机器运转过程中速度波动的调节问题以及机械运转过程中所产生的惯性力系的平衡问题。

4. 机构的选型及机械系统运动方案设计的基本知识

它主要研究具体机械设计时的机构选型、组合与变异问题,以及机械系统运动方案的设计等问题。

§1-2 机械原理课程的学习目的和作用

学习机械原理课程的目的和作用,概括起来有以下几个方面。

一、认识机械,了解机械

机械原理课程中对机械的组成原理、工作原理、运动分析乃至设计理论和方法都做了基本的介绍,这对工科各专业的学生在认识实习、生产实习以及以后的



工作中认识机械、了解机械和学会使用机械都会很有帮助。例如,认识并了解铣床工作台进给速度的调整、车削螺纹时不同螺距的形成都是通过齿轮传动并按一定传动比计算挂轮实现的。又如,牛头刨床加工时进给量大小的调整可以通过连杆机构和棘轮机构实现等。当然,这些有关机械的基本理论与知识还将为以后学习专业课程打下基础。

二、掌握方法,分析机械

机构的特点是具有确定的相对运动,因此运动的相对性和运动几何学的基本概念贯穿于本课程的始终。例如,根据相对运动原理而提出的“反转法”的基本思想,在凸轮轮廓设计和行星轮系传动比计算中得到了应用,在连杆机构设计和机构演化中的“转换机架”等也都是基于“反转法”的思想。又如,根据机械运动包络的原理,进行凸轮轮廓和齿轮齿廓设计与加工。这些基本概念和方法,经常用于机构的分析与设计中,掌握和运用这些基本方法去分析现有的机构,从而对机构达到理性认识的高度,是本课程的一个重要的目的。

三、开阔思路,创新设计机械

机械原理课程所讲授的机构分析与设计的基本理论与基本方法,不仅用于解决本课程所学的机构设计,而且对后续的课程设计、毕业设计以及今后在工作中所遇到的技术问题的解决,都会提供必备的基础知识。如为了实现某种运动要求,在选择合适机构类型,构思并设计基本机构和机械系统方面,机械原理所讲授的基本思想和方法将起到十分重要的作用。例如,为构思一个实现直线运动的机械系统,当选用回转运动作驱动源时,可以用图 1-1b 所示的凸轮机构,凸轮的回转推动从动件作直线往复移动;可以用图 1-2a 所示的齿轮齿条机构,齿轮回转带动齿条作直线移动;也可以用图 1-2b 所示的曲柄滑块机构,作回转运动的曲柄 1 通过连杆 2 带动滑块 3 作直线往复移动;还可以利用图 1-2c 所示的曲柄摇杆机构,其连杆上的一点 M 可实现直线运动轨迹 $a_1d_1b_1$ 。当然,若选用液压或气动作驱动源时,结构简单的油缸或气缸就成为直线运动机构。实际设计中究竟选用何种直线运动机构,必须全面地分析比较各种机构的优缺点,根据现场动力源的实际情况,权衡利弊,选择合适的机构,进而创造新的机械系统。

四、更新观念,发展机械

随着社会的进步和发展,国民经济各部门在逐步实现机械化、自动化和信息化,以不断提高劳动生产率,降低产品成本,提高产品质量。在创新机器过程中,机构的正确运用、机械运动方案的合理选择、各种机构的设计与创新都需要机械

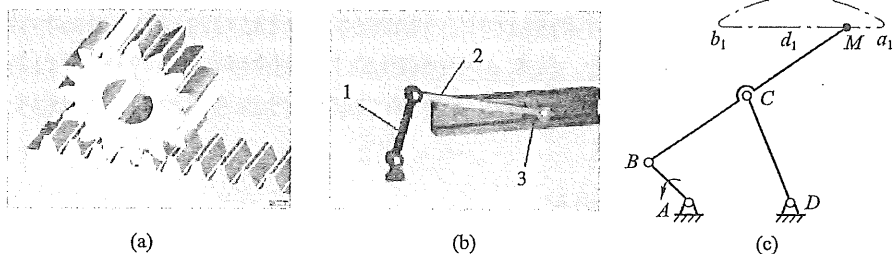


图 1-2

原理的知识。在计算机和计算技术快速发展的 21 世纪,需要把计算机快速计算和图形处理功能引入机械设计之中,去改进和革新机械分析与设计方法,把机械设计的方法与技术推向新阶段。例如,本书提出的连杆机构设计的数值法,就是应用计算机的最新技术,把连杆机构分析与设计结合起来,突破原有的连杆机构设计的思维模式,实现了设计过程和设计结果的可视化,为工程实用创造了方便条件。

在学习和研究机构分析与设计基本理论的同时,应注意更新观念,把机、电、液、气的应用技术,计算机与计算技术以及数字控制技术等充分地结合起来,发展和创新机械,推动机械学科的发展。例如,利用 6 自由度空间并联机构动平台可以实现工作空间内任意位置和姿态的特点,把它开发成一种新型的数控机床——并联机床,用以加工复杂空间曲面零件,推动机械学科和机床工业生产的发展。

图 1-3a 为并联机床原理仿真图,它是由 6 根变长杆通过球铰与固定平台(上平台)和活动平台(下平台)相连接而组成的。当各杆杆长发生变化时,带动动平台的位置和姿态变化,固连在动平台上的铣刀就可以加工出空间任意曲面,图 1-3b 是并联机床原型样机的三维仿真图,图 1-3c 是已在生产线上正式投入使用的并联机床。

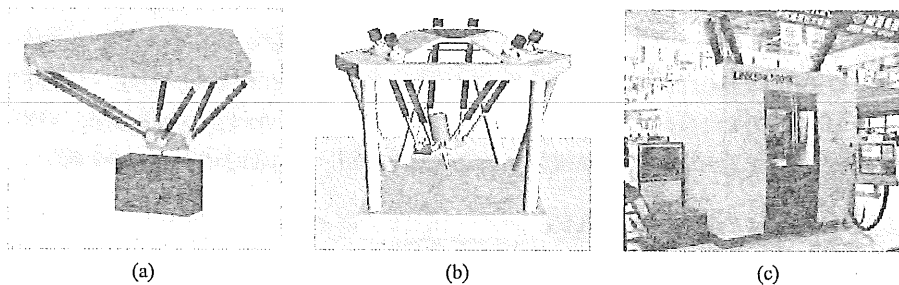


图 1-3



§1-3 本教材的特点与学习方法

本教材主要包括文字教材和多媒体课件两部分。文字教材主要是为满足教师备课和学生自学复习的需要,在文字上力求简练,少而精。多媒体课件除了包含文字教材中的关键性、结论性的内容和必要的文字、公式、图表,还根据机构运动几何学的特点,把大量的机构运动仿真图形,特别是三维机构运动仿真图形纳入教材,以提高学生的形象思维能力,开发创新意识。同时,多媒体课件中还包括必要的现场场景的视频文件,实现多种传播媒体的综合运用,以提高教与学的效率和质量。因此,使用本套教材应掌握它的以下特点。

一、内容、体系与表达形式上的特点

1) 贯彻以设计为主的思想,加强了机构分析与设计的内容,以适应当前机械工业发展的需要。如增加了用杆组法进行机构运动分析的算法程序、连杆机构的实用设计方法(数值法)、齿轮变位系数选择和综合方案的比较以及机械运动方案设计等内容,这些将会对新的设计思想和设计方法的学习、研究与推广起到推动作用。

2) 教材中基本删除了图解法,并减少了机构分析的内容。图解法虽具有概念清晰、使用简便的特点,但随着计算机的计算和图形绘制功能的提高,原来的图解法(如机构运动分析图解法、凸轮设计图解法等)已失去实际应用价值,教材中基本予以删除。

3) 将分析和设计方法与计算机技术结合,以鼓励学生更好地探索机构分析与机构综合的新方法。例如,连杆机构设计的数值法就是从机构的分析出发,寻求机构的运动特性并进而得到机构设计方法的。

4) 本教材突破了单纯书面文字和书面图形的表达形式,把多种传播媒体结合起来,形成了立体化教材,其中包括利用多种造型技术制作了三维可动的具有真实感的“真实”机构模型,以便于建立起各种机构的空间概念和运动的时空关系,促进形象思维能力的发展与提高;通过改变参数实时生成二维或三维机构模型,以观察并了解这些参数对机构运动性能的影响,促进对机构结构的可变性和多样性的认识;通过多种教学媒体的有机结合,强化教学和自学过程中的多重视觉冲击,促进教学效率和效果的提高。

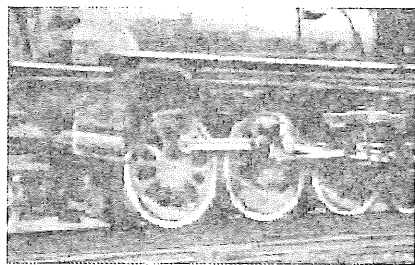
二、学习方法

机械原理是一门技术基础课,它比基础课中的物理、理论力学等课程更加结

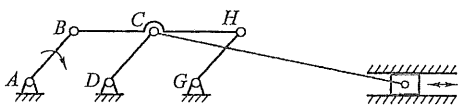


合工程实际,但又不像专业课程中研究的一些具体机械结构那样详尽,因此学习本课程时一定要注意以下几方面的问题:

1) 学习掌握把具体机器抽象形成机构运动简图的方法,以便从本质上搞清机构的运动原理,建立基本概念。本课程主要研究机构的组成原理和运动学、动力学等问题,而不研究机器的具体结构。例如,为了研究如图 1-4a 所示蒸汽机车的运动问题,并不需要对它的详细结构进行研究,只要研究如图 1-4b 所示运动简图中的机构尺寸与运动关系就足够了。学习运用机构运动简图去理解机构运动过程中的时空关系,认识其运动本质,这也是培养逻辑思维能力和机构创新能力的一种有效方法。



(a)



(b)

图 1-4

2) 学习掌握本课程中的一些基本概念和基本方法。例如,为使机构或机器顺利地传递运动、传递力或做功的任务,当它通过其运动循环中的任一位置时,都应使驱动力的方向与运动速度方向的夹角相对小,为此在齿轮机构、凸轮机构、连杆机构或其他各种机构中经常强调“压力角”或“传动角”这一基本概念。在这些机构的分析与设计中,或在创新某种新机构时,都必须注意满足一些基本要求。

3) 学习研究各种机构的设计方法。了解其运动与动力性能时,不仅应掌握每种机构各自的相关内容,更要注意把各种机构的具体的分析与设计内容与一般的原理和方法联系起来,如相对运动、“反转法”与转换机架等概念和方法,已成为多种机构分析、演化和设计方法的基础。只有弄清其本质所在,才易于掌握和运用机构的分析与设计的基本思想去创造新的机械系统。

4) 要充分利用本书多媒体课件提供的利用多种造型技术制作的具有真实感的可动的二维或三维机构模型,搞清机构运动过程中的时空关系、设计原理与方法以及机构参数对其运动性能的影响等问题。联系所学的基本概念,综合考虑各方面的影响因素,培养自己运用所学基本理论与方法分析和解决工程实际



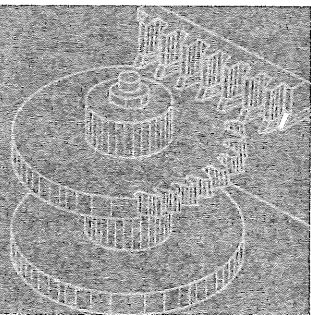
问题的能力。

为了帮助学生扩大英文词汇量,以提高专业外语阅读能力,多媒体课件中给出了各种机构和主要词汇的英文单词。另一方面为了便于教师备课和学生的深入学习,对一些受篇幅限制,文字教材不宜展开的内容,在多媒体课件相应章的帮助系统中,或给出有关问题的进一步论述,或给出有关参考文献的摘要与全文。

三、使用方法上的特点

本套教材根据面向 21 世纪的教学内容和课程体系改革的指导思想、教育部高等学校工科基础课程教学指导委员会编写的《高等学校机械原理课程教学基本要求》精神,以设计为主线,考虑教学时数被压缩的情况,在总结了我们多年的教学经验的基础上编写而成。文字教材可以像其他机械原理教材一样用于教学,多媒体课件供网络在线使用,同时与该教材配套的机械原理学习指导与习题解答可供学生预习及复习之用。使用本套教材,主讲教师可以大大节省授课时数,学生可以通过线上或线下自学较好地完成任务。

第二章 机构的结构分析



§2-1 结构分析的基本内容

机械原理课程对机械的研究一般可以概括为两个方面:一是对已有机械进行分析,包括结构分析、运动分析和动力分析;二是对新机构进行设计,即机构综合,其中包括机构的选型、运动设计及动力设计。本章的任务是研究机构的结构分析,主要包括以下几个方面:

1) 研究机构的组成要素及机构运动简图的绘制。要研究机构,首先要了解机构是由哪些要素组成的。为了方便对机构进行运动分析,需要在不考虑构件、运动副的外形和具体构造的情况下,绘制运动简图。

2) 研究机构的自由度及机构具有确定运动的条件。机构是具有相对运动的构件组合体,为了判别机构是否具有确定的运动,必须研究机构的自由度及机构具有确定运动的条件。

3) 研究机构的组成原理,并根据结构特点对机构进行分类。机构虽然形式多样,但从结构上讲,它们都遵循同一组成原理。此外,根据结构特点可对机构进行分类,并把机构分解成若干个基本杆组。同一类基本杆组,可应用相同的方法对其进行运动分析和力分析。

§2-2 机构的组成及其运动简图的绘制

一、机构的组成要素

虽然各种机构的形式、结构各不相同,但通过大量的分析可以看到,机构是具有相对机械运动的构件组合体。这种“构件组合体”是将各构件按一定方式连接而成的。总的说来,机构是由构件和运动副两个要素组成的。

1. 构件

构件是指作为一个整体运动的刚性单元。一个构件,既可以是不能拆开的单一整体,即一个零件,也可以是由若干个零件装配而成的刚性体。因此,构件



与零件的区别在于:构件是运动的单元,而零件是制造的单元。如图 2-1a、b、c 所示的轴、键和齿轮均为零件,但将它们装配在一起后,就构成了图 2-1d 所示的装配体,整个装配体是一个运动单元,因而它是一个构件。本课程将以构件作为研究的基本单元。

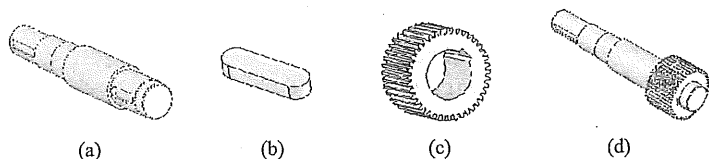


图 2-1

2. 运动副

为传递运动和动力,机构中每个构件都以一定的方式与其他构件保持直接接触,而接触的两构件间又必须能产生一定的相对运动。两构件直接接触而又能产生一定相对运动的活动连接称为运动副。两构件上参与接触而构成运动副的部分称为运动副元素。图 2-2 中的滑块与导路的接触面(或点、线)分别为两运动副元素,它们之间相互接触并能产生相对运动,构成了运动副。

两构件间的运动副所起的作用是限制构件间的某些相对运动,这种相对运动的限制作用称为约束。由于运动副元素不同,相对运动受到约束的情况也不同。相对运动被约束而减少的数目称为约束数目。图 2-3 所示的球碗限制了球体沿三个坐标轴的移动,球体只能绕三个坐标轴转动。这说明两构件以某种方式相连接而构成运动副,其相对运动便受到某些约束,从而使其相对运动的数目减少,其相对运动减少的数目就等于该运动副所引入的约束数目。

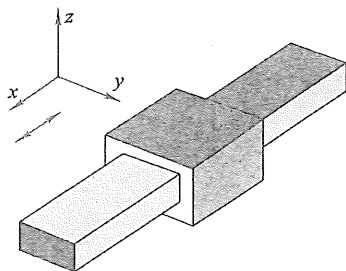


图 2-2

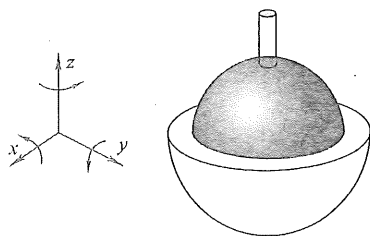


图 2-3

一个构件在三维空间自由运动时,有 6 个自由度,即沿三个坐标轴的移动和绕三个坐标轴的转动。当两个构件构成运动副后,其有些相对运动自由度就受

到约束,约束数目的多少随运动副的结构和性质而异。显然,一个运动副引入的约束数目最多只能为 5 个,最少为 1 个。

3. 运动链

若干个构件通过运动副连接而成的构件系统称为运动链。如果运动链中的各构件首尾封闭,则称该运动链为闭式链(图 2-4a),否则称为开式链(图 2-4b)。在一般机械中,大多采用闭式链,而在机器人机构中大多采用开式链。

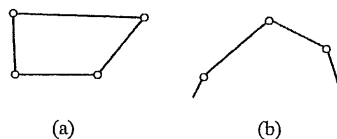


图 2-4

4. 机构

如果将运动链中的一个构件固定作为参考坐标系,则这种运动链就称为机构。机构中作为参考坐标系的构件称为机架,机架相对地面可以是固定的,也可以是运动的(如在汽车、飞机等运动设备中的机构)。机构中按给定运动规律运动的构件称为主动件(也称原动件);其余随主动件运动的构件称为从动件。从动件的运动规律取决于主动件的运动规律和机构的结构和尺寸。机构中必有一个或几个从动件是执行预期运动并完成工作要求的,此从动件又称为执行从动件,或简称为执行件。

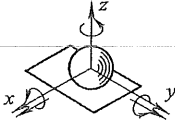
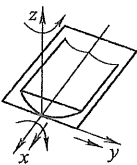
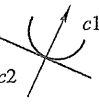
二、运动副的分类

运动副有许多不同的分类方法,常见的分类方法有以下几种。

1. 根据运动副所引入的约束数分类

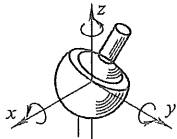
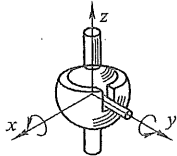
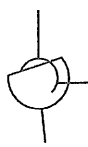
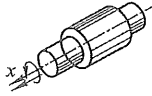
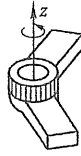
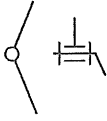
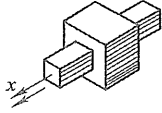
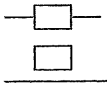
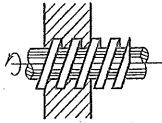
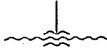
把引入 1 个约束的运动副称为 I 级副,引入 2 个约束的运动副称为 II 级副,依此类推,最末为 V 级副。表 2-1 给出了常用运动副及其简图,例如柱面高副约束数为 2(既不能沿 z 轴方向移动,也不能绕 y 轴转动),故为 II 级副。

表 2-1 常用运动副及其简图

名称	图形	简图符号	副级	自由度
球面高副			I	5
柱面高副			II	4



续表

名称	图形	简图符号	副级	自由度
球面低副			III	3
球销副			IV	2
圆柱套筒副			IV	2
转动副			V	1
移动副			V	1
螺旋副			V	1

2. 根据构成运动副的两构件的接触情况分类

理论上凡是以面接触的运动副称为低副,而以点或线相接触的运动副称为高副。例如,表 2-1 中的球面高副中两运动副元素之间是点接触,柱面高副为线接触,相互啮合的齿轮间为点或线接触,故上述三种运动副都为高副。移动副中的滑块与导路之间,转动副中的两运动副元素之间都是面接触,故均为低副。



3. 根据构成运动副的两构件间的相对运动形式分类

如果构成运动副的两构件之间的相对运动是平面运动,则称之为平面运动副,否则称之为空间运动副。应用最多的是平面运动副,它只有转动副、移动副(统称为低副)和平面高副三种形式。

三、机构运动简图的绘制

实际机构往往是由外形和结构都很复杂的构件所组成的。但从运动学的观点来看,各种机构都是由构件通过运动副的连接而构成的,构件的运动取决于运动副的类型和机构的运动尺寸(确定各运动副相对位置的尺寸),而与构件的外形、断面尺寸、组成构件的零件数目、固连方式及运动副的具体结构等无关。因此,在研究机构的运动时,可以撇开构件、运动副的外形和具体构造,而按一定比例定出各运动副的位置,并只用代表构件的线条和规定的运动副符号绘制出表示机构结构和运动特征的简单图形。这样绘制出的能够准确表达机构运动特性的简明图形就称为机构运动简图。机构运动简图与原机构具有完全相同的运动特性,可以根据运动简图对机构进行运动分析和动力分析。

有时,只是为了表明机构的运动状态或各构件的相互关系,也可以不按比例来绘制运动简图,通常把这样的简图称为机构示意图。

表 2-2 中给出了绘制机构运动简图时的一些常用机构示意图的代表符号(摘自 GB/T 4460—2013)。

表 2-2 常用机构示意图的代表符号

	两运动构件形成的运动副		两构件之一为机架时所形成的运动副
转动副			
移动副			
构件	双副元素构件	三副元素构件	多副元素构件



续表

	两运动构件形成的运动副		两构件之一为机架时所形成的运动副	
	凸轮机构	棘轮机构	带传动	
凸轮及其他机构				
齿轮机构	外齿轮	内齿轮	锥齿轮	蜗杆蜗轮

绘制机构运动简图时,必须搞清机械的实际构造和运动传递情况。首先确定机构的主动件和执行件,确定两者之间的传动构件,再分析构件间运动副的类型,最后用规定的符号和线条画出机构的运动简图。

为了使画出的机构运动简图能清楚地表达实际机械的运动特征,需要恰当地选择投影面。一般选择与多数构件的运动平面相平行的面作为投影面,必要时也可以就机械的不同部分选择两个或两个以上的投影面,然后展开到同一平面上。总之,绘制机构运动简图要以正确、简单、清晰为原则。

做完上述准备工作之后,便可选择适当的比例尺,根据机构的运动尺寸定出各运动副之间的相对位置,然后用规定的符号画出各类运动副,并将同一构件上的运动副符号用简单线条连接起来,这样便可绘制出机构的运动简图。

下面通过具体例子来说明机构运动简图的绘制步骤。

例 2-1 绘制图 2-5 所示牛头刨床机构的运动简图。

解: 1) 从主动件开始,按运动传动顺序,分析各构件之间的相对运动性质,并确定连接各构件的运动副类型。图中,安装于机架 1 上的主动齿轮 2 将回转运动传递给与之相啮合的齿轮 3,齿轮 3 带动滑块 4 而使导杆 5 绕点 E 摆动,并通过连杆 6 带动滑枕 7 使刨刀作往复直线运动。齿轮 2、3 及导杆 5 分别与机架 1 组成转动副 A 、 C 和 E 。构件 3 与 4、5 与 6、6 与 7 之间的连接组成转动副 D 、 F 和 G ,构件 4 与 5、7 与机架 1 之间组成移动副,齿轮 2 与 3 之间的啮合为平面高副 B 。



2) 合理选择投影面。本题选择与各转动副回转轴线垂直的平面作为投影面。

3) 合理选择长度比例尺 μ_l (单位为 m/mm), 根据机构的实际运动尺寸和长度比例尺, 定出各运动副之间的相对位置, 用构件和运动副的规定符号绘制机构运动简图, 如图 2-6 所示。

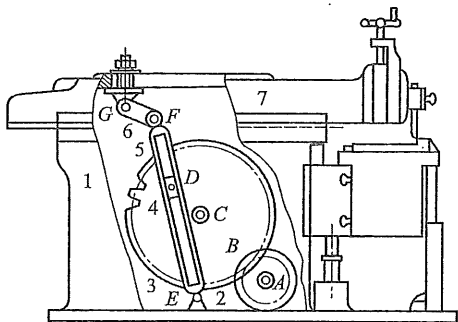


图 2-5

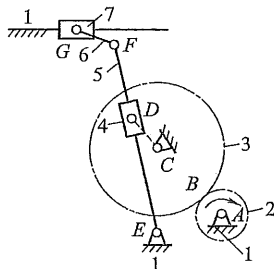


图 2-6

§2-3 机构自由度的计算

一、平面机构的自由度及其计算公式

一个构件或机构的自由度是确定这个构件或机构的运动(或位置)所需的独立参数的数目。在平面机构中,各构件只作平面运动。一个不受任何约束的构件在平面内运动有 3 个自由度,具有 n 个活动构件(机架除外,因其相对固定不动)的平面机构,在各活动构件完全不受约束时,所有构件相对于机架共有 $3n$ 个自由度。但在构成机构时,每个构件至少与另一构件连接成运动副,当两构件连接成运动副后,其相对运动就受到约束,自由度将减少。自由度减少的数目,应等于运动副引入的约束数目。由于平面机构中的运动副只可能是转动副、移动副或平面高副,其中每个低副(转动副、移动副)引入的约束数为 2,每个平面高副引入的约束数为 1。因此,对于平面机构,若各构件之间共构成了 P_L 个低副和 P_H 个高副,则它们共引入 $(2P_L + P_H)$ 个约束。显然,机构的自由度 F 应为

$$F = 3n - (2P_L + P_H) = 3n - 2P_L - P_H \quad (2-1)$$

这就是平面机构自由度的计算公式,也称为平面机构的结构公式。下面举

例说明此式的应用。

例 2-2 计算图 2-6 所示牛头刨床机构的自由度。

解: 由图 2-6 所示的机构运动简图可以看出, 该机构共有 6 个活动构件 (即主动齿轮 2、从动齿轮 3、滑块 4、导杆 5、连杆 6 和滑枕 7), 8 个低副 (即 A、C、D、E、F 和 G 这 6 个转动副, 还有分别由滑块 4 与导杆 5, 滑枕 7 与机架 1 构成的 2 个移动副), 一个高副 (即齿轮 2 和齿轮 3 构成的高副 B)。根据式 (2-1), 便可求得该机构的自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 6 - 2 \times 8 - 1 = 1$$

二、机构自由度的意义及机构具有确定运动的条件

对于图 2-7 所示的平面四杆机构, 如果给定杆 AB 的运动规律 $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, 点 B 的位置就确定了, 此时其他各杆的运动也随之确定。而对于图 2-8 所示的平面五杆机构, 如果只给定一个杆的运动规律, 如给定杆 AB 的运动规律 $\varphi_1 = \varphi_1(t)$, 构件 2、3 和 4 的位置并不确定, 它们可以处在 BC、CD 和 DE 位置, 也可以处于 BC'、C'D' 和 D'E 或其他位置。如果再给定一个杆的运动规律, 例如使杆 DE 按角位移规律 $\varphi_4 = \varphi_4(t)$ 运动, 则此时的五杆机构各构件的运动就完全确定了。

若从另一个角度考虑, 图 2-7 所示的平面四杆机构的运动位置可由 B、C 两点的位置确定, 即 B、C 两点的位置一经确定, 该四杆机构的运动位置就随之确定了。由于确定平面上每个点的位置需要两个位置变量, 故平面四杆机构的任意位置状态需由四个位置变量确定; 另一方面, 这四个位置变量又必须满足杆 1、2 和 3 引入的三个杆长约束方程。这说明确定平面四杆机构的位置实际上只需要一个独立参数, 即它只有一个自由度, 这与按式 (2-1) 计算的结果是一样的。

又如图 2-8 所示的平面五杆机构。其位置状态需要由 B、C 和 D 三个点的六个位置变量确定, 但它们又必须满足杆 1、2、3 和 4 引入的四个杆长约束方程, 这说明确定平面五杆机构的位置需要两个独立参数, 即它有两个自由度, 这与按式 (2-1) 计算的结果也是一样的。

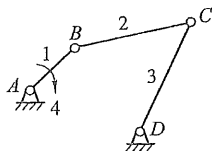


图 2-7

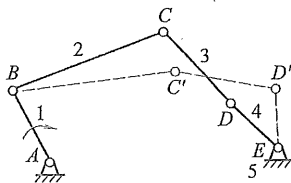


图 2-8



由此可见,所谓机构的自由度,实质上就是机构具有确定位置时所必须给定的独立运动参数的数目。在机构中引入独立运动参数的方式,通常是使某一构件按给定的运动规律运动。

综上所述,机构的运动状态与机构的自由度 F 和机构主动件的数目有着密切关系:

- 1) 机构的自由度 F 不能小于或等于零。
- 2) 若 $F > 0$, 而主动件数 $< F$, 则机构能动, 但构件间的运动不确定。
- 3) 若 $F > 0$, 而主动件数 $> F$, 则构件间不能实现确定的相对运动或产生破坏。
- 4) 若 $F > 0$ 且与主动件数相等, 则机构各构件间的相对运动是确定的。

因此,机构具有确定运动的条件是:机构的自由度应大于零,且机构的主动件数应等于机构的自由度数。

三、计算机构自由度时应注意的事项

在利用式(2-1)计算机构自由度时,应该处理好下列三种情况,否则计算结果往往会发生错误。

1. 复合铰链

图 2-9a 表示构件 1 和构件 2、3 组成两个转动副,连接情况如图 2-9b 所示。在计算自由度时,需要把它当成两个转动副来计算。像这种由两个以上构件在同一处构成的转动副称为复合铰链。不难推想,由 m 个构件汇集而成的复合铰链应当包含 $(m-1)$ 个转动副。

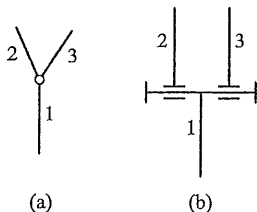


图 2-9

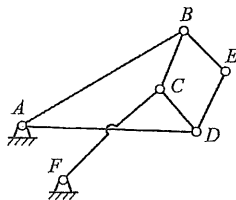


图 2-10

例 2-3 计算图 2-10 所示机构的自由度。

解: 在本机构中 A 、 B 、 C 和 D 四处都由三个构件组成复合铰链, 它们各具有两个转动副, 所以在本机构中 $n=7$ 、 $P_L=10$ 、 $P_H=0$, 由式(2-1)可得

$$F = 3 \times 7 - 2 \times 10 - 0 = 1$$

2. 局部自由度

如图 2-11a 所示凸轮机构, 为了减少高副元素接触处的磨损, 在凸轮和从动



件之间安装了圆柱形滚子。可以看出,滚子绕其本身轴线的自由转动(1个自由度)是局部运动,它丝毫不影响其他构件的运动。这种不影响整个机构运动的自由度,称为局部自由度。在计算机构自由度时,局部自由度应当舍弃不计。

为了防止计算差错,在计算自由度时,可以将产生局部运动的构件与其连接的构件视为焊接在一起,以达到消除局部自由度的目的。如先将图 2-11a 所示的滚子与从动件固连成一体,变成图 2-11b 所示形式,即预先消除局部自由度,然后进行计算。

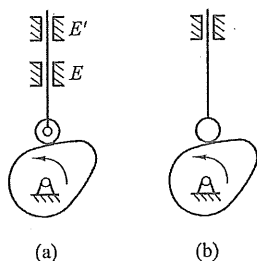


图 2-11

3. 虚约束

在运动副所带来的约束中,有些约束所起的限制作用可能是重复的,这种起重复限制作用的约束称为虚约束。如图 2-12a 所示的平行四边形机构中,连杆 3 作平面平移运动,其上各点的轨迹均为圆心在 AD 线上而半径等于 AB 的圆。若在该机构中再加上一个构件 5,使其与构件 2、4 相互平行,且长度相等,如图 2-12b 所示。由于杆 5 上点 M 的轨迹与 BC 杆上点 M 的轨迹是相互重合的,因此加上杆 5 并不影响机构的运动,但此时若按式(2-1)计算自由度却为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 6 = 0$$

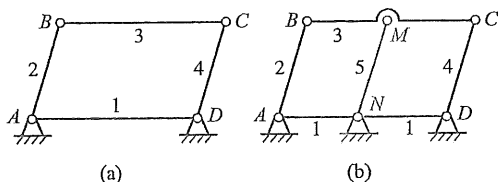


图 2-12

这个结果与实际情况不符,造成这个结果的原因是加入了构件 5,引入了三个自由度,但同时又增加了两个转动副,形式上引入了四个约束,即多引入了一个约束。但实际上这个约束对机构的运动起重复限制作用,因而它是一个虚约束。由此可以看出,在利用式(2-1)计算机构自由度时,应在计算结果中加上虚约束数,或预先将产生虚约束的构件和运动副去掉,然后再进行自由度计算。

常见的虚约束有以下几种情况:

1) 当两构件组成多个移动副,且其导路互相平行或重合时,则只有一个移动副起约束作用,其余都是虚约束,图 2-11a 便属于这种情况。

2) 当两构件构成多个转动副,且轴线互相重合时,则只有一个转动副起作

用,其余转动副都是虚约束,例如图 2-13 所示四缸发动机的曲轴 1 和轴承 2、2' 和 2''组成的三个转动副,由于这三个转动副的轴线相互重合,因此只能看作只有一个转动副起约束作用。

3) 如果机构中两活动构件上某两点的距离始终保持不变,此时若用具有两个转动副的附加构件连接这两个点,则将会引入一个虚约束。如在图 2-14 所示的机构中, $\triangle ABF \cong \triangle DCE$, 当机构运动时, 构件 1 和 3 上 E 、 F 两点间的距离始终保持不变, 如果将 E 、 F 两点以构件 4 相连, 则由此多引入的一个约束显然是虚约束。在计算自由度时, 该机构可看作如图 2-12a 所示的机构进行计算。

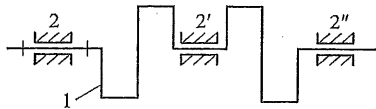


图 2-13

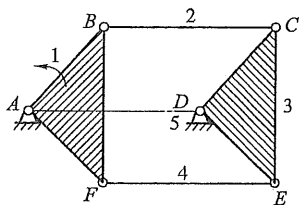


图 2-14

4) 机构中, 如果用转动副连接的是两构件上运动轨迹相重合的点, 则该连接将引入 1 个虚约束。如图 2-15 所示的椭圆仪机构中, $AC \perp AD$, $BC = BD$ (即点 B 为 CD 的中点), 构件 CD 线上各点的运动轨迹均为椭圆。转动副 C 所连接的 C_2 和 C_3 两点的轨迹就是重合的, 均沿 y 轴作直线运动, 故将引入 1 个虚约束。转动副 D 也是类似情况。

5) 机构中对运动起重复限制作用的对称部分也往往会引入虚约束。如图 2-16 所示的行星轮系, 为了受力均衡, 采取三个行星轮 2、2' 和 2'' 对称布置的结构, 而事实上只要一个行星轮便可满足运动要求, 其他两个行星轮则引入两个虚约束。

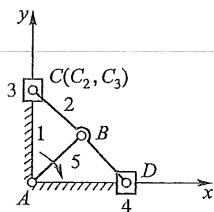


图 2-15

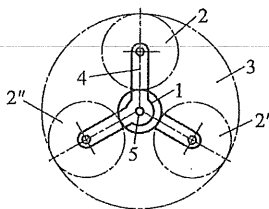


图 2-16

在此要特别指出,机构中的虚约束都是在特定几何条件下出现的,如果这些几何条件不能满足,则虚约束就会成为实际有效的约束,从而使机构卡住不能运动。图 2-12b 中,若所加构件 5 不与构件 2、4 平行,则机构就不能运动。所以从保证机构运动和便于加工装配等方面而言,应尽量减少机构的虚约束。但为了改善构件的受力,增加机构的刚度,在实际机械中虚约束又被广泛地应用着。图 2-13 中的曲轴,若从运动学观点看,曲轴 1 仅和轴承 2 组成一个转动副就可以了,但是考虑到曲轴很长,载荷又很大,为了改善曲轴的受力情况,必须再增加轴承 2' 和 2"。而相应地,为了保证三个轴承的同轴度,要求提高制造精度,否则若三个轴孔的同轴度太低,安装后轴将产生变形,并在轴承中产生不容许的过大应力,曲轴运转就困难了。总之,在机械设计过程中,是否使用及如何使用虚约束,必须对现有的生产设备、加工成本、所要求的机器使用寿命和可靠性等进行全面考虑。在计算机构自由度时需要仔细分析,甚至需要通过几何证明来加以判别是否构成虚约束。

例 2-4 试计算图 2-17a 所示大筛机构的自由度。

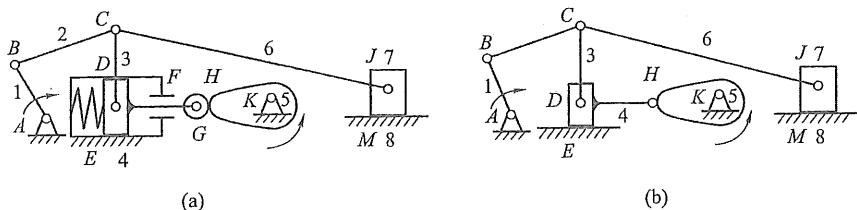


图 2-17

解: 机构各构件均在同一平面运动, A、B、C、D、G、K 和 J 为转动副, E、F 和 M 为移动副, H 为高副。G 处滚子及转动副为局部自由度, E 和 F 处活塞及活塞杆与气缸组成两平行移动副, 其中有一个是虚约束, 计算运动副时应减去。按图 2-17b 分析, 活动构件数 $n=7$, C 处为复合铰链, 转动副应为 $3-1=2$ 个, $P_L=9$, $P_H=1$, 则机构自由度为

$$F=3 \times 7 - 2 \times 9 - 1 = 2$$

例 2-5 图 2-18 是某送纸机构, 该机构中构件 DE、FG、HI 平行且长度相等, 凸轮 1 与凸轮 2 固连, 计算该机构的自由度, 并判断该机构是否具有确定的运动。

解: 机构各构件均在同一平面运动, A、E、I、H 为转动副, D 为复合铰链, 构件 3 和

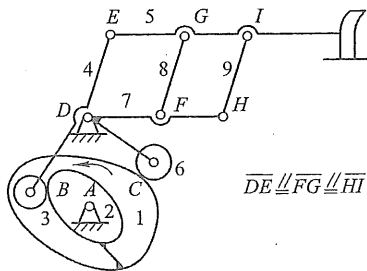


图 2-18



构件6的转动均为局部自由度,引入2个高副B、C。运动过程中,点F与点G间的距离始终保持不变,用双副构件8连接,引入了一个虚约束,计算运动副时应去掉。因此,活动构件数 $n=5$, $P_L=6$, $P_H=2$, 则机构自由度为

$$F=3 \times 5 - 2 \times 6 - 2 = 1$$

由于该机构的自由度与机构的主动件数相等,且大于0,故该机构具有确定的运动。

四、空间机构自由度简述

在三维空间中,一个活动构件具有6个自由度。当两构件组成运动副后,其相对运动便受到约束。运动副可有:具有一个约束的为Ⅰ级运动副,具有两个约束的为Ⅱ级运动副,还有Ⅲ级副、Ⅳ级副、Ⅴ级副。设在一空间机构中,有 n 个活动构件,有 P_1 个Ⅰ级副, P_2 个Ⅱ级副, P_3 个Ⅲ级副, P_4 个Ⅳ级副, P_5 个Ⅴ级副。则空间机构的自由度计算公式为

$$F = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 - P_1 = 6n - \sum_{i=1}^5 iP_i \quad (2-2)$$

式中: n 为机构中活动构件数; P_i 为第 i 级运动副的数目; i 为第 i 级运动副的约束数。

图 2-19 所示 3-RPS 并联结构为一空间机构,共有 7 个活动构件,由均布的 3 组分支组成,每个分支中都含有一个转动副、一个移动副和一个球副,其中转动副和移动副均为Ⅴ级副,球副为Ⅲ级副。则根据式 (2-2),可以计算 3-RPS 并联机构的自由度为

$$F = 6n - 5P_5 - 3P_3 = 6 \times 7 - 5 \times (3+3) - 3 \times 3 = 3$$

该机构可以实现运动平台(abc)的上下带姿态运动,可以应用于复杂曲面工件的加工装备中。

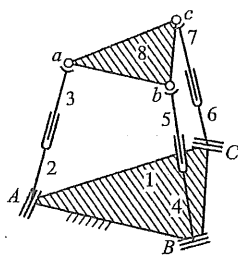


图 2-19

以上仅对空间机构的自由度计算公式做一简单介绍,深入研究可参考空间机构的其他相关资料。

对于空间开式链机构,因为运动副的总数 $P (= \sum_{i=1}^5 P_i)$, 与开式链中的活动构件数相等($n=P$), 故由式 (2-2) 可得空间开式链机构的自由度计算公式为

$$F = 6n - \sum_{i=1}^5 iP_i = 6n - \sum_{i=1}^5 (6 - f_i)P_i = \sum_{i=1}^5 f_iP_i \quad (2-3)$$



式中, f_i 为 i 级运动副的自由度, $f_i = 6 - i$ 。

例 2-6 计算如图 2-20a 所示串联机器人的自由度。

解: 该机构为一串联型工业机械臂, 图 2-20b 为其运动简图。其中共有 6 个活动构件, 运动副均为 V 级, 共计 6 个转动副, 由式 (2-3) 可以计算该机构的自由度为

$$F = 6n - \sum_{i=1}^5 i P_i = \sum_{i=1}^5 f_i P_i = (6 - 5) \times P_5 = 6$$

该型工业串联机器人具有 6 个自由度, 可以广泛应用于搬运、装配、焊接、喷涂等工业现场。

对于平面机构, 由于机构中的各构件均被限制在平行平面内运动, 所有构件均同时受到了 3 个相同的约束, 机构中所有构件均受到的共同的约束称为机构的公共约束。设公共约束数为 m , 则具有公共约束的机构的自由度为

$$F = (6 - m)n - \sum_{i=m+1}^5 (i - m) P_i \quad (2-4)$$

从上式可以看出, 由于平面机构的 $m=3$, 所以式 (2-4) 即变成式 (2-1)。由于机构中运动副及构件几何位置的配置情况不同, 机构所受的公共约束的数目也不同, 从而导致公共约束数的值可能为 0、1、2、3、4。根据所受公共约束数目的不同, 可将机构分为 0 族、1 族、2 族、3 族、4 族等五个类别。

例 2-7 计算图 2-21 所示的楔形滑块机构的自由度。

解: 该机构为一全移动副平面机构, 两个活动构件均受到限制, 只能在 xy 平面内移动, 因而其公共约束数 $m=4$ 。则该机构的自由度为

$$F = (6 - m)n - (5 - m)P_5 = (6 - 4) \times 2 - (5 - 4) \times 3 = 1$$

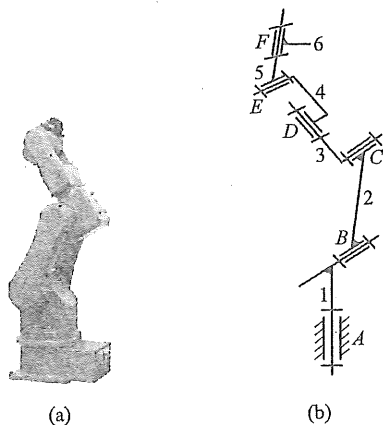


图 2-20

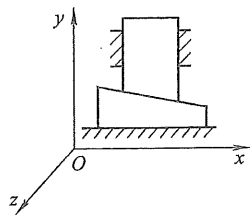


图 2-21



§2-4 平面机构的组成原理和结构分析

一、平面机构的组成原理

任何机构都包含机架、主动件和从动件系统三部分。由于机构具有确定运动的条件是主动件的数目等于机构的自由度数目,因此如将机构的机架以及和机架相连的主动件与从动件系统分开,则余下的从动件系统的自由度应为零。有时,这种从动件系统还可进一步分解为若干个更简单的、自由度为零的构件组。这种最简单的、不可再分的、自由度为零的构件组称为基本杆组或称为阿苏尔杆组。任何机构都可以看作由若干个基本杆组依次连接于主动件和机架上所组成的系统,这就是机构的组成原理。

根据式(2-1),平面机构基本杆组应满足的条件为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 0 \quad (2-5)$$

如果基本杆组的运动副全为低副(后面将介绍高副低代),则式(2-5)可变为

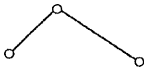
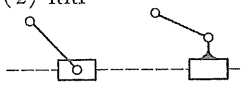
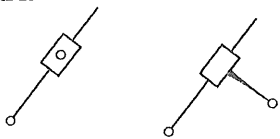
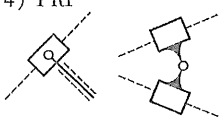
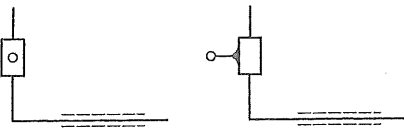
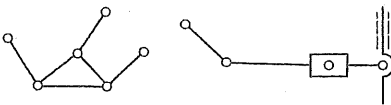
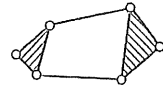
$$F = 3n - 2P_L = 0 \quad \text{或} \quad n = \frac{2}{3}P_L \quad (2-6)$$

由于活动构件数 n 和低副数 P_L 都必须是整数,所以根据式(2-6), n 应是 2 的倍数, P_L 应是 3 的倍数,它们的组合有 $n=2, P_L=3, n=4, P_L=6, \dots$ 。由此可见,最简单的平面基本杆组是由两个构件和三个低副组成的杆组,称为 II 级杆组。它是应用最广的基本杆组。由于平面低副中有转动副(常用 R 表示)和移动副(常用 P 表示)两种类型,对于由两个构件和三个低副组成的 II 级杆组,根据其 R 副和 P 副的数目和排列的不同,它们共有表 2-3 中所给出的五种形式。

除 II 级杆组外,还有 III、IV 级等较高级的基本杆组。表 2-3 中给出了两种 III 级杆组和一种 IV 级杆组;它们都是由 4 个构件和 6 个低副组成的,其中具有三个内运动副的杆组称为 III 级杆组,具有由四个内运动副组成一个封闭四边形的杆组称为 IV 级杆组。在实际机构中,这些比较复杂的基本杆组应用较少,详细情况可参见其他资料。

在同一机构中可包含不同级别的基本杆组,把机构中所包含的基本杆组的最高级数作为机构的级数,如把由最高级别为 II 级基本杆组组成的机构称为 II 级机构;如机构中既有 II 级杆组,又有 III 级杆组,则称其为 III 级机构;而把由主动件和机架组成的机构(如杠杆机构、斜面机构、电动机等)称为 I 级机构。这就是机构的结构分类方法。当给定 I 级机构的运动规律后,机构中各基本杆组的

表 2-3 II 级及部分 III、IV 级基本杆组结构形式

杆组中含有构件及运动副数	杆组形式	
$n=2$ $P=3$ 二杆三副 (II 级杆组)	(1) RRR 	(2) RRP 
	(3) RPR 	(4) PRP 
	(5) RPP 	
$n=4$ $P=6$ 四杆六副 (部分 III、IV 级杆组)	(1) III 级杆组 	(2) IV 级杆组 

运动是确定的、可解的。因此,机构的运动分析可以从 I 级机构开始,通过逐次求解各基本杆组来完成。

二、平面机构的结构分析

机构结构分析就是将已知机构分解为主动件、机架和若干个基本杆组,进而了解机构的组成,并确定机构的级别。机构结构分析的步骤是:

1) 除去虚约束和局部自由度,计算机构的自由度并确定主动件。

2) 拆杆组。从远离主动件的构件开始拆分,按基本杆组的特征,首先试拆 II 级杆组,若不可能时再试拆 III 级杆组。每拆出一个杆组后,剩下部分仍组成机构,且自由度数与原机构相同,直至全部拆分成杆组,最后只剩下 I 级机构。

3) 确定机构的级别。

例 2-8 计算图 2-22 所示机构的自由度,并确定机构的级别。

解: 该机构无虚约束和局部自由度, $n=5$, $P_L=7$, 其自由度 F 为

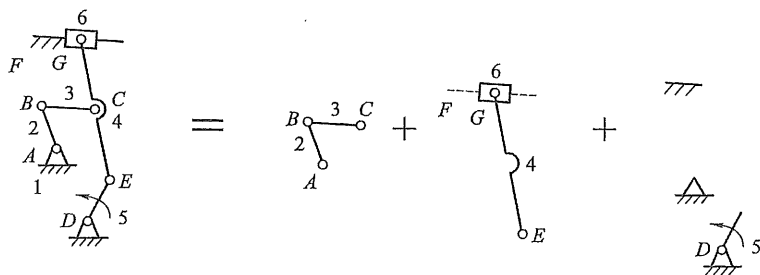


图 2-22

$$F = 3 \times 5 - 2 \times 7 = 1$$

构件 5 为主动件,距离 5 最远与其不直接相连的构件 2、3 可以组成 II 级杆组,剩下的构件 4 和 6 也可以组成 II 级杆组,最后剩下构件 5 与机架 1 组成 I 级机构。该机构由 I 级机构和两个 II 级杆组组成,因而为 II 级机构。

对于图 2-22 所示的机构,若以构件 2 为主动件,则机构将成为 III 级机构,读者可自行验证。这说明,拓扑结构相同的运动链,当指定的机架或主动件不同时可能形成级别不同的机构。因此,对一个具体机构,必须根据实际工作情况指定主动件,并用箭头标明其运动方向。

三、平面机构的高副低代

为使平面低副机构的结构分析和运动分析方法能适应于含有高副的平面机构,可根据一定的约束条件将平面机构中的高副虚拟地用低副代替,这就是所谓的高副低代,它表明了平面高副与平面低副的内在联系。

为了不改变机构的结构特性及运动特性,高副低代的条件是:

- 1) 代替前后机构的自由度完全相同。
- 2) 代替前后机构的瞬时运动状况(位移、速度、加速度)不变。

现研究一个具体的例子。如图 2-23 所示,构件 1 和构件 2 分别为绕 A 和 B 转动的两个圆盘,两圆盘的圆心分别为 O_1 、 O_2 ,半径为 R_1 、 R_2 ,它们在点 C 构成高副,当机构运动时, AO_1 、 O_1O_2 和 O_2B 均保持不变。为此,设想在 O_1 、 O_2 间加入一个虚拟的构件 4,它在 O_1 、 O_2 处分别与构件 1 和构件 2 构成转动副,形成虚拟的四杆机构,如图中虚线所示,用此机构替代原机构时,代替前后机构中构件 1 和构件 2 之间的相对运动完全一样,并且代替后机构中虽增加了一个构件(增加了三个自由度),但又增加了两个转动副(引入了四个约束),仅相当于引入了一个约束,与原来点 C 处高副所引入的约束数相同,所以替代前后两机构的自由度

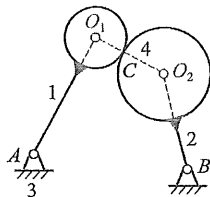


图 2-23

完全相同。因此,机构中的高副 C 完全可用构件 4 和位于 O_1 、 O_2 (曲率中心) 的两个低副来代替。

上述代替方法可以推广应用到各种高副。

如图 2-24 所示的高副机构,两高副元素是非圆曲线,假设在某运动瞬时高副接触点为 C ,可以过接触点 C 作公法线 $n-n$,在公法线上找出两轮廓曲线在点 C 处的曲率中心 O_1 和 O_2 ,用在 O_1 、 O_2 处有两个转动副的构件 4 将构件 1、2 连接起来,便可得到它的代替机构,如图中虚线所示。需要注意的是,当机构运动时,随着接触点的改变,两轮廓曲线在接触点处的曲率中心也随着改变, O_1 和 O_2 点的位置也将随之改变。因此,对于一般高副机构只能进行瞬时替代,机构在不同位置时将有不同的瞬时替代机构,但是替代机构的基本形式是不变的。

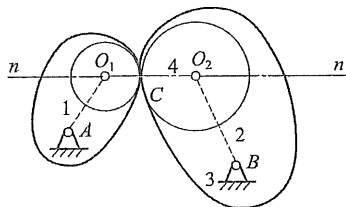


图 2-24

可见,高副低代的关键是找出构成高副的两轮廓曲线在接触点处的曲率中心,再用一个构件和位于两个曲率中心的两个转动副代替该高副。如两接触轮廓之一为直线,如图 2-25a 所示,则可把直线的曲率中心看成趋于无穷远处,此时替代转动副演化成移动副,如图 2-25b 所示。若两接触轮廓之一为一点,如图 2-26a 所示,那么点的曲率半径等于零,其替代机构如图 2-26b 所示。

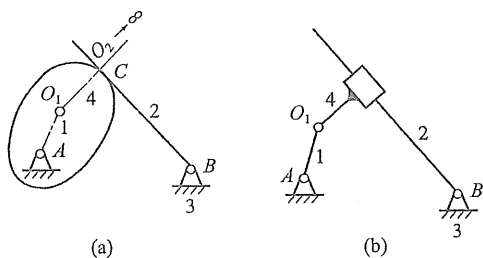


图 2-25

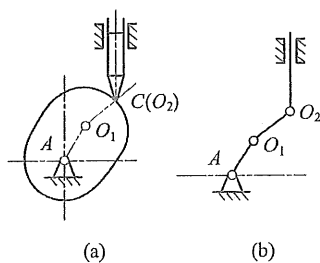


图 2-26

应该指出的是,高副低代只是在对机构进行分析研究时采用的一种方法,并不意味着实际的高副都可以用低副来代替。

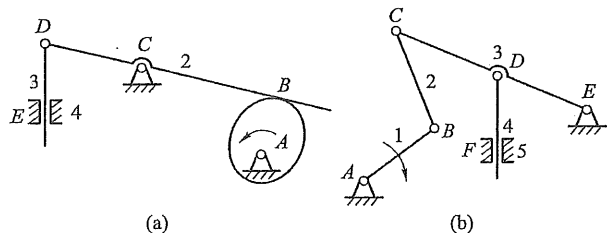
习题

2-1 解释下列概念:

运动副;机构自由度;公共约束;机构运动简图;机构结构分析;高副低代。

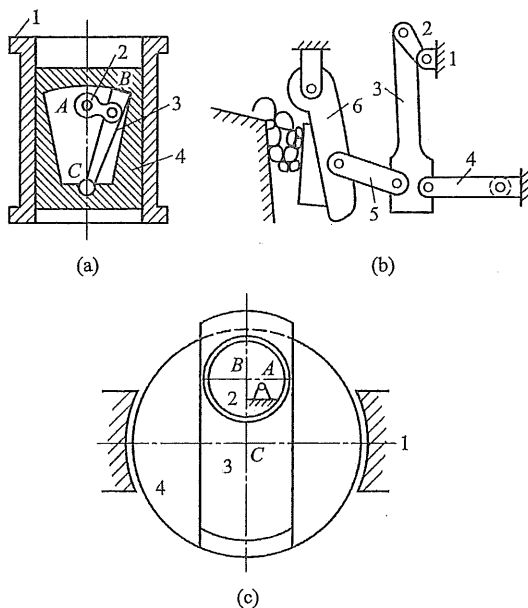


2-2 验算下列机构能否运动,如果能运动,看运动是否具有确定性,并给出具有确定运动的修改办法。



题图 2-2

2-3 绘出下列机构的运动简图,并计算其自由度(其中构件 1 均为机架)。



题图 2-3

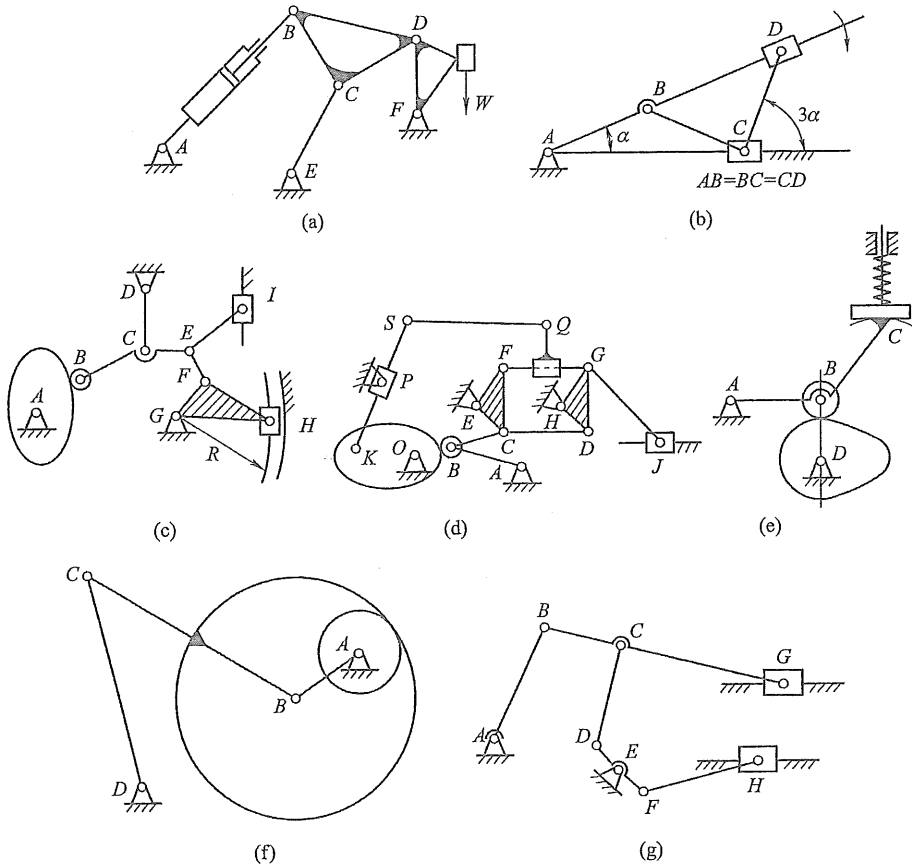
2-4 计算下列机构的自由度,若有复合铰链、局部自由度及虚约束,请注明。

2-5 计算下列机构的自由度,并确定杆组及机构的级别(题图 2-5a 分别以构件 2、4、8 为主动件)。

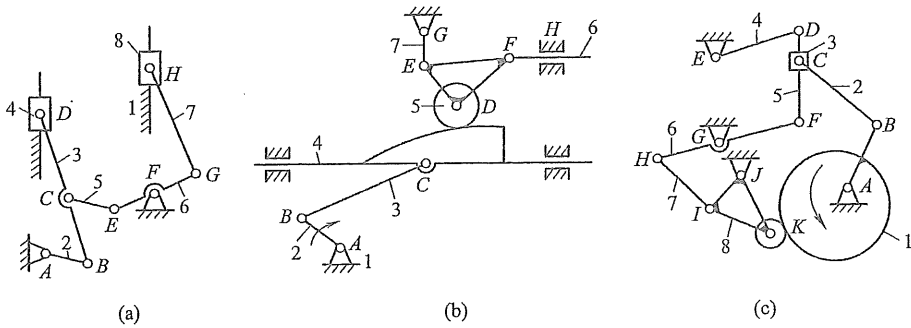
2-6 计算 6-SPS 型并联机构的自由度。

2-7 计算串联型机械手的自由度。

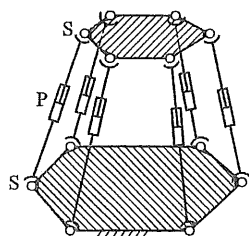
2-8 分析楔块机构的公共约束数,并计算其自由度。



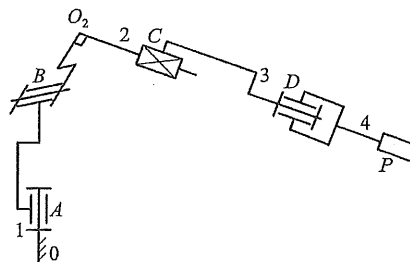
题图 2-4



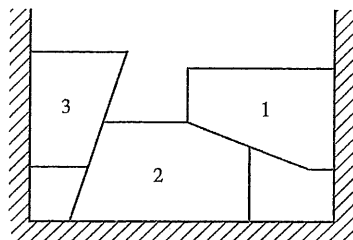
题图 2-5



题图 2-6



题图 2-7



题图 2-8

第三章 平面机构的运动分析

§3-1 研究机构运动分析的目的和方法

所谓机构的运动分析,就是在已知机构几何参数和主动件运动规律的前提下,分析其他运动构件的运动是否满足设计的运动要求,即分析其位移、速度及加速度等运动情况。有了这些运动参数,才能分析、评价现有机械的工作性能,同时它也是优化综合新机械的基本依据。

对机构位移(包括轨迹)的分析,可以确定某些构件运动所需的空間或判断它们运动时是否发生相互干涉;还可以确定从动件的行程;考查构件或构件上某点能否实现预定位置和轨迹变化的要求。例如,图 3-1 所示的 V 形发动机简图中,为了确定活塞的行程,就必须清楚活塞往复运动的极限位置;为了确定机壳的外廓尺寸,就必须知道机构中外端点的运动轨迹和所需要的运动空间范围等。

通过对速度进行分析,可以确定机构中从动件的速度变化是否满足工作要求。例如,牛头刨床要求刨刀在切削工件的工作行程中速度接近等速,从而提高加工质量和刀具寿命;而刨刀空行程时,又希望快速返回,提高生产效率,节省能耗。同时速度分析也是机构的加速度分析和受力分析的基础。

对机构加速度分析是计算惯性力不可缺少的前提条件。在高速机械中,要对其动强度、振动等动力学性能进行计算,这些都与动载荷或惯性力的大小和变化有关。因此,对于精密机械和高速机械,加速度分析不能忽略。

平面机构运动分析主要有图解法和解析法。图解法的特点是形象直观,适用于构件数目少的简单的平面机构,但其精度不高,而且当对机构一系列位置进行运动分析时,需要反复作图,过程很烦琐。图解法又包括速度瞬心法和相对速度图解法。而解析法的特点是对用机构的已知参数和应求的未知参数建立的数

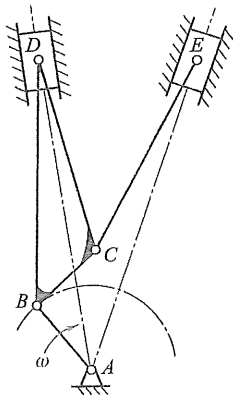


图 3-1



学模型进行求解,从而可获得精确的计算结果。随着现代数学运算工具的日益完善和飞速发展,快速、精确的解析法已占据了主导地位,并具有广阔的应用前景。解析法主要有复数矢量法、矩阵法和矢量方程法等。按机构运动分析方法本质的不同,可将运动分析解析法分为以下三类:

(1) 针对不同机构建立适合该种机构的具体数学模型。此种方法编程简单,但每种机构都要单独编程,通用性差。

(2) 把机构视为一个质点系,对各运动副间以杆长为约束建立非线性方程组,进行位置求解,而后再求解速度和加速度。该方法通用性很强,但计算程序相对复杂。

(3) 根据机构的组成原理,机构可由 I 级机构和基本杆组组成,当给定 I 级机构的运动规律后,机构中各基本杆组的运动是确定的、可解的。因此,机构的运动分析可以从 I 级机构开始,通过逐次求解各基本杆组来完成。这样,把 I 级机构和各类基本杆组看成各自独立的单元,分别建立其运动分析的数学模型,然后再编制成通用子程序,对其位置、速度和加速度或角位移、角速度和角加速度等运动参数进行求解。对所要进行运动分析的具体机构,可以通过调用主动件和机构中所需的基本杆组的通用子程序来解决,这样可快速求解出各杆件及其上各点的运动参数。这种方法称为杆组法,对各种不同类型的平面连杆机构都适用。

由于用速度瞬心法对机构进行速度分析简单直观,而杆组法适用于各种不同类型的平面连杆机构的运动分析,因此本章只介绍这两种方法。

§3-2 用速度瞬心法对平面机构进行速度分析

用速度瞬心法对构件数目少的机构(如凸轮机构、齿轮机构、平面四杆机构等)进行速度分析,既直观又简便。下面介绍速度瞬心的概念及其在速度分析中的应用。

一、速度瞬心和机构中速度瞬心的数目

在理论力学中已给出作平面运动的两个刚体的速度瞬心概念,若把刚体视为构件就可以得到机械原理中瞬心的定义:相对作平面运动的两构件上瞬时相对速度等于零的点,或者说绝对速度相等的点(即等速重合点)称为速度瞬心(简称瞬心)。绝对速度为零的瞬心称为绝对瞬心,绝对速度不等于零的瞬心称为相对瞬心。用符号 P_{ij} 表示构件 i 与构件 j 的速度瞬心。

由瞬心的定义可知,任意两构件间就有一个瞬心,因此含有 m 个构件的机



构,其速度瞬心的数目 K 为

$$K = \frac{m(m-1)}{2} \quad (3-1)$$

二、机构中速度瞬心位置的确定

1. 直接构成运动副两构件的速度瞬心位置

(1) 当两构件通过转动副直接连接在一起(图 3-2a)时,转动副的中心即为该两构件的瞬心 P_{12} 。

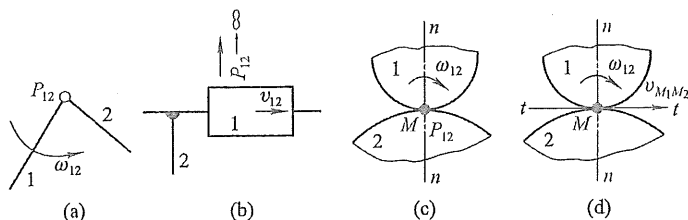


图 3-2

(2) 当两构件以移动副连接(图 3-2b)时,构件 1 相对于构件 2 的速度均平行于移动副导路,故瞬心 P_{12} 必在垂直于导路方向上的无穷远处。

(3) 当两构件以平面高副连接时,若高副两元素间作纯滚动(图 3-2c),接触点的相对速度为零,则该接触点 M 即为瞬心 P_{12} ;若高副两元素间既作相对滑动又作相对滚动(图 3-2d),由于相对速度 $v_{M_1M_2}$ 存在,并且其方向沿切线方向,则瞬心 P_{12} 必位于过高副两元素接触点处的公法线(切线的垂线) $n-n$ 上,具体在法线上哪个位置,尚需根据其他条件再作具体分析确定。

2. 用三心定理确定不直接组成运动副的两构件的速度瞬心位置

所谓三心定理,就是三个作平面运动构件的三个速度瞬心必在同一条直线上。具体证明如下:

简单起见,在三个作平面运动的构件中,设构件 3 是固定的(图 3-3),构件 1、2 分别绕转动副 A 、 B 作回转运动,构件 1、2 间作非直接接触的平面运动。根据式(3-1)可知,该三个构件共有 3 个瞬心,显然两转动副 A 、 B 的回转中心为绝对瞬心 P_{13} 和 P_{23} 。下面来证明不直接连接的构件 1、2 的相对瞬心 P_{12} 在 P_{13} 和 P_{23} 所连的直线上。

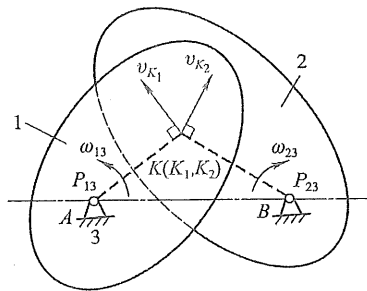


图 3-3



假设瞬心 P_{12} 位于 P_{13} 和 P_{23} 连线外任意一点 K 处, 可见此两构件上与 K 重合的点 (图 3-3 中 K_1 、 K_2) 的速度必分别垂直于该点与两个回转中心的连线, 即 $v_{K_1} \perp P_{13}K_1$, $v_{K_2} \perp P_{23}K_2$, 可见 v_{K_1} 和 v_{K_2} 的速度方向不相同。由瞬心的定义, P_{12} 应是构件 1 和构件 2 上绝对速度相等 (大小相等, 方向相同) 的重合点。这说明, 点 K 不可能是相对瞬心 P_{12} 。因此, 只有 K_1 、 K_2 的重合点 K 位于两绝对瞬心 P_{13} 和 P_{23} 连线上才能保证构件 1 和构件 2 的速度方向相同, 则证明了第三个瞬心 P_{12} (即点 K) 应和另外两个瞬心 P_{13} 、 P_{23} 共线。

三、速度瞬心在平面机构速度分析中的应用举例

1. 平面四杆机构

(1) 铰链四杆机构 在图 3-4 所示的曲柄摇杆机构中, 若已知四个杆件的长度和主动件 (曲柄) 1 以角速度 ω_1 顺时针方向回转, 求图示位置从动件 (摇杆) 3 的角速度 ω_3 和角速度比 ω_1/ω_3 。

该机构有 4 个构件, 根据式 (3-1) 得瞬心数目为 6。其中, 四个转动副中心分别为瞬心 P_{14} 、 P_{12} 、 P_{23} 和 P_{34} 。按三心定理确定不直接连接的构件 1、构件 3 和构件 2、构件 4 的两个瞬心 P_{13} 和 P_{24} 。应用三心定理时, 通常不易找到待求瞬心到底位于哪两个已知瞬心的连线上, 此时可借助瞬心多边形来确定。假设机构含有 m 个构件, 用瞬心多边形法求未知瞬心的思路如下:

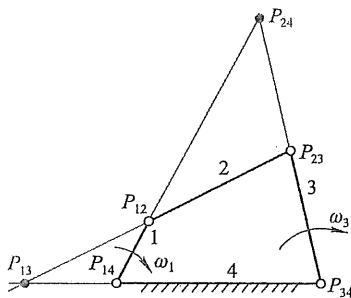


图 3-4

- 1) 按构件数目 m 画凸 m 边形的 m 个顶点, 每个顶点代表一个构件, 并标注顶点号 1、2、 $\dots$ 、 m 。
 - 2) 凸 m 边形任意两个顶点间的连线代表一个以该两顶点号为下标的两构件的瞬心。将代表已知瞬心的线用实线表示出来, 并标注瞬心的代号。
 - 3) 能够组成三角形的三条边线表示三瞬心共线。
 - 4) 利用两个三角形的公共边可求出未知瞬心位于哪些已知瞬心的连线上。
- 对于本题, 可按如下步骤求未知瞬心 P_{13} 和 P_{24} 的位置:

1) 画凸四边形的 4 个顶点 1、2、3 和 4, 如图 3-5a 所示。将已经求得的瞬心用实线表示出来, 如图 3-5b 所示。

2) 求瞬心 P_{13} 。在图 3-5c 中, 用虚线连接顶点 1 和 3, 表示未知瞬心 P_{13} 。由图可知: 代表瞬心 P_{12} 、 P_{23} 和 P_{34} 、 P_{14} 的线分别能与代表瞬心 P_{13} 的线组成两个三角形 $\triangle 132$ 和 $\triangle 134$ 。所以瞬心 P_{13} 既在 P_{12} 、 P_{23} 的连线上, 又在 P_{34} 、 P_{14} 的连线



上。延长 $P_{23}P_{12}$ 和 $P_{34}P_{14}$, 并使二者相交, 交点即为瞬心 P_{13} , 如图 3-4 所示。求得瞬心 P_{13} 后, 将代表瞬心 P_{13} 的虚线改成实线, 表示该瞬心已求得, 如图 3-5d 所示。

3) 求瞬心 P_{24} 。在图 3-5d 中, 用虚线连接顶点 2 和 4, 表示未知瞬心 P_{24} 。由图可知: 瞬心 P_{24} 既在 $P_{14}P_{12}$ 的连线上, 又在 $P_{34}P_{23}$ 的连线上。延长 $P_{14}P_{12}$ 、 $P_{34}P_{23}$, 并使二者相交, 交点即为瞬心 P_{24} , 如图 3-4 所示。

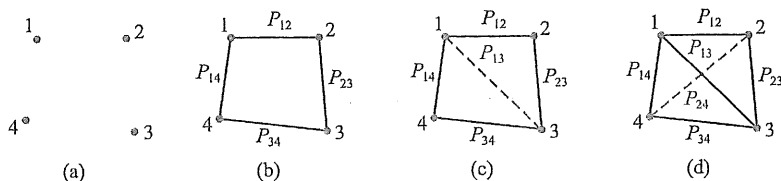


图 3-5

根据以上分析可知, 不直接连接的两构件 i, j 的瞬心应在包含两构件 (i, j) 在内的两组 3 构件瞬心连线的交点处。

由瞬心定义可知, P_{13} 为构件 1 和构件 3 的等速重合点, 即构件 1 和构件 3 分别绕绝对瞬心 P_{14} 和 P_{34} 转动时, 在重合点 P_{13} 处的线速度大小相等、方向相同。则有

$$\overline{\omega_1 P_{14} P_{13}} \mu_l = \overline{\omega_3 P_{34} P_{13}} \mu_l$$

式中, μ_l 为构件长度比例尺, 并且

$$\mu_l = \frac{\text{构件实际长度/m}}{\text{图纸上构件长度/mm}}$$

由上面公式, 即可求得从动件 3 的角速度 ω_3 和主、从动件角速度之比 ω_1/ω_3 :

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\overline{P_{14} P_{13}}}{\overline{P_{34} P_{13}}}, \quad \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\overline{P_{34} P_{13}}}{\overline{P_{14} P_{13}}}$$

可见, 主、从动件传动比等于该两构件的绝对瞬心 (P_{14} 、 P_{34}) 至其相对瞬心 (P_{13}) 距离的反比。

(2) 曲柄滑块机构 在图 3-6 所示的曲柄滑块机构中, 已知各构件尺寸及主动件曲柄以角速度 ω_1 逆时针转动, 求图示位置滑块 3 的移动速度 v_3 。

根据式 (3-1) 可知, 该四杆机构有 6 个瞬心, 其中由构件直接连接组成运动



副的 4 个瞬心为 P_{14} 、 P_{12} 、 P_{23} 和 P_{34} ，应用三心定理求得两个瞬心 P_{13} 和 P_{24} ，如图 3-6 所示。其中 P_{24} 是绝对瞬心，故构件 2 可视为以瞬时角速度 ω_2 绕 P_{24} 作转动；相对瞬心 P_{13} 为曲柄 1 和滑块 3 的等速重合点，故可很方便地求得滑块的移动速度 v_3 。即

$$v_3 = v_{P_{13}} = \omega_1 \overline{P_{14}P_{13}} \mu_l$$

2. 凸轮机构

如图 3-7 所示的凸轮机构中，若已知各构件的尺寸和主动件凸轮的角速度 ω_1 为逆时针回转，求从动件 2 的移动速度。

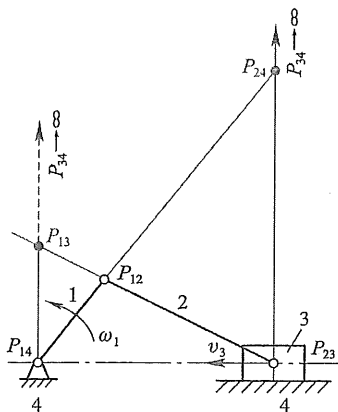


图 3-6

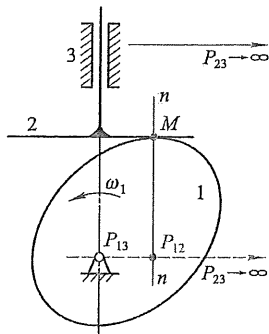


图 3-7

该凸轮机构中含有高副。在确定组成高副两构件的瞬心位置时，应该分析在接触点处是否为纯滚动，若是纯滚动，则接触点即为瞬心；若不是纯滚动，则瞬心位于过高副两元素接触点处的公法线上。该凸轮机构有 3 个瞬心，两构件直接接触组成转动副的瞬心 P_{13} 和组成移动副的瞬心 P_{23} ，由于凸轮 1 和从动件 2 组成既有滚动又有滑动的高副，则 P_{12} 在过凸轮 1 和构件 2 轮廓线接触点 M 处的公法线 $n-n$ 上，再根据三心定理可知 P_{12} 在连线 $P_{13}P_{23}$ 上（瞬心 P_{23} 可按需要沿移动副导路方向移动，直至 P_{23} 与 P_{13} 连线与移动副导路垂直），所以 P_{12} 应在这两条线的交点处。又因瞬心 P_{12} 应是凸轮 1 和从动件 2 的等速重合点，故可求得从动件 2 的移动速度

$$v_2 = v_{P_{12}} = \omega_1 \overline{P_{13}P_{12}} \mu_l$$



3. 齿轮-连杆机构

如图 3-8a 所示的齿轮-连杆机构中,若已知各构件的尺寸和主动件齿轮 1 的角速度 ω_1 为顺时针回转,求图示位置时机构的全部瞬心和构件 3 的角速度 ω_3 。

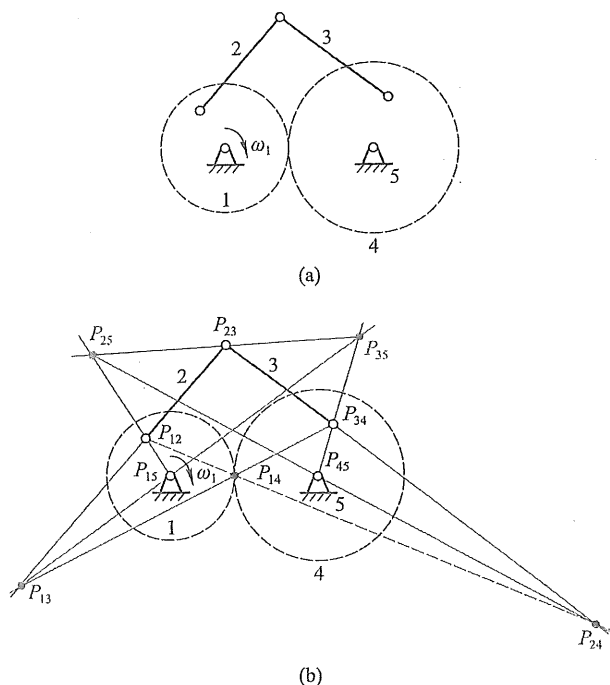


图 3-8

该机构有 5 个构件,根据式(3-1)可知,共有 10 个瞬心,其中由构件直接连接组成运动副的瞬心有 5 个,分别为 P_{12} 、 P_{23} 、 P_{34} 、 P_{45} 和 P_{15} 。瞬心 P_{14} 在两齿轮的节点处,即两节圆的交点处(见第七章)。还剩下 4 个未知瞬心,其位置的确定非常困难,因此借助瞬心多边形法确定。

对于图 3-8a 所示的齿轮-连杆机构,按瞬心多边形法,画出凸五边形的 5 个顶点 1、2、3、4 和 5,表示该机构的 5 个构件。用实线连接顶点 1、2,表示已知瞬心 P_{12} 。同理,可表示出其他 5 个已知瞬心 P_{23} 、 P_{34} 、 P_{45} 、 P_{15} 和 P_{14} ,如图 3-9a 所示。本题可按如下步骤求其他 4 个未知瞬心。

(1) 求瞬心 P_{13} 。在图 3-9b 中,用虚线连接顶点 1 和 3,表示未知瞬心 P_{13} 。由图可知,代表瞬心 P_{12} 、 P_{23} 和 P_{34} 、 P_{45} 的线分别能与代表瞬心 P_{13} 的线组成两个三角形 $\triangle 132$ 和 $\triangle 134$ 。所以瞬心 P_{13} 在连线 $P_{12}P_{23}$ 、 $P_{34}P_{45}$ 的交点处,如图 3-8b



所示。求得瞬心 P_{13} 后, 在图 3-9b 中将代表未知瞬心 P_{13} 的虚线改成实线, 如图 3-9c 所示。

(2) 求瞬心 P_{35} 。由图 3-9c 可知, 瞬心 P_{35} 在连线 $P_{13}P_{15}$ 、 $P_{34}P_{45}$ 的交点处, 如图 3-8b 所示。

(3) 求瞬心 P_{25} 。由图 3-9d 可知, 瞬心 P_{25} 在连线 $P_{12}P_{15}$ 、 $P_{23}P_{35}$ 的交点处, 如图 3-8b 所示。

(4) 求瞬心 P_{24} 。由图 3-9e 可知, 以代表未知瞬心 P_{24} 的线段为公共边可组成三个三角形 $\triangle 241$ 、 $\triangle 245$ 和 $\triangle 243$ 。任取其中两个三角形即可求出未知瞬心 P_{24} 的位置。本题取 $\triangle 245$ 和 $\triangle 243$ 。瞬心 P_{24} 在连线 $P_{25}P_{45}$ 、 $P_{23}P_{34}$ 的交点处, 如图 3-8b 所示。

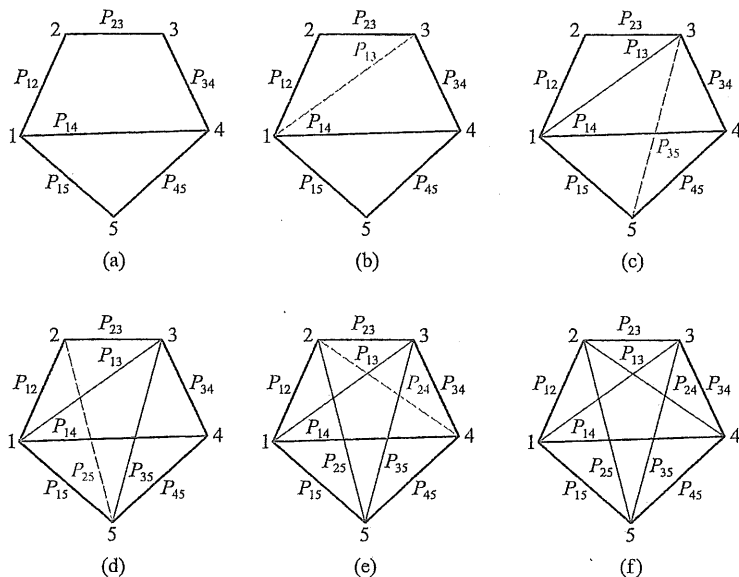


图 3-9

至此, 瞬心多边形中, 任意两点间的连线都已是实线, 如图 3-9f 所示, 则表示该齿轮-连杆机构的 10 个瞬心的位置全部确定, 如图 3-8b 所示。又因瞬心 P_{13} 是构件 1 和构件 3 的等速重合点, 即构件 1 和构件 3 分别绕绝对速度瞬心 P_{15} 和 P_{35} 转动时, 在重合点 P_{13} 处的线速度大小相等、方向相同。则有

$$\omega_1 \overline{P_{13}P_{15}}\mu_l = \omega_3 \overline{P_{13}P_{35}}\mu_l$$

由上式, 即可求得构件 3 的角速度



$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\overline{P_{13}P_{15}}}{\overline{P_{13}P_{35}}}$$

对于图 3-8a 所示的齿轮-连杆机构,如果只要求求出构件 3 的角速度 ω_3 ,则只需求出绝对速度瞬心 P_{15} 、 P_{35} 和相对速度瞬心 P_{13} ,即可根据瞬心的概念求出 ω_3 ,不必求出全部瞬心。

通过上述例子的分析可见,利用瞬心法对构件数目较少的平面机构进行速度分析很方便。但对于瞬心数目多的多杆机构的速度分析,就显得很烦琐。最大的缺点是,该方法无法对机构进行加速度分析。又由于该方法是图解法,精确度较差,所以应用起来有很大的局限性。

§3-3 用杆组法对平面连杆机构进行速度和加速度分析

各种不同类型的平面连杆机构都可以用杆组法进行运动分析。在生产实际中,应用最多的是 II 级机构,III 级和 IV 级机构应用较少,本章只讨论 II 级机构运动分析问题。II 级机构是由 I 级机构和 II 级基本杆组组成的。II 级基本杆组只有表 2-3 中的五种类型,本章只介绍单一构件(I 级机构)和 RRR、RRP II 级杆组运动分析的数学模型,其余几种常用 II 级杆组运动分析的数学模型在附录 I 中给予介绍。

一、杆组法运动分析的数学模型及子程序

1. 同一构件上点的运动分析

(1) 数学模型

同一构件上点的运动分析,是指已知该构件的运动参数(位置、速度和加速度)和构件的角位置、角速度和角加速度以及所求点到已知点的距离,求该构件上任意点的位置、速度和加速度。如图 3-10 所示的构件 AB,若已知运动副 A 的位置 x_A 、 y_A ,速度 $\dot{x}_A$ 、 $\dot{y}_A$,加速度 $\ddot{x}_A$ 、 $\ddot{y}_A$ 和构件的角位置 φ_i 、角速度 $\dot{\varphi}_i$ 、角加速度 $\ddot{\varphi}_i$ 及所求点 B 到点 A 的距离 $AB = l_i$,求点 B 的位置、速度和加速度。这种运动分析常用于求解主动件(I 级机构)、连杆和摇杆上点的运动。

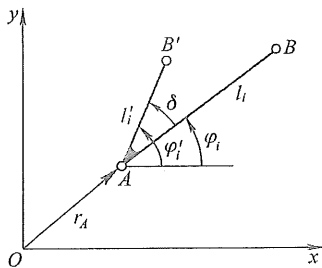


图 3-10

1) 位置分析 由图 3-10 可得所求点 B 的矢量方程为



$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{l}_i$$

在 x, y 轴上的投影坐标方程为

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x_A + l_i \cos \varphi_i \\ y_B &= y_A + l_i \sin \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (3-2)$$

2) 速度和加速度分析 将式(3-2)对时间 t 求导, 即可得出速度方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_B}{dt} &= \dot{x}_B = \dot{x}_A - \dot{\varphi}_i l_i \sin \varphi_i \\ \frac{dy_B}{dt} &= \dot{y}_B = \dot{y}_A + \dot{\varphi}_i l_i \cos \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (3-3)$$

再将式(3-3)对时间 t 求导, 即可得出加速度方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 x_B}{dt^2} &= \ddot{x}_B = \ddot{x}_A - \ddot{\varphi}_i l_i \cos \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 l_i \sin \varphi_i \\ \frac{d^2 y_B}{dt^2} &= \ddot{y}_B = \ddot{y}_A - \ddot{\varphi}_i l_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 l_i \cos \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (3-4)$$

式(3-3)和式(3-4)中, $\dot{\varphi}_i = \frac{d\varphi_i}{dt} = \omega_i$, $\ddot{\varphi}_i = \frac{d^2\varphi_i}{dt^2} = \alpha_i$ 分别是构件的角速度和角加速度。

若点 A 为固定转动副(与机架相固连), 即 x_A, y_A 为常数, 则该点的速度 $\dot{x}_A, \dot{y}_A$ 和加速度 $\ddot{x}_A, \ddot{y}_A$ 均为零, 此时构件 AB 和机架组成 I 级机构。若 $0^\circ < \varphi_i < 360^\circ$, 点 B 相当于摇杆上的点; 若 $\varphi_i \geq 360^\circ$ (AB 整周回转), 点 B 相当于曲柄上的点。若点 A 不固定时, 构件 AB 就相当于作平面运动的连杆。为求出点 B 的位置和运动, 必须先给定点 A 的位置和运动参数。若要求出连杆上任一点 B' 的运动参数, 只要再给出 AB' 的长度 l'_i 和夹角 δ 即可。

(2) VB 子程序

1) 子程序名称为 RR, 它不仅适用于曲柄的运动分析, 对于连杆或摇杆等单构件, 若已知其上一一点的位置、运动参数以及该构件的角速度、角加速度时, 应用本子程序也可计算出该构件上任意点的位置和运动参数。

2) 子程序中的变量与式(3-2)~式(3-4)和图 3-10 中的符号对应关系见表 3-1。需要着重说明的是表 3-1 中的输入参数 sA, vA, aA 和输出参数 sB, vB, aB 都是二维数组, 各包含两个元素, 第一个元素为 x 方向的分量, 第二个元素为 y 方向的分量。



表 3-1 同一构件上点的运动分析子程序变量与公式中变量的符号对应关系

公式变量	程序变量	公式变量	程序变量	公式变量	程序变量
x_A	sA(1)	φ_i	phi_i	$y_{B'}$	sB(2)
y_A	sA(2)	$\omega_i (= \dot{\varphi}_i)$	omega_i	$\dot{x}_{B'}$	vB(1)
$\dot{x}_A$	vA(1)	$\alpha_i (= \ddot{\varphi}_i)$	alpha_i	$\dot{y}_{B'}$	vB(2)
$\dot{y}_A$	vA(2)	l'_i	l_i	$\ddot{x}_{B'}$	aB(1)
$\ddot{x}_A$	aA(1)	δ	delta_i	$\ddot{y}_{B'}$	aB(2)
$\ddot{y}_A$	aA(2)	$x_{B'}$	sB(1)		

3) 输入与输出参数

该子程序通过自定义数据类型的方式,使调用的子程序(函数)返回多个值。调用子程序时,函数名 RR 后括号内的输入参数 sA、vA、aA、phi_i、omega_i、alpha_i、l_i、delta_i 必须给出对应的实际参数,否则,程序无法计算或计算结果出错。通过程序计算后,输出参数 sB、vB、aB,调用程序前需对其进行定义。

4) 子程序清单

'自定义 RR 的数据类型

Private Type ProgramRR

sBx As Double:sBy As Double

vBx As Double:vBy As Double

aBx As Double:aBy As Double

End Type

'RR 子程序

Private Function RR(sA() As Double, vA() As Double, aA() As Double, ByVal phi_i As Double, ByVal omega_i As Double, ByVal alpha_i As Double, ByVal l_i As Double, ByVal delta_i As Double) As ProgramRR

Dim sB(1 To 2) As Double, vB(1 To 2) As Double, aB(1 To 2) As Double

sB(1) = sA(1) + l_i * Math.Cos(phi_i + delta_i)

sB(2) = sA(2) + l_i * Math.Sin(phi_i + delta_i)

vB(1) = vA(1) - omega_i * l_i * Math.Sin(phi_i + delta_i)

vB(2) = vA(2) + omega_i * l_i * Math.Cos(phi_i + delta_i)

aB(1) = aA(1) - omega_i^2 * l_i * Math.Cos(phi_i + delta_i) - alpha_i



```

* l_i * Math.Sin(phi_i+delta_i)
      aB(2)=aA(2)-omega_i^2 * l_i * Math.Sin(phi_i+delta_i)+alpha_i
* l_i * Math.Cos(phi_i+delta_i)
      RR.sBx=sB(1);RR.sBy=sB(2)
      RR.vBx=vB(1);RR.vBy=vB(2)
      RR.aBx=aB(1);RR.aBy=aB(2)

```

End Function

2. RRR II 级杆组的运动分析

(1) 数学模型

对于 II 级杆组的运动分析,与前面运动方程式的推导类似,只要列出位置方程和角位移方程,一次求导后即得出速度和角速度方程。若再次求导,就可以得到加速度和角加速度方程,这里不做详细推导,只给出 RRR II 级杆组的运动分析基本公式,具体推导和应用例题参见文献[10]。

图 3-11 所示是由三个转动副和两个构件组成的 II 级杆组。已知两杆的杆长 l_i, l_j 和两个外运动副 B, D 的位置 (x_B, y_B, x_D, y_D) 、速度 $(\dot{x}_B, \dot{y}_B, \dot{x}_D, \dot{y}_D)$ 和加速度 $(\ddot{x}_B, \ddot{y}_B, \ddot{x}_D, \ddot{y}_D)$ 。求内运动副 C 的位置 (x_C, y_C) 、速度 $(\dot{x}_C, \dot{y}_C)$ 、加速度 $(\ddot{x}_C, \ddot{y}_C)$ 以及两杆的角位置 (φ_i, φ_j) 、角速度 $(\dot{\varphi}_i, \dot{\varphi}_j)$ 和角加速度 $(\ddot{\varphi}_i, \ddot{\varphi}_j)$ 。

1) 位置方程 内运动副 C 的矢量方程为

$$\mathbf{r}_C = \mathbf{r}_B + \mathbf{l}_i = \mathbf{r}_D + \mathbf{l}_j$$

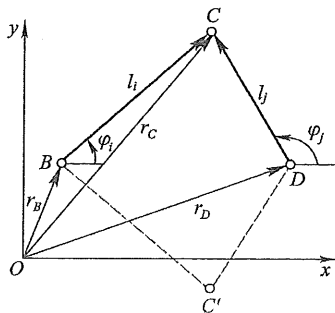


图 3-11

由其在 x, y 轴上的投影,可得内运动副 C 的位置方程

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_B + l_i \cos \varphi_i = x_D + l_j \cos \varphi_j \\ y_C &= y_B + l_i \sin \varphi_i = y_D + l_j \sin \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (3-5)$$

为求解式(3-5),应先求出 φ_i 或 φ_j ,将式(3-5)移项后分别平方相加,消去 φ_j 得

$$A_0 \cos \varphi_i + B_0 \sin \varphi_i - C_0 = 0 \quad (3-5')$$

式中:

$$A_0 = 2l_i(x_D - x_B)$$



$$B_0 = 2l_i(\gamma_D - \gamma_B)$$

$$C_0 = l_i^2 + l_{BD}^2 - l_j^2$$

其中, $l_{BD} = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$ 。

为保证机构的装配, 必须同时满足

$$l_{BD} \leq l_i + l_j \quad \text{和} \quad l_{BD} \geq |l_i - l_j|$$

解三角方程式(3-5')可求得

$$\varphi_i = 2 \arctan \frac{B_0 \pm \sqrt{A_0^2 + B_0^2 - C_0^2}}{A_0 + C_0} \quad (3-6)$$

式(3-6)中, “+”表示 B 、 C 、 D 三个运动副为顺时针排列(图 3-11 中的实线位置); “-”表示 B 、 C 、 D 三个运动副为逆时针排列(虚线位置)。它表示已知两个外运动副 B 、 D 的位置和杆长 l_i 、 l_j 后, 该杆组可有两种位置。为下面编程方便, 用变量 M 代表式(3-6)中的“ $\pm$ ”号, 当 B 、 C 、 D 三个运动副为顺时针排列时, $M = 1$; 当 B 、 C 、 D 三个运动副为逆时针排列时, $M = -1$ 。因此, 式(3-6)可改写为

$$\varphi_i = 2 \arctan \frac{B_0 + M \sqrt{A_0^2 + B_0^2 - C_0^2}}{A_0 + C_0}$$

将 φ_i 代入式(3-5)可求得 x_C 、 y_C , 而后即可求得

$$\varphi_j = \arctan \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D} \quad (3-7)$$

2) 速度方程 将式(3-5)对时间求导可得两杆的角速度 ω_i 、 ω_j 为

$$\left. \begin{aligned} \omega_i = \dot{\varphi}_i &= [C_j(\dot{x}_D - \dot{x}_B) + S_j(\dot{y}_D - \dot{y}_B)] / G_1 \\ \omega_j = \dot{\varphi}_j &= [C_i(\dot{x}_D - \dot{x}_B) + S_i(\dot{y}_D - \dot{y}_B)] / G_1 \end{aligned} \right\} \quad (3-8)$$

式中:

$$G_1 = C_i S_j - C_j S_i$$

$$C_i = l_i \cos \varphi_i, \quad S_i = l_i \sin \varphi_i$$

$$C_j = l_j \cos \varphi_j, \quad S_j = l_j \sin \varphi_j$$

内运动副 C 点的速度 v_{Cx} 、 v_{Cy} 为

$$\left. \begin{aligned} v_{Cx} = \dot{x}_C &= \dot{x}_B - \dot{\varphi}_i l_i \sin \varphi_i = \dot{x}_D - \dot{\varphi}_j l_j \sin \varphi_j \\ v_{Cy} = \dot{y}_C &= \dot{y}_B + \dot{\varphi}_i l_i \cos \varphi_i = \dot{y}_D + \dot{\varphi}_j l_j \cos \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (3-9)$$

3) 加速度方程 两杆的角加速度 α_i 、 α_j 为

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i = \ddot{\varphi}_i &= (G_2 C_j + G_3 S_j) / G_1 \\ \alpha_j = \ddot{\varphi}_j &= (G_2 C_i + G_3 S_i) / G_1 \end{aligned} \right\} \quad (3-10)$$

式中:

$$G_2 = \ddot{x}_D - \ddot{x}_B + \dot{\varphi}_i^2 C_i - \dot{\varphi}_j^2 C_j$$

$$G_3 = \ddot{y}_D - \ddot{y}_B + \dot{\varphi}_i^2 S_i - \dot{\varphi}_j^2 S_j$$

内运动副 C 的加速度 a_{Cx} 、 a_{Cy} 为

$$\left. \begin{aligned} a_{Cx} &= \ddot{x}_C = \ddot{x}_B - \ddot{\varphi}_i l_i \sin \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 l_i \cos \varphi_i \\ a_{Cy} &= \ddot{y}_C = \ddot{y}_B + \ddot{\varphi}_i l_i \cos \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 l_i \sin \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

(2) VB 子程序

1) 子程序名称为 RRR, 用于计算 RRR II 级杆组中点 C 的位移、速度和加速度及 BC 杆和 CD 杆的角位移、角速度和角加速度。

2) 子程序中的变量与式 (3-5) ~ 式 (3-11) 中的符号对应关系见表 3-2。其中, sB 、 vB 、 aB 和 sD 、 vD 、 aD 均为二维数组, 第 1 个元素为 x 方向的分量, 第 2 个元素为 y 方向的分量。

表 3-2 RRR II 级杆组子程序变量与公式中变量的符号对应关系

公式变量	程序变量	公式变量	程序变量	公式变量	程序变量
l_i	<code>l_i</code>	x_D	<code>sD(1)</code>	$\dot{y}_C$	<code>vC(2)</code>
l_j	<code>l_j</code>	y_D	<code>sD(2)</code>	$\ddot{x}_C$	<code>aC(1)</code>
M	<code>DIR_flag</code>	$\dot{x}_D$	<code>vD(1)</code>	$\ddot{y}_C$	<code>aC(2)</code>
x_B	<code>sB(1)</code>	$\dot{y}_D$	<code>vD(2)</code>	φ_i	<code>phi_i</code>
y_B	<code>sB(2)</code>	$\ddot{x}_D$	<code>aD(1)</code>	$\dot{\varphi}_i$	<code>omega_i</code>
$\dot{x}_B$	<code>vB(1)</code>	$\ddot{y}_D$	<code>aD(2)</code>	$\ddot{\varphi}_i$	<code>alpha_i</code>
$\dot{y}_B$	<code>vB(2)</code>	x_C	<code>sC(1)</code>	φ_j	<code>phi_j</code>
$\ddot{x}_B$	<code>aB(1)</code>	y_C	<code>sC(2)</code>	$\dot{\varphi}_j$	<code>omega_j</code>
$\ddot{y}_B$	<code>aB(2)</code>	$\dot{x}_C$	<code>vC(1)</code>	$\ddot{\varphi}_j$	<code>alpha_j</code>

3) 输入与输出参数

该子程序通过自定义数据类型的方式, 使调用的子程序 (函数) 返回多个值。调用子程序时, 函数名 RRR 后括号内的输入参数 sB 、 vB 、 aB 、 sD 、 vD 、 aD 、`l_i`、`l_j`、`DIR_flag` 必须给出对应的实际参数, 否则, 程序无法计算或计算结果出错。通过程序计算后, 可有选择地返回参数。返回参数的含义如下:

① sCx 、 sCy 、 vCx 、 vCy 、 aCx 、 aCy 分别为点 C 的位置、速度和加速度在 x 、 y 方向的分量;

② $BCphi$ 、 $BComega$ 、 $BCalpha$ 分别为 BC 杆的角位置、角速度和角加速度;

③ $CDphi$ 、 $CDomega$ 、 $CDalpha$ 分别为 CD 杆的角位置、角速度和角加速度。



4) 子程序清单

'自定义 RRR 的数据类型

Private Type ProgramRRR

sCx As Double; sCy As Double; vCx As Double; vCy As Double; aCx As Double;

aCy As Double

BCphi As Double; BComega As Double; BCalpha As Double

CDphi As Double; CDomega As Double; CDalpha As Double

End Type

'RRR 子程序

Private Function RRR(sB() As Double, vB() As Double, aB() As Double,
sD() As Double, vD() As Double, aD() As Double, ByVal l_i As Double, ByVal
l_j As Double, ByVal DIR_flag As Integer) As ProgramRRR

Dim l_BD As Double, phi_DB As Double, phi_CBD As Double, Ci As
Double, Si As Double, Cj As Double, Sj As Double

Dim sC(1 To 2) As Double, vC(1 To 2) As Double, aC(1 To 2) As Double

Dim phi_i As Double, omega_i As Double, alpha_i As Double

Dim phi_j As Double, omega_j As Double, alpha_j As Double

Dim G1 As Double, G2 As Double, G3 As Double

Dim Exp As Double

Dim PI As Double

PI = 4 * Math.Atn(1)

l_BD = ((sD(1) - sB(1))^2 + (sD(2) - sB(2))^2)^0.5

Select Case DIR_flag

Case 1

If (sD(1) >= sB(1)) And (sD(2) > sB(2)) Then

If (sD(1) = sB(1)) Then

phi_DB = PI/2

Else

phi_DB = Math.Atn((sD(2) - sB(2)) / (sD(1) - sB(1)))

End If

If (l_BD = Math.Abs(l_i - l_j)) Then

If (l_i > l_j) Then

phi_CBD = 0



```

Else
    phi_CBD = PI
End If

Else
    Exp = (l_i^2 + l_BD^2 - l_j^2) / (2 * l_i * l_BD)
    phi_CBD = acos(Exp)
End If

phi_i = phi_DB + phi_CBD

ElseIf( (sD(1) < sB(1)) And (sD(2) >= sB(2)) ) Then
    If( sD(2) = sB(2) ) Then
        phi_DB = PI
    Else
        phi_DB = PI + Math.Atn((sD(2) - sB(2)) / (sD(1) - sB(1)))
    End If
    Exp = (l_i^2 + l_BD^2 - l_j^2) / (2 * l_i * l_BD)
    phi_CBD = acos(Exp)
    phi_i = phi_DB + phi_CBD

ElseIf( sD(1) < sB(1) ) And ( sD(2) < sB(2) ) Then
    If( sD(1) = sB(1) ) Then
        phi_DB = 3 * PI / 2
    Else
        phi_DB = PI + Math.Atn((sD(2) - sB(2)) / (sD(1) - sB(1)))
    End If
    Exp = (l_i^2 + l_BD^2 - l_j^2) / (2 * l_i * l_BD)
    phi_CBD = acos(Exp)
    phi_i = phi_DB + phi_CBD

ElseIf( sD(1) > sB(1) ) And ( sD(2) <= sB(2) ) Then
    If( sD(2) = sB(2) ) Then
        phi_DB = 0
    Else
        phi_DB = 2 * PI + Math.Atn((sD(2) - sB(2)) / (sD(1) - sB(1)))
    End If
    Exp = (l_i^2 + l_BD^2 - l_j^2) / (2 * l_i * l_BD)
    phi_CBD = acos(Exp)

```



```

phi_i=phi_DB+phi_CBD
End If
Case-1
If(sD(1)>=sB(1)) And(sD(2)>sB(2)) Then
    If(sD(1)=sB(1)) Then
        phi_DB=PI/2
    Else
        phi_DB=Math.Atn((sD(2)-sB(2))/(sD(1)-sB(1)))
    End If
    Exp=(l_i^2+l_BD^2-l_j^2)/(2*l_i*l_BD)
    phi_CBD=acos(Exp)
    phi_i=phi_DB-phi_CBD
ElseIf(sD(1)<sB(1)) And(sD(2)>=sB(2)) Then
    phi_DB=PI+Math.Atn((sD(2)-sB(2))/(sD(1)-sB(1)))
    Exp=(l_i^2+l_BD^2-l_j^2)/(2*l_i*l_BD)
    phi_CBD=acos(Exp)
    phi_i=phi_DB-phi_CBD
ElseIf(sD(1)<=sB(1)) And(sD(2)<sB(2)) Then
    If(sD(2)=sB(2)) Then
        phi_DB=3*PI/2
    Else
        phi_DB=PI+Math.Atn((sD(2)-sB(2))/(sD(1)-sB(1)))
    End If
    Exp=(l_i^2+l_BD^2-l_j^2)/(2*l_i*l_BD)
    phi_CBD=acos(Exp)
    phi_i=phi_DB-phi_CBD
ElseIf(sD(1)>sB(1)) And(sD(2)<=sB(2)) Then
    phi_DB=2*PI+Math.Atn((sD(2)-sB(2))/(sD(1)-sB(1)))
    Exp=(l_i^2+l_BD^2-l_j^2)/(2*l_i*l_BD)
    phi_CBD=acos(Exp)
    phi_i=phi_DB-phi_CBD
End If
Case Else
    MsgBox("请输入正确的 M 值,M=1 或-1")

```



```

End Select
If(phi_i>(2 * PI)) Then
    phi_i=phi_i-2 * PI
ElseIf(phi_i<0) Then
    phi_i=phi_i+2 * PI
End If
sC(1)=sB(1)+l_i * Math.Cos(phi_i)
sC(2)=sB(2)+l_i * Math.Sin(phi_i)
If(sC(1)>sD(1) And sC(2)>=sD(2)) Then
    If sC(1)=sD(1) Then
        phi_j=PI/2
    Else
        phi_j=Math.Atn((sC(2)-sD(2))/(sC(1)-sD(1)))
    End If
ElseIf(sC(1)<sD(1) And sC(2)>=sD(2)) Then
    phi_j=PI+Math.Atn((sC(2)-sD(2))/(sC(1)-sD(1)))
ElseIf(sC(1)<sD(1) And sC(2)<sD(2)) Then
    If sC(1)=sD(1) Then
        phi_j=3 * PI/2
    Else
        phi_j=PI+Math.Atn((sC(2)-sD(2))/(sC(1)-sD(1)))
    End If
ElseIf(sC(1)>sD(1) And sC(2)<=sD(2)) Then
    phi_j=2 * PI+Math.Atn((sC(2)-sD(2))/(sC(1)-sD(1)))
End If
Ci=l_i * Math.Cos(phi_i)
Si=l_i * Math.Sin(phi_i)
Cj=l_j * Math.Cos(phi_j)
Sj=l_j * Math.Sin(phi_j)
G1=Ci * Sj-Cj * Si
omega_i=(Cj * (vD(1)-vB(1))+Sj * (vD(2)-vB(2)))/G1
omega_j=(Ci * (vD(1)-vB(1))+Si * (vD(2)-vB(2)))/G1
vC(1)=vD(1)-omega_j * l_j * Math.Sin(phi_j)
vC(2)=vD(2)+omega_j * l_j * Math.Cos(phi_j)

```



$$G2 = aD(1) - aB(1) + \omega_i^2 * Ci - \omega_j^2 * Cj$$

$$G3 = aD(2) - aB(2) + \omega_i^2 * Si - \omega_j^2 * Sj$$

$$\alpha_i = (G2 * Cj + G3 * Sj) / G1$$

$$\alpha_j = (G2 * Ci + G3 * Si) / G1$$

$$aC(1) = aB(1) - \alpha_i * l_i * \text{Math.Sin}(\phi_i) - \omega_i^2 * l_i * \text{Math.}$$

Cos(phi_i)

$$aC(2) = aB(2) + \alpha_i * l_i * \text{Math.Cos}(\phi_i) - \omega_i^2 * l_i * \text{Math.}$$

Sin(phi_i)

$$\text{RRR.BCphi} = \phi_i; \text{RRR.BComega} = \omega_i; \text{RRR.BCalpha} = \alpha_i$$

$$\text{RRR.CDphi} = \phi_j; \text{RRR.CDomega} = \omega_j; \text{RRR.CDalpha} = \alpha_j$$

$$\text{RRR.sCx} = sC(1); \text{RRR.sCy} = sC(2)$$

$$\text{RRR.vCx} = vC(1); \text{RRR.vCy} = vC(2)$$

$$\text{RRR.aCx} = aC(1); \text{RRR.aCy} = aC(2)$$

End Function

3. RRP II 级杆组运动分析

(1) 数学模型

RRP II 级杆组是由两个构件、一个外转动副、一个内转动副及一个外移动副组成的(图 3-12)。已知两杆长分别为 l_i 和 l_j (l_j 杆垂直滑块导路), 外转动副 B 的参数(x_B 、 y_B 、 $\dot{x}_B$ 、 $\dot{y}_B$ 、 $\ddot{x}_B$ 、 $\ddot{y}_B$), 滑块导路方向角 φ_j 和计算位移 s 时的参考点 K 的位置(x_K 、 y_K), 若导路运动(如导杆)时, 还必须给出点 K 和导路的运动参数(x_K 、 y_K 、 $\dot{x}_K$ 、 $\dot{y}_K$ 、 $\ddot{x}_K$ 、 $\ddot{y}_K$ 、 $\dot{\varphi}_j$ 、 $\ddot{\varphi}_j$)。求内运动副 C 的运动参数(x_C 、 y_C 、 $\dot{x}_C$ 、 $\dot{y}_C$ 、 $\ddot{x}_C$ 、 $\ddot{y}_C$)。

1) 位置方程 内转动副 C 的位置方程

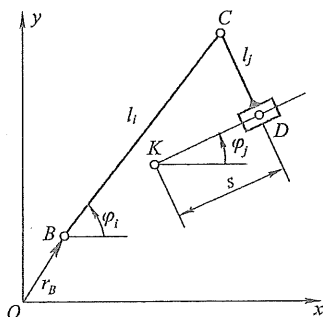


图 3-12

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_B + l_i \cos \varphi_i = x_K + s \cos \varphi_j - l_j \sin \varphi_j \\ y_C &= y_B + l_i \sin \varphi_i = y_K + s \sin \varphi_j + l_j \cos \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (3-12)$$

消去式(3-12)中的 s , 得

$$\varphi_i = \arcsin \frac{A_0 + l_j}{l_i} + \varphi_j$$



式中:

$$A_0 = (x_B - x_K) \sin \varphi_j - (y_B - y_K) \cos \varphi_j$$

为保证机构能够存在, 应满足装配条件 $|A_0 + l_j| \leq l_i$ 。求得 φ_i 后, 可按式 (3-12) 求得 x_C, y_C , 而后即可求得滑块的位移 s :

$$s = (x_C - x_K + l_i \sin \varphi_j) / \cos \varphi_j = (y_C - y_K - l_i \cos \varphi_j) / \sin \varphi_j \quad (3-13)$$

滑块上点 D 的位置方程

$$\left. \begin{aligned} x_D &= x_K + s \cos \varphi_j \\ y_D &= y_K + s \sin \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (3-14)$$

2) 速度方程 l_i 杆的角速度 ω_i 和滑块 D 沿导路的移动速度 v_D :

$$\omega_i = \dot{\varphi}_i = (-Q_1 \sin \varphi_j + Q_2 \cos \varphi_j) / Q_3 \quad (3-15)$$

$$v_D = \dot{s} = -(Q_1 l_i \cos \varphi_i + Q_2 l_i \sin \varphi_i) / Q_3 \quad (3-16)$$

式中:

$$Q_1 = \dot{x}_K - \dot{x}_B - \dot{\varphi}_j (s \sin \varphi_j + l_j \cos \varphi_j)$$

$$Q_2 = \dot{y}_K - \dot{y}_B + \dot{\varphi}_j (s \cos \varphi_j - l_j \sin \varphi_j)$$

$$Q_3 = l_i \sin \varphi_i \sin \varphi_j + l_i \cos \varphi_i \cos \varphi_j$$

内转动副 C 的速度 v_{Cx}, v_{Cy} :

$$\left. \begin{aligned} v_{Cx} &= \dot{x}_C = \dot{x}_B - \dot{\varphi}_i l_i \sin \varphi_i \\ v_{Cy} &= \dot{y}_C = \dot{y}_B + \dot{\varphi}_i l_i \cos \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (3-17)$$

外移动副 D 的速度:

$$\left. \begin{aligned} v_{Dx} &= \dot{x}_D = \dot{x}_K + \dot{s} \cos \varphi_j - \dot{\varphi}_j s \sin \varphi_j \\ v_{Dy} &= \dot{y}_D = \dot{y}_K + \dot{s} \sin \varphi_j + \dot{\varphi}_j s \cos \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (3-18)$$

3) 加速度方程 l_i 杆的角加速度 α_i 和滑块沿导路移动的加速度 $\ddot{s}$:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \ddot{\varphi}_i = (-Q_4 \sin \varphi_j + Q_5 \cos \varphi_j) / Q_3 \\ \ddot{s} &= (-Q_4 l_i \cos \varphi_i - Q_5 l_i \sin \varphi_i) / Q_3 \end{aligned} \right\} \quad (3-19)$$

式中:

$$Q_4 = \ddot{x}_K - \ddot{x}_B + \dot{\varphi}_i^2 l_i \cos \varphi_i - \ddot{\varphi}_j (s \sin \varphi_j + l_j \cos \varphi_j) - \dot{\varphi}_j^2 (s \cos \varphi_j - l_j \sin \varphi_j) - 2 \dot{\varphi}_j \dot{s} \sin \varphi_j$$

$$Q_5 = \ddot{y}_K - \ddot{y}_B + \dot{\varphi}_i^2 l_i \sin \varphi_i + \ddot{\varphi}_j (s \cos \varphi_j - l_j \sin \varphi_j) - \dot{\varphi}_j^2 (s \sin \varphi_j + l_j \cos \varphi_j) + 2 \dot{\varphi}_j \dot{s} \cos \varphi_j$$

内转动副 C 的加速度 a_{Cx}, a_{Cy} :

$$\left. \begin{aligned} a_{Cx} &= \ddot{x}_C = \ddot{x}_B - \ddot{\varphi}_i l_i \sin \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 l_i \cos \varphi_i \\ a_{Cy} &= \ddot{y}_C = \ddot{y}_B + \ddot{\varphi}_i l_i \cos \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 l_i \sin \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (3-20)$$



滑块上点 D 的加速度 a_{Dx} 、 a_{Dy} :

$$\left. \begin{aligned} a_{Dx} &= \ddot{x}_D = \ddot{x}_K + \ddot{\alpha} \cos \varphi_j - s \ddot{\varphi}_j \sin \varphi_j - s \dot{\varphi}_j^2 \cos \varphi_j - 2\dot{s} \dot{\varphi}_j \sin \varphi_j \\ a_{Dy} &= \ddot{y}_D = \ddot{y}_K + \ddot{\alpha} \sin \varphi_j + s \ddot{\varphi}_j \cos \varphi_j - s \dot{\varphi}_j^2 \sin \varphi_j + 2\dot{s} \dot{\varphi}_j \cos \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (3-21)$$

(2) VB 子程序

- 1) 子程序名称为 RRP, 用于计算 RRP II 级杆组的位置、速度和加速度。
- 2) 子程序中的变量与式(3-12)~式(3-21)中的符号对应关系见表 3-3。

表 3-3 RRP II 级杆组子程序变量与公式中变量的符号对应关系

公式变量	程序变量	公式变量	程序变量	公式变量	程序变量
l_i	l_i	γ_K	sK(2)	$\ddot{x}_C$	aC(1)
l_j	l_j	$\dot{x}_K$	vK(1)	$\ddot{y}_C$	aC(2)
φ_j	phi_j	$\dot{\gamma}_K$	vK(2)	x_D	sD(1)
$\dot{\varphi}_j$	omega_j	$\ddot{x}_K$	aK(1)	γ_D	sD(2)
$\ddot{\varphi}_j$	alpha_j	$\ddot{\gamma}_K$	aK(2)	$\dot{x}_D$	vD(1)
x_B	sB(1)	φ_i	phi_i	$\dot{\gamma}_D$	vD(2)
γ_B	sB(2)	$\dot{\varphi}_i$	omega_i	$\ddot{x}_D$	aD(1)
$\dot{x}_B$	vB(1)	$\ddot{\varphi}_i$	alpha_i	$\ddot{\gamma}_D$	aD(2)
$\dot{\gamma}_B$	vB(2)	x_C	sC(1)	s	S
$\ddot{x}_B$	aB(1)	γ_C	sC(2)	$\dot{s}$	SS
$\ddot{\gamma}_B$	aB(2)	$\dot{x}_C$	vC(1)	$\ddot{s}$	SSS
x_K	sK(1)	$\dot{\gamma}_C$	vC(2)		

3) 输入与输出参数

该子程序通过自定义数据类型的方式,使调用的子程序(函数)返回多个值。调用子程序时,函数名 RRP 后括号内的输入参数 l_i 、 l_j 、 sB 、 vB 、 aB 、 sK 、 vK 、 aK 、 ϕ_i 、 ω_i 、 α_i 必须给出对应的实际参数,否则,程序无法计算或计算结果出错。通过程序计算后,可有选择地返回参数,返回参数的含义如下:

① sCx 、 sCy 、 vCx 、 vCy 、 aCx 、 aCy 分别为点 C 的位置、速度和加速度在 x 、 y 方向的分量;

② sDx 、 sDy 、 vDx 、 vDy 、 aDx 、 aDy 分别为点 D 的位置、速度和加速度在 x 、 y 方向的分量;

③ $BC\phi_i$ 、 $BC\omega_i$ 、 $BC\alpha_i$ 分别为 BC 杆的角位置、角速度和角加速度;



④ s_{SD} 、 v_{SD} 、 a_{SD} 分别为滑块 D 在导路方向的位移、速度和加速度。

4) 子程序清单

Private Type ProgramRRP

Bcphi As Double; BComaga As Double; BCalpha As Double

sCx As Double; sCy As Double; vCx As Double; vCy As Double; aCx As Double;

aCy As Double

sDx As Double; sDy As Double; vDx As Double; vDy As Double; aDx As Double; aDy As Double

sSD As Double; vSD As Double; aSD As Double

End Type

Private Function RRP(ByVal l_i As Double, ByVal l_j As Double, sB() As Double, vB() As Double, aB() As Double, sK() As Double, vK() As Double, aK() As Double, ByVal phi_j As Integer, ByVal omega_j As Integer, ByVal alpha_j As Integer) As ProgramRRP

Dim mp As Double, mn As Double, np As Double, CE As Double, alpha As Double

Dim S As Double, SS As Double, SSS As Double

Dim phi_i As Double, omega_i As Double, alpha_i As Double

Dim sC(1 To 2) As Double, vC(1 To 2) As Double, aC(1 To 2) As Double

Dim sD(1 To 2) As Double, vD(1 To 2) As Double, aD(1 To 2) As Double

Dim Q1 As Double, Q2 As Double, Q3 As Double, Q4 As Double, Q5 As Double

mp = -(sK(2) - sB(2)) * Math.Cos(phi_j)

mn = -(sK(1) - sB(1)) * Math.Sin(phi_j)

np = -mp + mn

CE = l_j - np

alpha = asin(CE / l_i)

phi_i = phi_j - alpha

sC(1) = sB(1) + l_i * Math.Cos(phi_i)

sC(2) = sB(2) + l_i * Math.Sin(phi_i)

S = (sC(1) - sK(1)) * Math.Cos(phi_j) + (sC(2) - sK(2)) * Math.Sin(phi_j)



$$\begin{aligned}
 sD(1) &= sK(1) + S * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) \\
 sD(2) &= sK(2) + S * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) \\
 Q1 &= vK(1) - vB(1) - \omega_j * (S * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + l_j * \text{Math.Cos}(\text{phi_j})) \\
 Q2 &= vK(2) - vB(2) + \omega_j * (S * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) - l_j * \text{Math.Sin}(\text{phi_j})) \\
 Q3 &= l_i * \text{Math.Sin}(\text{phi_i}) * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + l_i * \text{Math.Cos}(\text{phi_i}) * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) \\
 \omega_i &= (-Q1 * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + Q2 * \text{Math.Cos}(\text{phi_j})) / Q3 \\
 SS &= -(Q1 * l_i * \text{Math.Cos}(\text{phi_i}) + Q2 * l_i * \text{Math.Sin}(\text{phi_i})) / Q3 \\
 vC(1) &= vB(1) - \omega_i * l_i * \text{Math.Sin}(\text{phi_i}) \\
 vC(2) &= vB(2) + \omega_i * l_i * \text{Math.Cos}(\text{phi_i}) \\
 vD(1) &= vK(1) + SS * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) - SS * \omega_j * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) \\
 vD(2) &= vK(2) + SS * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + SS * \omega_j * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) \\
 Q4 &= aK(1) - aB(1) + \omega_i^2 * l_i * \text{Math.Cos}(\text{phi_i}) - \alpha_j * (S * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + l_j * \text{Math.Cos}(\text{phi_j})) - \omega_j^2 * (S * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) - l_j * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) - 2 * SS * \omega_j * \text{Math.Sin}(\text{phi_j})) \\
 Q5 &= aK(2) - aB(2) + \omega_i^2 * l_i * \text{Math.Sin}(\text{phi_i}) + \alpha_j * (S * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) - l_j * \text{Math.Sin}(\text{phi_j})) - \omega_j^2 * (S * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + l_j * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) + 2 * SS * \omega_j * \text{Math.Cos}(\text{phi_j})) \\
 \alpha_i &= (-Q4 * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + Q5 * \text{Math.Cos}(\text{phi_j})) / Q3 \\
 SSS &= (-Q4 * l_i * \text{Math.Cos}(\text{phi_i}) - Q5 * l_i * \text{Math.Sin}(\text{phi_i})) / Q3 \\
 aC(1) &= aB(1) - \alpha_i * l_i * \text{Math.Sin}(\text{phi_i}) - \omega_i^2 * \text{Math.Cos}(\text{phi_i}) \\
 aC(2) &= aB(2) + \alpha_i * l_i * \text{Math.Cos}(\text{phi_i}) - \omega_i^2 * \text{Math.Sin}(\text{phi_i}) \\
 aD(1) &= aK(1) + SSS * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) - S * \alpha_j * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) - S * \omega_j^2 * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) - 2 * SS * \omega_j * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) \\
 aD(2) &= aK(2) + SSS * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + S * \alpha_j * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) - S * \omega_j^2 * \text{Math.Sin}(\text{phi_j}) + 2 * SS * \omega_j * \text{Math.Cos}(\text{phi_j}) \\
 RRP.sCx &= sC(1) ; RRP.sCy = sC(2) \\
 RRP.vCx &= vC(1) ; RRP.vCy = vC(2) \\
 RRP.aCx &= aC(1) ; RRP.aCy = aC(2) \\
 RRP.sDx &= sD(1) ; RRP.sDy = sD(2) \\
 RRP.vDx &= vD(1) ; RRP.vDy = vD(2) \\
 RRP.aDx &= aD(1) ; RRP.aDy = aD(2)
 \end{aligned}$$



RRP.sSD=S;RRP.vSD=SS;RRP.aSD=SSS

RRP.Bcphi=phi_i;RRP.BComega=omega_i;RRP.BCalpha=alpha_i

End Function

二、运动分析举例

例 3-1 在图 3-13 所示的六杆机构中,已知各杆长 $l_{AB}=100\text{ mm}$ 、 $l_{BC}=300\text{ mm}$ 、 $l_{CD}=250\text{ mm}$ 、 $l_{BE}=300\text{ mm}$ 、 $l_{AD}=250\text{ mm}$ 、 $l_{EF}=400\text{ mm}$ 、 $H=350\text{ mm}$ 、 $\delta=30^\circ$,曲柄 AB 的角速度 $\omega_1=10\text{ rad/s}$ 。求滑块上点 F 的位移、速度和加速度。

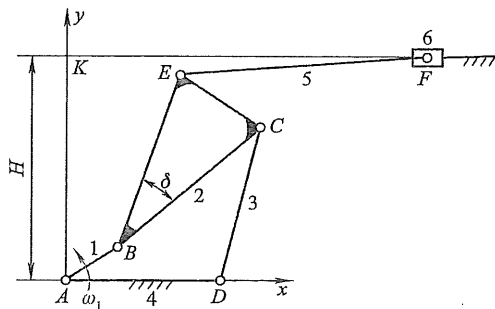


图 3-13

解:

(1) 划分基本杆组

该六杆机构由 I 级机构 AB 、RRR II 级基本组 BCD 和 RRP II 级基本组 EF 组成。

(2) 求解步骤

1) 建立坐标系

建立如图 3-13 所示的坐标系 Axy 。

2) 确定调用的子程序

① 在 I 级机构 AB 中,即已知构件上点 A 的运动参数,求同一构件上转动副点 B 的运动参数,调用 I 级机构子程序 RR 即可求解。此时,程序中 $\delta=0^\circ$,点 A 与机架固连。

② 在 RRR II 级杆组 BCD 中,已知 B 、 D 两点运动参数后,调用 RRR 基本杆组子程序求解内运动副点 C 的运动参数($x_c, y_c, \dot{x}_c, \dot{y}_c, \ddot{x}_c, \ddot{y}_c$)和构件 BC 、 CD 的角运动参数($\varphi_2, \varphi_3, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \ddot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_3$)。对照图 3-11,三个转动副 B 、 C 、 D 为顺时针排列,因此,在 RRR 子程序中需给定模式参数 $M=1$ 。

③ 点 E 相当 BCE 杆(同一构件)上的点,在已知点 B 运动参数的情况下,调



用求同一构件上点的运动分析子程序 RR(与 I 级机构相同,此时 $\delta = 30^\circ$), 求出点 E 的运动参数。

④ 再调用 RRP II 级基本杆组子程序 RRP 求出滑块上点 F 的位移、速度和加速度。对照图 3-12, 该例中 l_f 为 0, 即图 3-12 中的点 C 和点 D 重合。

3) VB 主程序

```
Private Sub Cal_Example3_1()
    Dim PI As Double
    PI = 4 * Math.Atn(1)
    Dim i As Integer
    Dim sA(1 To 2) As Double, vA(1 To 2) As Double, aA(1 To 2)
As Double
    Dim sK(1 To 2) As Double, vK(1 To 2) As Double, aK(1 To 2)
As Double
    Dim sD(1 To 2) As Double, vD(1 To 2) As Double, aD(1 To 2)
As Double
    Dim l_AB As Double, phi As Double, omega_1 As Double, alpha_1 As
Double, delta_RR1 As Double
    Dim l_BC As Double, l_CD As Double, M As Integer
    Dim l_BE As Double, delta_RR2 As Double
    Dim l_EF As Double
    Dim phi_2 As Double, omega_2 As Double, alpha_2 As Double
    sA(1) = 0
    sA(2) = 0
    vA(1) = 0
    vA(2) = 0
    aA(1) = 0
    aA(2) = 0
    l_AB = 100
    omega_1 = 10
    alpha_1 = 0
    delta_RR1 = 0
    l_BC = 300
    l_CD = 250
    sD(1) = 250
```



```

sD(2)=0
vD(1)=0
vD(2)=0
aD(1)=0
aD(2)=0
M=1
l_BE=300
delta_RR2=30 * PI / 180
l_EF=400
sK(1)=0
sK(2)=350
vK(1)=0
vK(2)=0
aK(1)=0
aK(2)=0
phi_2=0
omega_2=0
alpha_2=0
Dim sB(1 To 2) As Double
Dim vB(1 To 2) As Double
Dim aB(1 To 2) As Double
Dim P_C(1 To 6) As Double
Dim P_BC(1 To 3) As Double
Dim P_CD(1 To 3) As Double
Dim P_E(1 To 6) As Double
Dim P_EF(1 To 3) As Double
Dim P_F(1 To 2) As Double
Dim P_FF(1 To 3) As Double
Open "c:\滑块 F 的在导路方向的运动参数.txt" For Append As #1
Print #1, "曲柄转角" & vbTab; "X6" & vbTab; "Y6" & vbTab & "滑
块位移" & vbTab & "滑块速度" & vbTab & "滑块加速度"
For i=0 To 72
    phi=i * 5 * PI / 180
    '调用 RR 子程序

```



```

sB(1)=RR(sA, vA, aA, phi, omega_1, alpha_1, l_AB, delta_RR1).sBx
sB(2)=RR(sA, vA, aA, phi, omega_1, alpha_1, l_AB, delta_RR1).sBy
vB(1)=RR(sA, vA, aA, phi, omega_1, alpha_1, l_AB, delta_RR1).vBx
vB(2)=RR(sA, vA, aA, phi, omega_1, alpha_1, l_AB, delta_RR1).vBy
aB(1)=RR(sA, vA, aA, phi, omega_1, alpha_1, l_AB, delta_RR1).aBx
aB(2)=RR(sA, vA, aA, phi, omega_1, alpha_1, l_AB, delta_RR1).aBy
'调用 RRR 子程序

```

```

P_C(1)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).sCx
P_C(2)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).sCy
P_C(3)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).vCx
P_C(4)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).vCy
P_C(5)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).aCx
P_C(6)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).aCy
P_BC(1)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).Bcphi
P_BC(2)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).BComega
P_BC(3)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).BCalpha
P_CD(1)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).CDphi
P_CD(2)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).CDomega
P_CD(3)=RRR(sB, vB, aB, sD, vD, aD, l_BC, l_CD, M).CDalpha
'调用 RR 子程序

```

```

P_E(1)=RR(sB, vB, aB, P_BC(1), P_BC(2), P_BC(3), l_
BE, delta_RR2).sBx

```

```

P_E(2)=RR(sB, vB, aB, P_BC(1), P_BC(2), P_BC(3), l_
BE, delta_RR2).sBy

```

```

P_E(3)=RR(sB, vB, aB, P_BC(1), P_BC(2), P_BC(3), l_
BE, delta_RR2).vBx

```

```

P_E(4)=RR(sB, vB, aB, P_BC(1), P_BC(2), P_BC(3), l_
BE, delta_RR2).vBy

```

```

P_E(5)=RR(sB, vB, aB, P_BC(1), P_BC(2), P_BC(3), l_
BE, delta_RR2).aBx

```

```

P_E(6)=RR(sB, vB, aB, P_BC(1), P_BC(2), P_BC(3), l_
BE, delta_RR2).aBy

```

'调用 RRP 子程序

```

Dim sE(1 To 2) As Double, vE(1 To 2) As Double, aE(1 To 2)

```



As Double

```
sE(1)=P_E(1):sE(2)=P_E(2):vE(1)=P_E(3):vE(2)=P_E(4):aE(1)=P_E(5):aE(2)=P_E(6)
```

```
P_F(1)=RRP(l_EF, 0, sE, vE, aE, sK, vK, aK, phi_2, omega_2, alpha_2).sDx
```

```
P_F(2)=RRP(l_EF, 0, sE, vE, aE, sK, vK, aK, phi_2, omega_2, alpha_2).sDy
```

```
P_FF(1)=RRP(l_EF, 0, sE, vE, aE, sK, vK, aK, phi_2, omega_2, alpha_2).sSD
```

```
P_FF(2)=RRP(l_EF, 0, sE, vE, aE, sK, vK, aK, phi_2, omega_2, alpha_2).vSD
```

```
P_FF(3)=RRP(l_EF, 0, sE, vE, aE, sK, vK, aK, phi_2, omega_2, alpha_2).aSD
```

'结果输出

```
Print #1, Str(i * 5) & vbTab & Round(P_F(1), 3) & vbTab & Round(P_F(2), 3) & vbTab & Round(P_FF(1), 3) & vbTab & Round(P_FF(2) / 1000, 3) & vbTab & Round(P_FF(3) / 1000, 3)
```

Next

Close #1

End Sub

4) 程序运行结果

滑块上点 F 的位置以及滑块在导路方向的位移、速度和加速度计算结果见表 3-4。

表 3-4 例 3-1 的部分计算结果

曲柄转角 $\varphi_1/(^\circ)$	滑块位置		滑块位移 s/mm	滑块速度 $v/(\text{m/s})$	滑块加速度 $a/(\text{m/s}^2)$
	x_c/mm	y_c/mm			
0	516.397	350.000	516.397	2.107	-16.709
30	591.640	350.000	591.640	0.665	-29.019
60	592.736	350.000	592.736	-0.503	-15.568
90	550.079	350.000	550.079	-1.041	-5.781
120	490.623	350.000	490.623	-1.181	-0.169

续表

曲柄转角 $\varphi_1/(^{\circ})$	滑块位置		滑块位移 s/mm	滑块速度 $v/(\text{m/s})$	滑块加速度 $a/(\text{m/s}^2)$
	x_6/mm	y_6/mm			
150	430.020	350.000	430.020	-1.111	2.481
180	375.916	350.000	375.916	-0.945	3.796
210	332.265	350.000	332.265	-0.710	5.294
240	303.415	350.000	303.415	-0.368	8.022
270	296.981	350.000	296.981	0.162	12.549
300	325.235	350.000	325.235	0.966	18.110
330	401.959	350.000	401.959	1.959	16.917
360	516.397	350.000	516.397	2.107	-16.709

滑块 F 在导路方向的位移、速度和加速度变化曲线分别如图 3-14 所示。

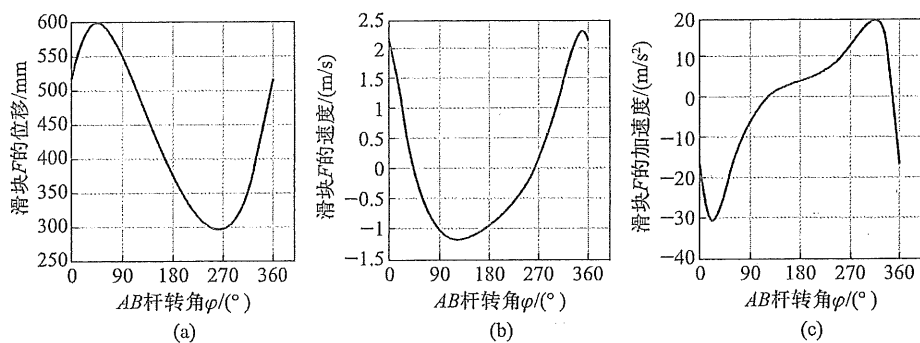


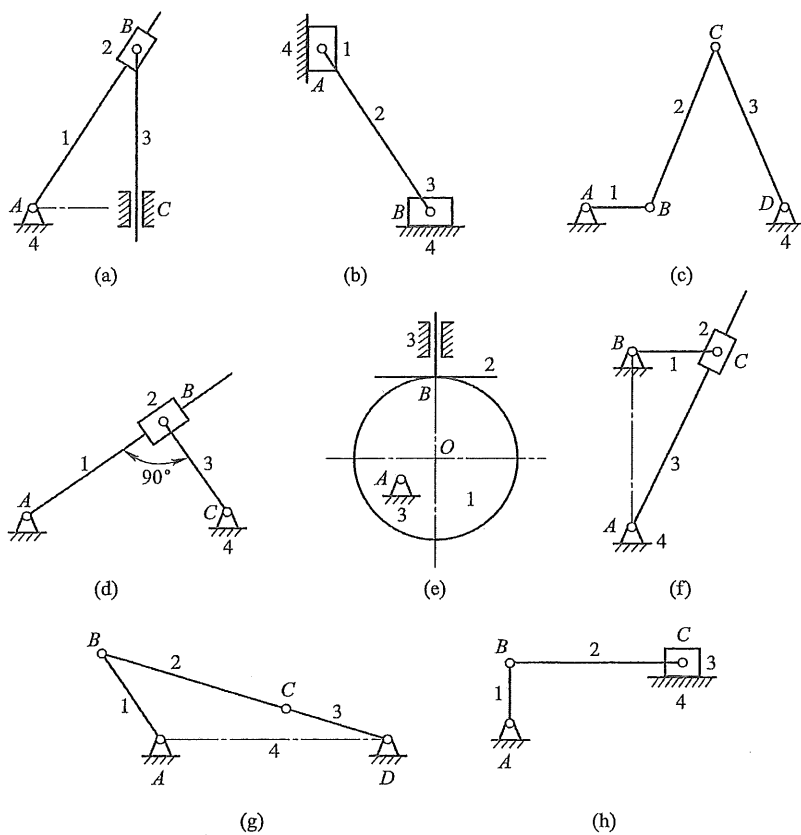
图 3-14

习题

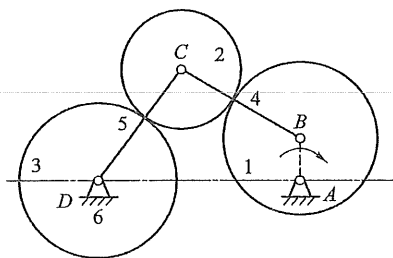
3-1 试求下列各机构在图示位置时全部瞬心的位置。

3-2 试用瞬心法求题图所示的齿轮-连杆组合机构中齿轮 1 与齿轮 3 的传动比 ω_1/ω_3 。

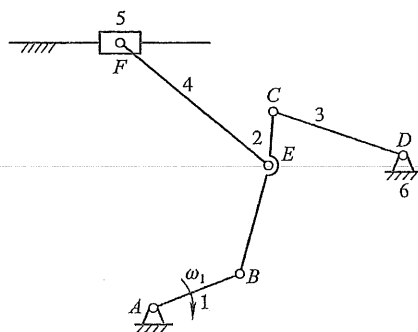
3-3 试用速度瞬心法分析机构处于此位置时,铰链点 E 、 F 处速度的方向。



题图 3-1



题图 3-2



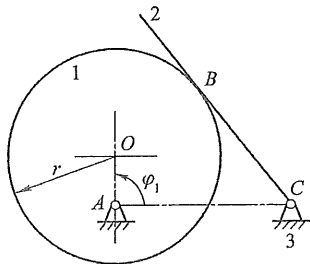
题图 3-3

3-4 图示凸轮机构中,已知 $r=50\text{ mm}$, $l_{OA}=22\text{ mm}$, $l_{AC}=80\text{ mm}$, $\varphi_1=90^\circ$, 凸轮 1 以等角速

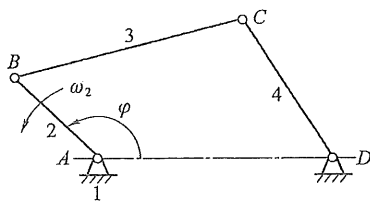
度 $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ 逆时针方向转动。试用瞬心法求从动件 2 的角速度 ω_2 。

3-5 图示四杆机构中, $l_{AB} = 60 \text{ mm}$, $l_{CD} = 90 \text{ mm}$, $l_{AD} = l_{BC} = 120 \text{ mm}$, $\omega_2 = 10 \text{ rad/s}$, 试用瞬心法求:

- 1) 当 $\varphi = 165^\circ$ 时, 点 C 的速度 v_C 。
- 2) 当 $\varphi = 165^\circ$ 时, 构件 3 的 BC 线上 (或其延长线上) 速度最小的一点 E 的位置及其速度的大小。
- 3) 当 $v_C = 0$ 时, φ 角之值 (有两个解)。



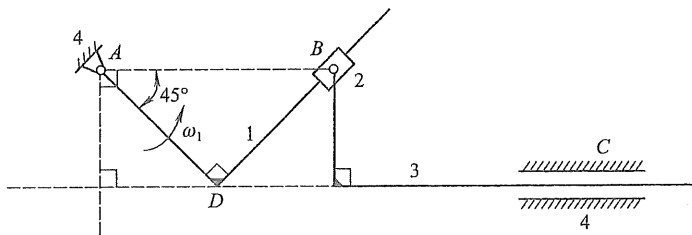
题图 3-4



题图 3-5

3-6 图示四杆机构中, 构件 1 为主动件, 以角速度 $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ 作匀速转动。已知 $l_{AD} = 60 \text{ mm}$ 。试用瞬心法:

- 1) 在图中画出图示位置机构的所有速度瞬心。
- 2) 求构件 3 的速度 v_3 , 并指明其方向。

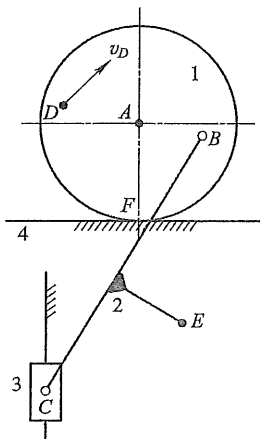


题图 3-6

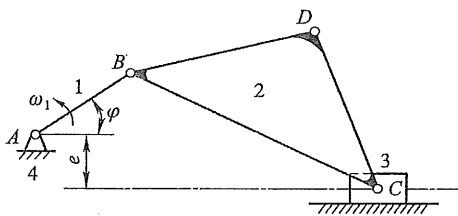
3-7 图示机构中, 构件 1 为圆盘, 其几何中心为点 A。已知各构件的尺寸及构件 1 上点 D 的速度 v_D 。试用瞬心法:

- 1) 在图中画出图示位置机构的所有速度瞬心。
- 2) 标出构件 3 滑块的速度 v_C 的方向。
- 3) 标出构件 2 上点 E 的速度 v_E 的方向。

3-8 图示偏心曲柄滑块机构中, 构件 1 为主动件。已知: $l_{AB} = 80 \text{ mm}$, $l_{BC} = 193 \text{ mm}$, $l_{BD} = 133 \text{ mm}$, 偏距 $e = 38 \text{ mm}$, 图示位置构件 1 与水平线间的夹角 $\varphi = 34.3^\circ$, 构件 1 的角速度 $\omega_1 = 15 \text{ rad/s}$, $\angle CBD = 38.6^\circ$ 。试用瞬心法求 ω_2 、 v_B 、 v_C 和 v_D 。



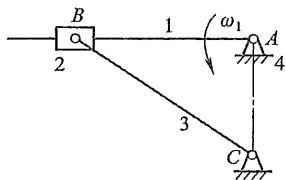
题图 3-7



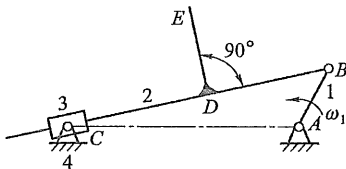
题图 3-8

3-9 图示转动导杆机构中,已知 $l_{AC} = 50 \text{ mm}$, $l_{BC} = 100 \text{ mm}$, $\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$,求在一个运动循环中,构件 3 的角位移、角速度和角加速度。

3-10 图示曲柄摇块机构中,已知 $l_{AB} = 30 \text{ mm}$, $l_{AC} = 100 \text{ mm}$, $l_{BD} = 50 \text{ mm}$, $l_{DE} = 40 \text{ mm}$, 曲柄以等角速度 $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ 转动。求 D 、 E 两点的轨迹、速度和加速度,构件 3 的角速度和角加速度。



题图 3-9



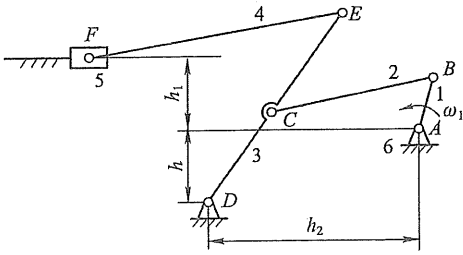
题图 3-10

3-11 图示的机构中,已知 $l_{AB} = 60 \text{ mm}$, $l_{BC} = 180 \text{ mm}$, $l_{DE} = 200 \text{ mm}$, $l_{CD} = 120 \text{ mm}$, $l_{EF} = 300 \text{ mm}$, $h = 80 \text{ mm}$, $h_1 = 85 \text{ mm}$, $h_2 = 225 \text{ mm}$, 构件 1 以等角速度 $\omega_1 = 100 \text{ rad/s}$ 转动。求在一个运动循环中,滑块 5 的位移、速度和加速度曲线。

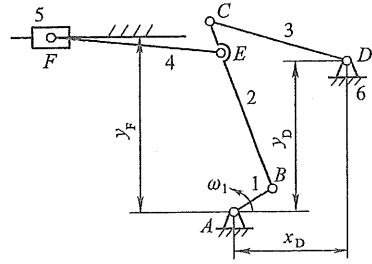
3-12 图示干草压缩机中,已知 $l_{AB}=150\text{ mm}$, $l_{BC}=600\text{ mm}$, $l_{CE}=120\text{ mm}$, $l_{CD}=500\text{ mm}$, $l_{EF}=600\text{ mm}$, $x_d=400\text{ mm}$, $y_d=500\text{ mm}$, $y_F=600\text{ mm}$, 曲柄 1 作等速转动,其转速 $n_1=50\text{ r/min}$ 。求在一个运动循环中活塞 5 的位移、速度和加速度曲线。

3-13 图示六杆机构中,已知 $l_{AB}=150\text{ mm}$, $l_{AC}=550\text{ mm}$, $l_{BD}=80\text{ mm}$, $l_{DE}=500\text{ mm}$, 曲柄以等角速度 $\omega_1=10\text{ rad/s}$ 沿逆时针方向回转,求构件 3 的角速度、角加速度和构件 5 的位移、速度和加速度。

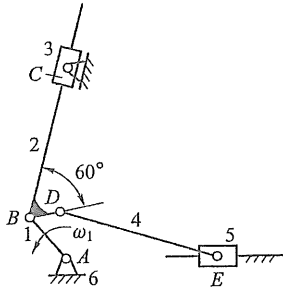
3-14 图示六杆机构中,各构件尺寸分别为 $l_{AB}=200\text{ mm}$, $l_{BC}=500\text{ mm}$, $l_{CD}=800\text{ mm}$, $x_F=400\text{ mm}$, $x_D=350\text{ mm}$, $y_D=350\text{ mm}$, $\omega_1=100\text{ rad/s}$, 求构件 5 上的 F 点的位移、速度和加速度。



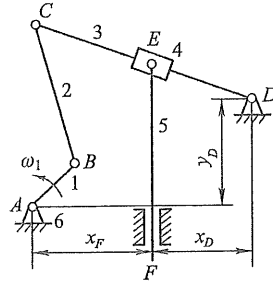
题图 3-11



题图 3-12

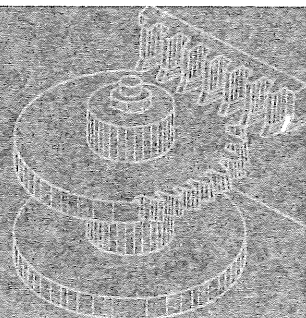


题图 3-13



题图 3-14

第四章 平面机构的力分析和机械效率



§4-1 力分析的基本知识

在机械设计中,不仅要进行运动分析,而且还要对机构的力学性能进行分析。由于作用在机械上的力不仅影响机械的运动和动力性能,而且是机械设计中强度计算和效率计算的基础,同时还是研究运动副中的摩擦和润滑的前提条件。

一、作用在机械上的力

机械在工作的过程中,每个构件都受到各种力的作用,如原动力、工作阻力、介质阻力、重力、惯性力以及在运动副中引起的约束反力等,但就力对运动的影响,通常将作用在机械上的力分为驱动力和阻力两大类。

(1) 驱动力 凡是驱使机械运动的力,统称为驱动力(如原动机推动机构运动的原动力)。该力与其作用点的速度方向相同或夹角为锐角,常称驱动力为输入力,所作的功(正值)为输入功。

(2) 阻力 凡是阻碍机械运动的力,统称为阻力。该力与其作用点的速度方向相反或成钝角,所作的功为负值。阻力又可分为有益阻力和有害阻力。所谓有益阻力是为了完成有益工作而必须克服的工作阻力,还可以称为有效阻力,例如金属切削机床的切削阻力、起重机提起重物的重力等。克服有效阻力所作的功称为有效功或输出功。所谓有害阻力是指机械在运转过程中所受到的非工作性无用阻力,如有害摩擦力、介质阻力等。有害阻力所作的功称为损耗功。

应该说明的是摩擦力和重力,既可作为作正功的驱动力,有时又可作为作负功的阻力。如在摩擦传动和带传动中,摩擦力就是驱动力;在齿轮机构和凸轮机构中,摩擦力就是作负功的阻力。又如在锻压机和冲压机中,锻锤和冲头的重力在工作行程中(质心下降)是驱动力,在空回行程中(质心上升)就是阻力。对于机械运动中的惯性力,可以虚拟地把它看成作用在机构上的外力,当构件作减速运动时,该力是作正功的驱动力,反之是阻力。重力和惯性力在机构运动一个循环的过程中,所作功之和等于零。



由于以上外力的作用,在机构运动副中将产生约束反力,对于整部机器而言,运动副的约束反力是内力,但对一个构件而言,其约束反力就是外力了。

二、机构力分析的目的

研究机构力分析有以下两个目的:一是确定机构运动副中的约束反力。因为这些力的大小和性质决定各零件的强度以及机构运动副的摩擦、磨损和机械效率;二是要确定为保证主动件按给定运动规律运动时需加在机械上的平衡力(或平衡力矩)。所谓平衡力是指与作用在机械上的已知外力及惯性力相平衡的未知外力。这对于确定机器工作时所需要s的最小驱动功率或所能承受的最大生产负荷都是必不可少的。

对于低速轻型机械,惯性力影响不大,可在不计惯性力的条件下对机械进行力分析,称为静力分析。

但对高速及重型机械,惯性力的影响很大,不允许忽略。力分析时,可根据理论力学中的达朗贝尔原理将各构件在运动过程中所产生的惯性力(或力矩)视为一般外力(或力矩)加于产生惯性力的各构件上,然后仍按静力分析方法对机构进行力分析计算,这种力分析方法称为动态静力分析法。

三、动态静力分析

机构动态静力分析可按以下步骤进行:

(1) 已知机构结构及各构件的尺寸、质量、转动惯量以及质心的位置。若设计新的机械,也要首先估算出以上参数。

(2) 根据运动分析求得运动副和质心等点的位置、速度和加速度以及各构件的角速度和角加速度。

(3) 计算出各构件的惯性力和运动副约束反力。若计及摩擦时,还应分析计算出各运动副中考虑摩擦时的约束反力。

(4) 根据机构或构件的力系平衡原理,在已知以上各种力的基础上,可求出机构所需的平衡力(或力矩)。平衡力(或力矩)若作用在主动件上就是驱动力(或驱动力矩),若作用在从动件上就是阻力(或阻力矩)。

机构动态静力分析的方法有图解法和解析法。解析法又分为矢量方程法、矩阵法和杆组法。这些方法可在一些机械原理教材中查阅。

平面连杆机构中的运动副都是平面低副,在不计摩擦时,每个平面低副中的约束反力均有两个未知要素,如转动副中约束反力的大小和方向未知,反力作用点为已知(通过回转中心);移动副中约束反力的大小和作用点为未知,反力作用方向为已知(垂直于移动副导路)。



若一个杆组有 P_L 个低副, 则约束反力的未知要素有 $2P_L$ 个, 而每个平面构件受力平衡时, 可列出三个平衡方程式 ($\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum M = 0$), 若杆组中有 n 个活动构件, 则可列出 $3n$ 个平衡方程, 杆组受力静定条件是未知力数应和方程数相等, 即

$$3n = 2P_L \quad \text{或} \quad n = \frac{2}{3}P_L$$

上式与式(2-6)完全相同, 即受力静定条件与结构分析中基本杆组定义 (即 $F = 3n - 2P_L = 0$) 完全相符, 从而可得出结论: 基本杆组受力是静定的, 因此平面机构受力分析可以按基本杆组为单元求解。

受力分析的顺序应是从已知外力的基本杆组开始。

为了与运动分析一章相配合, 本章将按杆组法对平面连杆机构进行动态静力分析, 且只给出常见 II 级杆组力分析的数学模型。

§4-2 拆杆组法对平面连杆机构进行动态静力分析的数学模型

一、RRR II 级杆组的力分析

对于如图 3-11 所示的 RRR II 级杆组, 为进行受力分析, 将其内运动副 C 拆开后, 受力情况如图 4-1 所示。

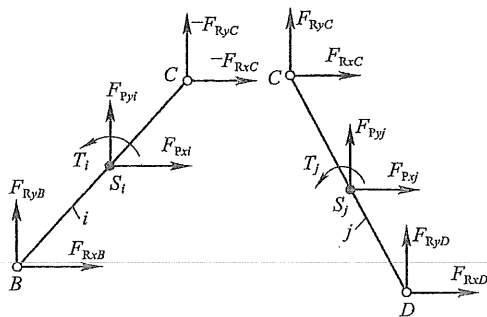


图 4-1

已知两构件长度为 l_i 和 l_j , 运动副 B, C, D 和两杆件的质心 S_i, S_j 的位置和运动参数, 构件的质量 m_i, m_j 及转动惯量 J_i, J_j , 作用在构件质心上的外力 F_{pxi}, F_{pyi} 和 F_{pxj}, F_{pyj} (可将作用于任意位置的外力转换到质心处), 外力矩 T_i, T_j 。求各运动副的约束反力 $F_{RxB}, F_{RyB}, F_{RxC}, F_{RyC}, F_{RxD}, F_{RyD}$ 。



求解过程如下:

(1) 计算构件上的已知外力(力矩)

首先按给定的各构件质量 m 和转动惯量 J 求出惯性力 $m\ddot{x}$ 、 $m\ddot{y}$ 和惯性力矩 $J\ddot{\varphi}$, 再将它们与已知外力(令所有的已知外力均作用于构件的质心处)合并, 则可得作用在 l_i 杆上的合外力 F_{xi} 、 F_{yi} , 合外力矩 M_{fi} , 即

$$\left. \begin{aligned} F_{xi} &= F_{pxi} - m_i \ddot{x}_{Si} \\ F_{yi} &= F_{pyi} - m_i \ddot{y}_{Si} - 9.8m_i \\ M_{fi} &= T_i - J_i \ddot{\varphi}_i \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

作用在 l_j 杆上的合外力 F_{xj} 、 F_{yj} 和合外力矩 M_{fj} 为

$$\left. \begin{aligned} F_{xj} &= F_{pxj} - m_j \ddot{x}_{Sj} \\ F_{yj} &= F_{pyj} - m_j \ddot{y}_{Sj} - 9.8m_j \\ M_{fj} &= T_j - J_j \ddot{\varphi}_j \end{aligned} \right\} \quad (4-2)$$

(2) 求解各运动副中的约束反力 F_{Rx} 、 F_{Ry}

分别以构件 i 、 j 为平衡对象, 可得力平衡方程

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} F_{RxB} - F_{RxC} + F_{xi} &= 0 \\ F_{RyB} - F_{RyC} + F_{yi} &= 0 \\ F_{RxC} + F_{RxD} + F_{xj} &= 0 \\ F_{RyC} + F_{RyD} + F_{yj} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-3)$$

$$\sum M_B = 0, \quad \sum M_D = 0$$

$$\left. \begin{aligned} F_{RxC}(\gamma_C - \gamma_B) - F_{RyC}(x_C - x_B) - F_{xi}(\gamma_{Si} - \gamma_B) + F_{yi}(x_{Si} - x_B) + M_{fi} &= 0 \\ -F_{RxC}(\gamma_C - \gamma_D) + F_{RyC}(x_C - x_D) - F_{xj}(\gamma_{Sj} - \gamma_D) + F_{yj}(x_{Sj} - x_D) + M_{fj} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

解方程(4-4)可得

$$\left. \begin{aligned} F_{RxC} &= [FT_i(x_C - x_D) + FT_j(x_C - x_B)] / GG \\ F_{RyC} &= [FT_i(\gamma_C - \gamma_D) + FT_j(\gamma_C - \gamma_B)] / GG \end{aligned} \right\} \quad (4-5)$$

式中:

$$FT_i = F_{xi}(\gamma_{Si} - \gamma_B) - F_{yi}(x_{Si} - x_B) - M_{fi}$$

$$FT_j = F_{xj}(\gamma_{Sj} - \gamma_D) - F_{yj}(x_{Sj} - x_D) - M_{fj}$$

$$GG = (x_C - x_D)(\gamma_C - \gamma_B) - (\gamma_C - \gamma_D)(x_C - x_B)$$



将式(4-5)中求得的 F_{RxC} 、 F_{RyC} 代入式(4-3)中,得

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx B} &= F_{RxC} - F_{xi} \\ F_{Ry B} &= F_{RyC} - F_{yi} \\ F_{Rx D} &= -F_{RxC} - F_{xj} \\ F_{Ry D} &= -F_{RyC} - F_{yj} \end{aligned} \right\} \quad (4-6)$$

(3) 三副构件上已知外力的计算

在实际机构中经常有一个构件上有三个运动副的情况,如图 4-2 中构件 3 (DCE 杆代号 j),按力分析规定,作用在各构件上的已知外力均作用于该构件的质心处,在求解 BCD 基本杆组时,必须将三副杆 DCE 上点 E 的作用力(已由求解前一个基本杆组 EF 中得到)折算到质心处,利用式(4-1)可得构件 j 的已知外力求解方程

$$\left. \begin{aligned} F_{xj} &= F_{Pxj} - F_{RxE} - m_j \ddot{x}_{Sj} \\ F_{yj} &= F_{Pyj} - F_{RyE} - m_j \ddot{y}_{Sj} - 9.8m_j \\ M_{ij} &= T_j + F_{RxE}(\gamma_{Ej} - \gamma_{Sj}) - F_{RyE}(x_{Ej} - x_{Sj}) - J_j \ddot{\varphi}_j \end{aligned} \right\} \quad (4-7)$$

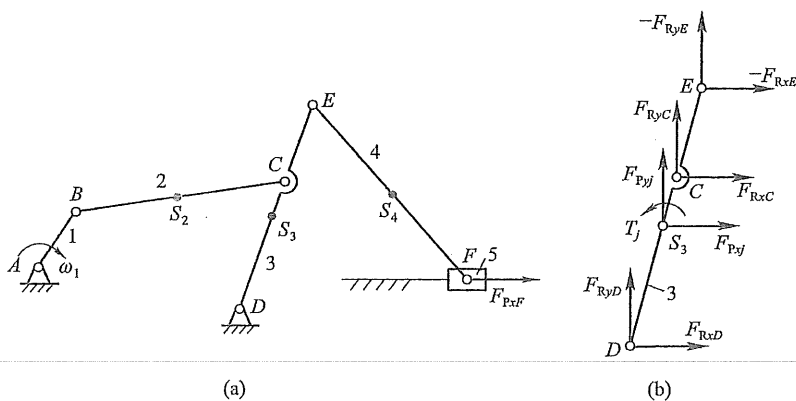


图 4-2

二、RRP II 级杆组的力分析

对于图 3-12 所示 RRP II 级杆组,为进行受力分析,将其在运动副 C 处拆开。受力情况如图 4-3 所示。

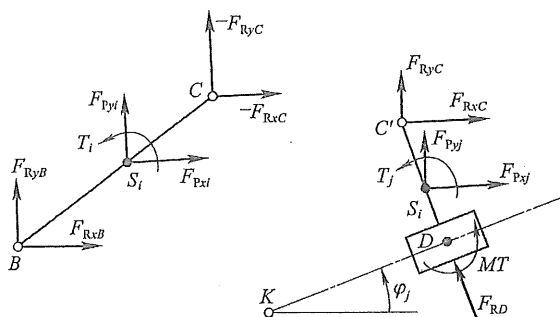


图 4-3

已知两构件长 l_i, l_j , 质心位置 S_i, S_j 及位移参考点 K ; 构件质量 m_i, m_j 及转动惯量 J_i, J_j ; 作用在构件质心上的外力 $F_{Pxi}, F_{Pyi}, F_{Pxj}, F_{Pjy}$; 外力矩 T_i, T_j (图 4-3)。求各运动副的约束反力 F_{RB}, F_{RC}, F_{RD} 。

求解过程如下:

(1) 应用式(4-1)和式(4-2)求出作用在两构件质心处的合外力 F_{xi}, F_{yi} , F_{xj}, F_{yj} 及合力矩 M_{fi} 和 M_{fj} 。

(2) 求各运动副的约束反力 F_{RB}, F_{RC}, F_{RD} 。分别以构件 i 和 j 为平衡对象, 得力平衡方程

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{F} &= 0 \\ \left. \begin{aligned} F_{RxB} - F_{RxC} + F_{xi} &= 0 \\ F_{RyB} - F_{RyC} + F_{yi} &= 0 \\ F_{RxC} - F_{RD} \sin \varphi_j + F_{xj} &= 0 \\ F_{RyC} + F_{RD} \cos \varphi_j + F_{yj} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-8) \\ \sum M_C &= 0, \quad \sum M_{C'} = 0 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} F_{RxB}(\gamma_C - \gamma_B) - F_{RyB}(x_C - x_B) + F_{xi}(\gamma_C - \gamma_{Si}) - F_{yi}(x_C - x_{Si}) + M_{fi} &= 0 \\ F_{xj}(\gamma_C - \gamma_{Sj}) - F_{yj}(x_C - x_{Sj}) + M_{fj} + MT &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-9)$$

联立求解方程(4-8)和方程(4-9), 得

$$F_{RD} = \frac{(F_{xi} + F_{xj})(\gamma_C - \gamma_B) - (F_{yi} + F_{yj})(x_C - x_B) - FT}{(x_C - x_B) \cos \varphi_j + (\gamma_C - \gamma_B) \sin \varphi_j} \quad (4-10)$$

式中:

$$FT = F_{xi}(\gamma_C - \gamma_{Si}) - F_{yi}(x_C - x_{Si}) + M_{fi}$$



将式(4-10)代入式(4-8),得

$$\left. \begin{aligned} F_{RxC} &= F_{RD} \sin \varphi_j - F_{xj} \\ F_{RyC} &= -F_{RD} \cos \varphi_j - F_{yj} \\ F_{RxB} &= F_{RD} \sin \varphi_j - F_{xj} - F_{xi} \\ F_{RyB} &= -F_{RD} \cos \varphi_j - F_{yj} - F_{yi} \end{aligned} \right\} \quad (4-11)$$

由于移动副中约束反力 F_{RD} 的大小和作用点均为未知数,前面已设定 F_{RD} 的作用点通过移动副中点 D ,为使力系平衡,必须再加一项力矩 MT 。由式(4-9)可得

$$MT = F_{yj}(x_C - x_{sj}) - F_{xj}(y_C - y_{sj}) - M_{ij} \quad (4-12)$$

三、单一构件的力分析

由机构组成原理可知,一个机构不但可拆成自由度为零的基本杆组,还应有 I 级机构(通常为主动件)。下面研究单一构件的力分析。如图 4-4 所示,可列出力和力矩平衡方程

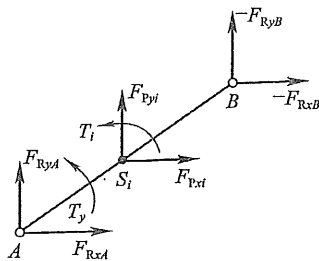


图 4-4

$$\left. \begin{aligned} F_{RxA} - F_{RxB} + F_{Pxi} &= 0 \\ F_{RyA} - F_{RyB} + F_{Pyi} &= 0 \\ F_{RxB}(y_B - y_A) - F_{RyB}(x_B - x_A) - F_{Pxi}(y_{Si} - y_A) + F_{Pyi}(x_{Si} - x_A) + T_i + T_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4-13)$$

从而得

$$\left. \begin{aligned} F_{RxA} &= F_{RxB} - F_{Pxi} \\ F_{RyA} &= F_{RyB} - F_{Pyi} \\ T_y &= F_{RyB}(x_B - x_A) - F_{RxB}(y_B - y_A) + F_{Pxi}(y_{Si} - y_A) - F_{Pyi}(x_{Si} - x_A) - T_i \end{aligned} \right\} \quad (4-14)$$

在求得运动副 B 的作用力 F_{RxB} 、 F_{RyB} 并已知外力(力矩) F_{Pxi} 、 F_{Pyi} 、 T_i 后,可以用式(4-14)求得运动副 A 的作用力以及作用于该构件上的平衡力矩 T_y 。

四、II 级机构力分析举例

例 4-1 如图 4-5 所示的摆式输送机,已知机构中各构件尺寸: $l_{AB} = 80 \text{ mm}$, $l_{BC} = 260 \text{ mm}$, $l_{DC} = 300 \text{ mm}$, $l_{DE} = 400 \text{ mm}$, $l_{EF} = 460 \text{ mm}$, $x_D = 170 \text{ mm}$, $y_A = 90 \text{ mm}$;各构件的质心位置: S_1 在点 A , S_2 在构件 2 的中点, S_3 在点 C , S_5 在构件 5 的中点, S_6 在点 F ;各构件的质量: $m_1 = 3.6 \text{ kg}$, $m_2 = 6 \text{ kg}$, $m_3 = 7.2 \text{ kg}$, $m_5 = 8.5 \text{ kg}$, $m_6 = 8.5 \text{ kg}$;各构件绕其质心的转动惯量: $J_1 = 0.03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = 0.08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_3 = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_5 = 0.12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;滑块 6 在水平方向上的工作阻力为 $F_{PxF} = 4000 \text{ N}$;



曲柄角速度 $\omega_1 = 40 \text{ rad/s}$ 。求在一个运动循环中,各运动副中的反力以及需要加在曲柄 AB 上的平衡力矩 T_y 。

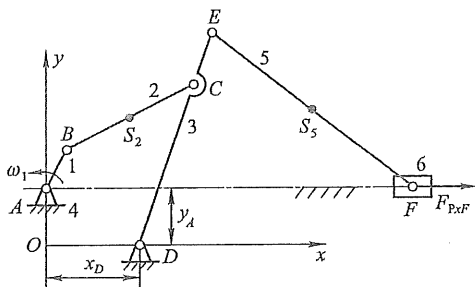


图 4-5

解:(1) 运动分析求各构件和运动副各点的运动参数

具体步骤:先调用 I 级机构子程序求点 B 的运动参数,再调用 RRR 基本组程序求得点 C 及构件 2(BC)和构件 3(DC)的运动参数;再利用 I 级机构子程序求摇杆 3 上点 E 的运动参数;最后调用 RRP 基本杆组程序求构件 5(EF)和滑块 6 的运动参数。质心 S_2 、 S_5 的运动参数由 I 级机构子程序求得。

(2) 静力分析

受力分析一定首先从包含给定外力的构件(本例为滑块 6)的杆组开始。具体步骤如下:

- 1) 调用 RRP II 级杆组力分析子程序,求出移动副 F 和回转副 E 的约束反力;
- 2) 调用 RRR II 级杆组力分析子程序,求出三个转动副 B 、 C 、 D 的约束反力;
- 3) 调用单一构件子程序求得转动副 A 的约束反力和曲柄(AB)的平衡力矩 T_y 。

具体程序和计算结果参见文献[10]。表 4-1 给出了部分计算结果。

表 4-1 例 4-1 的部分计算结果

曲柄转角	各运动副反力 F_{Rx} 及 F_{Ry} 、曲柄平衡力矩 T_y						
	F_{RxA}	F_{RyA}	F_{RxB}	F_{RyB}	F_{RxC}	F_{RyC}	F_{RxD}
	F_{RyD}	F_{RxE}	F_{RyE}	F_{RxF}	F_{RyF}	F_{RF}	T_y
0.00	-22 309.95	-26 291.12	-22 309.95	-26 326.40	-20 565.88	-26 388.54	10 768.89
	29 837.93	-6 532.81	3 370.81	-1 309.18	3 281.20	-3 197.90	-2 102.94
30	-15 691.25	-10 644.19	-15 691.25	-10 679.47	-14 462.33	-10 908.91	7 954.78



续表

曲柄转角	各运动副反力 F_{Rx} 及 F_{Ry} 、曲柄平衡力矩 T_y						
	14 224.94	-4 356.29	2 375.13	-442.11	1 606.84	-1 523.54	-109.07
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
330	11 809.78	40 097.14	11 809.77	40 061.86	11 634.15	40 480.80	794.82
	-51 674.03	11 209.34	-9 656.41	8 166.30	-8 474.65	8 557.95	3 251.13
360	-22 309.97	-26 291.12	-22 309.97	-26 326.39	-20 565.89	-26 388.54	10 768.90
	29 837.93	-6 532.81	3 370.81	-1 309.19	3 281.20	-3 197.90	-2 102.91

§4-3 运动副中的摩擦和计及摩擦时机构的力分析

机械运转时,作相对运动的两构件组成的运动副中一定存在摩擦。运动副中所产生的摩擦力,一般情况下是机械中最主要的有害阻力,它会使运动副元素磨损,消耗动力,降低效率,破坏正常润滑条件,严重的甚至导致机器卡死。这种情况下必须设法减小摩擦力。但有些机械又是利用摩擦力来工作的,例如带传动、摩擦离合器和制动器等,这种场合应增大摩擦力。综合以上分析,一定要对运动副中存在摩擦力的实际情况进行研究,以达到扬长避短的目的。

一、移动副中的摩擦与自锁

1. 移动副中的摩擦

(1) 平面移动副中的摩擦

如图 4-6 所示,滑块 1 在驱动力 F 的作用下沿水平导路 2 以速度 v_{12} 作水平移动。设竖直载荷为 G (包括滑块自重),摩擦因数为 f ,导路 2 对滑块 1 的法向反力为 F_{N21} 。由滑块在竖直方向上力的平衡可知 $F_{N21} = G$ (方向相反)。所以摩擦力 F_{f21} 的大小为

$$F_{f21} = fF_{N21} = fG \quad (4-15)$$

由法向反力 F_{N21} 和摩擦力 F_{f21} 合成的总反力 F_{R21} 与导路法线间的夹角为 φ ,称为摩擦角,则有

$$\tan \varphi = \frac{F_{f21}}{F_{N21}} = f \quad (4-16)$$

必须注意,导路 2 对滑块 1 的摩擦力 F_{f21} 的方向总与滑块相对导路的移动速



度 v_{12} 的方向相反,总反力 F_{R21} 与滑块移动速度方向的夹角为 $(90^\circ + \varphi)$,如图 4-6 所示。

(2) 槽面移动副中的摩擦

如图 4-7 所示,楔形滑块 1 放在夹角为 2θ 的槽面 2 上,形成槽面移动副,在水平力 F (垂直于纸面向里或向外) 的作用下,滑块沿槽面等速移动。由滑块在竖直方向力的平衡可得

$$G = F_{N21} \sin \theta$$

即

$$F_{N21} = \frac{G}{\sin \theta}$$

式中, θ 为槽型半角。

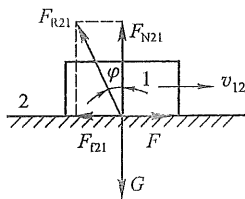


图 4-6

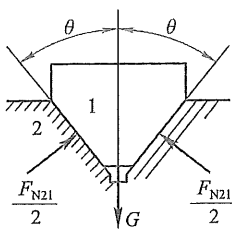


图 4-7

摩擦力 F_{f21} 的大小为

$$F_{f21} = f F_{N21} = \frac{1}{\sin \theta} f G \quad (4-17)$$

若令 $f_v = \frac{1}{\sin \theta} f$, 则上式可写成

$$F_{f21} = f_v G \quad (4-18)$$

式中, f_v 称为当量摩擦因数, 由此可得当量摩擦角 $\varphi_v = \arctan f_v$ 。

对比平面移动副和槽面移动副中摩擦力的计算公式可知: 槽面移动副中的当量摩擦因数 $f_v = \frac{1}{\sin \theta} f$ 大于平面移动副中的摩擦因数 f , 因此在摩擦型带传动中, 为增大摩擦力, 常采用 V 带传动。

(3) 斜面移动副中的摩擦

如图 4-8 所示, 滑块 1 放在倾角为 λ 的斜面 2 上, 滑块 1 在水平力 F 或 F' 的作用下沿斜面等速运动。此问题实际上属于平面摩擦问题, 只不过滑块放在斜面上而不是放在水平平面上, 滑块 1 所受到的总反力 F_{R21} 与斜面的法线 $n-n$ 间的夹角为摩擦角 φ 。下面分析滑块 1 沿斜面等速运动时所需的水平力以及此

时的摩擦力。

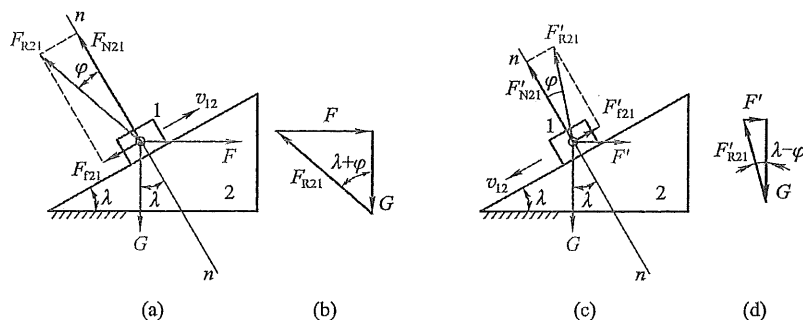


图 4-8

1) 滑块沿斜面等速上升

如图 4-8a 所示, 滑块 1 在水平力 F 的作用下, 以速度 v_{12} 沿斜面等速上升, 其所受的总反力 F_{R21} 与 v_{12} 成 $(90^\circ + \varphi)$ 角。根据滑块 1 在 G 、 F 和 F_{R21} 三个力的作用下平衡, 有

$$G + F_{R21} + F = 0$$

分析上式, 只有力 F_{R21} 和 F 的大小未知, 则可作出力多边形如图 4-8b 所示。由此可求得滑块等速上升时的水平驱动力

$$F = G \tan(\lambda + \varphi) \quad (4-19)$$

总反力 F_{R21} 为

$$F_{R21} = \frac{G}{\cos(\lambda + \varphi)}$$

法向反力 F_{N21} 为

$$F_{N21} = F_{R21} \cos \varphi = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda + \varphi)} G$$

摩擦力 F_{f21} 为

$$F_{f21} = f F_{N21} = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda + \varphi)} f G \quad (4-20)$$

若令 $f_v = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda + \varphi)} f$, 则式 (4-20) 可写成与式 (4-18) 相同的形式 $F_{f21} = f_v G$ 。

2) 滑块沿斜面等速下滑

如图 4-8c 所示, 滑块 1 在水平力 F' 的作用下, 以速度 v_{12} 沿斜面等速下滑, 其所受的总反力 F'_{R21} 与 v_{12} 成 $(90^\circ + \varphi)$ 角。根据滑块 1 在 G 、 F' 和 F'_{R21} 三个力的作用下平衡, 有



$$G + F'_{R21} + F' = 0$$

分析上式,只有力 F'_{R21} 和 F' 的大小未知,则可作出力多边形如图 4-8d 所示。由此可求得滑块等速下滑时的水平驱动力

$$F' = G \tan(\lambda - \varphi) \quad (4-21)$$

总反力 F'_{R21} 为

$$F'_{R21} = \frac{G}{\cos(\lambda - \varphi)}$$

法向反力 F'_{N21} 为

$$F'_{N21} = F'_{R21} \cos \varphi = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda - \varphi)} G$$

摩擦力 F'_{f21} 为

$$F'_{f21} = f F'_{N21} = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda - \varphi)} f G \quad (4-22)$$

若令 $f_v = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda - \varphi)} f$, 则式(4-22)可写成与式(4-18)相同的形式 $F_{f21} = f_v G$ 。

应该注意,当滑块下滑时, G 始终为驱动力,而 F' 可能是阻力,也可能是驱动力。当 $\lambda > \varphi$ 时, F' 为阻力,其作用是阻止滑块沿斜面加速下滑;当 $\lambda \leq \varphi$ 时, F' 反向作用在滑块上成为驱动力,其作用是使滑块沿斜面等速下滑。

(4) 螺旋副中的摩擦

螺旋副由螺杆和螺母组成,是一种空间运动副,其接触面是螺旋面。当螺杆和螺母的螺纹间受轴向载荷 G 时,拧动螺杆或螺母,两螺纹间将产生相对滑动,螺旋面之间有摩擦力。研究螺旋副中的摩擦时,通常假设螺杆和螺母间的轴向载荷 G 集中作用在中径为 d 的螺旋线上,如图 4-9a 所示。由于螺旋线可以展成平面上的斜直线,则螺旋副中力的作用与滑块和斜面间力的作用相同,如图 4-9b 所示,这样就可以将空间螺旋副中的摩擦问题转化成斜面移动副中的摩擦问题来研究。

1) 矩形螺纹螺旋副中的摩擦

图 4-9a 所示为一矩形螺纹螺旋副,其中 1 为螺母,2 为螺杆,螺母上作用有轴向载荷 G 。由于螺母可以简化为一滑块,螺杆 2 的螺纹可以沿其中径 d 展成一倾角为 λ 的斜直线,所以螺母和螺杆之间的关系可以简化为滑块沿斜面滑动的关系,如图 4-9b 所示。斜面的倾角 λ 为螺纹中径 d 上的螺旋升角,所以

$$\tan \lambda = \frac{P_h}{\pi d} = \frac{zp}{\pi d}$$

式中: P_h 为螺线程距; z 为螺纹线数; p 为螺距。

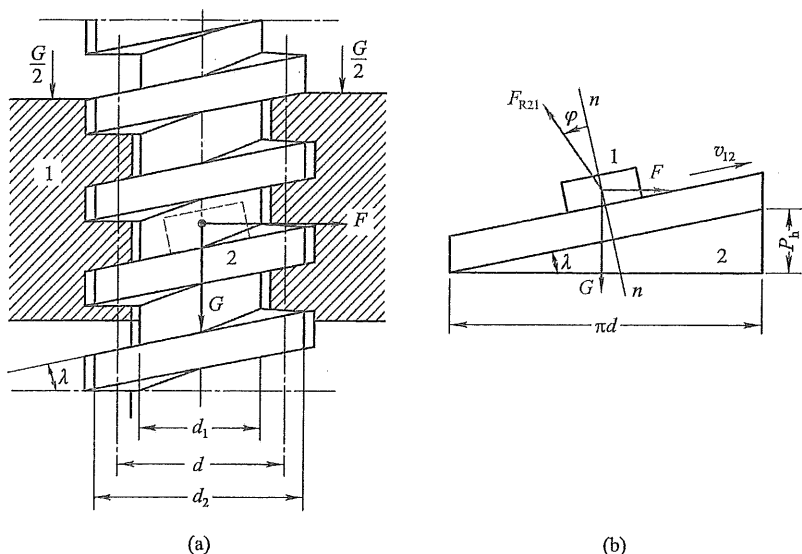


图 4-9

拧紧螺母时,相当于滑块沿斜面上升,由式(4-19)可求得施加在螺母中径 d 上的圆周力 $F = G \tan(\lambda + \varphi)$, 由式(4-20)可求得矩形螺纹螺旋副间的摩擦力

$$F_{f21} = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda + \varphi)} f G \quad (4-23)$$

若令 $f_v = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda + \varphi)} f$, 则式(4-23)可写成与式(4-18)相同的形式 $F_{f21} = f_v G$ 。

圆周力 F 对螺纹轴线之矩为拧紧螺母时所需的拧紧力矩 M , 故

$$M = F \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda + \varphi) \quad (4-24)$$

同理,放松螺母时相当于滑块沿斜面等速下滑,由式(4-21)可求得施加在螺母中径 d 上的圆周力 $F' = G \tan(\lambda - \varphi)$, 由式(4-22)可求得螺旋副间的摩擦力

$$F'_{f21} = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda - \varphi)} f G \quad (4-25)$$

若令 $f_v = \frac{\cos \varphi}{\cos(\lambda - \varphi)} f$, 则式(4-25)可写成与式(4-18)相同的形式 $F'_{f21} = f_v G$ 。

圆周力 F' 对螺纹轴线之矩为放松螺母时所需的拧紧力矩 M' , 故

$$M' = F' \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda - \varphi) \quad (4-26)$$



当 $\lambda > \varphi$ 时, M' 为阻止螺母加速松脱的阻力矩; 当 $\lambda \leq \varphi$ 时, M' 为使螺母等速松脱所需的驱动力矩。

2) 三角螺纹螺旋副中的摩擦

图 4-10 所示为三角纹螺旋副, 与研究矩形螺纹螺旋副中的摩擦相类似, 并考虑两者在相同轴向载荷 G 的作用下, 螺旋副接触面间的法向反力的不同, 可以把螺母在螺杆上的运动近似看成楔形滑块沿着斜槽面运动。因此, 三角螺纹螺旋副中的摩擦可简化为槽面摩擦和斜面摩擦的组合。设三角螺纹的牙型半角为 β , 此时槽型半角 $\theta = 90^\circ - \beta$, 则其当量摩擦因数 f'_v 和当量摩擦角 φ'_v 为

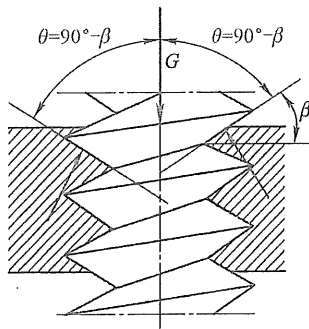


图 4-10

$$f'_v = \frac{1}{\sin \theta} f = \frac{1}{\sin(90^\circ - \beta)} f = \frac{1}{\cos \beta} f$$

$$\varphi'_v = \arctan f'_v = \arctan \left(\frac{1}{\cos \beta} f \right)$$

引入当量摩擦因数 f'_v 和当量摩擦角 φ'_v 后, 三角螺纹螺旋副中摩擦力的表达形式和矩形螺纹螺旋副中的摩擦力的表达形式完全一样。当拧紧螺母时, 摩擦力 F_{f21} 为

$$F_{f21} = \frac{\cos \varphi'_v}{\cos(\lambda + \varphi'_v)} f G \quad (4-27)$$

若令 $f_v = \frac{\cos \varphi'_v}{\cos(\lambda + \varphi'_v)} f$, 则式(4-27)可写成与式(4-18)相同的形式 $F_{f21} = f_v G$ 。

圆周力 F 对螺纹轴线之矩为拧紧螺母时所需的拧紧力矩 M , 故

$$M = F \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda + \varphi'_v) \quad (4-28)$$

当放松螺母时, 摩擦力 F'_{f21} 为

$$F'_{f21} = \frac{\cos \varphi'_v}{\cos(\lambda - \varphi'_v)} f G \quad (4-29)$$

若令 $f_v = \frac{\cos \varphi'_v}{\cos(\lambda - \varphi'_v)} f$, 则式(4-29)可写成与式(4-18)相同的形式 $F'_{f21} = f_v G$ 。

圆周力 F' 对螺纹轴线之矩为放松螺母时所需的拧紧力矩 M' , 故

$$M' = F' \frac{d}{2} = \frac{d}{2} G \tan(\lambda - \varphi'_v) \quad (4-30)$$



同理,当 $\lambda > \varphi'_v$ 时, M' 为阻止螺母加速松脱的阻力矩;当 $\lambda \leq \varphi'_v$ 时, M' 为使螺母等速松脱所需的驱动力矩。

由于 $\varphi'_v > \varphi$, 故三角螺纹的摩擦力矩大于矩形螺纹的摩擦力矩, 所以三角螺纹宜用于紧固连接, 而矩形螺纹摩擦力矩小, 传动效率高, 宜用于传递动力的场合。

2. 移动副的自锁

上面研究的各种移动副中的摩擦问题, 最终都可以等效为滑块与斜面间的摩擦问题。当斜面的倾角等于零时, 斜面摩擦就变成平面摩擦, 因此以平面移动副中的摩擦为例研究移动副的自锁问题。

如图 4-11a 所示, 滑块 1 与水平导路 2 构成移动副。设作用在滑块 1 上的总驱动力 F 与导路法线成 β 角, 该力可以分解为切向力 F_t 和法向力 F_n , 即

$$F_n = F \cos \beta \quad (4-31)$$

$$F_t = F \sin \beta = F_n \tan \beta \quad (4-32)$$

此时移动副表面 2 对滑块 1 产生的法向反力 F_{N21} 与 F_n 平衡, 即 $F_{N21} = -F_n$ 。滑块 1 在力 F_t 的作用下沿导路 2 以 v_{12} 的速度移动, 移动副接触面必产生阻止滑块移动的摩擦力 F_{f21} 。设摩擦因数为 f , 则有

$$F_{f21} = f F_{N21} = f F_n = F_n \tan \varphi \quad (4-33)$$

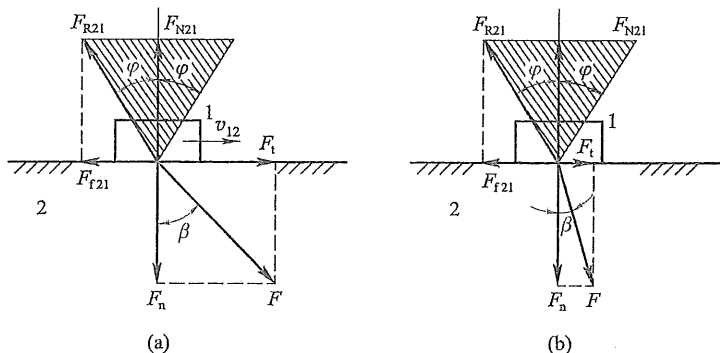


图 4-11

对比式 (4-32) 和式 (4-33) 可知, 当 $\beta > \varphi$ (图 4-11a) 时, $F_t > F_{f21}$, 滑块沿导路 (和 F_t 方向一致) 加速移动; 当 $\beta = \varphi$ 时, $F_t = F_{f21}$, 滑块等速运动 (和 F_t 方向一致) 或将开始运动; 当 $\beta < \varphi$ (图 4-11b) 时, $F_t < F_{f21}$, 滑块静止不动。由于 $\beta < \varphi$ 时, F_t 总小于摩擦力 F_{f21} , 故无论驱动力 F 增加到多大 (甚至无穷大) 都不能使滑块运动, 这种现象称为自锁。以导路法线为中线的角 2φ 构成的区域 (图 4-11 阴影区) 是自锁区, 也可称此区域为摩擦锥。由以上分析可得出结论:



1) 只要驱动力作用在摩擦锥之外($\beta > \varphi$)时,驱动力 F 应能推动滑块作加速运动,如若滑块不能被推动,其唯一的原因是驱动力不够大而不能克服工作阻力,不是自锁。

2) 当驱动力 F 作用在摩擦锥之内($\beta < \varphi$)时,无论 F 力有多么大,都不能推动滑块运动,产生自锁。因此,移动副的自锁条件为 $\beta < \varphi$ 。

二、转动副的摩擦与自锁

在一般机器中,转动副被广泛地应用着,例如各种铰链和各类轴与轴承。当两构件形成转动副时,支承轴的构件称为轴承,置于轴承中的构件称为轴颈,如图 4-12 所示。转动副可按受力情况不同分为两类,在图 4-12a 中,载荷沿轴的径向方向(即垂直于轴线方向)作用,称为径向轴颈与轴承;若载荷沿轴线方向作用,称为止推轴颈与轴承,如图 4-12b 所示。

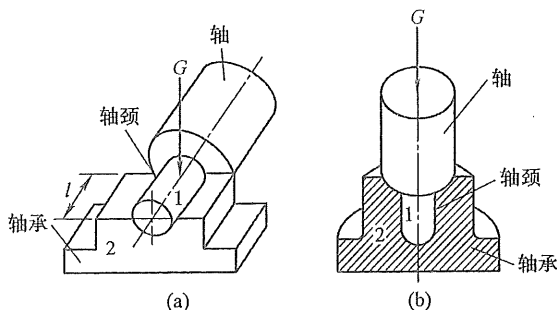


图 4-12

1. 径向轴颈与轴承中的摩擦与自锁

(1) 径向轴颈与轴承中的摩擦

径向轴颈与轴承是转动副中最常见的结构形式。如图 4-12a 所示,设轴颈 1 在径向载荷 G 和驱动力矩 M 的作用下,以 ω_{12} 相对于轴承 2 等速回转,轴颈长度为 l ,半径为 r ,轴颈与轴承间的摩擦因数为 f 。此时,轴承与轴颈间产生的总摩擦力会因两转动副元素的材料、表面质量以及接触情况的不同而有所变化。下面分三种情况,从理论上对考虑摩擦时径向轴颈与轴承中的摩擦力进行分析。

1) 未经过跑合的径向轴颈与轴承中的摩擦。如图 4-13a 所示,在未经过跑合的径向轴颈与轴承中,假定轴颈 1 与轴承 2 沿下半圆周面接触,两者之间作用有均布载荷,即沿径向的压强 p 为常数。为研究轴与轴承间的摩擦力,在与 G 成 α 角处取一微元体 $d\alpha$,微元体处轴颈所受的法向反力 $dF_{N21} = plr d\alpha$,摩擦力 $dF_{f21} = fdF_{N21}$ 。所有法向反力和摩擦力沿垂直方向的分力之和与 G 相平衡,则



$$G = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF_{N21} \cos \alpha + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF_{t21} \sin \alpha$$

因 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF_{t21} \sin \alpha = 0$, 所以

$$p = \frac{G}{2lr} \quad (4-34)$$

因此, $dF_{N21} = p l r d\alpha = \frac{G}{2} d\alpha$, $dF_{t21} = f dF_{N21} = \frac{G}{2} f d\alpha$ 。则轴颈与轴承间的摩擦力矩为

$$M_f = F_{t21} r = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{G}{2} f r d\alpha$$

从而得

$$F_{t21} = \frac{\pi}{2} f G \quad (4-35)$$

2) 跑合后的径向轴颈与轴承中的摩擦。如图 4-13b 所示, 在经过一段时间跑合后的径向轴颈与轴承中, 可假设轴颈在轴承中沿 G 的方向下降一段距离 y_0 , 且仍沿下半圆周面接触, 两者之间作用有非均布载荷。假定轴承的径向磨损 y 按余弦规律变化, 即

$$y = y_0 \cos \alpha \quad (4-36)$$

式中, y_0 为在力 G 作用线处轴承的磨损量。

在不考虑磨损速度、摩擦面的状态及轴颈与轴承的材料等因素的情况下, 轴承的径向磨损与压强 p 成正比, 即

$$y = cp, \quad y_0 = cp_0$$

由此可得

$$p = p_0 \cos \alpha \quad (4-37)$$

式中: p_0 为在力 G 作用线处的压强; p 为在与力 G 作用线成 α 角处的压强。

在与 G 成 α 角处取一微元体 $d\alpha$, 微元体处轴颈所受的法向反力 $dF_{N21} = p l r d\alpha$, 摩擦力 $dF_{t21} = f dF_{N21}$ 。所有法向反力和摩擦力沿垂直方向的分力之和与 G 相平衡, 则

$$G = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF_{N21} \cos \alpha + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF_{t21} \sin \alpha$$

因 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF \sin \alpha = 0$, 所以

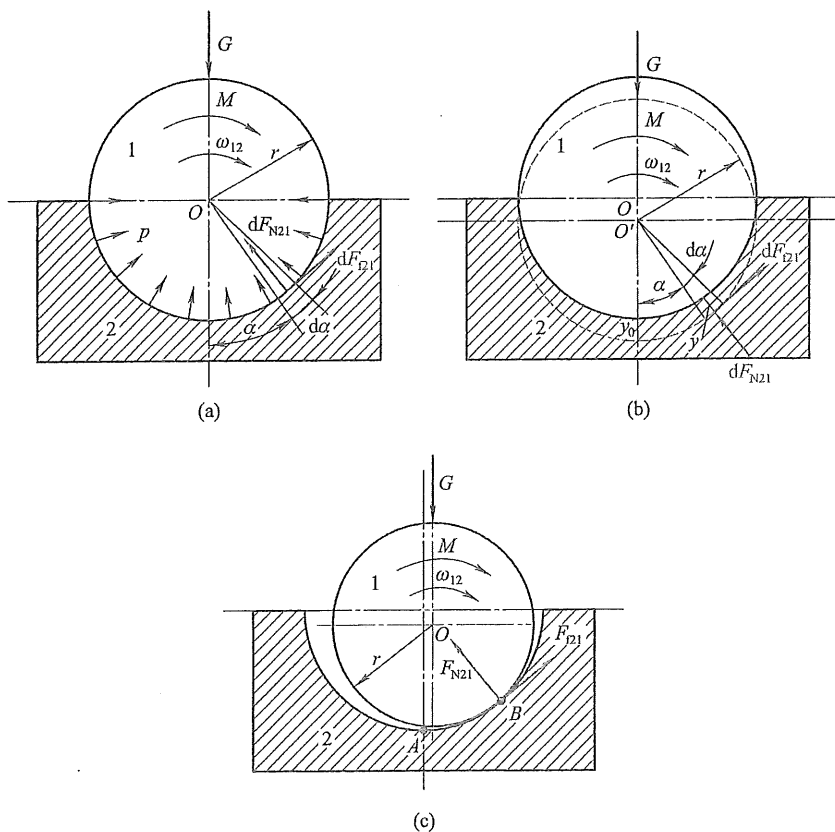


图 4-13

$$G = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dF_{N21} \cos \alpha = p_0 l r \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha^2 d\alpha = p_0 l r \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} d\alpha = \frac{\pi}{2} p_0 l r$$

由此可得

$$p_0 = \frac{2G}{\pi l r} \quad (4-38)$$

因此, $dF_{N21} = \frac{2G}{\pi} \cos \alpha d\alpha$, $dF_{t21} = f dF_{N21} = f \frac{2G}{\pi} \cos \alpha d\alpha$ 。则径向轴颈与轴承间的摩擦力矩

$$M_f = F_{t21} r = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r f \frac{2G}{\pi} \cos \alpha d\alpha = \frac{4}{\pi} f G r$$



从而得

$$F_{f21} = \frac{4}{\pi} f G \quad (4-39)$$

3) 存在少许间隙的径向轴颈与轴承中的摩擦。如图 4-13c 所示, 在轴颈与轴承之间有少许间隙的转动副中, 可以认为轴颈 1 与轴承 2 间沿圆柱表面上某一素线相接触。当轴颈 1 静止不动时, 1 与 2 在轴承的最低点 A 处相接触, 轴颈 1 受到的法向反力 F_{N21} 与径向载荷 G 的作用线相重合, 且大小相等、方向相反。当在轴颈 1 上加驱动力矩 M 后, 轴颈从 A 点向 B 点方向滚动, 直至滚动到 1、2 间产生滑动的 B 点处, 轴颈不再向上滚动。在 B 点位置处, 轴颈在径向载荷 G 、法向反力 F_{N21} 和摩擦力 F_{f21} 三个力的作用下平衡, 则

$$G = \sqrt{F_{f21}^2 + F_{N21}^2} = F_{N21} \sqrt{1 + f^2}$$

亦即

$$F_{N21} = \frac{G}{\sqrt{1 + f^2}}$$

由此可得

$$F_{f21} = f F_{N21} = \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}} G \quad (4-40)$$

在式(4-35)、式(4-39)及式(4-40)中, 分别令当量摩擦因数 $f_v = \frac{\pi}{2} f$ 、 $f_v =$

$\frac{4}{\pi} f$ 及 $f_v = \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}}$, 则径向轴颈与轴承中的摩擦力可写成 $F_{f21} = f_v G$ 的通用形式。

以上的分析是在某种假设的条件下进行的, 实际上径向轴颈和轴承间的摩擦因数 f_v 的值常通过试验测定而得到。 f_v 值随轴颈材料、刚度、摩擦面状况及工作条件(如接触弧的大小、是整周转动还是在某一角度内摆动、 G 的方向是否变化及速度的大小)等的不同而在一定的范围内变化。总之, 在实际应用时, f_v 可在 $f \sim \frac{\pi}{2} f$ 之间选取, 当轴颈与轴承的间隙小, 接触面大, 材料软时取大值, 反之取小

值。为了安全起见, 在计算机械效率时取大值, 在考虑应用机械自锁时取小值。

(2) 径向轴径与轴承的自锁

由上述分析可见, 无论径向轴颈与轴承间是面接触还是线接触, 最终都可以看成轴颈在驱动力矩 M 、径向载荷 G 、法向反力 F_{N21} 和摩擦力 F_{f21} 作用下的平衡问题。下面通过讨论轴颈 1 所受到总反力作用线的位置来讨论径向轴径与轴承的自锁问题。如图 4-14a 所示, 取轴颈 1 为力平衡体, 根据力平衡条件, 轴承对



轴颈的总反力 F_{R21} 的大小为

$$F_{R21} = G$$

并且 F_{R21} 与 G 应形成一个阻止轴颈转动的力偶, 其力矩与驱动力矩 M 相平衡。设 F_{R21} 与 G 的距离为 ρ , 则

$$M = F_{R21}\rho = G\rho \quad (4-41)$$

按上述推导 $F_{t21} = f_v G$, 可得摩擦力矩

$$M_f = F_{t21}r = f_v Gr \quad (4-42)$$

由于法向反力 F_{N21} (法向支反力) 对转动中心 O 无力矩, 故与驱动力矩 M 相平衡的也只有摩擦力矩 M_f , 即

$$M = M_f \quad (4-43)$$

将式(4-41)和式(4-42)代入式(4-43), 得

$$G\rho = f_v Gr$$

从而

$$\rho = f_v r \quad (4-44)$$

若以轴颈中心 O 为圆心, 以 ρ 为半径作圆, 则称该圆为摩擦圆, ρ 称为摩擦圆半径。对于一个具体的径向轴颈, 当其受力平衡时, 总反力总是切于摩擦圆的, 其方向应使 F_{R21} 对轴心 O 之矩阻止轴颈 1 相对轴承 2 的运动, 即与 ω_{12} 反向。

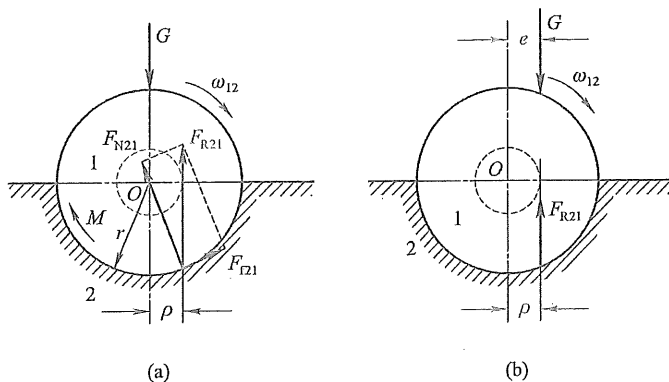


图 4-14

综上所述, 若设驱动力 G 作用线距轴心 O 偏距为 e (图 4-14b), 经分析可得以下结论:

- 1) 当 $e = \rho$ 时, 即 G 切于摩擦圆, $M = M_f$, 轴颈将匀速转动。
- 2) 当 $e > \rho$ 时, G 在摩擦圆以外, $M > M_f$, 轴颈则加速转动。



3) 当 $e < \rho$ 时, G 作用在摩擦圆以内, 无论驱动力 G 增加到多大, 则因 M 恒小于 M_t , 轴颈都不会转动, 这种现象称为径向轴颈与轴承的自锁。因此, 径向轴颈与轴承的自锁条件为驱动力作用线在摩擦圆以内, 即 $e < \rho$ 。

为了加深对径向轴颈与轴承间的摩擦和自锁的理解, 现以偏心夹具为例做进一步分析。在图 4-15a 所示的偏心夹具中, 偏心圆盘 1 的半径 $r_1 = 60 \text{ mm}$, 轴颈 A 的半径 $r_A = 15 \text{ mm}$, 偏心距 $e = 40 \text{ mm}$, 轴颈的当量摩擦因数 $f_v = 0.2$, 圆盘 1 与工件 2 之间的摩擦因数 $f = 0.14$, 求不加力 F 时机构自锁(夹紧工件 2)的最大楔紧角 α 。

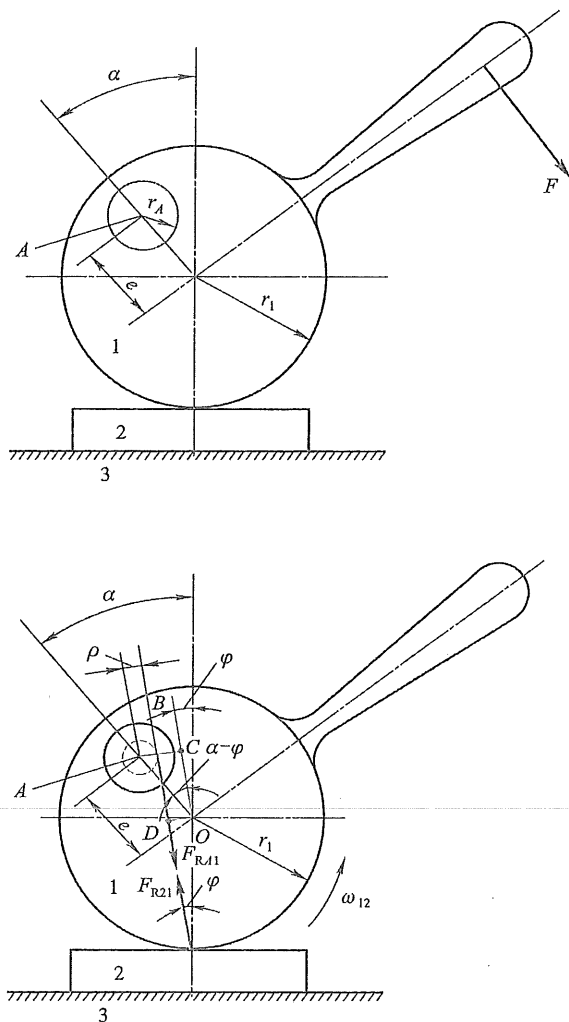


图 4-15



轴颈 A 的摩擦圆半径为 $\rho = f_v r_A = 0.2 \times 15 \text{ mm} = 3 \text{ mm}$, 圆盘 1 与工件 2 之间的摩擦角为 $\varphi = \arctan f = \arctan 0.14 = 7^\circ 58'$ 。

在图 4-15a 所示的机构夹紧后, 作用在把手上的力 F 消失, 偏心圆盘 1 有相对其回转中心 A 作逆时针方向转动而使工件 2 松脱的趋势, 所以圆盘 1 在与工件 2 接触点处运动速度的方向向右, 工件 2 对圆盘 1 的反力 F_{R21} 应与圆盘 1 的运动速度方向成 $(90^\circ + \varphi)$ 角, 如图 4-15b 所示。若不计偏心圆盘的重力, 此时它仅受 F_{R21} 和轴颈 A 对其反力 F_{R41} 二力作用, 即二力大小相等, 方向相反 ($F_{R41} = -F_{R21}$)。又因为轴颈 A 对圆盘 1 的反力 F_{R41} 对轴颈 A 形成的转矩应阻止圆盘 1 逆时针转动, 所以 F_{R41} 应作用于摩擦圆的右侧。当 F_{R21} 作用在轴颈 A 的摩擦圆之内或与该摩擦圆相切时, 偏心圆盘处于自锁状态。图 4-15b 画出 F_{R21} 与该摩擦圆右侧相切的情况。作辅助线 OD 垂直于力 F_{R41} 的作用线, OB 平行于 F_{R41} 的作用线, AC 垂直于 OB , C 为垂足, 因此 $AC = e \sin(\alpha - \varphi)$, $OD = r_1 \sin \varphi$ 。如果该机构自锁, 则必须满足 $AC - OD \leq \rho$, 即

$$e \sin(\alpha - \varphi) - r_1 \sin \varphi \leq \rho$$

所以

$$40 \times \sin(\alpha - 7^\circ 58') - 60 \times \sin 7^\circ 58' \leq 3$$

故该偏心夹具能产生自锁的最大楔紧角为

$$\alpha = \arcsin 0.2829 + 7^\circ 58' = 24^\circ 24'$$

2. 止推轴颈与轴承中的摩擦

止推轴颈 1 与轴承 2 也构成一转动副。轴用以承受轴向载荷的部分称为轴端 (图 4-16)。当轴颈 1 的轴端在止推轴承 2 上旋转时, 由于在轴向载荷 G 的作用下, 接触面间将产生摩擦力, 该摩擦力对轴的回转轴线之矩即为摩擦力矩, 其大小可按如下方式求出。

如图 4-16 所示, 在轴端接触面上半径为 ρ 处取一宽度为 $d\rho$ 的环形微面积 $ds = 2\pi\rho d\rho$, 设 ds 上的压强 p (单位面积上的正压力) 为常数, 则环形微面积 ds 上所受的正压力 $dF_{N21} = pds$, 而环形微面积上产生的摩擦力为 $dF_{f21} = fdF_{N21} = fpds$, 于是 dF_{f21} 对轴颈 1 回转轴线的摩擦力矩 dM_f 为

$$dM_f = \rho dF_{f21} = \rho fpds = 2\pi f p \rho^2 d\rho$$

轴端所受的总摩擦力矩 M_f 为

$$M_f = \int_r^R dM_f = 2\pi f \int_r^R p \rho^2 d\rho \quad (4-45)$$

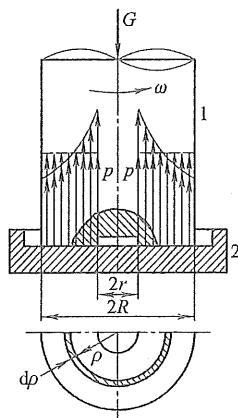


图 4-16



式(4-45)的解可按非跑合的轴端和跑合的轴端两种情况来讨论。

(1) 对于非跑合的轴端和轴承,或很少工作的轴端和轴承,由于各处的压强

p 相等,即 $p = \frac{G}{\pi(R^2 - r^2)} = \text{常数}$, 则

$$M_t = 2\pi f p \int_r^R \rho^2 d\rho = \frac{2\pi}{3} f p (R^3 - r^3) = \frac{2}{3} G f \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \quad (4-46)$$

(2) 对于跑合的轴端和轴承,由于磨损的原因,轴端各处的压强 p 不再相等,离中心远的部分磨损较快,因而压强减小;离中心近的部分磨损较慢,因而压强增大。在常磨损的情况下有

$$p\rho = \text{常数}$$

由于

$$G = \int_r^R dF_{N21} = \int_r^R p ds = \int_r^R 2\pi p \rho d\rho = 2\pi p \rho (R - r)$$

故

$$p = \frac{G}{2\pi \rho (R - r)} \quad (4-47)$$

将式(4-47)代入式(4-45)得

$$M_t = \frac{R+r}{2} f G \quad (4-48)$$

根据跑合后轴端各处压强的分布规律 $p\rho = \text{常数}$ 可知,在轴端中心部分的压强非常大,故容易压溃,所以对于载荷较大的轴端一般都作成空心的,如图 4-16 所示。

三、计及摩擦时平面连杆机构的受力分析

对于高速或重型机械的受力分析,都应考虑运动副中的摩擦。在计算机械效率时,也必须先对机构进行计及摩擦的受力分析。下面举例说明,如何利用运动副中摩擦的条件,对机构进行受力分析。

在图 4-17a 所示的曲柄滑块机构中,若已知各杆件的尺寸和各转动副的半径 r ,以及各运动副的摩擦因数 f ,作用在滑块上的水平阻力 G 。试通过对机构图示位置的受力分析(不计各构件重量及惯性力),确定作用在点 B 并垂直于曲柄的平衡力 F_b 的大小。

(1) 计算摩擦角 φ 及摩擦圆半径 ρ

摩擦角 $\varphi = \arctan(f)$, 摩擦圆半径 $\rho = fr$ 。在转动副 A 、 B 及 C 处画出半径为 ρ



的摩擦圆(图 4-17b 中虚线小圆)。

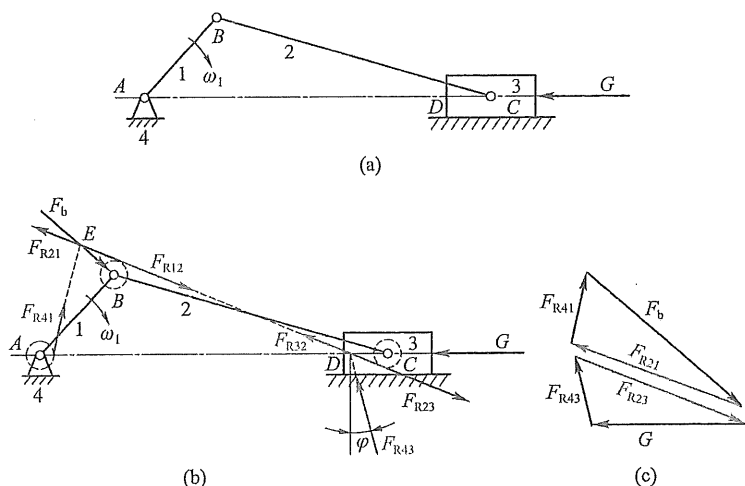


图 4-17

(2) 连杆 2 的受力分析

1) 确定连杆 2 的受力性质 若不计构件自重和惯性力,根据曲柄 1 的回转方向,可分析得出连杆 2 为受压的二力杆,因此 F_{R12} 与 F_{R32} 为大小相等、方向相反的两个相向力。

2) 初步确定连杆 2 上转动副 B 处所受力的作用位置 当主动件 1 顺时针转动时, $\angle ABC$ 有增大的趋势,则构件 2 有绕点 B 逆时针方向转动的趋势(ω_{21} 为逆时针), F_{R12} 对点 B 的力矩应阻止 ω_{21} 作逆时针转动,所以 F_{R12} 对点 B 的力矩为顺时针方向。

3) 初步确定连杆 2 上转动副 C 处所受力的作用位置 同理,当主动件 1 顺时针转时, $\angle BCA$ 有减小的趋势,则构件 2 有绕点 C 逆时针方向转动的趋势(ω_{23} 为逆时针), F_{R32} 对点 C 的力矩应阻止 ω_{23} 作逆时针转动,所以 F_{R32} 对点 C 的力矩为顺时针方向。

4) 确定连杆 2 上转动副 B 和 C 处所受力的方向 根据上述分析, F_{R12} 与 F_{R32} 应在 B、C 两处摩擦圆的内公切线 ED 上才能满足步骤 1)、2)、3) 的要求,如图 4-17b 所示。此时, F_{R32} 与已知力 G 交于点 D, F_{R12} 与待求平衡力 F_b 交于点 E。

但需要指出的是上面只求出 F_{R12} 和 F_{R32} 的方向,并未求得其大小。

(3) 滑块 3 的受力分析

当曲柄 1 顺时针方向转动时,滑块 3 有向右运动的趋势,总反力 F_{R43} 与水平



向右的速度方向成 $(90^\circ + \varphi)$ 角。由于滑块 3 处于平衡状态,其所受的三个力 G 、 F_{R23} 、 F_{R43} 应汇交于一点,所以 F_{R43} 经过点 D ,如图 4-17b 所示。根据滑块 3 的平衡条件,有

$$G + F_{R23} + F_{R43} = 0 \quad (4-49)$$

根据式(4-49),按一定比例尺作如图 4-17c 中下图所示的力封闭图,即可求得 F_{R23} 和 F_{R43} 的大小。

(4) 对曲柄 1 进行力分析

由于曲柄 1 绕点 A 顺时针转动, $\angle BAC$ 有减小的趋势, F_{R41} 对点 A 的力矩应阻止曲柄 1 顺时针转动,所以 F_{R41} 对点 A 的力矩为逆时针方向。由曲柄 1 在 F_{R21} 、 F_b 、 F_{R41} 三力作用下的平衡得 F_{R41} 应经过点 E ,且

$$F_{R21} + F_{R41} + F_b = 0 \quad (4-50)$$

根据作用力与反作用力的关系,有 $F_{R32} = -F_{R23}$ 、 $F_{R12} = -F_{R21}$ 、 $F_{R21} = -F_{R12}$ 。根据式(4-50),按一定比例尺作如图 4-17c 上图所示的力封闭图即可求得平衡力 F_b 的大小。

总结以上的求解过程,可归纳计及摩擦时四杆机构的受力分析步骤:

- 1) 计算出摩擦角 $\varphi = \arctan f$ 和摩擦圆半径 $\rho = fr$,并画出摩擦圆。
- 2) 先从二力构件着手分析,根据该构件是受压杆还是受拉杆,初步确定出不考虑摩擦时的二力方向(即二力相向还是相背),再根据与该二力构件组成运动副的另外杆件的转动方向确定二力应与摩擦圆如何相切,最后可求出计及摩擦时的二力构件上所受力的确切方向。
- 3) 对有已知力作用的构件作力分析。充分利用已求得的力,列出构件平衡时的力平衡方程式。若三力则应汇交于一点,对大小、方向均未知的力,要先考虑力的方向,移动副要注意摩擦角偏向,转动副注意切于摩擦圆的哪一侧。最后再根据力封闭图求出其力的大小。

4) 对题中要求的未知力所在构件进行力分析。

以上是利用图解法对平面连杆机构进行计及摩擦的力分析。还可以用解析法进行计及摩擦的力分析,当运动副中支反力为未知时,可用逐次逼近的方法进行求解,本书不做介绍。

§4-4 机械的效率和自锁

一、机械效率

在一个机械系统中,把驱动力所作的功称为输入功(驱动功),记为 W_d ;工作



阻力所作的功称为输出功(有益功),以 W_r 表示;而克服有害阻力(摩擦力、空气阻力等)所作的功,称为损耗功,记为 W_f 。当机械稳定运转时,输入功等于输出功与损耗功之和,即

$$W_d = W_r + W_f \quad (4-51)$$

输出功和输入功的比值,反映了输入功在机械中的有效利用程度,称为机械效率,通常以 η 表示,即

$$\eta = \frac{W_r}{W_d} \quad (4-52)$$

或
$$\eta = \frac{W_d - W_f}{W_d} = 1 - \frac{W_f}{W_d} \quad (4-53)$$

如将式(4-51)、式(4-52)与式(4-53)除以时间 t ,就成为以功率来表示机械效率:

$$P_d = P_r + P_f \quad (4-54)$$

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} \quad (4-55)$$

$$\eta = 1 - \frac{P_f}{P_d} = 1 - \xi \quad (4-56)$$

式中: $\xi = \frac{P_f}{P_d}$ 称为机械损失系数; P_d 为输入功率; P_r 为输出功率。

实际机械中总是存在摩擦的,即 W_f (或 P_f) 不可能等于零,由于摩擦造成能量损失,机械损失系数 $\xi \neq 0$,所以任何一个实际机械的效率 η 总是小于 1 的,而且 ξ 越大,机械效率就越低。

为了便于应用,机械效率也可用力 and 力矩来表示。图 4-18 所示为一简单机械传动系统示意图。主动轮 1 在驱动力 F 的作用下以角速度 ω_1 逆时针转动,并通过一级带传动带动从动轮 2,使载荷 G (工作阻力) 以速度 v_c 向上运动,根据式(4-55)可得

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} = \frac{Gv_c}{Fv_f} \quad (a)$$

为了进一步简化,假设在该机械中不存在摩擦(称为理想机械),即 $P_f = 0$ 。此时,为了克服同样的工作阻力 G ,其所需的驱动力 F_0 (称为理想的驱动力)不再需要像 F 那样大了。由式(4-56)可知,理想机械的效率 $\eta_0 = 1 - \frac{P_f}{P_d} = 1$,则式

(a)可写成

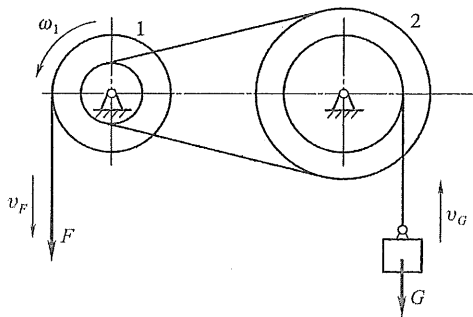


图 4-18

$$\eta_0 = \frac{Gv_G}{F_0v_F} = 1$$

即

$$Gv_G = F_0v_F \quad (b)$$

将式(b)代入式(a),得到用驱动力表示的效率公式:

$$\eta = \frac{Gv_G}{Fv_F} = \frac{F_0v_F}{Fv_F} = \frac{F_0}{F} \quad (4-57)$$

用驱动力矩表示的效率为

$$\eta = \frac{M_{F0}}{M_F} \quad (4-58)$$

式中, M_{F0} 和 M_F 分别为克服同样阻力矩所需的理想驱动力矩和实际驱动力矩。综合式(4-57)和式(4-58),可写成

$$\eta = \frac{\text{理想驱动力}}{\text{实际驱动力}} = \frac{\text{理想驱动力矩}}{\text{实际驱动力矩}} \quad (c)$$

同理,也可用工作阻力或阻力矩来表示机械效率。如果在理想机械中,同样大小的驱动力 F (或驱动力矩 M_F) 所能克服的工作阻力为 G_0 (或阻力矩 M_{G0}), 对理想机械 ($P_f = 0$), 效率 η_0 仍等于 1, 由式(a)得

$$\eta_0 = \frac{G_0v_G}{Fv_F} = 1$$

即

$$Fv_F = G_0v_G$$

代入式(a),得到用工作阻力表示的效率为



$$\eta = \frac{Gv_c}{Fv_f} = \frac{Gv_c}{G_0v_c} = \frac{G}{G_0} \quad (4-59)$$

则用工作阻力矩表示的效率为

$$\eta = \frac{M_c}{M_{c0}} \quad (4-60)$$

综合式(4-59)和式(4-60),可写成

$$\eta = \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}} = \frac{\text{实际工作阻力矩}}{\text{理想工作阻力矩}} \quad (d)$$

利用式(c)和式(d)计算效率的方便之处在于计算力的同时,可以方便地求得效率,而不必计算功或功率。

机械效率除了用以上计算公式进行理论计算外,还可以通过实验方法测定具体机器的效率。对一些常用机构和运动副,在机械工程手册等一般设计用工具书中均可以查到其效率值。这样,就可以利用已知机构和运动副的效率计算机器的效率。

二、机械自锁

在前面讨论的计及运动副摩擦的受力分析中,已从受力的观点研究了机构的自锁问题,现在再从机械效率的观点来讨论机械的自锁问题。

由于实际机械中总会存在一定的摩擦,则有害阻力所作的功 W_f (或功率 P_f) 不能等于零,由式(4-53)或式(4-56)可知,机械的效率总是小于1,若驱动功率等于有害功率($P_d = P_f$),则效率 $\eta = 0$ 。此种情况下,机器可能出现以下两种状态:一是原来运动的机器仍能运动,但输出功率 $P_r = 0$,机器处于空转运动状态;二是原来就不动的机器,由于输入功率只够克服有害功率,所以该机器仍然不能运动,处于自锁状态。

若输入功率小于有害功率($P_d < P_f$),则 $\eta < 0$,即输入功率引起的有害阻力的功率比输入功率还要大,所以无论增大多少输入功率,机器都静止不动,此时,机器必发生自锁。综合以上分析,可以得出机械发生自锁的条件为

$$\eta \leq 0 \quad (4-61)$$

现以实际应用为例讨论机械的效率与自锁。对于图4-9所示的矩形螺纹螺旋传动,求该螺旋传动的效率和自锁条件。

由矩形螺纹螺旋副中的摩擦可知,拧紧螺母时施加在螺纹中径 d 上的圆周力为



$$F = G \tan(\lambda + \varphi) \quad (e)$$

假设螺杆与螺母之间无摩擦,即摩擦角 $\varphi = 0$,可得理想的水平的驱动力

$$F_0 = G \tan \lambda \quad (f)$$

根据式(4-57)和式(e)、式(f)可求得拧紧螺母时的效率

$$\eta = \frac{F_0}{F} = \frac{\tan \lambda}{\tan(\lambda + \varphi)} \quad (4-62)$$

拧紧螺母时自锁条件应当为 $\eta \leq 0$,即

$$\lambda \geq \frac{\pi}{2} - \varphi \quad (4-62')$$

同理可求得放松螺母时维持其等速下滑时的阻力

$$F' = G \tan(\lambda - \varphi) \quad (g)$$

如果螺杆与螺母之间没有摩擦,即 $\varphi = 0$,可得理想阻力

$$F'_0 = G \tan \lambda \quad (h)$$

根据式(4-59)和式(g)、式(h),可求得放松螺母时的效率

$$\eta' = \frac{F'}{F'_0} = \frac{\tan(\lambda - \varphi)}{\tan \lambda} \quad (4-63)$$

当 $\eta' \leq 0$ 时,可求得放松螺母时的自锁条件为

$$\lambda \leq \varphi \quad (4-63')$$

下面再通过吸振器(缓冲器)的实例进一步讨论机械效率与自锁问题。

在图 4-19a 所示的吸振器中,已知滑块的倾角 α ,各摩擦面的摩擦因数 f 及弹簧的压力 F_Q 。求 F 的大小和该机构的机械效率,以及为使该吸振器能正常工作应选择的倾角 α 的值。

吸振器在工作时有正、反两个行程,现分别讨论如下。

(1) 正行程(在驱动力 F 的作用下滑块 1 下移)

1) 当滑块 1 下移时,滑块 2、3 同时分别向左、右外移,而滑块 4 则相对机架固定不动。由此可知相互组成移动副的两滑块之间相对运动的方向。按移动副总反力作用线的确定原则,此时各总反力作用线的方向如图 4-19b 所示,图中摩擦角 $\varphi = \arctan f$ 。

2) 考虑滑块 2(或 3)的平衡,根据 $F_Q + F_{R42} + F_{R12} = 0$ 作力 $\triangle abc$,如图 4-19c 所示。由图可得 F_{R42} 和 F_{R12} 的图解值。

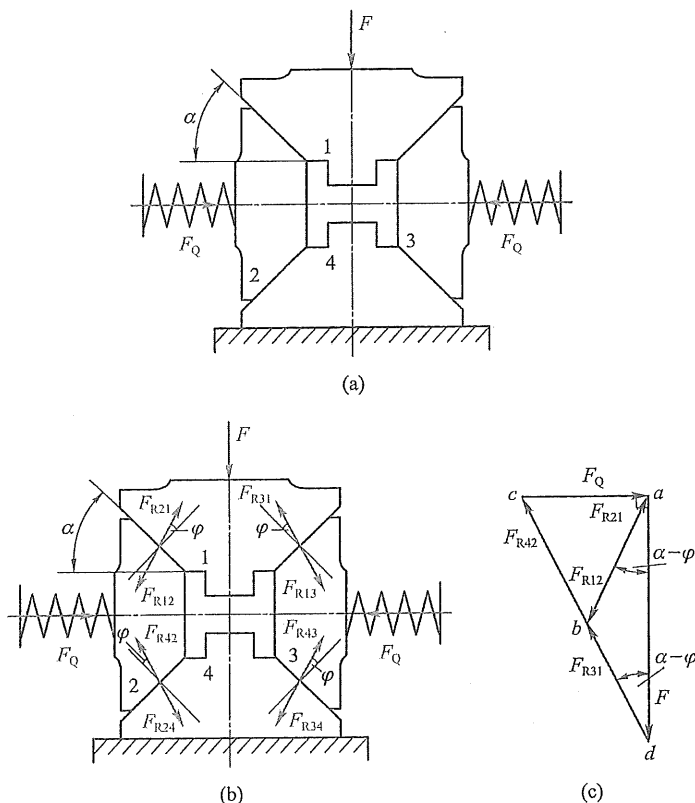


图 4-19

3) 考虑滑块 1 的平衡, 据 $F + F_{R21} + F_{R31} = 0$ 作力 $\triangle bad$, 如图 4-19c 所示。由图可求得 F 和 F_{R31} 的图解值。

由图 4-19c 中力三角形的几何关系可得力 F 的解析式为

$$F = F_Q \cot(\alpha - \varphi)$$

若令 $\varphi = 0$, 得理想状态下的驱动力

$$F_0 = F_Q \cot \alpha$$

4) 如略去机构各有关构件的动能变化和自重时, 则机构的效率为

$$\eta = \frac{F_0}{F} = \frac{\cot \alpha}{\cot(\alpha - \varphi)} = \frac{\tan(\alpha - \varphi)}{\tan \alpha} \quad (4-64)$$

(2) 反行程(在驱动力 F_Q 作用下滑块 1 上升)

因反行程的接触面仍保持不变, 而各构件的相对运动方向与正行程时相反, 即反行程时的总反力方向与正行程时的总反力方向相对于公法线对称。故上述



力的计算公式中以“ $-\varphi$ ”代替“ φ ”后即可得反行程的有关公式:

$$F' = F_Q \cot(\alpha + \varphi)$$

$$F'_0 = F_Q \cot \alpha$$

$$\eta' = \frac{F'}{F'_0} = \frac{\cot(\alpha + \varphi)}{\cot \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varphi)}$$

(3) 倾角 α 的选择

为了使吸振器能正常工作,其正反行程都不应自锁,即

$$\eta > 0 \quad \text{和} \quad \eta' > 0$$

所以

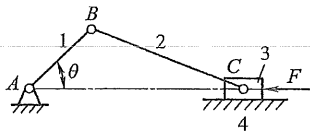
$$\varphi < \alpha < \left(\frac{\pi}{2} - \varphi \right) \quad (4-65)$$



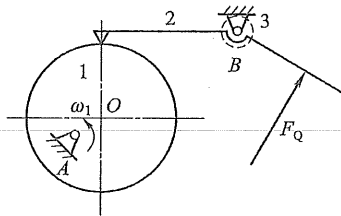
习题

4-1 图示曲柄滑块机构中,已知机构的尺寸(包括轴颈的直径),各轴颈的当量摩擦因数 f_v ,滑块与导路之间的摩擦因数 f 及驱动力 F (回程时力 F 的方向向右)。设从动件 1 上的阻力矩为 M 。若不计各构件的质量,试绘出 $\theta = 45^\circ$ 、 135° 、 225° 和 315° 时,各运动副中总反力的作用线。

4-2 图示为一摆动从动件盘形凸轮机构,凸轮 1 沿逆时针方向回转, F_Q 为作用在从动件 2 上的外载荷,试确定凸轮 1 及机架 3 作用给从动件 2 的总反力 F_{R12} 及 F_{R32} 的方位(不考虑构件的质量及惯性力,但计及凸轮与从动件间的摩擦力和转动副的摩擦力,图中虚线小圆为摩擦圆)。



题图 4-1

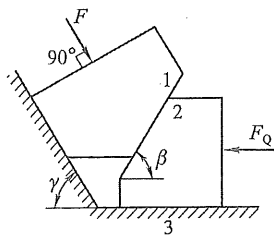


题图 4-2

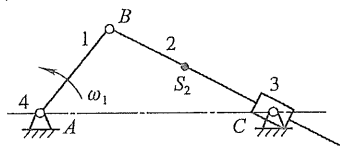
4-3 图示楔块机构中,已知: $\gamma = \beta = 60^\circ$, $F_Q = 1\,000\text{ N}$,各接触面摩擦因数 $f = 0.15$ 。如 F_Q 为有效阻力,试求所需的驱动力 F 。

4-4 图示曲柄摇块机构中,已知各构件尺寸为 $l_{AB} = 100\text{ mm}$, $l_{AC} = 200\text{ mm}$, $l_{BS_2} = 86\text{ mm}$;

连杆的质量 $m_2 = 20 \text{ kg}$, 连杆对质心 S_2 的转动惯量 $J_{S_2} = 0.074 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 曲柄以等速度 $\omega_1 = 40 \text{ rad/s}$ 转动。试求在一个运动循环中, 各运动副中反力的变化曲线及加在主动件 1 上的平衡力矩的变化曲线。



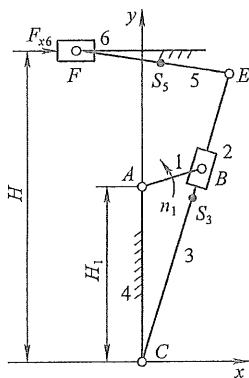
题图 4-3



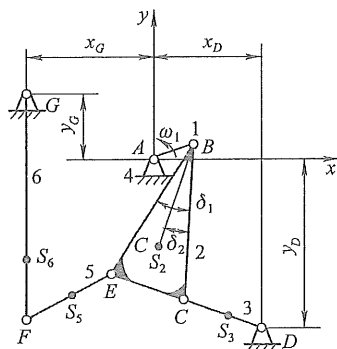
题图 4-4

4-5 图示牛头刨床机构中, 已知各构件尺寸为 $l_{AB} = 108 \text{ mm}$, $l_{CE} = 620 \text{ mm}$, $l_{EF} = 300 \text{ mm}$, $l_{CS_3} = 320 \text{ mm}$, $l_{ES_5} = 150 \text{ mm}$; $H_1 = 350 \text{ mm}$, $H = 635 \text{ mm}$; 各构件的质量及转动量分别为 $m_1 = 12 \text{ kg}$, $m_3 = 12 \text{ kg}$, $m_5 = 3 \text{ kg}$, $m_6 = 46 \text{ kg}$, $J_{S_3} = 0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_{S_5} = 0.0011 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 曲柄 1 以等角速度转动, 转速为 $n_1 = 255 \text{ r/min}$ 。设在曲柄转角 $\varphi_1 = 0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内, 滑块 6 在水平方向上受有图示的外力 $F_{x6} = 225 \text{ N}$ 。试求出各运动副中的反力及作用在曲柄 1 上的平衡力矩 T_j 。

4-6 图示矿石破碎机中, 已知各构件尺寸为 $l_{AB} = 100 \text{ mm}$, $l_{BC} = 460 \text{ mm}$, $l_{CD} = 250 \text{ mm}$, $l_{BE} = 460 \text{ mm}$, $l_{EF} = 265 \text{ mm}$, $l_{FC} = 670 \text{ mm}$; $x_D = 300 \text{ mm}$, $y_D = 500 \text{ mm}$, $x_C = 430 \text{ mm}$, $y_C = 210 \text{ mm}$; 各构件质心尺寸为 $l_{BS_2} = 300 \text{ mm}$, $\delta_1 = 30^\circ$, $\delta_2 = 15^\circ$, $l_{DS_3} = 110 \text{ mm}$, $l_{CS_6} = 500 \text{ mm}$, $l_{ES_5} = 130 \text{ mm}$; 构件 1 的质心在 A 点; 各构件质量分别为 $m_1 = 2.0 \text{ kg}$, $m_2 = 9.0 \text{ kg}$, $m_3 = 4.5 \text{ kg}$, $m_5 = 5.0 \text{ kg}$, $m_6 = 15.0 \text{ kg}$; 各构件绕其质心的转动惯量为 $J_1 = 0.0015 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = 0.065 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_3 = 0.017 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_5 = 0.03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_6 = 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 当曲柄转角处于 $90^\circ \leq \varphi_1 \leq 210^\circ$ 的范围内, 矿石阻力为 300 N , 集中垂直作用于构件 6 的质心 S_6 处, 曲柄 1 以等角速度 $\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$ 逆时针方向转动, 计算各运动副中的反力和作用在曲柄上的平衡力矩。



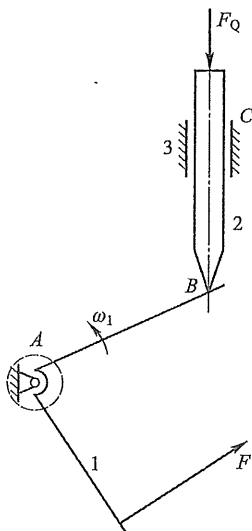
题图 4-5



题图 4-6



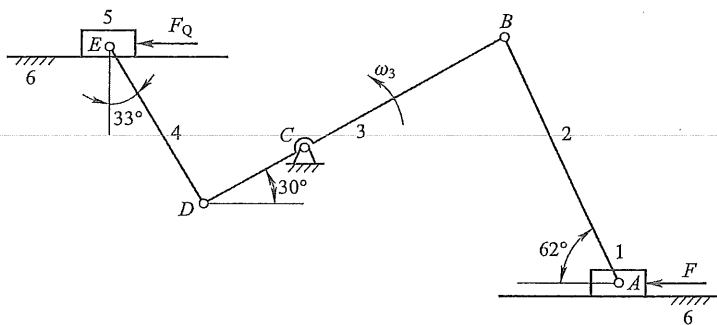
4-7 作用在图示机构各构件上的外力如图所示,构件1以 ω_1 的角速度逆时针方向匀速转动,考虑运动副中的摩擦,设摩擦角 $\varphi = 15^\circ$,图中虚线小圆为摩擦圆,阻力为 F_Q ,驱动力为 F 。请作图标出各构件的受力情况。



题图 4-7

4-8 图示机构在驱动力 $F = 500\text{ N}$ 和阻力 F_Q 作用下处于平衡状态。机构中各转动副轴颈半径 $r = 4\text{ mm}$,当量摩擦因数 $f_v = 0.5$,为方便计算, C 处的转动副不考虑摩擦;机构中移动副滑动摩擦因数 $f = 0.58$, $l_{AB} = 114\text{ mm}$, $l_{BC} = 100\text{ mm}$, $l_{CD} = 50\text{ mm}$, $l_{DE} = 77\text{ mm}$,各构件的质量不计,计算中角度可适当圆整。试:

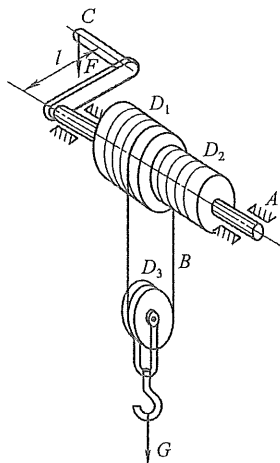
- 1) 画图标注在当前位置所有构件的受力方向,并求滑块5的各受力大小;
- 2) 求该瞬时机构的机械效率。



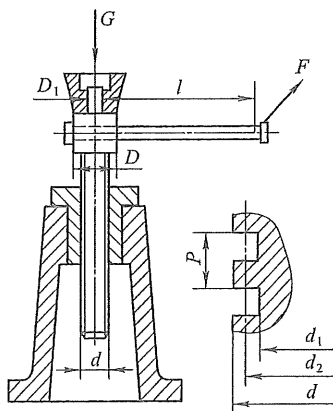
题图 4-8

4-9 图示我国古代发明的差动起重辘轳中,已知鼓轮的直径 D_1 和 D_2 ,滑车的直径 $D_3 = \frac{D_1 + D_2}{2}$,手柄的长度 l ,鼓轮轴承和滑车轴承的摩擦圆半径 ρ_1 和 ρ_3 。设不考虑绳的内摩擦,求该起重辘轳的机械效率 η 以及反行程的自锁条件,其中 G 为载荷, F 为作用在 C 处的切向驱动力,其方向为竖直向下。

4-10 图示矩形螺纹千斤顶中,已知螺纹外直径 $d = 24$ mm,内直径 $d_1 = 20$ mm;托盘小端直径 $D = 42$ mm;托盘孔直径 $D_1 = 20$ mm;手柄长度 $l = 300$ mm;所有摩擦面的摩擦因数均为 $f = 0.1$,求该千斤顶的机械效率。又若 $F = 100$ N,求可举起的重量 G 为多少?

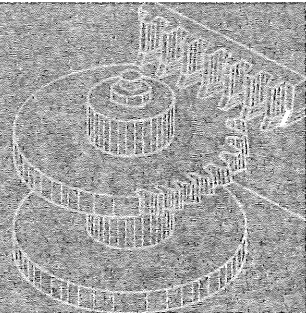


题图 4-9



题图 4-10

第五章 平面连杆机构及其设计



§5-1 概 述

连杆机构是若干刚性构件用低副连接而成的机构,故又称为低副机构,可分为平面连杆机构和空间连杆机构两大类。各构件都在相互平行的平面内运动的连杆机构称为平面连杆机构;各构件不都在相互平行的平面内运动的连杆机构称为空间连杆机构。平面连杆机构广泛地应用于各种(动力、轻工、重型)机械和仪表中,例如活塞发动机的曲柄滑块机构(图 5-1 中的 1 为曲柄、2 为连杆、3 为活塞即滑块、4 为气缸)、缝纫机中的脚踏板曲柄摇杆机构(图 5-2)、车门开闭机构(图 5-14b)和飞机起落架机构(图 5-37a)等。

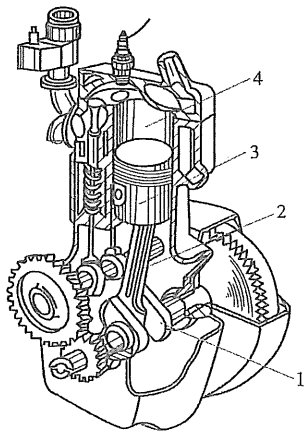


图 5-1

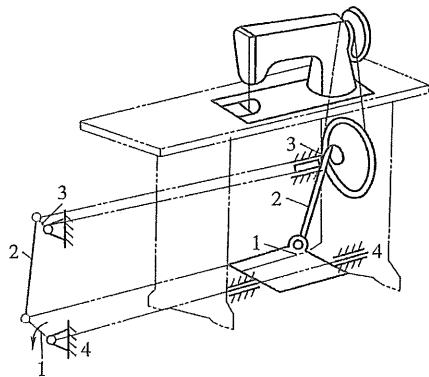


图 5-2

平面连杆机构之所以应用如此广泛,是因为它具有如下显著的优点:一是由于两构件之间是低副连接(面接触),即单位面积所承受的压力(压强)小,所以可以承受大载荷,并且便于润滑,故磨损小;二是由于两构件接触面是圆柱面或平面,加工制造比较容易,易获得较高的精度;三是两构件之间的接触可以靠本身的几何封闭来实现;四是能较好地实现多种运动规律和运动轨迹的要求。但由于平面连杆机构还存在一定的缺点,使得它的应用范围受到一些限制。例如,

为了满足实际生产的要求,需增加构件和运动副,这样不仅机构复杂,而且积累误差较大,影响其运动精度;又如,平面连杆机构的惯性力不容易平衡而不适合于高速传动(高速时易引起较大的动载荷和振动);再有平面连杆机构的设计方法也较复杂,不易精确地满足各种运动规律和运动轨迹的要求。

近年来,国内外在平面连杆机构的研究方面都有长足发展,不再限于单自由度四杆机构的研究,也注重多自由度多杆机构的分析与综合。也不再局限于运动学范围内,而且还注重动力学方面的研究。目前,对连杆机构的研究不仅将其视为刚体,而且还考虑弹性问题。当前由于计算机的普及,有很多通用性强、智能化的 CAD 软件可用于连杆机构设计,为平面连杆机构的设计和研究奠定了坚实的基础,使得连杆机构的应用前景更加广阔。

对于空间连杆机构,其各个构件不都在同一平面内或平行平面内运动,通常以机构中所含运动副的代表符号来命名,如图 5-3 所示。图中, S 代表球面低副, R 代表转动副, C 代表圆柱副。

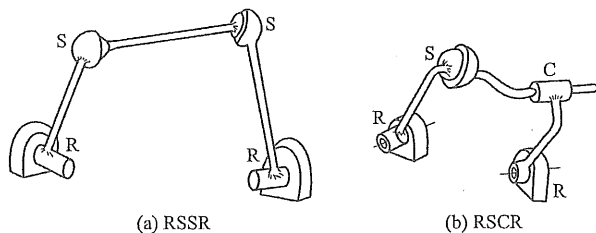


图 5-3

图 5-4 所示的空间连杆机构,其运动链只有一端与机架相连,而另一端为自由状态,这种开链机构在机器人机构中应用广泛。

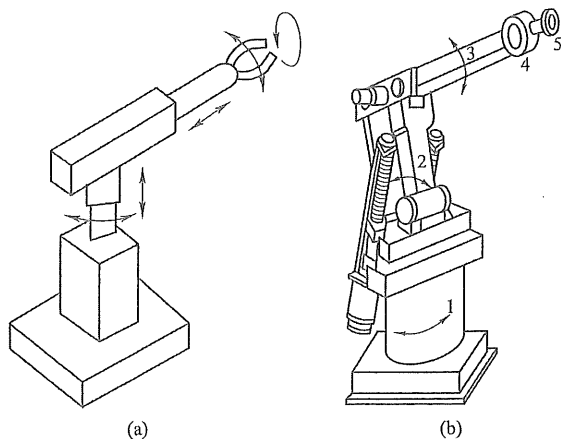


图 5-4



由于平面连杆机构在各种机械中应用得最广泛,而其中的平面四杆机构不仅应用广泛,又经常是多杆机构的基础,所以本章只讨论平面四杆机构的基本类型及其演化、平面四杆机构有曲柄的条件和一些基本概念以及平面四杆机构的设计等问题。

§5-2 平面四杆机构的基本类型及其演化

一、平面四杆机构的基本类型及应用

如图 5-5 所示,全部运动副均为转动副的四杆机构称为铰链四杆机构,它是四杆机构的最基本形式。在此机构中,固定不动的构件 AD 称为机架;与机架相连接的构件 AB 、 CD 称为连架杆,其中能作整周回转运动的连架杆(AB)称为曲柄,只能在一定范围内作往复摆动的连架杆(CD)称为摇杆;机构中作平面运动的构件 BC 称为连杆。

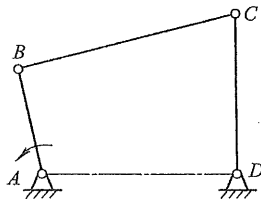


图 5-5

铰链四杆机构根据其两连架杆的不同运动情况,又可分为以下三种类型。

1. 曲柄摇杆机构

在铰链四杆机构中,若两连架杆中一杆是曲柄,另一杆是摇杆,称该四杆机构为曲柄摇杆机构(图 5-6a)。曲柄摇杆机构广泛地应用在各种机械中,例如缝纫机(图 5-2)、颚式破碎机(图 5-7,图中,1 为主动带轮,2 为传动带,3 为曲轴即曲柄,4 为连杆即活动颚板,5 为摇杆,6 为固定颚板)、雷达天线(图 5-8,图中当曲柄 1 转动时,可带动摇杆 3 摆动以调整雷达天线仰角)、搅拌机(图 5-9)等。

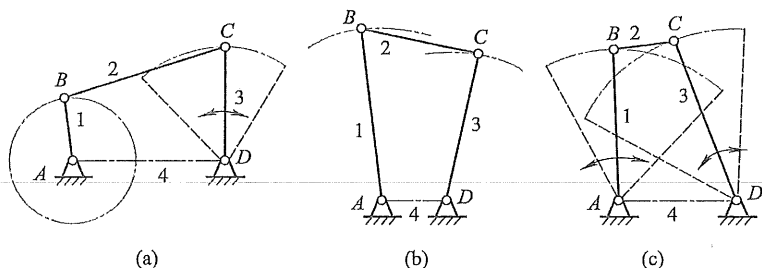


图 5-6

2. 双曲柄机构

在铰链四杆机构中,若两个连架杆相对机架都是作整周回转的曲柄,此机构称为双曲柄机构(图 5-6b)。在图 5-10 所示的惯性筛中,当主动曲柄 AB 等速



回转时,从动曲柄 CD 作变速转动,从而使筛体 6 具有较大变化的加速度,利用加速度所产生的惯性力,使被筛材料达到理想的筛分效果。

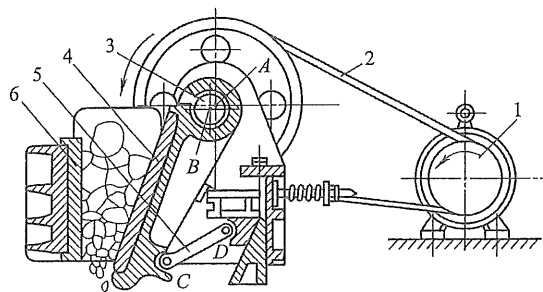


图 5-7

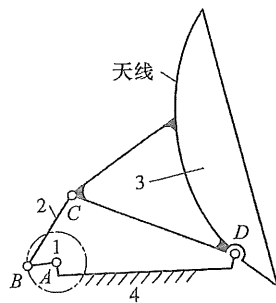


图 5-8

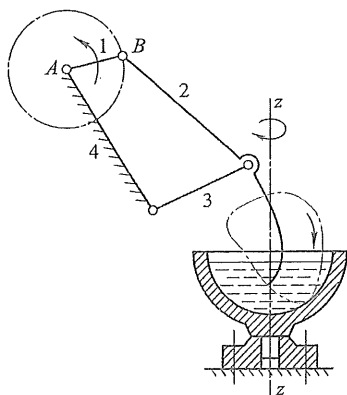


图 5-9

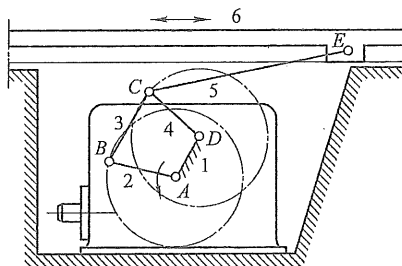
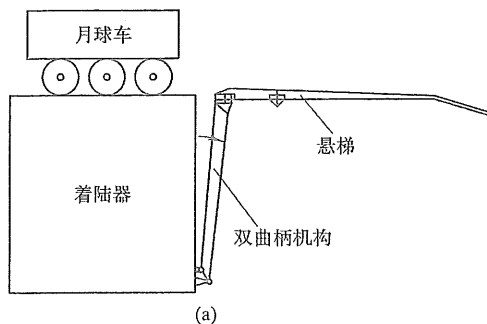


图 5-10

图 5-11a 中的双曲柄机构与悬梯是“嫦娥三号”探测器中将月球车从着陆器转移到月面上的转移机构。当着陆器稳定着陆后,悬梯展开,月球车由着陆器移动到悬梯上,然后双曲柄机构在自身重力和缓释绳的作用下缓慢旋转使悬梯下



(a)



(b)

图 5-11



降(此时悬梯平动)。当悬梯接触月面后,月球车从悬梯移动到月面上。图 5-11b 为着陆器着陆在月球表面的照片。

在双曲柄机构中,若相对两杆平行且相等,称为平行双曲柄机构(图 5-12)。这种机构的特点是其两曲柄能以相同的角速度同时转动,而连杆作平行移动。图 5-13a 所示的机车车轮联动机构(保证两车轮以相同的角速度同向转动)、图 5-13b 所示的摄影平台升降机(连杆作平行移动保证摄影平台始终水平)、图 5-13c 所示的播种机四杆组合(连杆作平行移动使地轮始终与地面接触,从而保证播种深度)均为其应用实例。

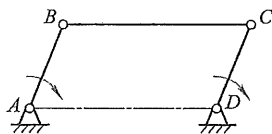
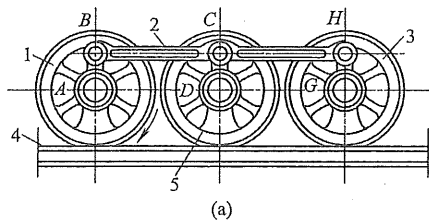
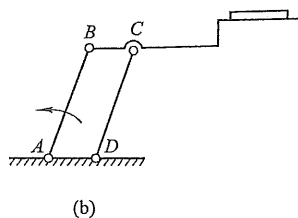


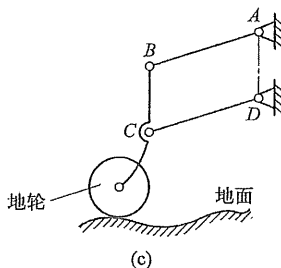
图 5-12



(a)



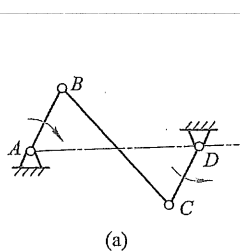
(b)



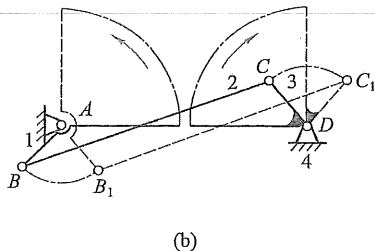
(c)

图 5-13

在图 5-14a 所示双曲柄机构中,虽然其对应边长度也相等,但 BC 杆与 AD 杆并不平行,两曲柄 AB 和 CD 转动方向也相反,故称其为反平行四边形机构。



(a)



(b)

图 5-14



图 5-14b 所示的车门开闭机构即为其应用实例,它是利用反平行四边形机构运动时,两曲柄转向相反的特性,达到两扇车门同时敞开或关闭的目的。

3. 双摇杆机构

当铰链四杆机构中的两连架杆都是摇杆时,称其为双摇杆机构(图 5-6c)。如图 5-15 所示鹤式起重机中的双摇杆机构 $ABCD$,它可使被吊运的重物 G 作近似水平直线移动,避免不必要的升降而消耗能量。在双摇杆机构中,若两摇杆的长度相等称为等腰梯形机构,如图 5-16 所示的汽车前轮转向机构。合理地设计等腰梯形 $ABCD$ 的尺寸,可使汽车在转弯时,两前轮轴线的交点近似地位于后轮轴线的延长线上,以确保汽车转弯过程稳定。

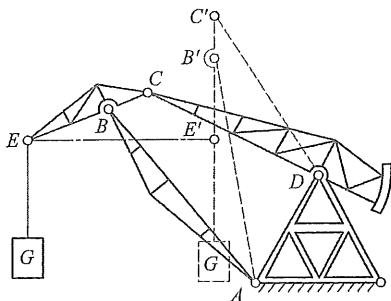


图 5-15

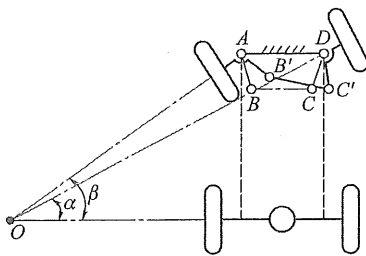


图 5-16

二、平面连杆机构的演化

前面介绍的三种铰链四杆机构,还远远满足不了实际机械工程中的需要,在实际应用中,常常采用多种不同的外形、构造和特性的四杆机构,这些类型的四杆机构可以看作由铰链四杆机构通过各种方法演化而来的。下面分别介绍几种演化方法及演化后的变异机构。

1. 改变相对杆长、转动副演化为移动副

若将图 5-6a 所示的曲柄摇杆机构中杆 3 的长度增大,则点 C 轨迹 $\beta-\beta$ 的半径增大(图 5-17a),继续将杆 3 的长度增大至无穷大,即点 D 位于无限远处,此时点 C 将沿直线 $\beta'-\beta'$ 移动,即转动副 D 转化成移动副,曲柄摇杆机构则演化成曲柄滑块机构(图 5-17b, c)。其中,偏距 $e \neq 0$ 时称为偏置曲柄滑块机构(图 5-17b),当偏距 $e=0$ 时称为对心曲柄滑块机构(图 5-17c),这种机构常应用在冲床和内燃机等机构中。

若继续改变图 5-17c 中对心曲柄滑块机构中杆 2 的长度,转动副 C 转化成移动副,又可演化成双滑块机构(图 5-18)。这种机构常应用在仪表和解算装置中。

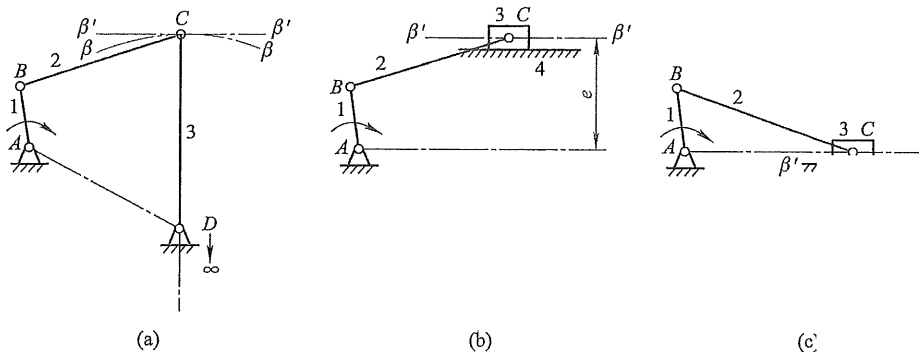


图 5-17

2. 选用不同构件为机架

(1) 变化铰链四杆机构的机架

如图 5-6 所示的三种铰链四杆机构,各构件间的相对运动和长度都不变,但选取不同构件为机架,则可演化成具有不同结构、不同运动性质和不同用途的三种机构(表 5-1 中的铰链四杆机构)。

(2) 变化单移动副机构的机架

对于图 5-17c 所示的对心曲柄滑块机构,若选用不同构件为机架,可演化成以下具有不同运动特性和不同用途的机构。

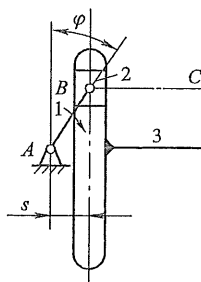


图 5-18

若选用对心曲柄滑块机构中构件 1 为机架(图 5-19a),虽然各构件尺寸和相对运动关系都未改变,但滑块 3 将在可转动(或摆动)的构件导杆)上作相对移动,此时图 5-17c 所示的曲柄滑块机构就演化成(转动)导杆机构。它可用于回转式油泵、牛头刨床及插床等机器中,图 5-20 小型刨床和图 5-21 的牛头刨床分别是转动导杆机构和摆动导杆机构实例。

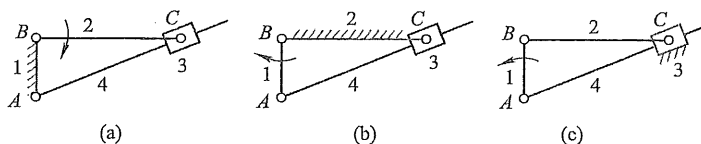


图 5-19

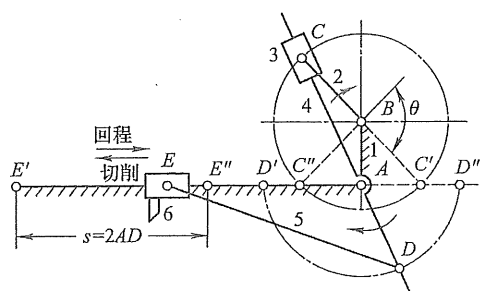


图 5-20

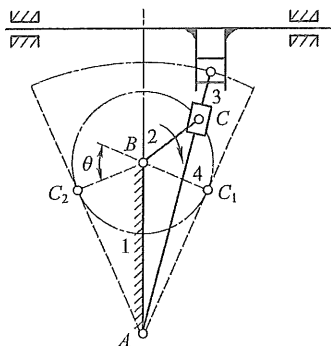


图 5-21

若选用对心曲柄滑块机构中的构件 2 为机架, 滑块 3 仅能绕机架上的铰链 C 作摆动, 此时就演化成曲柄摇块机构(图 5-19b)。它广泛应用于机床、液压驱动及气动装置中, 图 5-22 的 Y54 插齿机中的驱动插齿刀机构和图 5-23 的自卸卡车的翻斗机构均是曲柄摇块机构应用实例。

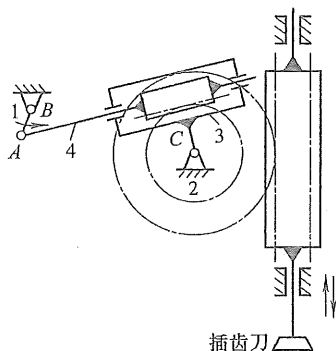


图 5-22

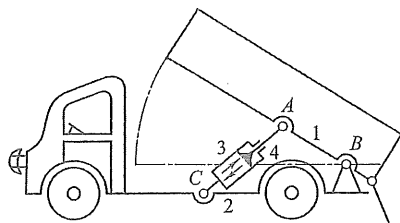


图 5-23

若选用曲柄滑块机构中的滑块 3 作为机架(图 5-19c), 即演化成移动导杆机构(或称定块机构)。它应用于手摇唧筒(图 5-24)和双作用式水泵等机械中。

(3) 变化双移动副机构的机架

在图 5-18 和图 5-25a 所示的具有两个移动副的四杆机构中, 若选择滑块 4 作为机架, 由于构件 3 的位移 s 与主动曲柄 1 转角 φ 的正弦成正比, 即 $s = l_1 \sin \varphi$ (其中 l_1 为主动曲柄 1 的杆长), 故称之为正

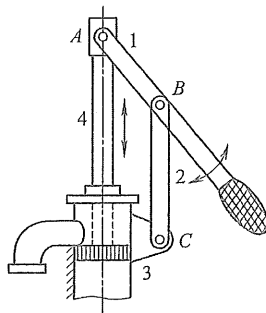


图 5-24



弦机构。这种机构在印刷机械、纺织机械、机床中均得到了广泛的应用,例如机床变速箱操纵机构、缝纫机的针杆机构(图 5-25d)。若选取构件 1 为机架(图 5-25b),则演化成双转块机构,它常用作两轴轴线距离很小的平行轴的联轴器,图 5-25e 所示的十字滑块联轴器为其应用实例。当选取构件 3 为机架(图 5-25c)时,演化成双滑块机构,常应用它作椭圆仪(图 5-25f)。为查阅选用方便,将以上介绍的演化机构归纳于表 5-1 中。

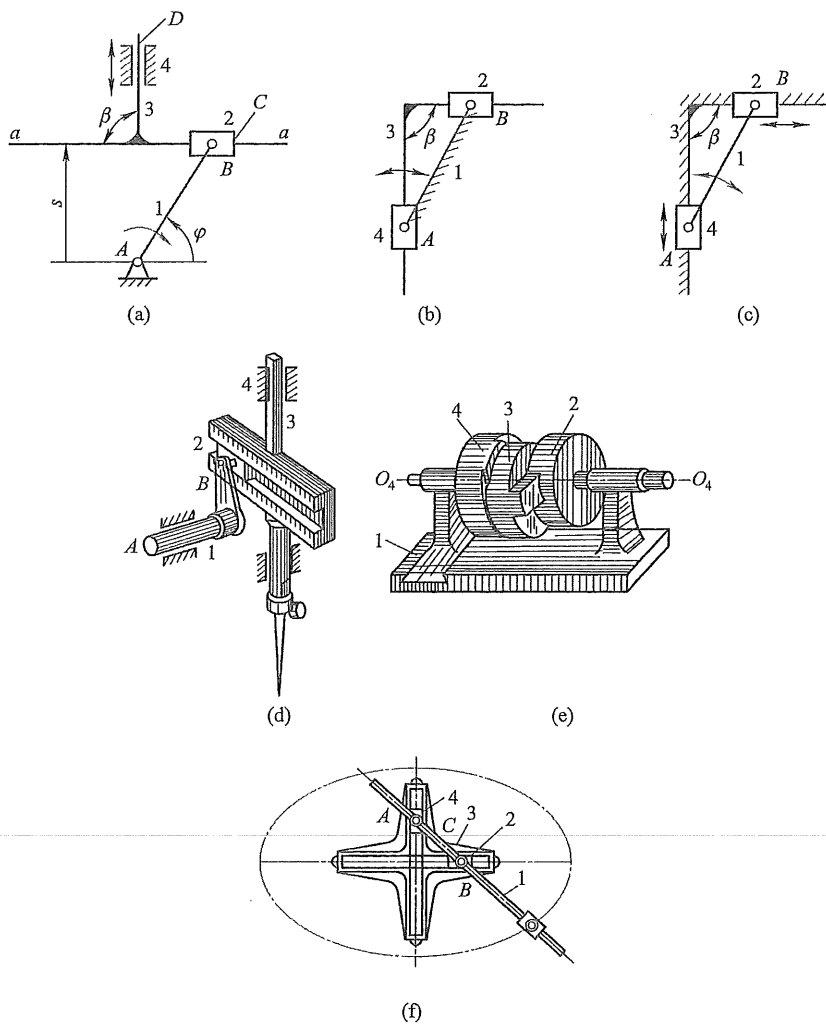
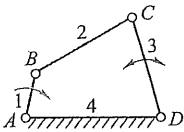
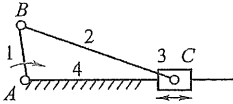
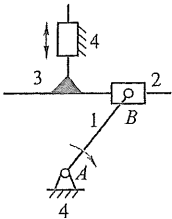
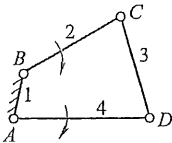
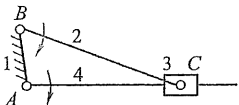
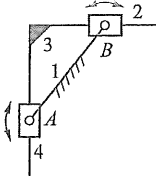
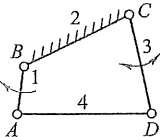
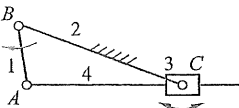
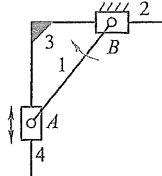


图 5-25

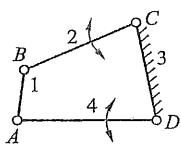
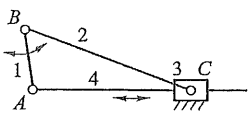
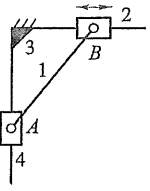


表 5-1 变化机构机架的演化机构

	铰链四杆机构	转动副 D 转化成移动副后的机构 ($e=0$)	转动副 C 和 D 转化成移动副后的机构
构件 4 为机架	 曲柄摇杆	 曲柄滑块	 正弦
用途	搅拌机、颚式破碎机等	冲床、内燃机、空气压缩机等	仪表、解算装置、织布机构、印刷机械等
构件 1 为机架	 双曲柄	 转动(或摆动)导杆	 双转块
用途	插床、惯性筛、平行双曲柄机构用于机车车轮联动, 反向双曲柄机构用于车门开关等	回转式油泵、小型刨床、插床等	十字滑块联轴器等
构件 2 为机架	 曲柄摇杆	 曲柄滑块	 曲柄移动导杆
用途	同前面曲柄摇杆机构	摆缸式原动机, 液压驱动装置, 气动装置、插齿机主传动等	仪表、解算装置等



续表

	铰链四杆机构	转动副 D 转化成移动副后的机构 ($e=0$)	转动副 C 和 D 转化成移动副后的机构
构件 3 为机架	 双摇杆	 移动导杆	 双滑块
用途	鹤式起重机、飞机起落架及汽车、拖拉机上操纵前轮转向等	手摇唧筒、双作用式水泵等	椭圆仪等

3. 扩大转动副尺寸

在图 5-26a 所示的曲柄滑块机构中,若曲柄 AB 的结构尺寸很短而传递动力又较大时,在一个尺寸较短的构件 AB 上加工装配两个尺寸较大的转动副是不可能的,此时可将曲柄改为几何中心与回转中心距离等于长度 AB 的圆盘 (图 5-26b),常称此种机构为偏心轮机构。这种机构可以看成曲柄滑块机构中转动副 B 的半径扩大超过曲柄 AB 的长度。这种机构的转动副可以承受很大的力,故在冲床、剪床、夹具以及锻压设备中得到了广泛应用。

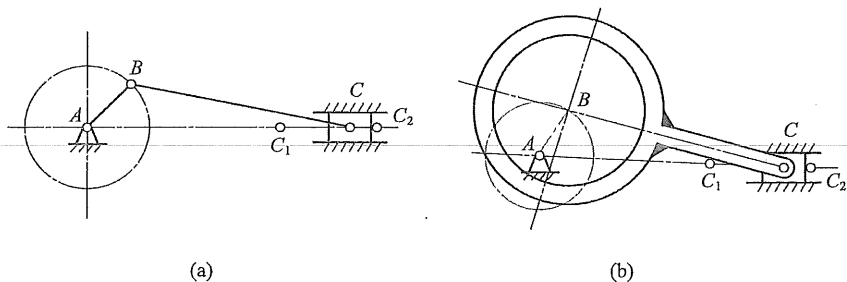


图 5-26



§5-3 平面四杆机构有曲柄的条件及几个基本概念

一、平面四杆机构有曲柄的条件

1. 铰链四杆机构有曲柄的条件

在图 5-27 所示的铰链四杆机构中, 构件 1、3 为连架杆, 构件 2、4 分别为连杆和机架。设构件 1、2、3、4 的杆长分别为 a 、 b 、 c 、 d 。

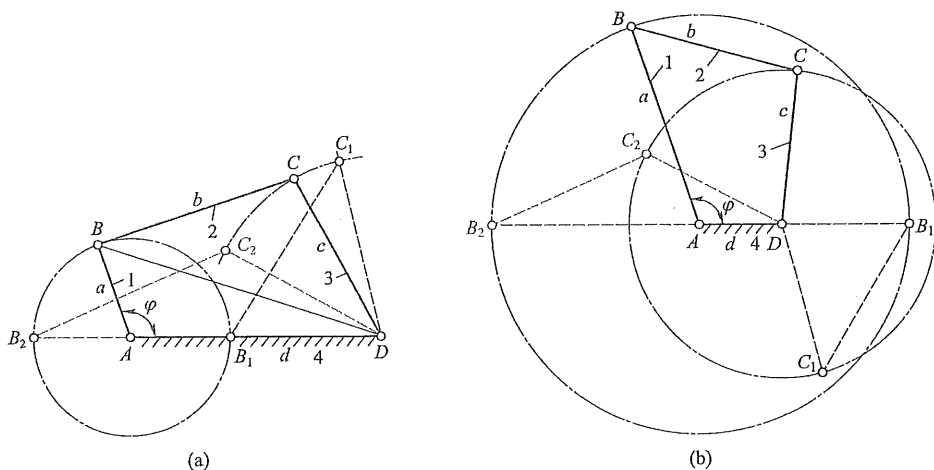


图 5-27

如图 5-27a 所示, 假设 $a < d$, 若连架杆 1 能绕转动副 A 相对机架 4 作整周转动, 就必须使转动副 B 能通过距离点 D 最远的点 B_2 和距离点 D 最近的点 B_1 两个特殊位置, 即杆 1 和杆 4 延长共线和重叠共线两个位置。

由 $\triangle B_2 C_2 D$, 可得

$$a + d \leq b + c \quad (5-1)$$

由 $\triangle B_1 C_1 D$, 可得

$$b \leq (d - a) + c \Rightarrow a + b \leq d + c \quad (5-2)$$

$$c \leq (d - a) + b \Rightarrow a + c \leq d + b \quad (5-3)$$

将式(5-1)、式(5-2)和式(5-3)分别两两相加, 得

$$\begin{cases} a \leq c \\ a \leq b \\ a \leq d \end{cases} \quad (5-4)$$



如图 5-27b 所示,如果 $a > d$,同理,若连架杆 1 能绕转动副 A 相对机架 4 作整周转动,就必须使转动副 B 能通过距离点 D 最远的点 B_2 和距离点 D 最近的点 B_1 两个特殊位置,即杆 1 和杆 4 延长共线和重叠共线两个位置。

由 $\triangle B_2C_2D$,可得

$$d+a \leq b+c \quad (5-1')$$

由 $\triangle B_1C_1D$,可得

$$b \leq (a-d)+c \Rightarrow d+b \leq a+c \quad (5-2')$$

$$c \leq (a-d)+b \Rightarrow d+c \leq a+b \quad (5-3')$$

将式(5-1')、式(5-2')和式(5-3')分别两两相加,得

$$\begin{cases} d \leq a \\ d \leq b \\ d \leq c \end{cases} \quad (5-4')$$

式(5-4)和式(5-4')说明组成周转副 A 的两个构件中,必有一杆为最短杆;式(5-1)~式(5-3)及式(5-1')~式(5-3')说明该最短杆与最长杆长度之和小于或等于其他两杆长度之和,该长度之和条件称为“杆长和条件”。

综合分析上述两种情况,可得出铰链四杆机构有曲柄的条件为

- 1) 最短杆和最长杆长度之和小于或等于其他两杆长度之和;
- 2) 最短杆是连架杆或机架。

当铰链四杆机构满足有曲柄条件的杆长和条件时,以不同的构件为机架可以得到不同类型的机构:

- 1) 以最短杆的邻边为机架时,该机构为曲柄摇杆机构(图 5-28a、b);
- 2) 以最短杆为机架时,两连架杆相对于最短杆均可作 360° 转动,该机构为双曲柄机构(图 5-28c);
- 3) 以最短杆的对边为机架时,铰链四杆机构中无曲柄,此时称为双摇杆机构(图 5-28d)。

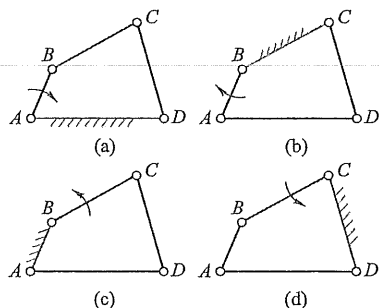


图 5-28



当铰链四杆机构不满足有曲柄条件的杆长和条件时,无论以哪个构件作为机架,该机构都是双摇杆机构。

2. 曲柄滑块机构有曲柄的条件

在图 5-29 所示的偏置曲柄滑块机构中,设构件 1、2 的杆长分别为 a 、 b ,偏距为 e 。若假设杆 1 能绕铰链 A 相对机架作整周转动,就必须使铰链 B 能转过点 B_1 和点 B_2 两个特殊位置,此时,杆 1 与移动副导路垂直。

由 $\triangle B_1KC_1$,可得

$$a+e \leq b \quad (5-5)$$

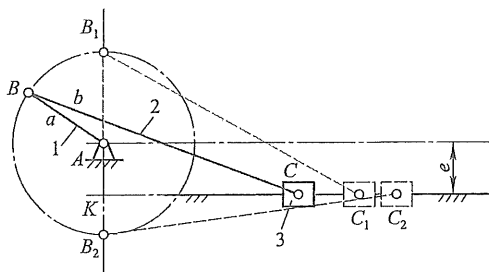


图 5-29

由 $\triangle B_2KC_2$,可得

$$a-e \leq b \quad (5-6)$$

综合分析式(5-5)及式(5-6),可得出曲柄滑块机构有曲柄的条件为连架杆与偏距之和小于或等于连杆长度,即 $a+e \leq b$ 。本条件对于对心曲柄滑块机构($e=0$)同样适用。

二、压力角和传动角

1. 压力角

在图 5-30 所示的铰链四杆机构中,如果不考虑构件的惯性力和铰链中的摩擦力,则主动件 AB 通过连杆 BC 作用到从动件 CD 上的力 F 沿 BC 方向,该力的作用线与受力点 C 的绝对速度 v_c 间所夹的锐角 α 称为压力角。由力的分解可以看出,沿速度 v_c 方向的有效分力 $F_t = F \cos \alpha$,垂直于 F_t 的分力 $F_n = F \sin \alpha$, F_n 只能使铰链 C 、 D 产生压轴力,希望它越小越好;为使机构传动灵活,效率高,要求 F_t 越大越好,即要求压力角 α 越小越好。

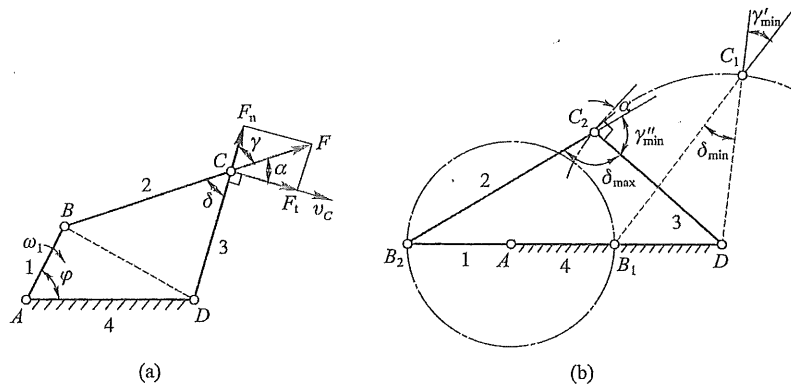


图 5-30

2. 传动角

压力角的余角称为传动角,如图 5-30a 中的 γ 角(此时刚好等于连杆 BC 与摇杆 CD 的夹角 δ)。

由上面分析可知,传动角 γ 越大(压力角 α 越小)对传动越有利。所以,为了保证所设计的机构具有良好的传动性能,通常应使最小传动角 $\gamma_{\min} \geq 40^\circ$,在传递力矩较大的情况下,应使 $\gamma_{\min} \geq 50^\circ$ 。在设计铰链四杆机构时,应校验最小传动角 $\gamma_{\min}$ 是否满足机构的传动要求。

为求出最小传动角的位置和大小,在图 5-30b 中,设构件 1、2、3、4 的杆长分别为 a 、 b 、 c 、 d ,当连杆 2 和摇杆 3 的夹角 δ 为锐角(图中 $\angle B_1C_1D$)时, $\gamma = \delta$; 若 δ 为钝角(图中 $\angle B_2C_2D$)时, $\gamma = 180^\circ - \delta$ 。 δ 的大小是随曲柄转角 φ 的变化而改变的。机构在任意位置时,如图 5-30a 所示,由 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 可得关系式:

$$\left. \begin{aligned} \overline{BD}^2 &= a^2 + d^2 - 2ad \cos \varphi \\ \overline{BD}^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \delta \end{aligned} \right\}$$

由上式可得

$$\cos \delta = \frac{b^2 + c^2 - a^2 - d^2 + 2ad \cos \varphi}{2bc} \quad (5-7)$$

分析式(5-7)可知, δ 是随各杆长和主动件转角 φ 变化而变化的。由于 $\gamma = \delta$ (δ 为锐角), 或 $\gamma = 180^\circ - \delta$ (δ 为钝角), 所以在曲柄转动一周 ($\varphi = 0^\circ \sim 360^\circ$) 过程中, 只有在 δ 成为最小锐角 $\delta_{\min}$ 或最大钝角 $\delta_{\max}$ 两个位置时, 才会出现最小传动



角 $\gamma_{\min} = \delta_{\min}$ 或 $\gamma_{\min} = 180^\circ - \delta_{\max}$ 。从图 5-30b 可知, 此时正是 $\varphi = 0^\circ$ 和 $\varphi = 180^\circ$ 位置时所对应的 δ 为 $\delta_{\min}$ 和 $\delta_{\max}$, 从而可由 $\triangle B_1C_1D$ 和 $\triangle B_2C_2D$ 求得

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta_{\min} &= \frac{b^2 + c^2 - (d-a)^2}{2bc} \\ \cos \delta_{\max} &= \frac{b^2 + c^2 - (a+d)^2}{2bc} \end{aligned} \right\} \quad (5-8)$$

由式(5-8)求得最小传动角 $\gamma'_{\min}$ 和 $\gamma''_{\min}$ 对应的最小锐角 $\delta_{\min}$ 和最大钝角 $\delta_{\max}$ 值后, 即可求出最小传动角:

$$\left. \begin{aligned} \gamma'_{\min} &= \delta_{\min} \\ \gamma''_{\min} &= 180^\circ - \delta_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (5-9)$$

比较 $\gamma'_{\min}$ 和 $\gamma''_{\min}$, 找出其中较小者即为 $\gamma_{\min}$ 。具体计算程序可参考文献[10] §3-2。

对于图 5-31 所示的曲柄滑块机构, 为研究其传动角, 首先找出最大压力角与最小压力角的位置。过铰链点 B 作滑块导路的垂线 BK , 因此

$$\sin \alpha = \frac{\overline{BK}}{b}$$

由于正弦函数在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内为单调增函数, 杆长 b 是定值, 所以压力角 α 的最大值 $\alpha_{\max}$ 对应于 BK 间最大距离 $\overline{BK}_{\max}$, α 的最小值 $\alpha_{\min}$ 对应于 BK 间最小距离 $\overline{BK}_{\min}$ 。由图 5-31 可知, $\overline{BK}_{\max} = a + e$, 此时机构处于 AB_1C_1 位置, 最大压力角 $\alpha_{\max} = \arcsin \frac{a+e}{b}$, 则最小传动 $\gamma_{\min} = 90^\circ - \arcsin \frac{a+e}{b}$; 由图 5-31 还可以看出, 当铰链 B 位于滑块导路上时, $\overline{BK}_{\min} = 0$, 此时机构处于 AB_2C_2 和 AB_3C_3 两位置, 最小压力角 $\alpha_{\min} = 0$, 机构的传动角达到最大值 90° 。

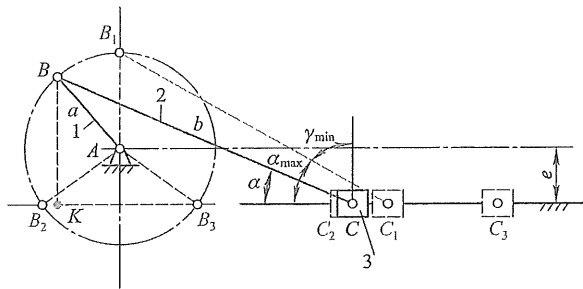


图 5-31



对于图 5-33b 所示的摆动导杆机构,由于导杆与滑块接触点处导杆的运动速度方向与受力方向永远相同,所以压力角恒为 0° ,传动角为 90° 。

三、急回运动和行程速度变化系数

1. 极位夹角

在图 5-32a 所示的曲柄摇杆机构中,当主动件曲柄 AB 逆时针转过一周的过程中,从动件摇杆应经过两个极限位置 C_1D 和 C_2D 。在此两极限位置处,一曲柄与另一曲柄反向延长线间所夹的角度(即 $\angle C_1AC_2$)称为极位夹角,用 θ 来表示。极位夹角的大小与机构的尺寸相关,其值可小于 90° (图 5-32a),也可大于 90° (图 5-32b),一般范围为 $[0^\circ \sim 180^\circ)$ 。

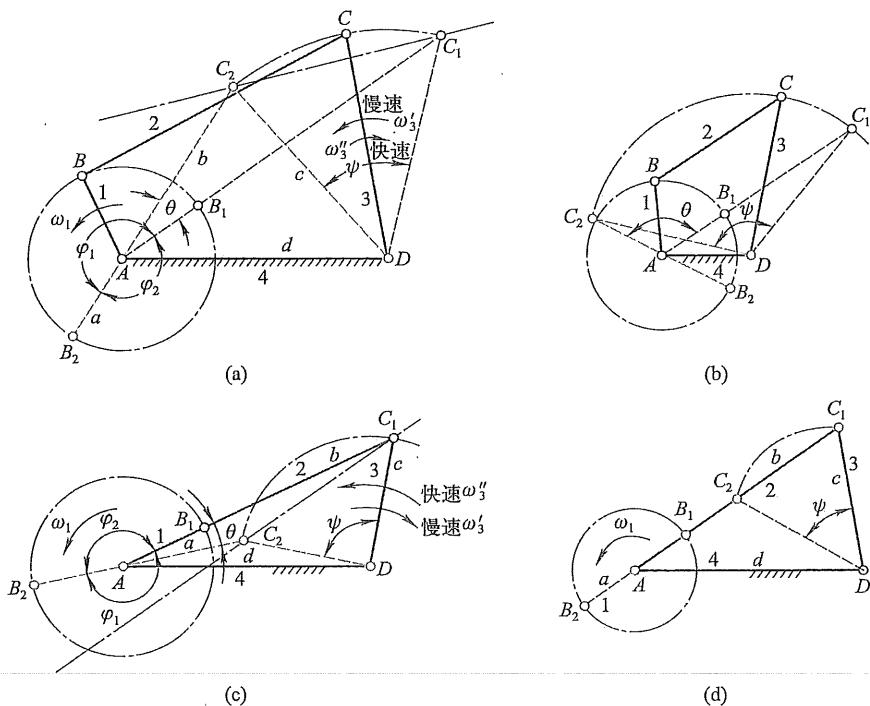


图 5-32

2. 急回运动

如图 5-32a 所示,当曲柄以 ω_1 等速逆时针转过 φ_1 角($AB_1 \rightarrow AB_2$)时,摇杆则逆时针摆过 ψ 角($C_1D \rightarrow C_2D$),设所用时间为 t_1 。当曲柄继续转过 φ_2 ($AB_2 \rightarrow AB_1$),摇杆顺时针摆回同样大小的 ψ 角($C_2D \rightarrow C_1D$),设所用时间为 t_2 。常称 φ_1



为推程运动角, φ_2 为回程运动角。由图可见

$$\varphi_1 = 180^\circ + \theta, \quad \varphi_2 = 180^\circ - \theta$$

则

$$t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{180^\circ + \theta}{\omega_1}, \quad t_2 = \frac{\varphi_2}{\omega_1} = \frac{180^\circ - \theta}{\omega_1}$$

可见 $t_1 > t_2$ 。

设摇杆 3 推程运动和回程运动的平均角速度分别为 ω'_3 和 ω''_3 , 即

$$\omega'_3 = \frac{\psi}{t_1}, \quad \omega''_3 = \frac{\psi}{t_2}$$

显然, 摇杆 3 推程的 ω'_3 小于回程的 ω''_3 , 即 $\omega'_3 < \omega''_3$, 通常把这种从动件往复摆动平均速度不等的 ($\omega'_3 < \omega''_3$) 运动称为急回运动。

3. 行程速度变化系数

为了衡量摇杆急回作用的程度, 通常把从动件往复摆动平均速度的比值 (大于 1) 称为行程速度变化系数, 并用 K 来表示, 即

$$K = \frac{\text{从动件快速行程平均速度}}{\text{从动件慢速行程平均速度}}$$

由图 5-32a 可得

$$K = \frac{\omega''_3}{\omega'_3} = \frac{\psi/t_2}{\psi/t_1} = \frac{\varphi_1/\omega_1}{\varphi_2/\omega_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta} \quad (5-10)$$

故极位夹角 θ 为

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} \quad (5-11)$$

由式 (5-10) 可知, 行程速度变化系数 K 随极位夹角 θ 增大而增大, 即 θ 值越大, 急回运动特性越明显。

设计这种机构时, 通常根据给定的 K 值按式 (5-11) 计算出极位夹角 θ 并将其作为已知的运动条件。当 $K=1$ 时, $\theta=0^\circ$, 机构无急回特性; 当 $K>1$ 时, $\theta>0^\circ$, 机构有急回特性。其中 $K=3$ 时, $\theta=90^\circ$; $K>3$ 时, θ 为钝角。工程中一般 $K \leq 2$, 故 θ 常为锐角。

对于曲柄摇杆机构, 从动摇杆慢行程的运动方向与曲柄转向和机构的尺寸有关。在图 5-32a 中, 当摇杆处于两极限位置时可得

$$\cos \angle C_2AD = \frac{d^2 + (b-a)^2 - c^2}{2d(b-a)}$$

$$\cos \angle C_1AD = \frac{d^2 + (b+a)^2 - c^2}{2d(b+a)}$$

所以



$$\cos \angle C_2AD - \cos \angle C_1AD = \frac{a[a^2 + d^2 - (b^2 + c^2)]}{d(b^2 - a^2)}$$

因为在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内,余弦函数为单调减函数,且 AB 为最短杆,即 $b > a$, 所以当 $a^2 + d^2 < b^2 + c^2$ 时, $\angle C_2AD > \angle C_1AD$, 固定铰链中心 A, D 位于 C_1C_2 连线(或延长线)的同侧,摇杆慢行程的方向与曲柄的旋转方向相同,如图 5-32a 所示; 当 $a^2 + d^2 > b^2 + c^2$ 时, $\angle C_2AD < \angle C_1AD$, 固定铰链中心 A, D 分别位于 C_1C_2 连线(或延长线)的两侧,摇杆慢行程的方向与曲柄的旋转方向相反,如图 5-32c 所示; 当 $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$ 时, $\angle C_2AD = \angle C_1AD$, A, B_1, B_2, C_1, C_2 五点共线,极位夹角为 0° , 机构不存在急回运动,如图 5-32d 所示。

用同样方法进行分析可以得出,偏置曲柄滑块机构和摆动导杆机构均有急回特性(图 5-33 中的 θ 为极位夹角)。对于偏置曲柄滑块机构,其极位夹角 θ 永远小于 90° , 对心曲柄滑块机构的极位夹角为 0° , 因而无急回运动特性。而对于摆动导杆机构,其极位夹角 θ 永远等于导杆摆角 φ , 且当机架长度 d 减小时,极位夹角 θ 可大于 90° 。在很多机器中利用机构的急回特性节省空行程的时间,从而节省动力并提高了生产率。如牛头刨床中采用的导杆机构就起到了这种作用。

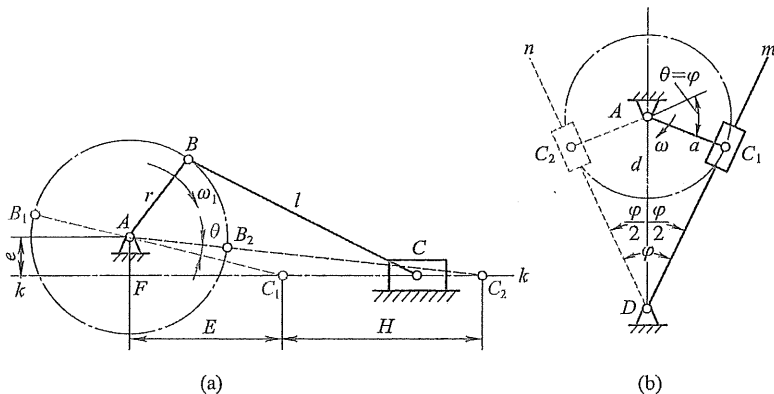


图 5-33

四、机构的死点位置

1. 死点位置

所谓机构的死点位置就是指从动件的传动角 $\gamma = 0^\circ$ 时机构所处的位置(也就是从动件与连杆共线的位置)。图 5-34 为缝纫机脚踏板中所采用的曲柄摇



杆机构,当主动件摇杆 1(脚踏板)位于两个极限位置(DC_1 和 DC_2)时,从动件曲柄 3 在 B_1 、 B_2 两点处的传动角 $\gamma=0^\circ$ ($\delta=180^\circ$),此时主动件对从动件曲柄的驱动力矩为零,机构处于死点位置。若曲柄 3 为主动件,此时摇杆的两个极限位置称为返回点位置。

2. 死点位置在机构中的作用

对于传动机构,在死点位置时,驱动从动件的有效力矩为零,可见机构出现死点对其传动是很不利的。在实际设计中,应该采取措施使其能顺利地通过死点位置。例如,对于连续运转的机器,可采用惯性大的飞轮,如缝纫机借助于带轮的惯性通过死点。也可以采用机构死点位置错位排列的办法,如图 5-35 所示的蒸汽机车车轮联动机构,左、右车轮两组曲柄滑块机构中,曲柄 AB 与 $A'B'$ 位置错开 90° 。

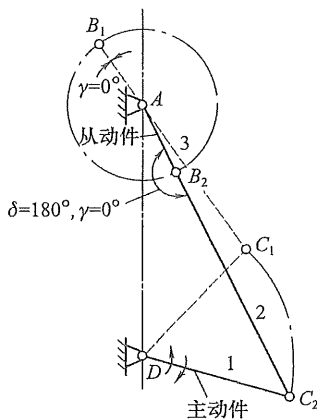


图 5-34

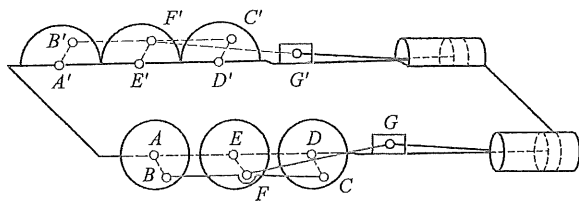


图 5-35

双摇杆机构也有死点位置,在实际设计中常采取限制摆杆的角度来避免死点位置。

一般情况下,在双曲柄机构中,从动件连续转动没有极限位置,则无死点位置。但需注意,在平行双曲柄机构中,当两曲柄与机架(较长杆)共线时(图 5-36),出现死点位置,且从动曲柄 CD 可能向正、反两个方向转动,机构运动出现不确定,即平行双曲柄机构可能变成反向双曲柄机构。为了消除这种可能性,实际设计中常在从动曲柄上附加质量,利用其惯性导向,或在平行双曲柄机构 $ABCD$ 上装上辅助曲柄 EF (图 5-35)。

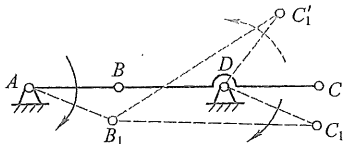


图 5-36



机构中死点位置并非总是起消极作用。在工程实际中,也常利用死点位置来实现一定的工作要求。例如,飞机的起落架机构(图 5-37a),飞机着陆时机构处于死点位置,从而便于承受着陆冲击。又如,钻床夹具(图 5-37b)就是利用死点位置夹紧工件的,此时无论工件反力多大,均可保证钻削时工件不松脱。

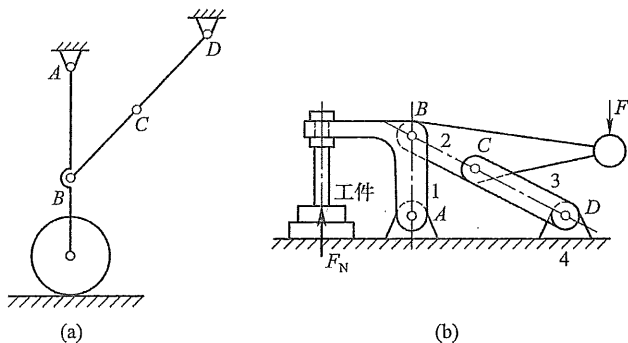


图 5-37

五、运动的连续性

在平面连杆机构中,当主动件连续运动时,其他构件能连续地占据预定的各个位置,称机构具有运动的连续性。对于如图 5-38a 所示的曲柄摇杆机构,当主动件曲柄 AB 连续转动时,从动件摇杆 CD 可以占据在摆角 ψ 或 ψ' 内的某一预定位置。

角度 ψ 和 ψ' 所确定的区域称为运动的可行域(图 5-38 中阴影区域)。由图可知,从动件摇杆根本不可能进入角度 α 或 α' 所决定的区域,称这个区域为运动的非可行域。

因此,从动件摇杆只能在某一可行域内运动,而不可能从一个可行域跃入另一个可行域内。在设计曲柄摇杆机构时,不能要求从动件摇杆在两个不连通的可行域内运动。由于可行域 ψ 和 ψ' 相对于机架 AD 是对称的,对于一个具体的曲柄摇杆机构,其可行域只能位于机架的同一侧,所以可以用机架是否穿过可行域来判断曲柄摇杆机构运动的连续性。

可行域的范围受机构中构件长度的影响。当已知各构件的长度后,可行域可按图 5-38b 所示的方法求得。图中 $r_{\max} = a + b$, $r_{\min} = b - a$ 。至于摇杆究竟在哪个可行域内运动,取决于机构的初始位置。当 B 、 C 、 D 按顺时针排列时,摇杆在 ψ 可行域内运动;当 B 、 C 、 D 按逆时针排列时,摇杆在 ψ' 可行域内运动。

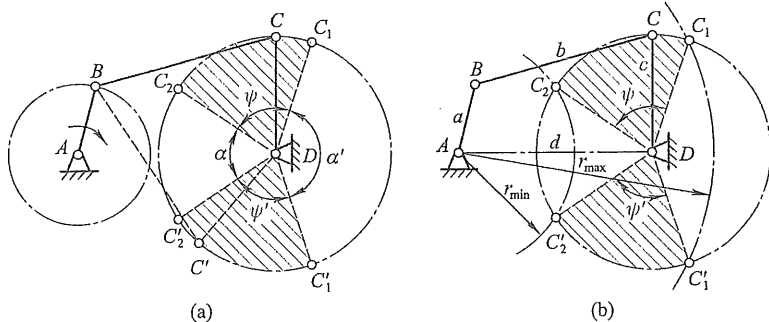


图 5-38

§5-4 平面四杆机构设计

一、四杆机构设计的基本问题与机构的运动特性

1. 四杆机构设计的基本问题

图 5-39 所示的四杆机构是一种最简单的平面连杆机构,但它的尺度综合(设计)却并不简单,而是个较为复杂的问题。由于设计要求的不同,决定了设计问题的多样性,概括起来,四杆机构的设计可以分为以下三类基本问题。

(1) 函数机构设计

设计一个四杆机构,使其主动连架杆(图 5-39 中 AB 杆)与从动连架杆(图 5-39 中的 CD 杆)间满足若干组对应位置关系(图 5-39 中 AB 、 CD 、 AB_1 、 C_1D 等)或实现某种函数关系;或是把主动件的等速(或不等速)运动转换成从动件的不等速(或等速)运动。如图 5-39 所示的函数机构中,连架杆 AB 与 CD 、 AB_1 与 C_1D 和 AB_2 与 C_2D 等具有一一对应的位置,这类四杆机构设计统称为函数机构设计,也称为传动机构设计。在工程实际中,当主动连架杆匀速运动的情况下,为提高生产效率,往往要求从动连架杆具有急回特性,这种满足急回运动要求的四杆机构设计,也可以归入此类设计问题。

(2) 轨迹机构设计

设计一个四杆机构,使其连杆上某一点再现给定的一个封闭曲线轨迹或再现某一段曲线轨迹。如图 5-9 中搅拌机的连杆点能够实现特定要求的轨迹,又如如图 5-40 中四杆机构的连杆点 M 能够实现特定形状的轨迹,再如图 5-42a 中四杆机构连杆平面上的点 M_1 、 M_2 或 M_3 能够实现不同的轨迹曲线。

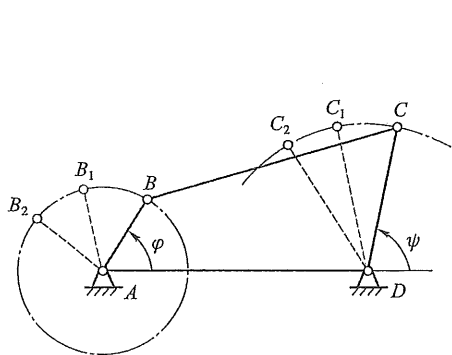


图 5-39

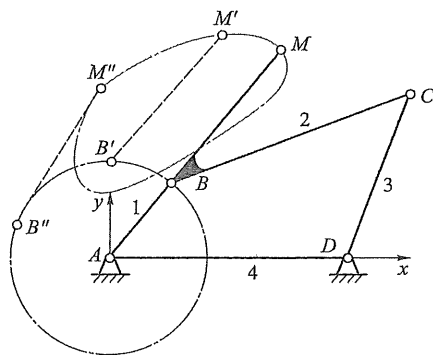


图 5-40

(3) 导引机构设计

图 5-40 所示的四杆机构中,当曲柄 AB 连续回转时,能够导引其连杆 BC 上的标线 BM 通过某些给定位置 BM 、 $B'M'$ 、 $\dots$ 。设计四杆机构,能够导引其连杆顺序地通过某些给定的位置,也就是给定连杆若干个位置设计四杆机构,称为导引机构设计。

根据不同的设计要求,平面连杆机构的设计方法也是多种多样的,总的来说,可以分为图解法、实验法和解析法三大类。由于计算机技术及数值计算方法的迅速发展,本书将重点介绍解析法和数值算法,对于图解法和实验法的思想,只在适当情况下做一简单介绍。为了讲清如何通过数值算法完成四杆机构设计,下面首先研究四杆机构的运动特性。

2. 四杆机构的运动特性

(1) 传动特性——连架杆转角曲线 $\psi(\varphi)$

图 5-41a 的曲柄摇杆机构中,主动连架杆(曲柄) AB 连续转动可以带动从动连架杆(摇杆) CD 作往复摆动,从动件的角位移 ψ 随主动件转角 φ 的变化关系曲线称为连架杆转角曲线,用 $\psi(\varphi)$ 表示,如图 5-41b 所示。由前面的运动分析可知,连架杆转角曲线 $\psi(\varphi)$ 是一个周期性函数曲线,其曲线形状及最大值取决于四杆机构的相对尺寸 $a_1 = AB/AD$, $b_1 = BC/AD$, $c_1 = CD/AD$ 的大小,不同相对尺寸的四杆机构具有不同的 $\psi(\varphi)$ 曲线,即一组相对尺寸为 a_1 、 b_1 和 c_1 的四杆机构,只有一条唯一的 $\psi(\varphi)$ 曲线。因此,可以用一条 $\psi(\varphi)$ 曲线来表征一个四杆机构,它表明了该四杆机构主、从动连架杆间的传动关系特性,故称为传动特性。给定机构相对尺寸 a_1 、 b_1 和 c_1 后,可以用 § 3-3 节的运动分析方法求得连架杆转角曲线 $\psi(\varphi)$ 。对于一定尺寸的四杆机构,当主动件处于某一位置时,从动件



可有两种位置与之对应,如图 5-41a 中的实线位置和虚线位置,这两种情况的 $\psi(\varphi)$ 曲线并不相同,图 5-41b 为曲柄摇杆机构的 $\psi(\varphi)$ 曲线的基本形状(该图为示意图,并不表示 $\varphi=0$ 时 $\psi=0$),图中的粗实线对应图 5-41a 中的实线位置机构,虚线对应虚线位置机构。

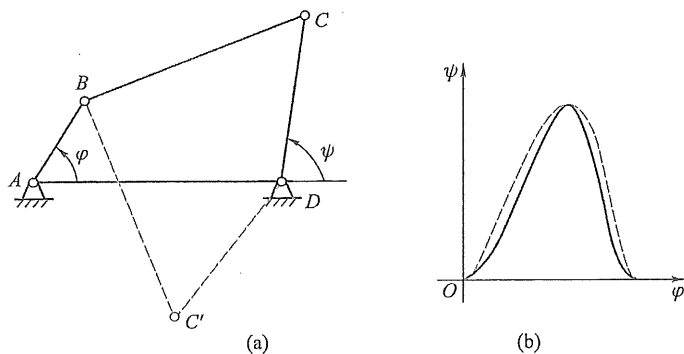


图 5-41

(2) 导引特性——连杆转角曲线 $\beta(\varphi)$

四杆机构的曲柄作连续回转运动时,连杆 BC 作平面复合运动,其上的点 M (图 5-42a 中的 M_1 、 M_2 、 M_3 等点)可以实现一个复杂的封闭轨迹曲线。连杆上的某一点所实现的封闭轨迹曲线称为连杆曲线。连杆曲线的形状不仅与四杆机构的尺寸有关,还取决于连杆上 M 点的位置,如图 5-42a 中连杆上的点 M_1 、 M_2 和 M_3 所实现的连杆曲线的形状完全不同,因此一个基本尺寸一定的四杆机构,其连杆平面上的不同点可以形成无穷多条形状各异的连杆曲线,这样就难以用其中的某一条连杆曲线来表征该四杆机构的运动特征了。

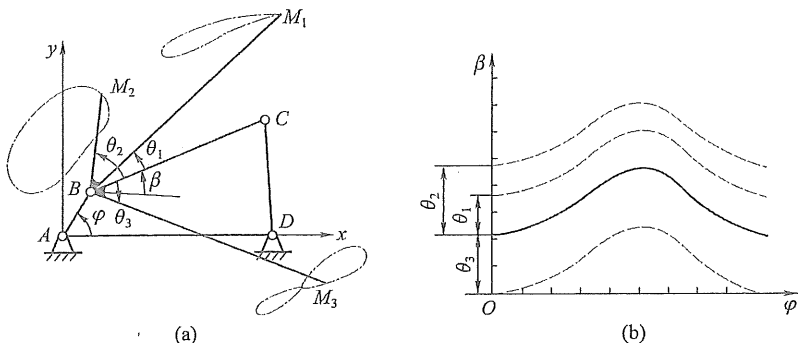


图 5-42



四杆机构连杆平面上的任一条标线(如 BC)与 x 轴正向夹角为 β , 它随主动件 AB 转角 φ 的变化曲线称为连杆转角曲线, 用 $\beta(\varphi)$ 表示。当机构的相对尺寸一定时, 即 $a_2 = BC/AB$ 、 $b_2 = CD/AB$ 及 $c_2 = AD/AB$ 一定时, 只存在一条形状确定的 $\beta(\varphi)$ 曲线。图 5-42a 中的标线 BM_1 、 BM_2 和 BM_3 与 x 轴的夹角分别为 $(\beta + \theta_1)$ 、 $(\beta + \theta_2)$ 和 $(\beta + \theta_3)$, 它们随主动件转角 φ 的变化曲线的形状是相同的, 只是相差 θ_1 、 θ_2 和 θ_3 角而已, 如图 5-42b 所示。因此, 可以用一条连杆转角曲线 $\beta(\varphi)$ (图 5-42b 中的实曲线) 来表征该四杆机构的运动特征, 即用来表征该四杆机构的连杆上无穷多点所形成的形状各异的连杆曲线。它表明该四杆机构连杆平面上的点引导实现轨迹曲线的特性, 或表明连杆平面导引某一标线顺序通过某些位置的特性, 故称为导引特性。

$\beta(\varphi)$ 是周期性函数曲线, 在曲柄回转的一个周期内, $\beta(\varphi)$ 中有一个 $\beta_{\max}$ 和 $\beta_{\min}$ 值, 其形状及最大值仅取决于机构的相对尺寸: $a_2 = BC/AB$, $b_2 = CD/AB$, $c_2 = AD/AB$ 。

应该指出, 不同相对尺寸的四杆机构, 具有不同的传动特性 $\psi(\varphi)$ 曲线和导引特性 $\beta(\varphi)$ 曲线。任一条 $\psi(\varphi)$ 或 $\beta(\varphi)$ 曲线都可以看成一个四杆机构所固有的运动特性, 它们之间是可以相互转换的, 只要有其中一种就可以表明四杆机构的运动特性。对于不同的设计要求, 可以利用不同的运动特性进行机构设计。如可用传动特性进行函数机构设计, 可用导引特性进行轨迹机构设计。至于四杆机构的相对尺寸, 既可以用前述的 a_1 、 b_1 、 c_1 表示, 也可用 a_2 、 b_2 、 c_2 表示。

二、函数机构设计

设计一个四杆机构, 使其主动连架杆与从动连架杆间实现给定的函数关系 $\psi(\varphi)$, 称为函数机构设计。设计方法可有解析法、数值比较法和图解法等, 下面分别进行讨论。

1. 解析法

如图 5-43 所示的铰链四杆机构, 两连架杆对应的角位置分别为 $(\varphi_0 + \varphi)$ 、 $(\psi_0 + \psi)$ 。该类设计的基本问题是给定两连架杆转角 φ 和 ψ 之间的对应关系, 求机构各杆杆长 a 、 b 、 c 、 d 。

根据图示的坐标系和各杆矢量方向, 将各杆分别在 x 、 y 轴上投影得

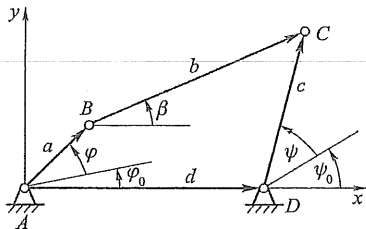


图 5-43



$$\left. \begin{aligned} a \cos(\varphi_0 + \varphi) + b \cos \beta &= d + c \cos(\psi_0 + \psi) \\ a \sin(\varphi_0 + \varphi) + b \sin \beta &= c \sin(\psi_0 + \psi) \end{aligned} \right\} \quad (5-12)$$

将式(5-12)两式移项后分别平方相加,消去 β ,并整理得

$$b^2 = a^2 + c^2 + d^2 + 2cd \cos(\psi_0 + \psi) - 2ad \cos(\varphi_0 + \varphi) - 2accos[(\varphi - \psi) + (\varphi_0 - \psi_0)] \quad (5-13)$$

令

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= (a^2 + c^2 + d^2 - b^2) / 2ac \\ R_2 &= d/c \\ R_3 &= d/a \end{aligned} \right\} \quad (5-14)$$

将 R_1 、 R_2 和 R_3 代入式(5-13)得

$$R_1 - R_2 \cos(\varphi_0 + \varphi) + R_3 \cos(\psi_0 + \psi) = \cos[(\varphi - \psi) + (\varphi_0 - \psi_0)] \quad (5-15)$$

式(5-15)即为铰链四杆机构的位置方程。式中共有五个待定参数: R_1 、 R_2 、 R_3 、 φ_0 和 ψ_0 ,这说明它最多能满足两连架杆的五组对应角位置(φ_i 、 ψ_i , $i=1\sim 5$)。若给定三组对应角位置时,可令 φ_0 和 ψ_0 为常数,式(5-15)变为线性方程组,求得 R_1 、 R_2 和 R_3 后,再设定曲柄长度 a 或机架长度 d ,就可以按式(5-14)求出机构尺寸了。若给定五组对应角位置,则式(5-15)为非线性方程组,一般情况下要给定初值才能求得结果,若初值给得不恰当,有可能不收敛而求不出机构尺寸。

由上述分析可知,即使按给定五组对应位置求得机构,也只是在这五组位置上能精确实现要求的函数,在其他位置上 $\psi(\varphi)$ 均有误差。可见,用解析法求得的函数机构,其结果不一定令人满意。为求解方便,可先给定两连架杆的三组对应位置,用求得的机构作为初值,而后再进一步用优化设计的方法求出误差更小的解。

例 5-1 在图 5-44 所示的铰链四杆机构中,主动连架杆与从动连架杆的三组对应角位置为 $\varphi_{11} = 45^\circ$, $\varphi_{12} = 90^\circ$, $\varphi_{13} = 135^\circ$; $\psi_{11} = 52^\circ$, $\psi_{12} = 82^\circ$, $\psi_{13} = 112^\circ$;并设初始角 $\varphi_{01} = \psi_{01} = 0^\circ$,机架长度 $l_{AD} = 500$ mm。试设计此铰链四杆机构。

解:将给定的主、从动连架杆三组对应位置代入式(5-15)得

$$R_1 - R_2 \cos 45^\circ + R_3 \cos 52^\circ = \cos(45^\circ - 52^\circ)$$

$$R_1 - R_2 \cos 90^\circ + R_3 \cos 82^\circ = \cos(90^\circ - 82^\circ)$$

$$R_1 - R_2 \cos 135^\circ + R_3 \cos 112^\circ = \cos(135^\circ - 112^\circ)$$

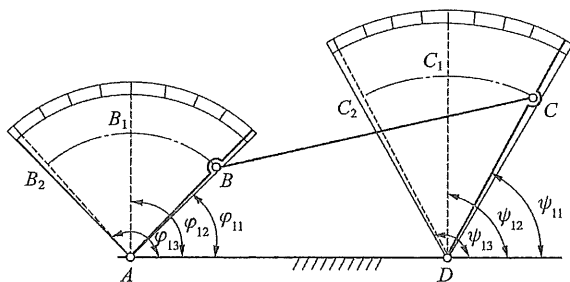


图 5-44

解此线性方程组得

$$R_1 = 0.738\ 4, \quad R_2 = 1.216\ 0, \quad R_3 = 1.809\ 38$$

将 R_1 、 R_2 和 R_3 之值和 $d = l_{AD} = 500\text{ mm}$ 代入式(5-14), 得四杆机构尺寸为

$$a = 276.3\text{ mm}, \quad b = 572.4\text{ mm}, \quad c = 411.1\text{ mm}, \quad d = 500\text{ mm}$$

该机构可以准确实现题目给定的连架杆的三组对应位置, 如图 5-44 所示。

2. 数值比较法

在实际工程中, 往往要求设计如图 5-43 所示四杆机构的两连架杆实现五个以上的对应位置, 或要求实现一个连续的传动函数 $\psi = \psi(\varphi)$, 这就相当于实现两连架杆的无穷多组对应位置, 此时用式(5-15)是无法求解的。根据目前计算机的计算速度快和存储量大的特点, 这里提出一种数值比较法, 它可以较好地完成任务。

(1) 基本思想

1) 首先给定一系列机构的相对尺寸 $a_1 = AB/AD$ 、 $b_1 = BC/AD$ 、 $c_1 = CD/AD$, 并计算这些四杆机构(包括曲柄摇杆机构、双曲柄机构和双摇杆机构等)的从动连架杆转角 ψ 随主动连架杆转角 φ 的变化值并存入计算机, 同时存入该机构的相对尺寸 a_1 、 b_1 、 c_1 及机构的最小传动角 $\gamma_{\min}$ 等参数, 即在计算机中建立相应机构的 $\psi = \psi(\varphi)$ 数据库。

2) 把要求实现的传动函数 $y = f(x)$, 按要求的主、从动连架杆转角变化范围转化为 $\psi_1 = \psi_1(\varphi)$ 函数曲线。

3) 将转化后的函数曲线 $\psi_1 = \psi_1(\varphi)$ 与数据库中已知机构的 $\psi = \psi(\varphi)$ 曲线进行比较, 找到一条与 $\psi_1 = \psi_1(\varphi)$ 最接近的满足给定误差要求的曲线, 该曲线所对应的机构即为所求机构。

4) 由于事先并不知道主、从动连架杆的初始角位置, 可以采用移动式比较



方法,确定初始角 φ_0 和 ψ_0 。

(2) 设计步骤

1) 建立连架杆转角曲线 $\psi(\varphi)$ 数据库。即用机构传动特性曲线 $\psi(\varphi)$ 描述已知相对尺寸的四杆机构,并以数据库的形式存储大量已知传动特性的四杆机构(包括曲柄摇杆机构、双曲柄机构和双摇杆机构),作为以后进行数值比较的基础。

2) 将给定函数 $y=f(x)$ 转换为连架杆转角关系 $\psi_1(\varphi)$ 曲线。要求实现的函数 $y=f(x)$ 可通过图 5-43 所示四杆机构两连架杆的转角关系 $\psi=\psi(\varphi)$ 来模拟。给定函数 $y=f(x)$, 且 $x_0 \leq x \leq x_m$, 即 $x=x_0$ 时, $y=f(x_0)=y_0$; $x=x_m$ 时, $y=f(x_m)=y_m$ 。设以四杆机构的主动杆转角 φ 代表 x , 从动杆转角 ψ_1 (为与数据库中的 ψ 区别,此处用 ψ_1 表示)代表 y , 且 $\varphi_0 \leq \varphi \leq \varphi_m$, $\psi_0 \leq \psi_1 \leq \psi_m$, 并设 $\varphi_0 = \psi_0 = 0$, 则它们之间的换算比例系数 μ_x, μ_y 为

$$\left. \begin{aligned} \mu_x &= \frac{x-x_0}{\varphi} = \frac{x_m-x_0}{\varphi_m} \\ \mu_y &= \frac{y-y_0}{\psi_1} = \frac{y_m-y_0}{\psi_m} \end{aligned} \right\} \quad (5-16)$$

由此,得 ψ_1 和 φ 之间的函数关系式 $\psi_1 = \psi_1(\varphi)$ 为

$$\psi_1 = \frac{y-y_0}{\mu_y} = \frac{f(x)-y_0}{\mu_y} = \frac{f(x_0+\mu_x\varphi)-y_0}{\mu_y} \quad (5-17)$$

由式(5-17)即可把给定的函数 $y=f(x)$ 转换成四杆机构的主、从动连架杆转角 ψ_1 与 φ 之间的函数关系 $\psi_1 = \psi_1(\varphi)$ 。

3) 与数据库中曲线 $\psi=\psi(\varphi)$ 比较求得机构。应用式(5-17), 设定 $0 \leq \varphi \leq \varphi_m$, 就可以把给定函数 $y=f(x)$ 转换成一段曲线 $\psi_1 = \psi_1(\varphi)$, 按一定角度间隔设定 φ , 求得相应的 ψ_1 , 就将给定的函数转换成离散点 (φ, ψ_1) 形式的曲线。为比较方便, 应令转角 φ 的间隔与数据库中存储的 $\psi=\psi(\varphi)$ 曲线中 φ 角的间隔大小相一致。

与给定函数 $y=f(x)$ 相应的 $\psi_1(\varphi)$ 曲线, 是假设其初始角 $\varphi_0 = \psi_0 = 0$ 时求得的, 实际上其初始角不一定为零。主、从动连架杆的初始角位置 φ_0 和 ψ_0 , 应在 $\psi_1(\varphi)$ 与 $\psi(\varphi)$ 的移动比较过程中确定其数值。将 $\psi_1(\varphi)$ 曲线与数据库中的每一条 $\psi(\varphi)$ 曲线都进行比较, 计算出它与各曲线间对应点的误差值 S , 即搜索出所有的 S 值, 那些能够满足设计精度要求的 S 值所对应的四杆机构即为所要求的机构。



点击本书多媒体软件中的“函数机构综合”界面,按提示输入设计要求后,该软件即可按上述方法完成实际的函数机构设计及运动仿真。

3. 按从动件急回特性设计四杆机构

为了提高机构的工作效率,在四杆机构的主动件作等速转动的过程中,要求从动件在工作行程和非工作行程作不等速的往复运动,其行程速度变化系数为 K ,根据 K 的大小,可由式(5-11)求得四杆机构的极位夹角 θ 。

按照一定的极位夹角 θ ,用图解法求解铰链四杆机构、曲柄滑块机构或摆动导杆机构,均可获得足够的精度。其基本原理是:给定(摇杆或滑块)两极限位置端点距离 C_1C_2 (图 5-45),过此二端点 C_1 和 C_2 的圆上同一侧圆弧对应的圆周角是相等的,如图 5-45 中的 $\angle C_1AC_2 = \angle C_1PC_2$ 。

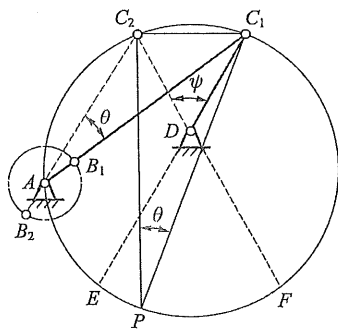


图 5-45

例 5-2 已知行程速度变化系数 $K=1.25$,摇杆长度 $l_{cd}=300$ mm,摇杆摆角 $\psi=45^\circ$,机架长度 $l_{AD}=340$ mm。试确定曲柄摇杆机构的尺寸。

解: 1) 求出极位夹角 θ :

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} = 20^\circ$$

2) 任选一点 D ,将给定的摇杆长度 l_{cd} 和摆角 ψ ,按一定比例作出 DC_1 和 DC_2 位置(图 5-45)。

3) 过点 C_1 作直线 C_1P 与 C_1C_2 夹角为 $\angle C_2C_1P=90^\circ-\theta$,再过点 C_2 作 C_1C_2 线的垂线 C_2P 与 C_1P 交于点 P ,则 $\angle C_1PC_2=\theta$;过 C_1 、 C_2 和 P 三点作圆,则圆弧 $\widehat{C_1PC_2}$ 上任一点 A 与点 C_1 和点 C_2 连线的夹角 $\angle C_1AC_2$ 等于极位夹角 θ 。

4) 以点 D 为中心,以机架 l_{AD} 长度为半径画弧交圆于点 A ,点 A 即为所求机构的曲柄中心。则曲柄长度 a 和连杆长度 b 为

$$\left. \begin{aligned} a &= (\overline{AC_1} - \overline{AC_2}) / 2 \\ b &= (\overline{AC_1} + \overline{AC_2}) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (5-18)$$

若不给定机架尺寸,只要选定该圆的 $\widehat{C_1PC_2}$ 弧上的任一点作为曲柄中心 A ,



均可以满足行程速度变化系数 K 的要求。但考虑到运动的连续性, 曲柄中心 A 不能选在 $\widehat{EPF}$ 圆弧段之内。由于当曲柄中心 A 选在 $\widehat{EPF}$ 弧内时, 摇杆两极限位置 C_1 和 C_2 将位于机架的两侧, 则机构运动不连续, 所以曲柄中心 A 不能选在 $\widehat{EPF}$ 圆弧段之内。

当给定行程速度变化系数 K 和滑块行程 H 时, 可以用同样的方法求出曲柄滑块机构 (图 5-46a)。

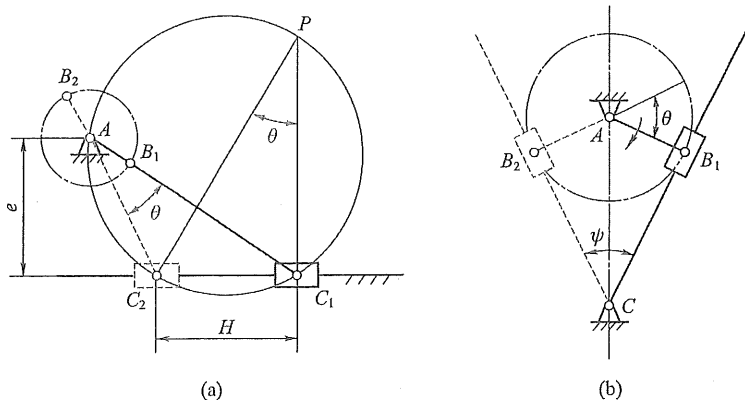


图 5-46

对于摆动导杆机构, 由于其导杆的最大摆角 ψ 刚好等于其极位夹角 θ , 因此只要给定曲柄长度 l_{AB} (或给定机架长度 l_{AC}) 和行程速度变化系数 K 就可以由图 5-46b 求得机构尺寸:

$$l_{AC} = l_{AB} / \sin \frac{\theta}{2} \quad (5-19)$$

按照上述的几何关系, 很容易求出具有急回特性的四杆机构尺寸间的关系式及计算程序, 请参阅参考文献[10]。

三、轨迹机构设计

轨迹机构设计就是设计一个四杆机构, 使其连杆上某一点实现给定的一段轨迹曲线或某一封闭轨迹曲线。其设计方法有许多种, 如实验法、解析法、数值比较法和图谱法等。

1. 实验法

实验法可按如下步骤进行 (图 5-47a):

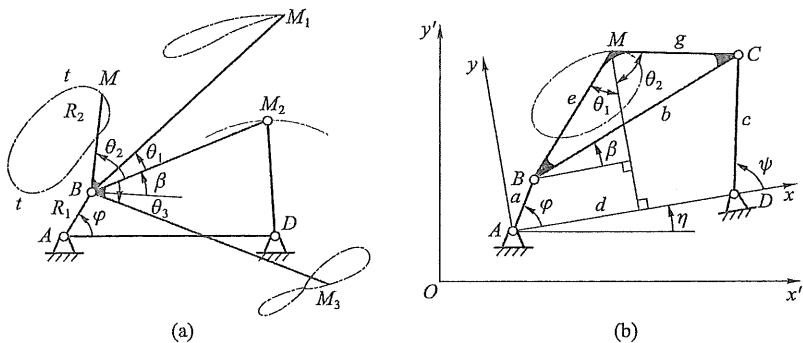


图 5-47

1) 在给定轨迹 $t-t$ 附近选取曲柄中心 A (图 5-48), 根据点 A 至轨迹 $t-t$ 的最近点和最远点的距离 ($R_{\min}$ 和 $R_{\max}$), 确定二自由度辅助机构 ABM 的曲柄 R_1 和浮动连杆 R_2 的长度 [式 (5-24)]。

2) 令二自由度机构中的曲柄 R_1 绕点 A 回转的同时, 令浮动连杆 R_2 上的 M 点沿给定轨迹 $t-t$ 顺序运动。

3) 作出与浮动连杆 R_2 固接在一起的点 M_1 、 M_2 、 M_3 、... 的轨迹曲线, 即连杆曲线 (图 5-47a)。

4) 找出轨迹全长为近似圆弧或近似直线的连杆曲线, 如图 5-47a 中的点 M_2 的轨迹为近似圆弧, 该圆弧的中心 D 即可作为所求四杆机构另一个固定铰链的中心位置, 则 ABM_2D 即为所求机构。若浮动连杆 R_2 上有某一点 M_i 的轨迹为近似直线, 则可用曲柄滑块机构实现要求轨迹。

可在本书多媒体软件的“轨迹机构设计”一节的相应内容中完成本实验法练习。

2. 解析法

用解析法求解轨迹机构的任务主要是找出要求轨迹上点 M 的坐标 (x, y) 与机构尺寸之间的函数关系。在图 5-47b 的坐标系 Axy 中, 机构尺寸如图所示, 点 M 的坐标值为 (x, y) , 则有

$$\left. \begin{aligned} x &= a \cos \varphi + e \sin \theta_1 \\ y &= a \sin \varphi + e \cos \theta_1 \end{aligned} \right\} \quad (5-20)$$

点 M 的坐标值还可以写为

$$\left. \begin{aligned} x &= d + c \cos \psi - g \sin \theta_2 \\ y &= c \sin \psi + g \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (5-21)$$



由式(5-20)和式(5-21)分别消去 φ 和 ψ 得

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 + e^2 - a^2 &= 2e(x \sin \theta_1 + y \cos \theta_1) \\ (d-x)^2 + y^2 + g^2 - c^2 &= 2g[(d-x) \sin \theta_2 + y \cos \theta_2] \end{aligned} \right\} \quad (5-22)$$

令 $\theta = \theta_1 + \theta_2$, 并由式(5-22)中消去 θ_1 和 θ_2 , 求得点 M 的位置方程即连杆曲线方程为

$$U^2 + V^2 = W^2 \quad (5-23)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } U &= g[(x-d) \cos \theta + y \sin \theta](x^2 + y^2 + e^2 - a^2) - ex[(x-d)^2 + y^2 + g^2 - c^2] \\ V &= g[(x-d) \sin \theta - y \cos \theta](x^2 + y^2 + e^2 - a^2) + ey[(x-d)^2 + y^2 + g^2 - c^2] \\ W &= 2gesin \theta[x(x-d) + y^2 - dycot \theta] \\ \theta &= \arccos[(e^2 + g^2 - b^2)/2ge] \end{aligned}$$

式(5-23)中有 6 个待定参数: a, b, c, d, e, g , 若在给定轨迹中选 6 个点 (x_i, y_i) ($i=1 \sim 6$) 分别代入上式, 即可得到 6 个方程。解此 6 个方程组成的非线性方程组, 可求出全部待定参数, 即求出机构尺寸 a, b, c, d, e, g , 机构实现的连杆曲线可有 6 个点与给定轨迹重合。为了使设计四杆机构的连杆曲线上有更多的点与给定的轨迹相重合, 在图 5-47b 中引入坐标系 $Ox'y'$, 这样原坐标系 Axy 在新坐标系内又增加了 3 个参数 x'_A, y'_A 和角度 η 。因此, 在新坐标系中连杆曲线的待定参数可有 9 个, 即 $f(x'_A, y'_A, \eta, a, b, c, d, e, g) = 0$, 按此式求解出机构的连杆曲线可有 9 个点与给定轨迹相重合。

若给定 9 个点, 式(5-23)为高阶非线性方程组, 解题非常困难, 有时可能没有解, 或求出的机构不存在曲柄, 或传动角太小而不实用。通常, 多给定 4~6 个精确点, 其余的 3~5 个参数可以任选, 这样就有无穷多个解。

总之, 用解析法进行轨迹机构设计, 不仅解题计算困难, 而且往往求得的解实用性较差。为此, 提出一种轨迹机构综合的数值比较法, 其方法简便易行, 而且还可以得到一系列精度较高的解, 有利于进一步的优化计算。

3. 数值比较法

(1) 基本思想

如图 5-42b 所示的一条连杆转角曲线 $\beta(\varphi)$ 可以代表一个相对尺寸一定的四杆机构, 即可代表该机构所能实现的无穷多条形状各异的连杆曲线。若以“数据库”的方式在计算机中存入一批相对尺寸已知的四杆机构及相应的 $\beta(\varphi)$ 曲线, 就相当于建立了数量极大的、形状各不相同的连杆曲线的电子图谱, 这一批 $\beta(\varphi)$ 曲线可以作为轨迹机构设计的基础数据。

因此, 数值比较法的核心是利用计算机的计算速度快和存储容量大的特点,



分以下三步完成计算、搜索和比较工作:

1) 按一定系列尺寸计算并存储四杆机构连杆转角曲线 $\beta(\varphi)$ 和相应的机构相对尺寸,即建立基础数据库。

2) 把给定的封闭轨迹曲线转化成对应的连杆转角曲线 $\beta_1(\varphi)$ 。

3) 将求得的 $\beta_1(\varphi)$ 与数据库中的 $\beta(\varphi)$ 曲线比较,求得相应的机构。

(2) 设计步骤

1) 建立连杆转角曲线 $\beta(\varphi)$ 数据库。给定一系列机构相对尺寸 $a_2 = BC/AB$ 、 $b_2 = CD/AB$ 、 $c_2 = AD/AB$ (图 5-47b), 计算机构的导引特性连杆转角曲线 $\beta(\varphi)$, 并以数据库形式存储这些曲线和机构的相对尺寸 a_2 、 b_2 、 c_2 以及最小传动角 $\gamma_{\min}$ 等参数, 以作为以后进行数值比较的基础数据。

2) 将给定封闭轨迹转化为连杆转角曲线 $\beta_1(\varphi)$ 。轨迹机构设计问题的已知条件是封闭轨迹曲线或一段轨迹曲线。为了利用连杆转角曲线 $\beta(\varphi)$ 进行比较设计, 必须把已知的封闭轨迹曲线 (若给定一段轨迹曲线, 可以把它补成封闭曲线) 转化成相应的连杆转角曲线 $\beta_1(\varphi)$, 以便把它与数据库中已知机构的 $\beta(\varphi)$ 曲线进行比较, 找出最接近的一条曲线及其所对应的机构。

在图 5-48 所示的二自由度辅助机构 ABM 中, 曲柄 AB 可绕点 A 作整周转动, 其与 x 轴正向夹角为 φ ; BM 为浮动连杆, 其与 x 轴正向夹角为 β_1 。由于它是二自由度机构, 故当曲柄 AB 沿一定方向 (顺时针或逆时针) 匀速转动时, 浮动连杆 BM 上的点 M 仍可在给定的封闭轨迹 $t-t$ 上移动, 当曲柄 AB 转过一周, 浮动连杆上的点 M 在轨迹 $t-t$ 上走完全程后, 就可以求出连杆转角 β_1 随曲柄转角 φ 的变化曲线 $\beta_1(\varphi)$ 。

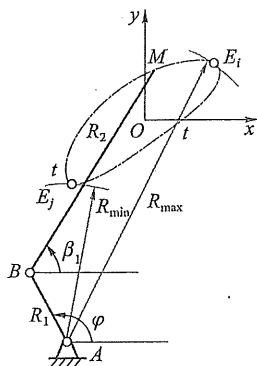


图 5-48

利用二自由度辅助机构 ABM 求出 $\beta_1(\varphi)$ 的关键在于: 确定该机构的曲柄中心 $A(x_A, y_A)$ 及曲柄 AB 的长度 R_1 和浮动连杆 BM 的长度 R_2 。

曲柄中心 A 的位置与给定的封闭轨迹曲线的形状有很大关系, 但不论其形状如何, 必有曲柄 AB 回转一周时, 连杆 BM 上的点 M 应刚好走完全部封闭轨迹。在此过程中, AB 与 BM 应有两次共线, 即点 M 处于最近点 E_j 时, 有 $BM - AB = R_{\min}$; 点 M 处于最远点 E_i 时, 有 $BM + AB = R_{\max}$ (图 5-48)。因此, 封闭曲线 $t-t$ 在点 E_j 和点 E_i 处的法线应通过曲柄中心点 A 。由此得到按给定封闭曲线 $t-t$ 确定二自由度辅助机构 ABM 的曲柄中心点 A 的方法如下:

① 对于给定的用点 $M_i (i=1, 2, \dots, k)$ 表示的封闭轨迹曲线, 在每两点间再



插值 n 个点, 用 $E_i [i=1, 2, \dots, (n+1)k]$ 表示插入新点后轨迹上的点。

② 任取插值后的轨迹曲线上两点 $E_i [i=1, 2, \dots, (n+1)k]$ 和 $E_j [j=1, 2, \dots, (n+1)k, j \neq i]$, 过点 E_i 和点 E_j 作给定轨迹曲线的法线 n_i 和 n_j , 其交点为点 A 。

③ 计算曲线上各点到点 A 的距离 $\overline{AE_i}$ 、 $\overline{AE_j}$ 及 $\overline{AE_w} [w=1, 2, \dots, (n+1)k, \text{ 且 } w \neq i, w \neq j]$ 。

④ 如果 $\overline{AE_i} > \overline{AE_w} [w=1, 2, \dots, (n+1)k, \text{ 且 } w \neq i, w \neq j]$ 且 $\overline{AE_j} < \overline{AE_w} [w=1, 2, \dots, (n+1)k, \text{ 且 } w \neq i, w \neq j]$, 则法线 n_i 和 n_j 的交点 A 即为所要寻找的曲柄回转中心, 此时 $R_{\max} = \overline{AE_i}$, $R_{\min} = \overline{AE_j}$; 否则再换其他两点重新计算, 直到找到 $R_{\max}$ 和 $R_{\min}$ 为止。从而得到曲柄长度 R_1 和连杆长度 R_2 为

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= (R_{\max} - R_{\min}) / 2 \\ R_2 &= (R_{\max} + R_{\min}) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (5-24)$$

将此二自由度机构 ABM 看成 II 级基本杆组 RRR, 当已知点 A 的位置及杆长 R_1 、 R_2 后, 若再给出点 M 的位置 (在已知的封闭曲线 $t-t$ 上), 就可以应用 §3-3 中运动分析方法求出 AB 杆的角位置 φ 和连杆 BM 的角位置 β_1 , 即可求出 $\beta_1(\varphi)$ 曲线。在计算过程中, 二自由度辅助机构的曲柄转向应与数据库中的曲柄转向一致。

3) 机构尺寸的确定。将求得的 $\beta_1(\varphi)$ 与数据库中的 $\beta(\varphi)$ 曲线进行比较, 找出与 $\beta_1(\varphi)$ 最接近的、误差最小的 $\beta(\varphi)$ 曲线来, 该曲线所对应的机构即为所求机构。在数据库中有与 $\beta(\varphi)$ 曲线对应的四杆机构的相对尺寸 a_2 、 b_2 和 c_2 , 又由于二自由度机构的曲柄和连杆长度 R_1 、 R_2 及曲柄中心位置 (x_A, y_A) 也已求得, 因此能够实现给定轨迹的四杆机构如图 5-49 所示, 其尺寸为

$$\left. \begin{aligned} l_1 &= R_1 \\ l_2 &= a_2 R_1 \\ l_3 &= b_2 R_1 \\ l_4 &= c_2 R_1 \\ l_5 &= R_2 \end{aligned} \right\} \quad (5-25)$$

$$\theta = \beta_{1\min} - \beta_{\min} + \varphi_{\min} - \varphi_{1\min} \quad (5-26)$$

式中, $\varphi_{\min}$ 、 $\varphi_{1\min}$ 分别为 $\beta_{\min}$ 和 $\beta_{1\min}$ 所对应的曲柄转角。

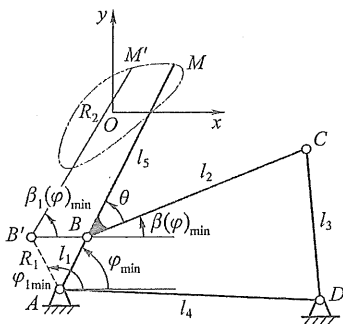


图 5-49



$$\left. \begin{aligned} x_D &= x_A + l_4 \cos(\varphi_{1\min} - \varphi_{\min}) \\ y_D &= y_A + l_4 \sin(\varphi_{1\min} - \varphi_{\min}) \end{aligned} \right\} \quad (5-27)$$

点击本书多媒体软件中的“轨迹机构综合”界面,按提示输入要求实现的轨迹,该软件即可用上述方法完成实际轨迹机构设计及运动仿真。

4. 罗伯特-切比雪夫定理

罗伯特和切比雪夫先后独立地发现以下定理:铰链四杆机构的任意连杆曲线可以由三个不同的铰链四杆机构实现。按已知轨迹设计四杆机构时有时得不到较为满意的机构,可以按此定理找出另外两个机构,从中选取较满意的方案。

图 5-50 的铰链四杆机构 $ABCD$ 连杆上的点 M 可以描绘出连杆曲线 $t-t$,按罗伯特-切比雪夫定理,机构 AB_1C_1E 和 DB_2C_2E 连杆上的点 M 也可以描绘出同样的连杆曲线 $t-t$,其作图方法如下:

以 AB 和 BM 为两边作平行四边形 $ABMB_1$ 得点 B_1 ;再以 DC 和 CM 为两边作平行四边形 $DCMB_2$ 得点 B_2 。分别以 MB_1 和 MB_2 为一边作三角形与 $\triangle MBC$ 相似,即作 $\triangle BCM \sim \triangle B_1MC_1 \sim \triangle MB_2C_2$ 得到点 C_1 和点 C_2 。以 C_1M 和 C_2M 为两边作平行四边形 C_1MC_2E ,得点 E (或作 $\triangle ADE \sim \triangle BCM$ 得点 E)。若在机构 $ABCD$ 运动过程中分别带动 AB_1C_1E 和 DB_2C_2E 运动,可以证明在此运动过程中,点 E 是固定不动的,则它可以作为另外两个机构的固定铰链中心,从而得出另外两个四杆机构 AB_1C_1E 和 DB_2C_2E 。证明从略(设法证明四边形 $ABCD$ 相似于四边形 EC_2GD 或相似于四边形 AFC_1E)。

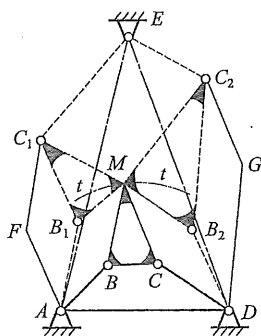


图 5-50

四、导引机构设计

导引机构设计就是设计一个四杆机构,能导引其连杆顺序地通过某些给定的位置,也就是给定连杆位置设计四杆机构的问题。设计方法有图解法、解析法和数值法等。

1. 图解法

对于实现连杆两位置或三位置的问题,应用图解法是比较简单方便的。连杆的位置可以用连杆平面上的任意两个点表示,如图 5-51 中的点 B_i 和点 C_i ($i=1, 2, \dots$),也可以用连杆上的一个点 P_i 和方向角 θ_i ($i=1, 2, \dots$) 表示。对于实现 B_1C_1 和 B_2C_2 两个位置,当用 B_1 、 C_1 两点作连杆铰链中心时,其作图方法为:连



接点 B_1 、 B_2 和 C_1 、 C_2 , 分别作直线 B_1B_2 和 C_1C_2 线的中垂线 n_{b12} 和 n_{c12} , 则以 n_{b12} 上的任一点 A_1 和 n_{c12} 上任一点 D_1 作为固定铰链中心, 机构 $A_1B_1C_1D_1$ 即可实现要求的连杆两个位置。很显然, 此时有无穷多个解。

可用上述同样方法设计一个四杆机构实现连杆的三个位置: 分别作 B_1B_2 、 B_2B_3 的中垂线 n_{b12} 、 n_{b23} 交于一点 A_1 , 再作 C_1C_2 、 C_2C_3 的中垂线 n_{c12} 、 n_{c23} 交于一点 D_1 , 则由 $A_1B_1C_1D_1$ 组成的四杆机构是实现连杆三位置的唯一的四杆机构。但若不用点 B_1 、 C_1 作连杆铰链中心, 而用 B_1C_1 杆上的其他任意点作为铰链中心时, 仍有无穷多个机构可以实现要求的连杆三位置。

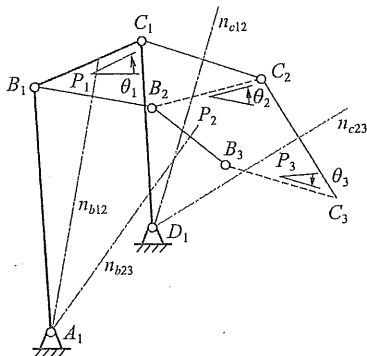


图 5-51

2. 解析法

若给定连杆的若干个位置 B_1C_1 、 B_2C_2 、 $\dots$ 、 B_jC_j (图 5-51), 要设计一个铰链四杆机构, 其关键是要设计两个连架杆使点 B_j ($j=1, 2, \dots$) 和点 C_j ($j=1, 2, \dots$) 可分别绕两个定点转动。如点 B_1 、 B_2 、 $\dots$ 、 B_j 位于某一个圆弧上, 称之为圆点, 而该圆弧的中心 A 则称为圆心点 (或称为中心点)。这样, 圆点 B 即可作为连杆上的铰链中心, 而圆心点 A 则可作为连架杆与机架的铰接中心。请注意, 若给定连杆的若干个位置 B_jC_j , 且当 $j>3$ 时, 就不能任意选取连杆上的点作为圆点, 而必须求出圆点及其相应的圆心点的位置, 这就是解析法所要求解的问题。为清楚起见, 不论给定连杆几个位置, 若仍设点 B 为圆点, 点 A 为圆心点, AB 为连架杆, 即在机构运动过程中, 连架杆 AB 必须保持定长, 即满足:

$$(B_{jx} - A_x)^2 + (B_{jy} - A_y)^2 = (B_{1x} - A_x)^2 + (B_{1y} - A_y)^2 \quad (j=2, 3, \dots) \quad (5-28)$$

或写成

$$(B_j - A)^T (B_j - A) = (B_1 - A)^T (B_1 - A) \quad (j=2, 3, \dots) \quad (5-29)$$

式中,

$$B_j = D_{1j} B_1$$

即

$$B_j = \begin{bmatrix} B_{jx} \\ B_{jy} \\ 1 \end{bmatrix} = D_{1j} \begin{bmatrix} B_{1x} \\ B_{1y} \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中, D_{1j} 为自位置 1 至位置 j 的位移矩阵 (参见附录 II)。



$$D_{lj} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{lj} & -\sin \theta_{lj} & (P_{jx} - P_{1x} \cos \theta_{lj} + P_{1y} \sin \theta_{lj}) \\ \sin \theta_{lj} & \cos \theta_{lj} & (P_{jy} - P_{1x} \sin \theta_{lj} - P_{1y} \cos \theta_{lj}) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11j} & d_{12j} & d_{13j} \\ d_{21j} & d_{22j} & d_{23j} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5-30)$$

式中: P_{jx} 、 P_{jy} ($j=2,3,\dots$) 为连杆上给定点的坐标值; θ_{lj} ($j=2,3,\dots$) 为给定的连杆相对角位置, 即连杆的位置是用给定点 P_j 和方向角 θ_j 表示的。

在式(5-29)中, 圆心点 A 和圆点 B_1 为未知, 即该式中共有 4 个未知数: A_x 、 A_y 、 B_{1x} 、 B_{1y} 。若给定连杆 5 个位置时, 即 $j=5$ 时, 按式(5-28)或式(5-29)可以列出 4 个方程式, 解出 4 个未知数 A_x 、 A_y 、 B_{1x} 、 B_{1y} , 这就是说, 由它们组成的铰链四杆机构最多能精确实现连杆的 5 个预定位置。若 $j=4$, 则上述 4 个未知数中可任意指定一个, 用式(5-29)求出其余 3 个; 若 $j=3$, 则可指定上述 4 个未知数中的两个, 求解其余的两个未知数。

当 $j=3$ 时, 按式(5-29)可以列出两个方程:

$$\begin{aligned} (B_2 - A)^T (B_2 - A) &= (B_1 - A)^T (B_1 - A) \\ (B_3 - A)^T (B_3 - A) &= (B_1 - A)^T (B_1 - A) \end{aligned} \quad (5-31)$$

式中:

$$B_2 = D_{12} B_1$$

$$B_3 = D_{13} B_1$$

D_{12} 、 D_{13} 为 3×3 位移矩阵, 可由连杆上给定点 P 的 3 个位置和连杆相对转角 θ_{12} 、 θ_{13} 按式(5-30)求出。考虑到 $d_{11j} = d_{22j}$ 、 $d_{21j} = -d_{12j}$, 对于 $j=3$ 时, 式(5-31)可化简为

$$B_{1x} E_j + B_{1y} F_j = G_j \quad (j=2,3) \quad (5-32)$$

式中:

$$E_j = d_{11j} d_{13j} + d_{21j} d_{23j} + (1 - d_{11j}) A_x - d_{21j} A_y$$

$$F_j = d_{12j} d_{13j} + d_{22j} d_{23j} + (1 - d_{22j}) A_y - d_{12j} A_x$$

$$G_j = d_{13j} A_x + d_{23j} A_y + (d_{13j}^2 - d_{23j}^2) / 2$$

对于连杆上的另一铰链中心点 G , 可用上述相同的方法求得相应的圆点 C 和圆心点 D , 即

$$\left. \begin{aligned} (C_{jx} - D_x)^2 + (C_{jy} - D_y)^2 &= (C_{1x} - D_x)^2 + (C_{1y} - D_y)^2 \\ (C_j - D)^T (C_j - D) &= (C_1 - D)^T (C_1 - D) \end{aligned} \right\} \quad (j=2,3,\dots) \quad (5-33)$$

$AB_1 C_1 D$ 即为所求的四杆机构。

例 5-3 已知连杆上某一点 P 的三个位置为 $P_1(1.0, 1.0)$ 、 $P_2(2.0, 0.5)$ 、



$P_3(3.0, 1.5)$, 连杆 3 个位置的相对转角 $\theta_{12}=0^\circ$ 、 $\theta_{13}=45^\circ$ (图 5-52)。试设计铰链四杆机构。

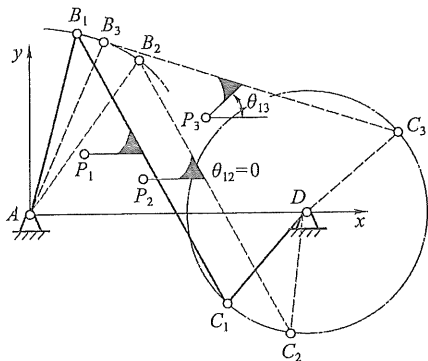


图 5-52

解: 给定了连杆上点 P 的 3 个位置及两个相对转角时, 可以设定待求机构的两个固定铰链中心 (即中心点) A 和 D 的位置, 只要求出连杆上两个铰链中心 (即圆点) B 和 C 即可。

由于 $B_j = D_{1j} B_1$, 为求得 B_j 必须先计算出位移矩阵 D_{1j} , 按式 (5-30) 有

$$D_{12} = \begin{bmatrix} \cos 0^\circ & -\sin 0^\circ & (2-1 \times \cos 0^\circ + 1 \times \sin 0^\circ) \\ \sin 0^\circ & \cos 0^\circ & (0.5-1 \times \sin 0^\circ - 1 \times \cos 0^\circ) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -0.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{13} = \begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ & (3-1 \times \cos 45^\circ + 1 \times \sin 45^\circ) \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ & (1.5-1 \times \sin 45^\circ - 1 \times \cos 45^\circ) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.707 & -0.707 & 3 \\ 0.707 & 0.707 & 0.085\ 78 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

故有

$$\begin{bmatrix} B_{2x} \\ B_{2y} \\ 1 \end{bmatrix} = D_{12} \begin{bmatrix} B_{1x} \\ B_{1y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{1x} + 1 \\ B_{1y} - 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} B_{3x} \\ B_{3y} \\ 1 \end{bmatrix} = D_{13} \begin{bmatrix} B_{1x} \\ B_{1y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.707 B_{1x} - 0.707 B_{1y} + 3 \\ 0.707 B_{1x} + 0.707 B_{1y} + 0.085\ 78 \\ 1 \end{bmatrix}$$

设固定铰链中心即圆心点 $A(0.0, 0.0)$ 并将 B_{2x} 、 B_{2y} 、 B_{3x} 、 B_{3y} 代入式



(5-28) 或将 D_{12} 、 D_{13} 的相应元素代入式 (5-32), 可求得圆点 $B_1(0.994, 3.238)$ 。

同样方法可求得连杆上另一铰链中心点 C , 有

$$\left. \begin{aligned} C_{2x} &= C_{1x} + 1 \\ C_{2y} &= C_{1y} - 0.5 \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} C_{3x} &= 0.707C_{1x} - 0.707C_{1y} + 3 \\ C_{3y} &= 0.707C_{1x} + 0.707C_{1y} + 0.08578 \end{aligned} \right\}$$

设其圆心点 $D(5.0, 0.0)$, 并将 C_{2x} 、 C_{2y} 、 C_{3x} 、 C_{3y} 代入式 (5-33), 即可求得圆点 $C_1(3.5477, -1.6545)$ 。最后求得四杆机构 AB_1C_1D 如图 5-52 所示。

3. 数值法

导引机构所实现的连杆位置, 可以用连杆平面上某一标线的两个点 $P_i q_i$ ($i=1, 2, \dots$) 来表示 (图 5-53), 也可用一个点 P_i 和方向角 θ_i ($i=1, 2, \dots$) 来表示 (图 5-53 和图 5-51)。这样, 导引机构的设计问题不仅要满足点 P_i 的位置 (轨迹) 要求, 还应满足给定方向角 θ_i 的要求, 若单从满足点 P_i 的位置要求, 可以考虑应用轨迹机构的设计方法来实现, 但它又多了一项方向角的要求, 因此若用数值计算和比较法来实现, 它的计算量和难度要比轨迹机构设计更大一些。为此, 按导引机构设计解析法的基本思路寻求数值计算的方法。

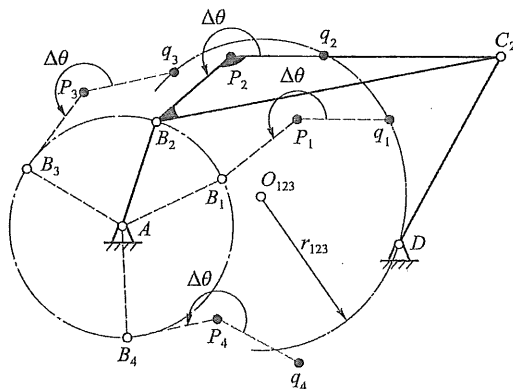


图 5-53

(1) 基本思想

用解析法设计导引机构的基本思路是在给定连杆平面标线位置 $P_i q_i$ ($i=1, 2, \dots$) 或其上某点位置 P_i 和方向角 θ_i ($i=1, 2, \dots$) 的情况下, 求出连杆平面上能作“圆点”的点位, 用它作为连杆与连架杆铰接的铰链中心, 如图 5-53 中的点 B_2 (或点 C_2); 而后再求出其相应的“圆心点”的点位, 用它来作连架杆与机架铰接的固定铰链中心, 如图 5-53 中的点 A (或点 D), 从而得到能实现给定连杆位置 $P_i q_i$ ($i=1, 2, \dots$) 的一支连架杆与连杆, 如图 5-54 中的 $AB_2P_2q_2$ (其中 $B_2P_2q_2$ 为



一个连杆刚体)。图 5-54 左部的连架杆与连杆 $AB_2P_2q_2$ 是能满足给定连杆位置 $P_iq_i(i=1,2,\dots)$ 要求的一支解,图 5-54 中间的另一支连架杆与连杆 $A'B'_2q_2P_2$ 是能满足给定连杆位置 $P_iq_i(i=1,2,\dots)$ 要求的另一支解,这两支解中的 $B_2P_2q_2$ 与 $P_2q_2B'_2$ 应为同一刚体,将其叠加在一起就可组成一个机构,即可得到如图 5-54 右部所示的四杆机构。

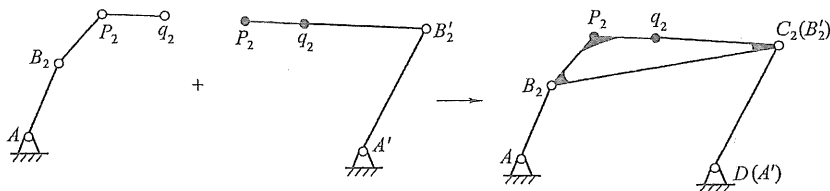


图 5-54

(2) 关键技术与方法

设计导引机构的关键技术和方法包括三方面:求圆点、求圆心点和组成要求的四杆机构。

1) 求圆点——旋转标线法 当给定连杆的三个位置 $P_iq_i(i=1,2,3)$ 时,从图 5-53 可以看出,点 q_i 就可以作为圆点,即点 q_1, q_2 和 q_3 在以 O_{123} 为圆心以 r_{123} 为半径的圆上。但当给定连杆四个或四个以上位置时,很显然,点 $q_i(i=1,2,3,\dots)$ 就不一定都在一个圆周上,如图 5-53 中的点 q_4 就不在该圆上,因而点 q_i 就不能作为圆点,此时就应在连杆平面 $P_iq_i(i=1,2,\dots)$ 上另外求出一个能作圆点的点 B_i 。当给定连杆标线位置 $P_iq_i(i=1,2,3,4)$ 时,若令标线绕各自顶点 P_i 沿同一方向(顺时针或逆时针)旋转同一角度 $\Delta\theta$ 到 P_iB_i 位置时,各标线的相对位置是不变的。此时,若点 $B_i(i=1,2,3,4)$ 在同一圆周上,则点 B 可以作为圆点,从而可得到求圆点的关键技术和方法——标线旋转法。其具体思路如下:给定连杆标线位置 $P_iq_i(i=1,2,3,\dots)$,取 P_iq_i 线上或延长线上的某一长度,得 P_iB_i ,令标线 $P_iB_i(i=1,2,3,\dots)$ 以各自的点 P_i 为顶点,沿同一方向(图 5-53 为逆时针方向)回转同一角度 $\Delta\theta$,得到新的点 $B_i(i=1,2,3,\dots)$,若各点 B_i 均都在同一圆周上,则点 B_i 即为圆点。数值计算过程中,可令 $\Delta\theta=0^\circ\sim 360^\circ$ 范围内逐次变化, P_iB_i 的长度也可以从某一单位长度逐次增加。

2) 求圆心点 求圆心点的实质就是要判断各点 B_i 是否共圆,并求出其圆心 A ,点 A 即为圆心点。因而在数值计算中,求圆点 B 和圆心点 A 是在同一计算过程中完成的。

令一定长度的标线 P_iB_i 旋转同一角度 $\Delta\theta$ 后得到点 $B_i(i=1,2,3,\dots)$,选择其中三点 B_m 作一圆,设其圆心为 A ,则其半径 r 为



$$r = \sqrt{(x_A - x_{B_m})^2 + (y_A - y_{B_m})^2}$$

式中, B_m 为任选的共圆三点之一。

令该共圆三点之外的点为点 B_j , 再令圆心 A 到点 B_j 的距离为 r_j , 则有

$$r_j = \sqrt{(x_A - x_{B_j})^2 + (y_A - y_{B_j})^2}$$

若 $r_j = r$, 则点 B_j 与点 B_m 共圆, 即当 r_j 与 r 之差小于某一给定的共圆精度 ε 时, 可以认为点 B_j 与点 B_m 共圆, 这时就求得了圆点及其对应的圆心, 也就求得了圆心点 A 。

3) 组成四杆机构 给定连杆位置 $P_i q_i (i=1, 2, 3, \dots)$, 应用上述求圆点和圆心点的方法, 对于某一个 $P_i B_i$ 值和 $\Delta\theta$ 值, 都可得到一组或多组圆点和圆心点, 这样, 在上述计算和搜索过程中, 就可以得到许多支连杆和连杆杆长度各不相同的单支连架杆 (如图 5-54 中的 $AB_2 P_2 q_2, A' B_2' q_2 P_2, \dots$), 并将其存储在计算机中。

取任意两支能实现 $P_i q_i (i=1, 2, \dots)$ 位置的连架杆和连杆, 虽然其圆点和圆心点各不相同, 但其上的 $P_i q_i (i=1 \text{ 或 } 2 \text{ 或 } \dots)$ 应为同一连杆刚体上的同一线段, 因而将其叠加在一起就组合成一个四杆机构 (图 5-54), 再验算其能否满足曲柄摇杆机构、双曲柄机构或双摇杆机构的各自要求, 即可得到要求的四杆机构。

若要求曲柄滑块机构实现 $P_i q_i (i=1, 2, \dots)$ 位置, 则必须是一支由圆点与圆心点组成的连杆与连架杆 $ABPq$ (图 5-55 左图) 和另一支圆点为滑点 (圆点到圆心点距离为无穷大) 的连杆与滑块 CPq 组合而成, 如图 5-55 所示。

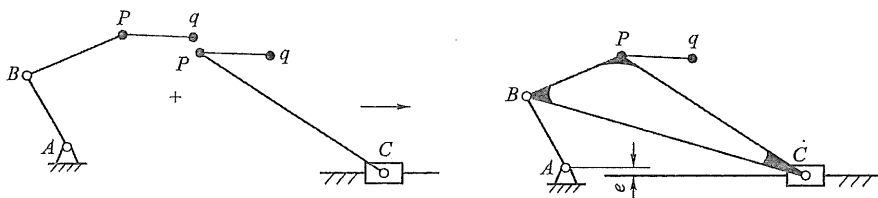


图 5-55

点击本书多媒体软件中的“刚体导引机构综合”界面, 按提示输入设计要求后, 该软件即可按上述方法完成刚体导引机构设计及运动仿真。

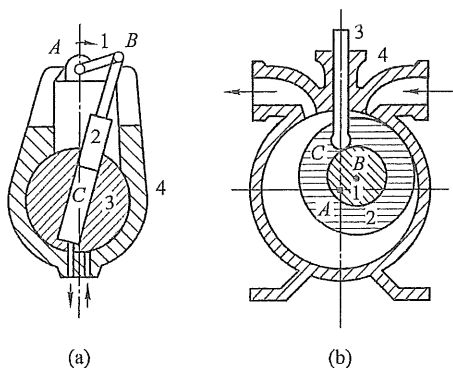


习题

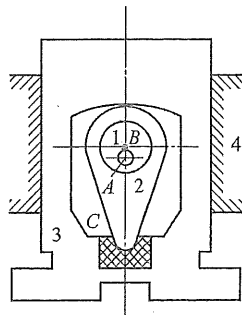
5-1 试从图示两液压泵机构的运动来分析它们属于何种机构。

5-2 图示冲床刀架装置中, 当偏心轮 1 绕固定中心 A 转动时, 构件 2 绕活动中心 C 摆动, 同时推动后者带着刀架 3 上下移动。点 B 为偏心轮的几何中心。问该装置是何种机构,

它是如何演化出来的?



题图 5-1

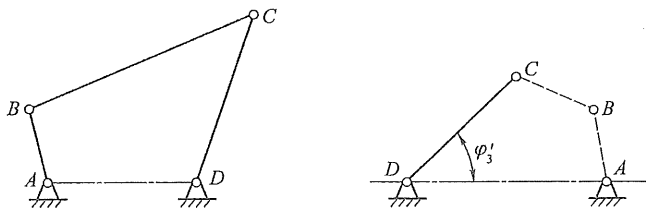


题图 5-2

5-3 图示铰链四杆机构中,已知: $l_{BC} = 50 \text{ mm}$, $l_{CD} = 35 \text{ mm}$, $l_{AD} = 30 \text{ mm}$, AD 为机架。

- 1) 若此机构为曲柄摇杆机构,且 AB 为曲柄,求 l_{AB} 的最大值。
- 2) 若此机构为双曲柄机构,求 l_{AB} 的最小值。
- 3) 若此机构为双摇杆机构,求 l_{AB} 的数值。

5-4 设计一铰链四杆机构,已知其摇杆 CD 的长度 $l_{CD} = 75 \text{ mm}$,行程速度变化系数 $K = 1.5$,机架 AD 的长度 $l_{AD} = 100 \text{ mm}$,摇杆的一个极限位置与机架间的夹角 $\varphi'_3 = 45^\circ$ 。求曲柄的长度 l_{AB} 和连杆的长度 l_{BC} 。



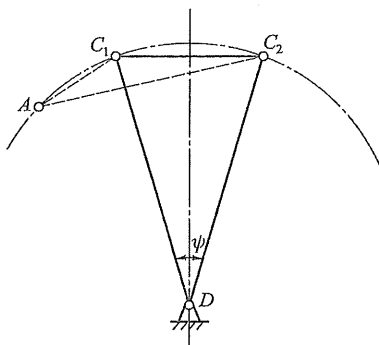
题图 5-3

题图 5-4

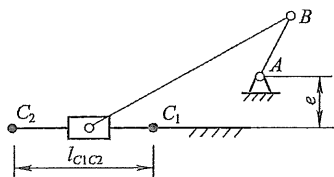
5-5 设计一曲柄摇杆机构,已知其摇杆 CD 的长度 $l_{CD} = 290 \text{ mm}$,摇杆两极限位置间的夹角 $\psi = 32^\circ$,行程速度变化系数 $K = 1.25$ 。若曲柄的长度 $l_{AB} = 75 \text{ mm}$,求连杆的长度 l_{BC} 和机架的长度 l_{AD} ,并校验最小传动角 $\gamma_{\min}$ 是否在允许值范围内。

5-6 设计一偏置曲柄滑块机构,已知滑块的行程速度变化系数 $K = 1.5$,滑块的冲程 $l_{C_1C_2} = 50 \text{ mm}$,导路的偏距 $e = 20 \text{ mm}$,求曲柄长度 l_{AB} 和连杆长度 l_{BC} 。

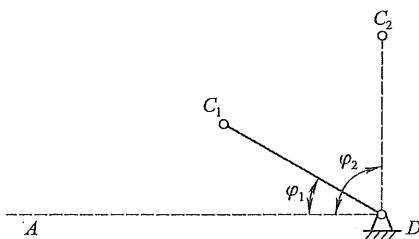
5-7 设计一曲柄摇杆机构 $ABCD$ 。已知摇杆的行程速度变化系数 $K = 1$,摇杆的长度为 $l_{CD} = 50 \text{ mm}$,摇杆两极限位置与机架 AD 的夹角分别为 $\varphi_1 = 30^\circ$ 和 $\varphi_2 = 90^\circ$,求该机构的其他未知杆长。



题图 5-5

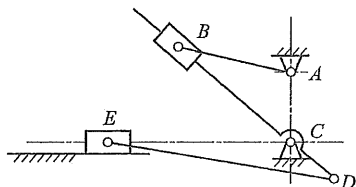


题图 5-6



题图 5-7

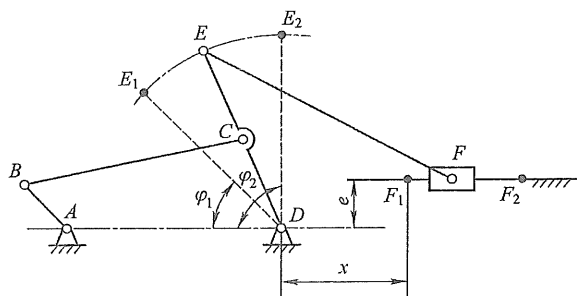
5-8 图示插床的转动导杆机构中,已知 $l_{AC} = 50 \text{ mm}$, $l_{CD} = 40 \text{ mm}$,行程速度变化系数 $K = 1.4$,求曲柄 AB 的长度和插刀 E 的行程。又若需行程速度变化系数 $K = 2$,则曲柄 AB 的长度应为多少? 此时插刀的行程是否改变?



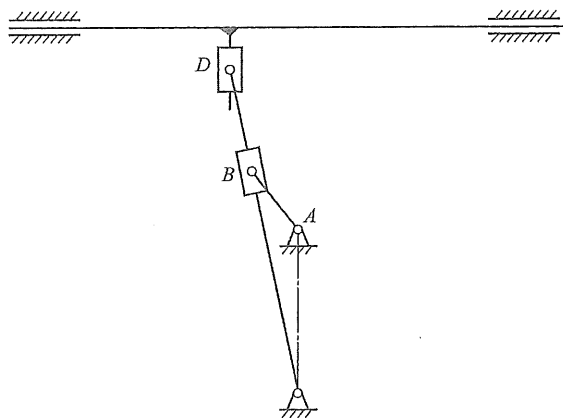
题图 5-8

5-9 图示六杆机构,已知 AB 为曲柄,且为主动件,摇杆 DC 的行程速度变化系数 $K = 1$,滑块行程 $F_1F_2 = 300 \text{ mm}$, $e = 100 \text{ mm}$, $x = 400 \text{ mm}$,摇杆的极限位置为 DE_1 和 DE_2 , $\varphi_1 = 45^\circ$, $\varphi_2 = 90^\circ$, $l_{EC} = l_{CD}$,且点 A 、 D 在平行于滑道的一条水平线上,试求出该机构各杆的尺寸。

5-10 在图示牛头刨床的摆动导杆机构中,已知中心距 $l_{AC} = 80 \text{ mm}$,刨头的冲程 $H = 450 \text{ mm}$,刨头空回行程最大速度 $v_{\text{回max}}$ 与工作行程最大速度 $v_{\text{工max}}$ 之比 $K = \frac{v_{\text{回max}}}{v_{\text{工max}}} = 2$,试求曲柄 AB 和导杆 CD 的长度。

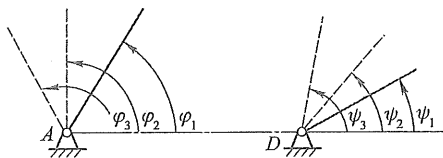


题图 5-9



题图 5-10

5-11 已知两连架杆的三组对应位置为: $\varphi_1 = 60^\circ, \psi_1 = 30^\circ; \varphi_2 = 90^\circ, \psi_2 = 50^\circ; \varphi_3 = 120^\circ, \psi_3 = 80^\circ$ 。若取机架 AD 长度 $l_{AD} = 100 \text{ mm}$, 试用解析法计算此铰链四杆机构的各杆长度。



题图 5-11

5-12 试设计一铰链四杆机构, 近似实现函数 $y = \lg x$ 。

1) 设 x 的变化区间为 $1 \leq x \leq 2$, 先用解析法求出此机构, 再用数值比较法的程序计算, 并比较其结果。

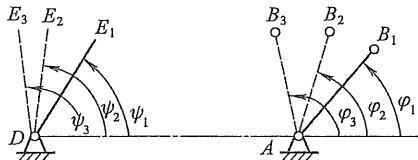
2) 多次改变 x 的变化区间, 用数值比较法求出结果, 分析其变化情况。

5-13 如图所示, 当连架杆 AB 处于 A_1B_1, A_2B_2 和 A_3B_3 位置, 另一连架杆 CD 上的某一

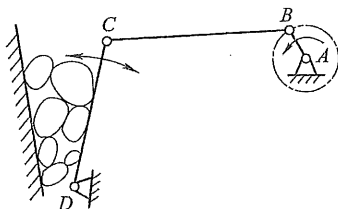


标线 DE 对应处于位置 DE_1 、 DE_2 和 DE_3 时,两连架杆所对应的角位置分别为 $\varphi_1 = 55^\circ$, $\psi_1 = 60^\circ$; $\varphi_2 = 75^\circ$, $\psi_2 = 85^\circ$; $\varphi_3 = 105^\circ$, $\psi_3 = 100^\circ$ 。若给定 $l_{AD} = 300$ mm,试设计此铰链四杆机构,并讨论是否还可以再给定其他杆长限制,如再给定 $l_{AB} = 100$ mm 是否可以设计出该机构。

5-14 图示颚式破碎机,已知行程速度变化系数 $K = 1.2$,颚板长度 $l_{CD} = 350$ mm,其摆角 $\psi = 35^\circ$,曲柄长度 $l_{AB} = 80$ mm。试确定该机构的连杆 BC 和机架 AD 的长度,并验算其最小传动角 $\gamma_{\min}$ 是否在允许范围内。



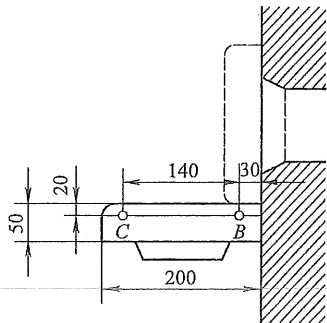
题图 5-13



题图 5-14

5-15 用铰链四杆机构作电炉炉门的启闭机构,若已知其两活动铰链中心 B 、 C 的位置及炉门的两个位置尺寸如图示,试确定固定铰链中心 A 、 D 位置及 AB 和 CD 的杆长。

5-16 设计一铰链四杆机构,使其连杆上的某一点能近似地画出椭圆轨迹。设该椭圆的长半轴 $a = 50$ mm,短半轴 $b = 30$ mm,并在该椭圆上任取 20 个离散点,试用数值比较法提供的程序计算出结果。若改变各离散点的位置,或改变 a 、 b 的数值,试计算该类机构并分析其结果。



题图 5-15

第六章 凸轮机构及其设计

§6-1 凸轮机构的应用及分类

凡是无需人的直接参与即能完成能量、物料和信息变换过程的机器称为自动机。在遍布轻工、纺织、食品、医药、印刷以及标准件制造等行业领域的自动机大家族中,凸轮机构因实现驱动与控制简便而得到了广泛的应用。

凸轮机构是含有凸轮的一种高副机构,也是一种常用机构。凸轮是一个具有曲面轮廓的构件,一般多为主动件(有时为机架);当凸轮为主动件时,通常作等速连续转动或移动,而从动件则按预期输出特性要求作连续或间歇的往复摆动、移动或平面复杂运动。

凸轮机构应用的广泛性决定了人们对其研究、探索的不断发展和深化。现在的凸轮理论研究已从简单地考虑几何尺寸、运动与静力分析,发展到考虑动力学、摩擦与润滑、误差影响、弹性变形、标准化等诸多研究方向。

一、凸轮机构的应用

图 6-1 所示的内燃机配气凸轮机构,其主动凸轮 1 连续等速转动,通过凸轮高副驱动从动件 2(阀杆)按预期的输出特性启闭阀门,使阀门既能充分开启,又具有较小的惯性力。

图 6-2 所示为绕线机排线凸轮机构。绕线轴 3 连续快速转动,经其上的蜗杆带动蜗轮和凸轮 1 缓慢转动,通过凸轮高副驱动从动件 2 往复摆动,从而使线均匀地缠绕在绕线轴 3 上。

图 6-3 所示的冲床装卸料凸轮机构中,主动凸轮 1 固定于冲头上,当其随冲头往复上下运动时,通过凸轮高副驱动从动件 2 以一定规律往复水平移动,从而使机械手按预期的输出特性装卸工件。

图 6-4 所示的罐头盒封盖机构,亦为一凸轮机构。主动件 1 连续等速转动,通过带有凹槽的固定凸轮 3 的高副导引

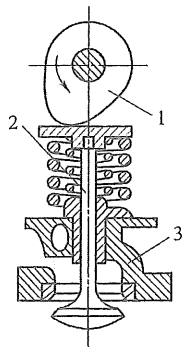


图 6-1



从动件 2 上的端点 C 沿预期的轨迹——接合缝 S 运动,从而完成对罐头盒的封盖任务。

而在图 6-5 所示的巧克力输送凸轮机构中,当带有凹槽的圆柱凸轮 1 连续等速转动时,通过嵌于其凹槽中的滚子驱动从动件 2 往复移动,凸轮 1 每转动一周,从动件 2 即从喂料器中推出一块巧克力并将其送至待包装位置。

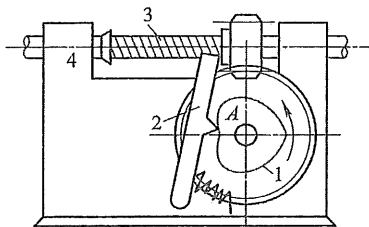


图 6-2

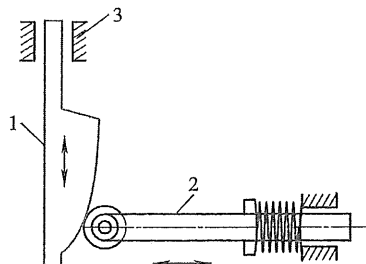


图 6-3

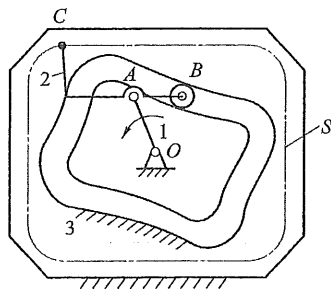


图 6-4

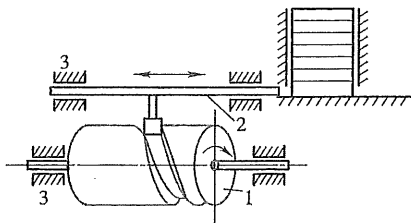


图 6-5

从以上诸例可以看出,凸轮机构一般是由三个构件、两个低副和一个高副组成的单自由度机构。

二、凸轮机构的分类

在凸轮机构中,凸轮可为主动件也可为机架;但多数情况下,凸轮为主动件。从不同角度出发,凸轮机构可做如下分类。

1. 按两活动构件之间的相对运动特性分类

(1) 平面凸轮机构

两活动构件之间的相对运动为平面运动的凸轮机构,如图 6-1~图 6-4 所



示。其中按凸轮形状又可分为:

1) 盘形凸轮 它是凸轮的基本形式。是一个相对机架作定轴转动(或为机架)且具有变化向径的盘形构件,如图 6-1、图 6-2 和图 6-4 所示。

2) 移动凸轮 它可视为盘形凸轮的演化形式。是一个相对机架作直线移动(或为机架)且具有变化轮廓的构件,如图 6-3 所示。

(2) 空间凸轮机构

两活动构件之间的相对运动为空间运动(即两活动构件不在相互平行的平面内运动)的凸轮机构,如图 6-5 所示。其按凸轮形状又可分为圆柱凸轮、圆锥凸轮、弧面凸轮和球面凸轮等(详见 § 6-5)。

2. 按从动件运动副元素形状分类

(1) 尖顶从动件

尖顶从动件如图 6-2 所示。从理论上讲,尖顶能与任意曲面形状的凸轮轮廓保持接触,因而能实现任意预期的运动规律。但其与凸轮呈点接触,易磨损,故只宜用于传递运动为主、受力不大的场合。

(2) 滚子从动件

滚子从动件如图 6-3~图 6-5 所示。为克服尖顶从动件的缺点,在尖顶处铰接一个滚子即成为滚子从动件。这样,不仅改善了从动件与凸轮轮廓之间的接触条件,耐磨损,可承受较大载荷,还可直接选用滚动轴承标准件,故在工程实际中应用最为广泛。

(3) 平底从动件

平底从动件如图 6-1 所示。平底从动件的底平面与凸轮轮廓接触,显然它只能与全部外凸的凸轮轮廓作用。其优点是压力角小,效率高,润滑好,故常用于高速运动场合。

根据运动形式的不同,以上三种从动件还可分为直动从动件,如图 6-1、图 6-3 和图 6-5 所示;摆动从动件,如图 6-2 所示;作平面复杂运动从动件,如图 6-4 所示。

3. 按凸轮高副的锁合方式

(1) 力锁合

利用重力、弹簧力或其他外力使组成凸轮高副的两构件始终保持接触,如图 6-1~图 6-3 所示。

(2) 形锁合

利用特定的几何形状(虚约束)使组成凸轮高副的两构件始终保持接触。如图 6-4 和图 6-5 所示,它是利用凸轮凹槽两侧壁间的法向距离恒等于滚子的直径来实现的,称为槽道凸轮机构;图 6-6 所示的凸轮机构,是利用凸轮轮廓上



任意两条平行切线间的距离恒等于框形从动件内边的宽度 L 来实现的,称为等宽凸轮机构;图 6-7 所示的凸轮机构,是利用过凸轮轴心所作任一径向线上与凸轮轮廓相切的两滚子中心距离 D 处处相等来实现的,称为等径凸轮机构;图 6-8 所示的凸轮机构,是利用彼此固连在一起的一对凸轮和从动件上的一对滚子来实现的,称为共轭凸轮机构。

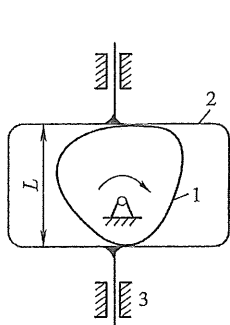


图 6-6

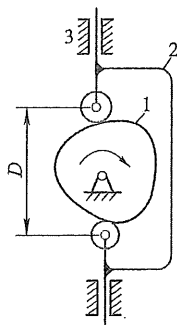


图 6-7

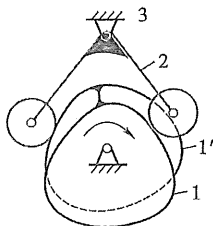


图 6-8

凸轮机构的优点是只要设计出适当的凸轮轮廓,即可使从动件实现任意预期的输出特性(如运动规律、运动轨迹等),并且结构简单、紧凑、工作可靠。其缺点是凸轮为高副接触(点或线),压强较大,容易磨损。

§6-2 从动件的运动规律及其选择

一、凸轮机构的运动循环及基本名词术语

图 6-9a 所示为一直动尖顶从动件盘形凸轮机构,此时从动件 2 恰好处于距凸轮轴心 O 最近的位置。当主动凸轮 1 沿顺时针方向转过推程运动角 $\Phi_0 = \angle A_0OA_1$,从动件随动至距凸轮轴心 O 最远的位置;凸轮再转过远休止角 $\Phi_s = \angle A_1OA_2$,从动件在最远位置处休止;凸轮继续转过回程运动角 $\Phi'_0 = \angle A_2OA_3$,从动件随动至距凸轮轴心 O 最近的位置;凸轮再转过近休止角 $\Phi'_s = \angle A_3OA_0$,从动件在最近位置处休止。于是,凸轮机构完成了一个运动循环。下面,围绕图 6-9 和凸轮机构的运动循环介绍若干基本名词和术语。

(1) 凸轮基圆

以凸轮轴心 O 为圆心,以其轮廓最小向径 r_0 为半径所作的圆称为基圆,基圆半径用 r_0 表示。

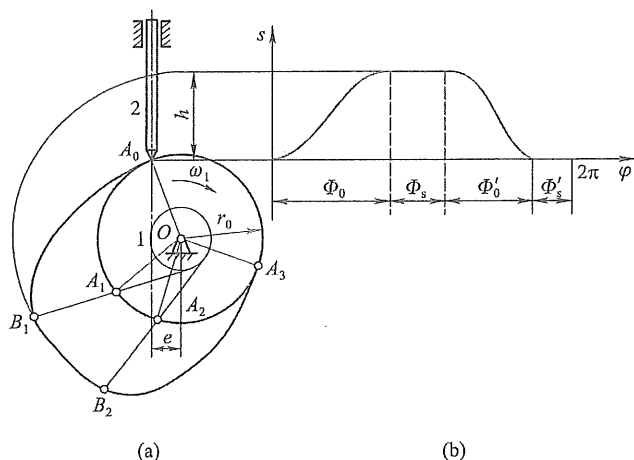


图 6-9

(2) 偏距

从动件导路中心线相对凸轮轴心 O 偏置的距离称为偏距,用 e 表示。以点 O 为圆心、以 e 为半径的圆称为偏距圆。

(3) 从动件行程

从动件的最大位移:对于直动从动件凸轮机构,为从动件的最大线位移,用 h 表示,如图 6-9 所示;对于摆动从动件凸轮机构,为从动件的最大角位移,用 ψ_m 表示。

(4) 从动件推程

简称推程,指在凸轮推动下使从动件远离凸轮轴心 O 的运动过程。在此过程中凸轮转过的角度称为推程运动角,用 Φ_0 表示。

(5) 从动件回程

简称回程,指在弹簧力或其他外力作用下使从动件移近凸轮轴心 O 的运动过程。在此过程中凸轮转过的角度称为回程运动角,用 Φ'_0 表示。

(6) 从动件远(近)休程

简称远(近)休程,指从动件在距凸轮轴心 O 最远(最近)位置处休止的过程。在此过程中凸轮转过的角度称为远(近)休止角,分别用 Φ_s 、 Φ'_s 表示。

二、从动件运动规律

从动件位移 s 随凸轮转角 φ 的变化情况如图 6-9b 所示,图中横坐标代表凸轮转角 φ ,纵坐标代表从动件位移 s 。从动件的位移 s 、速度 v 和加速度 a 随凸轮



转角 φ (或时间 t) 的变化规律称为从动件运动规律。从动件运动规律又可分为基本运动规律和组合运动规律。

1. 基本运动规律

工程实际中常用的从动件基本运动规律主要包括多项式运动规律和三角函数运动规律两大类。

(1) 多项式运动规律

多项式函数具有高阶导数连续性,因此在凸轮从动件运动规律设计中得到广泛应用。设从动件位移为 s , 凸轮转角为 φ , 则多项式运动规律的一般形式为

$$\left. \begin{aligned} s &= c_0 + c_1\varphi + c_2\varphi^2 + c_3\varphi^3 + \cdots + c_n\varphi^n \\ v &= \omega_1(c_1 + 2c_2\varphi + 3c_3\varphi^2 + \cdots + nc_n\varphi^{n-1}) \\ a &= \omega_1^2[2c_2 + 6c_3\varphi + \cdots + n(n-1)c_n\varphi^{n-2}] \end{aligned} \right\} \quad (6-1)$$

式中, $c_0, c_1, c_2, c_3, \cdots, c_n$ 为待定系数, 可根据工作要求的边界条件代入上式求得待定系数, 从而建立多项式运动规律。

1) 一次多项式运动规律——等速运动规律

当 $n=1$ 时, 根据式(6-1)可得位移 s 、速度 v 和加速度 a 的方程(设凸轮角速度 $\omega_1 = d\varphi/dt$)

$$\left. \begin{aligned} s &= c_0 + c_1\varphi \\ v &= ds/dt = \omega_1 c_1 \\ a &= dv/dt = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-2)$$

凸轮机构运动过程中, 推程段的边界条件是 $\varphi=0, s=0$; $\varphi=\Phi_0, s=h$ 。代入式(6-2)得 $c_0=0, c_1=h/\Phi_0$ 。从而式(6-2)变为

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{h}{\Phi_0}\varphi \\ v &= \frac{h}{\Phi_0}\omega \\ a &= 0 \end{aligned} \right\}$$

由于一次多项式运动规律的速度 v 为常数, 因此一次多项式运动规律又称为等速运动规律。从动件在运动过程中速度为常数, 而在运动的始、末点处速度产生突变, 理论上加速度为无穷大, 产生无穷大的惯性力, 机构将产生极大的冲击, 称为刚性冲击, 此类运动规律只适用于低速运动的场合。

2) 二次多项式运动规律——等加速等减速运动规律

当 $n=2$ 时, 根据式(6-1)可得



$$\left. \begin{aligned} s &= c_0 + c_1\varphi + c_2\varphi^2 \\ v &= ds/dt = \omega_1(c_1 + 2c_2\varphi) \\ a &= dv/dt = 2\omega_1^2 c_2 \end{aligned} \right\} \quad (6-3)$$

凸轮机构运动过程中,推程段的边界条件是 $\varphi=0, s=0, v=0$; 当 $\varphi=\Phi_0$ 时,也要求 $v=0$, 因此从动件在整个推程中要先作加速运动,后作减速运动,设前半行程作加速运动,即 $\varphi=\frac{1}{2}\Phi_0$ 时, $s=\frac{1}{2}h$; $\varphi=\Phi_0$ 时, $s=h$ 。将上述边界条件代入式

(6-3) 得 $c_0=0, c_1=0, c_2=\frac{2h}{\Phi_0^2}$ 。从而式(6-3)变为

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{2h}{\Phi_0^2} \varphi^2 \\ v &= \frac{4h\omega_1}{\Phi_0^2} \varphi \quad (0 \leq \varphi \leq \frac{1}{2}\Phi_0) \\ a &= \frac{4h\omega_1^2}{\Phi_0^2} \end{aligned} \right\} \quad (6-4)$$

从动件在推程的前半段作等加速运动,后半段作等减速运动,因此二次多项式运动规律又称为等加速等减速运动规律。从动件在运动过程中加速度为常数,而在运动的始、末点处产生突变的加速度和惯性力,由此而引起的冲击称为柔性冲击,这种运动规律只适用于中速运动的场合。

3) 五次多项式运动规律——3-4-5 多项式运动规律

当 $n=5$ 时,根据式(6-1)得

$$\left. \begin{aligned} s &= c_0 + c_1\varphi + c_2\varphi^2 + c_3\varphi^3 + c_4\varphi^4 + c_5\varphi^5 \\ v &= ds/dt = \omega_1(c_1 + 2c_2\varphi + 3c_3\varphi^2 + 4c_4\varphi^3 + 5c_5\varphi^4) \\ a &= dv/dt = \omega_1^2(2c_2 + 6c_3\varphi + 12c_4\varphi^2 + 20c_5\varphi^3) \end{aligned} \right\} \quad (6-5)$$

在式(6-5)中有 6 个待定系数,要确定其数值必须有 6 个边界条件。在凸轮机构运动过程中,要求从动件在推程段的起始点处: $\varphi=0$ 时, $s=0, v=0, a=0$; 推程段的终点处: $\varphi=\Phi_0$ 时, $s=h, v=0, a=0$ 。将上述 6 个边界条件代入式(6-5)可求得待定系数。从而求得其运动方程(列于表 6-1 中),由于其位移方程中仅含有 3、4、5 次幂,因此五次多项式运动规律又称为 3-4-5 多项式运动规律。五次多项式运动规律的加速度曲线是连续曲线,既不存在刚性冲击,也不存在柔性冲击,运动平稳性好,可用于高速运动的场合。



(2) 三角函数运动规律

三角函数运动规律是指从动件的加速度按余弦规律或正弦规律变化,也称为从动件位移按简谐运动或摆线运动变化。

1) 余弦加速度运动规律

又名简谐运动规律。从动件在整个运动过程中速度皆连续,但在运动的始、末点处加速度有突变,产生柔性冲击,因而也只适用于中速运动的场合。

2) 正弦加速度运动规律

又名摆线运动规律。从动件在整个运动过程中速度和加速度皆连续无突变,避免了刚性冲击和柔性冲击,可以用于高速运动的场合。

表 6-1 列出了几种常用的从动件基本运动规律的运动方程式及运动线图,表中的 ω_1 为凸轮转动的角速度。

2. 组合运动规律

在工程实际中,从动件的运动和动力特性要求是多种多样的。为了克服单一运动规律的某些缺陷,使凸轮机构获得更好的工作性能,经常采用以某种基本运动规律为基础,辅之以其他运动规律与其组合,从而构成组合运动规律。构成组合运动规律时应遵循以下原则:

1) 位移曲线和速度曲线(包括运动的起始点和终止点)必须连续,以避免刚性冲击。

2) 对于高速凸轮机构,要求其加速度曲线(包括运动的起始点和终止点)也必须连续,以避免柔性冲击。

因此,当采用不同的运动规律组合成改进型运动规律时,它们在连接点处的位移、速度和加速度应分别相等。这就是运动规律组合时必须满足的边界条件。

常用的组合运动规律有:改进型等速运动规律,改进型正弦加速度运动规律和改进型梯形加速度运动规律等。如需详细了解,可查阅参考文献[15]。

例 6-1 直动从动件凸轮机构。已知从动件行程 $h = 20 \text{ mm}$, 推程运动角 $\Phi_0 = 150^\circ$, 远休止角 $\Phi_s = 60^\circ$, 回程运动角 $\Phi'_0 = 120^\circ$, 近休止角 $\Phi'_s = 30^\circ$; 从动件推程、回程分别采用余弦加速度和正弦加速度运动规律。试写出从动件一个运动循环的位移、速度和加速度方程。

解: (1) 从动件推程运动方程

推程段采用余弦加速度运动规律, 故将已知条件 $\Phi_0 = 150^\circ = 5\pi/6$ 、 $h = 20 \text{ mm}$ 代入表 6-1 中余弦加速度运动规律的推程段方程式中, 推演得到



$$\left. \begin{aligned} s &= 10 \left[1 - \cos \left(\frac{6}{5} \varphi \right) \right] \\ v &= 12 \omega_1 \sin \left(\frac{6}{5} \varphi \right) \\ a &= 14.4 \omega_1^2 \cos \left(\frac{6}{5} \varphi \right) \end{aligned} \right\} (0 \leq \varphi \leq 5\pi/6)$$

(2) 从动件远休程运动方程

在远休程 Φ_s 段, 即 $5\pi/6 \leq \varphi \leq 7\pi/6$ 时, $s = h = 20 \text{ mm}$, $v = 0$, $a = 0$ 。

(3) 从动件回程运动方程

由于采用正弦加速度运动规律, 将已知条件 $\Phi'_0 = 120^\circ = 2\pi/3$ 、 $h = 20 \text{ mm}$ 代入表 6-1 正弦加速度运动规律的回程段方程式中, 推演得到

$$\left. \begin{aligned} s &= 20 \left[2.75 - \frac{3}{2\pi} \varphi + \frac{1}{2\pi} \sin(3\varphi - 3.5\pi) \right] \\ v &= -\frac{30}{\pi} \omega_1 [1 - \cos(3\varphi - 3.5\pi)] \\ a &= -\frac{90}{\pi} \omega_1^2 \sin(3\varphi - 3.5\pi) \end{aligned} \right\} (7\pi/6 \leq \varphi \leq 11\pi/6)$$

(4) 从动件近休程运动方程

在近休程 Φ'_s 段, 即 $11\pi/6 \leq \varphi \leq 2\pi$ 时, $s = 0$, $v = 0$, $a = 0$ 。

顺便指出, 若将与一个运动循环对应的凸轮总转角定义为整程角 Φ_w , 则

$$\Phi_w = \Phi_0 + \Phi_s + \Phi'_0 + \Phi'_s$$

在工程实际中, 大多数的凸轮机构与图 6-9 所示和例 6-1 所述的凸轮机构相同, 其整程角 $\Phi_w = 2\pi$ 。但是, 在一些情况下, 还有采用整程角 $\Phi_w = 2n\pi$ 和 $\Phi_w =$

$\frac{2\pi}{n}$ ($n \geq 2$ 的自然数) 的凸轮机构。

三、从动件运动规律的选择

在选择从动件运动规律时, 除要考虑刚性冲击与柔性冲击外, 还应对各种运动规律的速度幅值 $v_{\max}$ 、加速度幅值 $a_{\max}$ 及其影响加以分析和比较。 $v_{\max}$ 越大, 则从动件动量幅值 $mv_{\max}$ 越大; 为了安全与缓和冲击, $v_{\max}$ 值越小越好。 $a_{\max}$ 值越大, 则从动件惯性力幅值 ($-ma_{\max}$) 越大; 从减小凸轮副的动压力、振动和磨损等方面考虑, $a_{\max}$ 值越小越好。所以, 对于重载凸轮机构, 考虑到从动件质量 m 较大,



表 6-1 常用从动件基本运动规律的的运动方程式及运动线图

运动规律名称	运动方程式		推程、回程运动线图
	推程 $0 \leq \varphi \leq \Phi_0$	回程 $\Phi_0 + \Phi_s \leq \varphi \leq \Phi_0 + \Phi_s + \Phi'_0$	
等速运动规律	$s = \frac{h}{\Phi_0} \varphi$ $v = \frac{h}{\Phi_0} \omega_1$ $a = 0$	$s = h \left[1 - \frac{\varphi - (\Phi_0 + \Phi_s)}{\Phi'_0} \right]$ $v = -\frac{h}{\Phi'_0} \omega_1$ $a = 0$	
	推程 $0 \leq \varphi \leq \Phi_0/2$ $s = 2h \left(\frac{\varphi}{\Phi_0} \right)^2$ $v = \frac{4h\omega_1}{\Phi_0^2} \varphi$ $a = \frac{4h\omega_1^2}{\Phi_0^2}$	回程 $\Phi_0 + \Phi_s \leq \varphi \leq \Phi_0 + \Phi_s + \Phi'_0/2$ $s = h - \frac{2h}{\Phi_0'^2} [\varphi - (\Phi_0 + \Phi_s)]^2$ $v = -\frac{4h\omega_1}{\Phi_0'^2} [\varphi - (\Phi_0 + \Phi_s)]$ $a = -\frac{4h\omega_1^2}{\Phi_0'^2}$	
等加速等减速运动规律	推程 $\Phi_0/2 \leq \varphi \leq \Phi_0$ $s = h - \frac{2h}{\Phi_0^2} (\Phi_0 - \varphi)^2$ $v = \frac{4h\omega_1}{\Phi_0^2} (\Phi_0 - \varphi)$ $a = \frac{4h\omega_1^2}{\Phi_0^2}$	回程 $\Phi_0 + \Phi_s + \Phi'_0/2 \leq \varphi \leq \Phi_0 + \Phi_s + \Phi'_0$ $s = \frac{2h}{\Phi_0'^2} [(\Phi_0 + \Phi_s + \Phi'_0) - \varphi]^2$ $v = \frac{4h\omega_1}{\Phi_0'^2} [(\Phi_0 + \Phi_s + \Phi'_0) - \varphi]$ $a = \frac{4h\omega_1^2}{\Phi_0'^2}$	

运动规律名称	运动方程式	
	推程 $0 \leq \varphi \leq \Phi_0$	回程 $\Phi_0 + \Phi_s \leq \varphi \leq \Phi$
3-4-5 多项式运动规律	$s = h(10T_1^3 - 15T_1^4 + 6T_1^5)$ $v = \frac{30h\omega_1 T_1^2}{\Phi_0}(1 - 2T_1 + T_1^2)$ $a = \frac{60h\omega_1^2}{\Phi_0^2}T_1(1 - 3T_1 + 2T_1^2)$ 式中: $T_1 = \varphi/\Phi_0$	$s = h[1 - (10T_2^3 - 15T_2^4 + 6T_2^5)]$ $v = -\frac{30h\omega_1 T_2^2}{\Phi_0'}(1 - 2T_2 + T_2^2)$ $a = -\frac{60h\omega_1^2}{\Phi_0'^2}T_2(1 - 3T_2 + 2T_2^2)$ 式中: $T_2 = \frac{\varphi - (\Phi_0 + \Phi_s)}{\Phi_0'}$
余弦加速度(简谐)运动规律	$s = \frac{h}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{\Phi_0}\varphi\right) \right]$ $v = \frac{\pi h\omega_1}{2\Phi_0} \sin\left(\frac{\pi}{\Phi_0}\varphi\right)$ $a = \frac{\pi^2 h\omega_1^2}{2\Phi_0^2} \cos\left(\frac{\pi}{\Phi_0}\varphi\right)$	$s = \frac{h}{2} \left[1 + \cos\frac{\pi}{\Phi_0'}[\varphi - (\Phi_0 + \Phi_s)] \right]$ $v = -\frac{\pi h\omega_1}{2\Phi_0'} \sin\frac{\pi}{\Phi_0'}[\varphi - (\Phi_0 + \Phi_s)]$ $a = -\frac{\pi^2 h\omega_1^2}{2\Phi_0'^2} \cos\frac{\pi}{\Phi_0'}[\varphi - (\Phi_0 + \Phi_s)]$
正弦加速度(摆线)运动规律	$s = h \left[\frac{\varphi}{\Phi_0} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{\Phi_0}\varphi\right) \right]$ $v = \frac{h\omega_1}{\Phi_0} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\Phi_0}\varphi\right) \right]$ $a = \frac{2\pi h\omega_1^2}{\Phi_0^2} \sin\left(\frac{2\pi}{\Phi_0}\varphi\right)$	$s = h \left[1 - \frac{T}{\Phi_0'} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi T}{\Phi_0'}\right) \right]$ $v = -\frac{h\omega_1}{\Phi_0'} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi T}{\Phi_0'}\right) \right]$ $a = -\frac{2\pi h\omega_1^2}{\Phi_0'^2} \sin\left(\frac{2\pi T}{\Phi_0'}\right)$ 式中: $T = \varphi - (\Phi_0 + \Phi_s)$



应选择 $v_{\max}$ 值较小的运动规律;对于高速凸轮机构,为减小从动件惯性力,宜选择 $a_{\max}$ 值较小的运动规律,并尽量避免因加速度突变而引起的柔性冲击。

表 6-2 列出了上述几种常用运动规律的 $v_{\max}$ 、 $a_{\max}$ 值及冲击特性,并给出其应用场合,供选用时参考。

表 6-2 若干种从动件常用运动规律特性比较

运动规律	$v_{\max}$ $(h\omega/\Phi_0) \times$	$a_{\max}$ $(h\omega^2/\Phi_0^2) \times$	冲击	应用场合
等速	1.00	∞	刚性	低速轻负荷
等加速等减速	2.00	4.00	柔性	中速轻负荷
余弦加速度	1.57	4.93	柔性	中低速中负荷
正弦加速度	2.00	6.28	—	中高速轻负荷
3-4-5 多项式	1.88	5.77	—	高速中负荷
改进型等速	1.33	8.38	—	低速重负荷
改进型正弦加速度	1.76	5.53	—	中高速重负荷
改进型梯形加速度	2.00	4.89	—	高速轻负荷

最后必须指出,上述各种运动规律方程式都是以直动从动件为对象来推导的,如为摆动从动件,则应将式中的 h 、 s 、 v 和 a 分别更换为行程角 ψ_m 、角位移 ψ 、角速度 ω 和角加速度 α 。

§6-3 按预定运动规律设计盘形凸轮轮廓

当根据工作要求和结构条件选定凸轮机构形式、从动件运动规律和凸轮转向,并确定凸轮基圆半径 r_0 、偏距 e (以直动从动件盘形凸轮机构为例)等基本尺寸之后,就可以进行凸轮轮廓设计了。凸轮轮廓设计的方法有图解法和解析法,但基本原理都是相同的。

一、凸轮轮廓设计的基本原理

图 6-10a 所示为对心直动尖顶从动件盘形凸轮机构,当凸轮以角速度 ω_1 等速转动时,从动件将按预定的运动规律运动。假设给整个机构加上一个公共的角速度 $-\omega_1$,使其绕凸轮轴心 O 作反向转动。根据相对运动原理,凸轮与从动件之间的相对运动不变,但这样一来,凸轮静止不动,而从动件一方面随其导路以角速度 $-\omega_1$ 绕 O 转动,另一方面还在其导路内按预定的运动规律移动。在这种



复合运动中,从动件的尖顶仍然始终与凸轮轮廓保持接触。因此,在一个运动循环中,尖顶的运动轨迹即为凸轮轮廓。

从上述分析可知,在凸轮轮廓设计时,可以让凸轮静止不动,而让从动件相对于凸轮轴心 O 作反转运动。若凸轮以 ω_1 沿顺时针方向转动时,则令从动件以 $-\omega_1$ 沿逆时针方向绕凸轮轴心 O 转动,如图 6-10a 所示。同时,再令从动件相对于其导路按图 6-10d 中给定的运动规律运动,即凸轮转过 φ_1 角时,相应地从动件反转 φ_1 角并移动到点 $1'$;凸轮转过 φ_2 角时,相应地从动件反转 φ_2 角并移动到点 $2'$;...从动件的尖顶在反转运动中到达的点 $1'、2'、3'、\dots$ 即为所求的凸轮轮廓上的点。这就是凸轮轮廓设计的基本原理,一般称为“反转法”。

图 6-10b 所示为偏置直动尖顶从动件盘形凸轮轮廓设计反转法的原理图。反转运动中,从动件移动导路中心线应恒切于半径为 e 的偏距圆,同时从动件还应按图 6-10d 所示的运动规律相对于导路移动。在此过程中,从动件的尖顶依次到达点 $1'、2'、3'、\dots$,这些点连成的光滑曲线即为所求的凸轮轮廓。

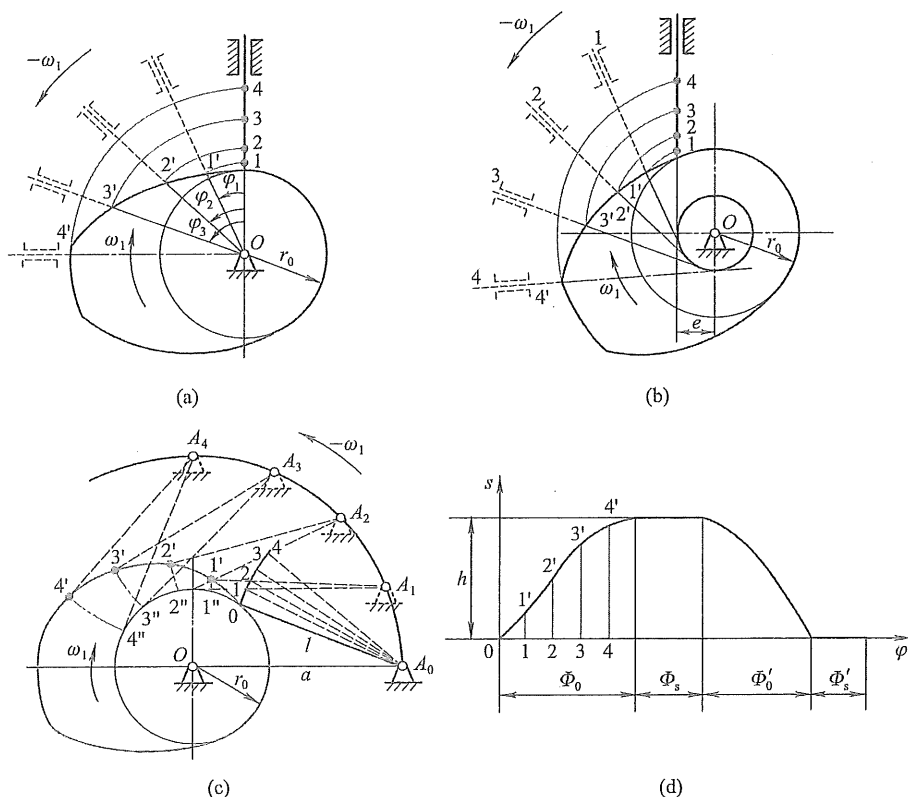


图 6-10



图 6-10c 所示为摆动尖顶从动件盘形凸轮轮廓设计反转法的原理图。当凸轮以 ω_1 顺时针转动时,则令摆动从动件回转中心 A_0 以 $-\omega_1$ 绕凸轮轴心 O 转动(沿逆时针方向),依次到达点 $A_1, A_2, A_3, \dots$;同时,摆动从动件还应按图 6-10d 中给定的运动规律摆动,此时图 6-10d 位移曲线中的 $11', 22', 33', \dots$ 代表从动件摆角的大小,分别对应于图 6-10c 中的摆杆摆角 $\angle OA_01, \angle OA_02, \angle OA_03, \dots$;再使反转运动中的摆杆摆角分别为 $\angle 1''A_11' = \angle OA_01, \angle 2''A_22' = \angle OA_02, \dots$;即使其摆杆尖顶依次到达点 $1', 2', 3', \dots$,将这些点连成光滑曲线即为所求的凸轮轮廓。

凸轮轮廓设计的图解法和解析法,都是根据上述原理进行设计的。在计算机技术已经高度发展和普及的今天,图解法因其绘图烦琐、精度低而基本失去实用价值。而解析法不仅具有计算精度高、速度快,易实现数字化、可视化等优点,而且更适合于凸轮在数控机床上的加工,有利于实现 CAD/CAM 一体化。因此本书只介绍解析法设计凸轮轮廓。

二、尖顶、滚子从动件盘形凸轮

1. 直动从动件盘形凸轮

(1) 直动尖顶从动件盘形凸轮

已知从动件运动规律 $s=s(\varphi)$,尖顶从动件导路相对于凸轮轴心 O 的偏距 e ,凸轮基圆半径 r_0 及凸轮沿顺时针转动。要求设计凸轮轮廓。

建立直角坐标系 Oxy ,如图 6-11 所示,点 B_0 为凸轮轮廓上的推程起始点。当凸轮转过 φ 角时,直动尖顶从动件将自点 B_0 外移 $s=s(\varphi)$ 至点 $B'(x', y')$ 。根据“反转法”原理,令凸轮不动,让从动件沿凸轮转动之相反方向绕原点 O (凸轮轴心)转过 φ 角,直动从动件尖顶的 $B'(x', y')$ 点将转到对应点 $B(x, y)$ 位置,它也是凸轮轮廓上的一点,即矢量 $\overrightarrow{OB'}$ 沿逆时针转过 φ 角而得,按照附录 II 中式 (II-2),可得凸轮轮廓坐标为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = R_\varphi \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

式中,旋转矩阵 $R_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$ 。

点 B' 的坐标 (x', y') 可由图 6-11 得出:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -e \\ s_0 + s \end{bmatrix}$$

故得凸轮轮廓上点 $B(x, y)$ 的坐标:

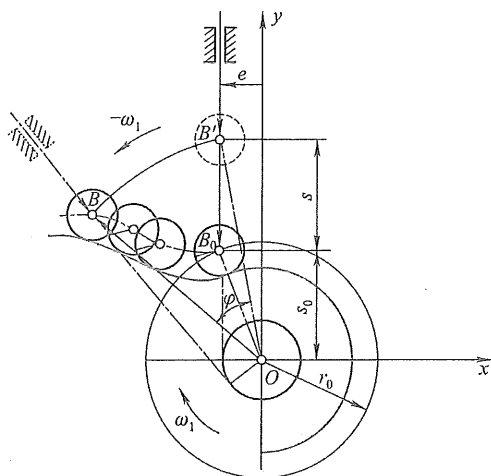


图 6-11

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -e \\ s_0 + s \end{bmatrix}$$

即

$$\left. \begin{aligned} x &= -(s_0 + s) \sin \varphi - e \cos \varphi \\ y &= (s_0 + s) \cos \varphi - e \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (6-6)$$

式中, $s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$ 。

式(6-6)即为直动尖顶从动件盘形凸轮的轮廓方程。

(2) 直动滚子从动件盘形凸轮

1) 理论轮廓方程 如图 6-11 所示,在滚子从动件凸轮机构中,滚子与从动件铰接,且铰接时滚子中心恰好与前述尖顶重合,故滚子中心的运动规律即为尖顶的运动规律。如果把滚子中心视作尖顶从动件的尖顶,按前述求得的尖顶从动件凸轮轮廓,称为该滚子从动件盘形凸轮的理论轮廓。式(6-6)即为凸轮理论轮廓方程。

2) 工作轮廓方程 以理论轮廓上各点为圆心,以滚子半径 r_f 为半径的滚子圆族的包络线,称为滚子从动件盘形凸轮的工作轮廓,或称实际轮廓。

设理论轮廓上各点即滚子圆族圆心的坐标为 (x, y) , 其包络线(即凸轮工作轮廓)上各点的坐标为 (X, Y) 。由微分几何知,以 φ 为单参数的平面曲线族的包络线方程为



$$\left. \begin{aligned} f(X, Y, \varphi) &= 0 \\ \partial f(X, Y, \varphi) / \partial \varphi &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (6-7)$$

其中, $f(X, Y, \varphi) = 0$ 是曲线族的方程, 即为滚子圆族的方程。当滚子圆半径为 r_r 时, 有

$$f(X, Y, \varphi) = (X-x)^2 + (Y-y)^2 - r_r^2 = 0 \quad (a)$$

和 $\partial f(X, Y, \varphi) / \partial \varphi = -2(X-x) dx/d\varphi - 2(Y-y) dy/d\varphi = 0$
或

$$(X-x) = -(Y-y) \frac{dy/d\varphi}{dx/d\varphi} \quad (b)$$

联立式(a)和式(b), 解得

$$\left. \begin{aligned} X &= x \mp r_r \frac{dy/d\varphi}{\sqrt{(dx/d\varphi)^2 + (dy/d\varphi)^2}} \\ Y &= y \pm r_r \frac{dx/d\varphi}{\sqrt{(dx/d\varphi)^2 + (dy/d\varphi)^2}} \end{aligned} \right\} (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (6-8)$$

式(6-8)即为凸轮的工作轮廓方程。式中, 上面一组“-”“+”号表示内包络轮廓, 下面一组“+”“-”号表示外包络轮廓; $dx/d\varphi$ 和 $dy/d\varphi$ 为凸轮理论轮廓方程对 φ 的导数。对于直动滚子从动件盘形凸轮, 可将式(6-6)对 φ 求导得到。

采用数控铣床或磨床加工凸轮时, 需要知道刀具中心运动轨迹的方程式。如果刀具(铣刀或砂轮)的半径 r_d 与滚子半径 r_r 相同, 则凸轮的理论轮廓方程即为刀具中心运动轨迹方程, 如果不同(图 6-12), 由于刀具的外圆总与凸轮的工作轮廓相切, 因而刀具中心运动轨迹应是凸轮工作轮廓的等距曲线。这样, 只要把式(6-8)中的 r_r 换成 $(r_r - r_d)$ 即得到刀具中心运动轨迹方程。加工时, 刀具中心沿此轨迹运动即可加工出要求的凸轮工作轮廓曲线。

2. 摆动从动件盘形凸轮

(1) 摆动尖顶从动件盘形凸轮

摆动从动件盘形凸轮机构可分为两种, 即顺摆式——摆动从动件推程与凸轮转向相同(图 6-13a)和逆摆式——摆动从动件推程与凸轮转向相反(图 6-13b)。

已知摆动从动件运动规律 $\psi = \psi(\varphi)$, 从动件长度 l , 中心距 a , 凸轮基圆半径 r_0 及凸轮沿顺时针转动。要求设计凸轮轮廓。

建立直角坐标系 Oxy , 如图 6-13 所示。点 B_0 为凸轮轮廓上推程起始点。当凸轮转过 φ 角时, 摆动尖顶从动件将自点 B_0 被凸轮外推摆过角度 $\psi = \psi(\varphi)$ 至点 $B'(x', y')$ 。根据“反转法”原理, 令凸轮不动, 而使摆过 ψ 角的从动件沿凸轮

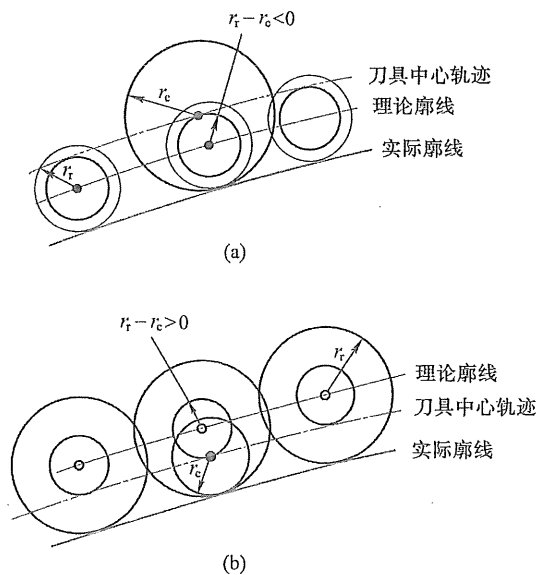


图 6-12

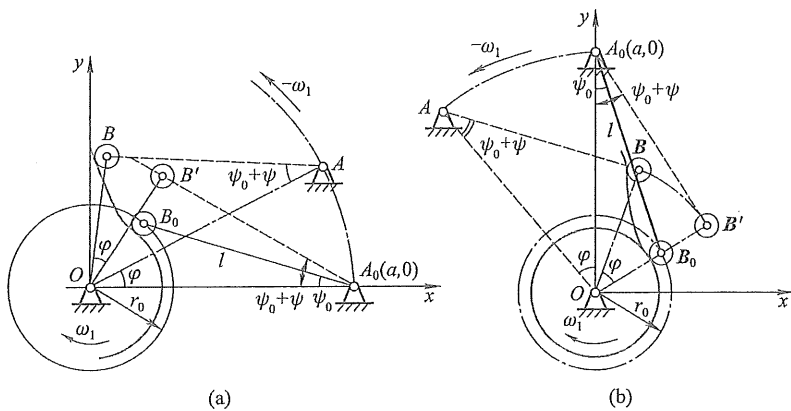


图 6-13

转动的相反方向绕原点 O (凸轮轴心) 转过 φ 角, 此时摆动从动件的尖顶点 $B'(x', y')$ 将转到对应点 $B(x, y)$ 位置 (点 A_0 转到点 A 位置), 它应是凸轮轮廓上的一点, 其坐标为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = R_{\varphi} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$



根据图 6-13, 点 $B'(x', y')$ 的坐标分别为

$$\text{顺摆式(图 6-13a)} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-l\cos(\psi_0+\psi) \\ l\sin(\psi_0+\psi) \end{bmatrix}$$

$$\text{逆摆式(图 6-13b)} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l\sin(\psi_0+\psi) \\ a-l\cos(\psi_0+\psi) \end{bmatrix}$$

$$\text{由于旋转矩阵} \quad \mathbf{R}_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

故有

$$\text{顺摆式} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a-l\cos(\psi_0+\psi) \\ l\sin(\psi_0+\psi) \end{bmatrix}$$

$$\text{逆摆式} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l\sin(\psi_0+\psi) \\ a-l\cos(\psi_0+\psi) \end{bmatrix}$$

即摆动从动件盘形凸轮理论廓线方程为

$$\text{顺摆式} \quad \left. \begin{aligned} x &= a\cos\varphi - l\cos(\psi_0+\psi-\varphi) \\ y &= a\sin\varphi + l\sin(\psi_0+\psi-\varphi) \end{aligned} \right\} (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (6-9)$$

$$\text{逆摆式} \quad \left. \begin{aligned} x &= l\sin(\psi_0+\psi+\varphi) - a\sin\varphi \\ y &= a\cos\varphi - l\cos(\psi_0+\psi+\varphi) \end{aligned} \right\} (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (6-9')$$

式中, ψ_0 为摆动从动件初始摆角, 其值为 $\psi_0 = \arccos \frac{a^2 + l^2 - r_0^2}{2al}$ 。

(2) 摆动滚子从动件盘形凸轮

1) 理论轮廓方程 式(6-9)或式(6-9')即为图 6-13 所示凸轮的理论轮廓方程。

2) 工作轮廓方程 摆动从动件盘形凸轮的工作轮廓仍用式(6-8)计算, 只是其中的 x, y 值应用式(6-9)或式(6-9')计算, 其中 $dx/d\varphi, dy/d\varphi$ 应用式(6-9)或式(6-9')对 φ 求导后代入计算。

三、直动平底从动件盘形凸轮

平底从动件盘形凸轮机构的凸轮轮廓实际上是“反转”过程中从动件平底一系列位置(一族直线)的包络线。这里, 只讨论直动平底从动件盘形凸轮机构。

已知直动从动件运动规律 $s=s(\varphi)$, 平底从动件导路相对于凸轮轴心 O 的



偏距为 e , 从动件平底与导路的夹角 $\beta = 90^\circ$, 凸轮基圆半径 r_0 及凸轮沿顺时针转动。要求设计凸轮轮廓。

建立直角坐标系 Oxy , 如图 6-14 所示。设凸轮轮廓上推程起始位置用平底与凸轮轮廓的切点 B_0 表示, 当凸轮转过 φ 角时, 直动平底从动件将自点 B_0 位置外移 $s = s(\varphi)$ 至点 $B'(x', y')$ 位置 (仍与凸轮轮廓相切)。根据“反转法”原理, 将处于 B' 位置的从动件与平底一起沿凸轮转动的相反方向绕原点 O (凸轮轴心) 转过 φ 角, 即得直动平底从动件的对应位置 $B(x, y)$ (平底与凸轮轮廓的切点), 因此平底从动件凸轮轮廓线应为从动件平底直线族的包络线, 当凸轮转过任意角度 φ 时, 平底直线的方程为

$$Y = kX + b$$

式中: k 为平底直线的斜率, $k = \tan \varphi = \sin \varphi / \cos \varphi$; b 为平底直线在 y 轴上的截距, $b = (r_0 + s) / \cos \varphi$ 。

则有

$$Y = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} X + \frac{r_0 + s}{\cos \varphi}$$

即

$$f(X, Y, \varphi) = X \sin \varphi - Y \cos \varphi + (r_0 + s) = 0 \quad (a)$$

根据单参数曲线族包络线方程式 (6-7), 还需求得

$$\partial f(X, Y, \varphi) / \partial \varphi = X \cos \varphi + Y \sin \varphi + \frac{ds}{d\varphi} = 0 \quad (b)$$

联立式 (a) 和式 (b), 解得

$$\left. \begin{aligned} X &= -(r_0 + s) \sin \varphi - \frac{ds}{d\varphi} \cos \varphi \\ Y &= (r_0 + s) \cos \varphi - \frac{ds}{d\varphi} \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (6-10)$$

式 (6-10) 即为直动平底从动件盘形凸轮机构的凸轮轮廓方程。

由式 (6-10) 可见, 直动平底从动件盘形凸轮轮廓形状与偏距 e 无关, 如果考虑结构和接触状况等因素, 有时采用偏置平底从动件。

例 6-2 已知某直动尖顶从动件盘形凸轮机构的凸轮基圆半径 $r_0 = 26 \text{ mm}$, 偏距 $e = 10 \text{ mm}$, 其他已知条件同例 6-1, 试写出凸轮轮廓方程。

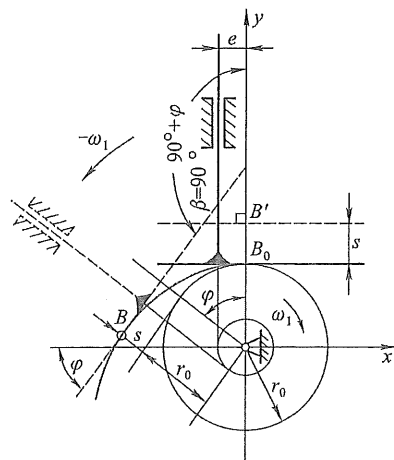


图 6-14



解: (1) 推程凸轮轮廓方程

据式(6-6)、 $s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2} = 24 \text{ mm}$ 及例 6-1 中的中间结果, 推演得到

$$\left. \begin{aligned} x &= -\left[34 - 10\cos\left(\frac{6}{5}\varphi\right) \right] \sin\varphi - 10\cos\varphi \\ y &= \left[34 - 10\cos\left(\frac{6}{5}\varphi\right) \right] \cos\varphi - 10\sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (0 \leq \varphi \leq 5\pi/6)$$

(2) 远休程凸轮轮廓方程

据式(6-6)、 $s_0 = 24 \text{ mm}$ 及例 6-1 中的中间结果, 推演得到

$$\left. \begin{aligned} x &= -44\sin\varphi - 10\cos\varphi \\ y &= 44\cos\varphi - 10\sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (5\pi/6 \leq \varphi \leq 7\pi/6)$$

(3) 回程凸轮轮廓方程

据式(6-6)、 $s_0 = 24 \text{ mm}$ 及例 6-1 中的中间结果, 推演得到

$$\left. \begin{aligned} x &= -\left[79 - \frac{30}{\pi}\varphi + \frac{10}{\pi}\sin(3\varphi - 3.5\pi) \right] \sin\varphi - 10\cos\varphi \\ y &= \left[79 - \frac{30}{\pi}\varphi + \frac{10}{\pi}\sin(3\varphi - 3.5\pi) \right] \cos\varphi - 10\sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (7\pi/6 \leq \varphi \leq 11\pi/6)$$

(4) 近休程凸轮轮廓方程

据式(6-6)、 $s_0 = 24 \text{ mm}$ 及例 6-1 中的中间结果, 推演得到

$$\left. \begin{aligned} x &= -24\sin\varphi - 10\cos\varphi \\ y &= 24\cos\varphi - 10\sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (11\pi/6 \leq \varphi \leq 2\pi)$$

感兴趣的读者可自行推演直动滚子从动件、直动平底从动件盘形凸轮机构的凸轮轮廓方程。

§6-4 盘形凸轮机构基本尺寸的确定

由上节知, 用解析法设计凸轮轮廓, 需事先确定凸轮基圆半径 r_0 、直动从动件的偏距 e 或摆动从动件的长度 l 、摆动从动件与凸轮轴心间的中心距 a 以及滚子半径 r_r 等基本尺寸, 本节将从凸轮机构传力性能的优劣、结构是否紧凑、运动是否失真等方面对上述尺寸详加讨论。

一、凸轮机构的压力角 α 及其许用值

如图 6-15 所示为直动尖顶从动件盘形凸轮机构在推程中任一位置时的受力情况。 F_{12} 为凸轮 1 对从动件 2 的作用力; G 为从动件所受的载荷 (包括生产阻力、从动件自重以及弹簧压力等); F_{R1} 、 F_{R2} 分别为导轨两侧作用于从动件 2 上



的总反力; φ_1 、 φ_2 为摩擦角。选从动件 2 为示力体, 据力的平衡条件, 分别由 $\sum F_x = 0$ 、 $\sum F_y = 0$ 和 $\sum M_B = 0$ 可得

$$\left. \begin{aligned} F_{12} \sin(\alpha + \varphi_1) - (F_{R1} - F_{R2}) \cos \varphi_2 &= 0 \\ F_{12} \cos(\alpha + \varphi_1) - G - (F_{R1} + F_{R2}) \sin \varphi_2 &= 0 \\ F_{R2}(l+b) \cos \varphi_2 - F_{R1} b \cos \varphi_2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

由以上三式消去 F_{R1} 和 F_{R2} , 整理后得

$$F_{12} = \frac{G}{\cos(\alpha + \varphi_1) - \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \sin(\alpha + \varphi_1) \tan \varphi_2} \quad (6-11)$$

式中, α 为压力角, 它是从动件在与凸轮轮廓接触点 B 处所受正压力的方向 (即凸轮轮廓在该点法线 $n-n$ 的方向) 与从动件上点 B 的速度 v_{B2} 方向之间所夹的锐角。

压力角 α 是表征、反映凸轮机构受力情况的一个重要参数。由式 (4-57) 可推得上面凸轮机构的瞬时效率计算公式为

$$\eta = \frac{\cos(\alpha + \varphi_1) - \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \sin(\alpha + \varphi_1) \tan \varphi_2}{\cos \alpha} \quad (6-12)$$

由式 (6-11) 知, 在其他条件相同的情况下, 压力角 α 愈大, 则作用力 F_{12} 愈大; 当压力角 α 大至使式 (6-11) 中的分母或式 (6-12) 中的分子等于零时, 则作用力 F_{12} 增至无穷大, 而效率降为零, 此时机构发生自锁。此时的压力角为临界压力角 α_c , 其值为

$$\alpha_c = \arctan \left\{ 1 / \left[\left(1 + \frac{2b}{l} \right) \tan \varphi_2 \right] \right\} - \varphi_1 \quad (6-13)$$

为保证凸轮机构能正常运转, 应使最大压力角 $\alpha_{\max}$ 小于临界压力角 α_c 。在工程实际中, 为提高机械效率和改善受力情况, 通常规定凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 应小于或等于某一许用压力角 $[\alpha]$, 即 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$; 而 $[\alpha]$ 之值小于临界压力角 α_c 。根据实践经验, 推荐的许用压力角取值为

推程 (工作行程): 直动从动件取 $[\alpha] = 30^\circ \sim 40^\circ$; 摆动从动件取 $[\alpha] = 35^\circ \sim 45^\circ$ 。

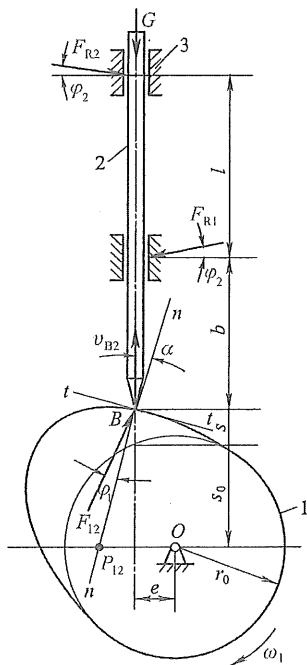


图 6-15



回程(空回行程):考虑到此时从动件靠其他外力(如弹簧力等)推动返回,故不会自锁,许用压力角的取值可以适当放宽。直动和摆动从动件推荐取 $[\alpha]' = 70^\circ \sim 80^\circ$ 。

二、按许用压力角 $[\alpha]$ 确定凸轮机构的基本尺寸

在图 6-15 所示的直动尖顶从动件盘形凸轮机构中,过接触点 B 作公法线 $n-n$,与过点 O 的导路垂线交于点 P_{12} ,该点即为凸轮 1 与从动件 2 的相对速度瞬心。即凸轮上点 P_{12} 的线速度 $\omega_1 \overline{OP_{12}}$ 与从动件的移动速度 v_2 相等,有 $\omega_1 \overline{OP_{12}} = v_2$,故得

$$\overline{OP_{12}} = \frac{v_2}{\omega_1} = ds/d\varphi$$

式中, $ds/d\varphi$ 称为类速度。

从图 6-15 可得出凸轮机构的压力角

$$\tan \alpha = \frac{|\overline{OP_{12}} - e|}{s_0 + s} = \frac{|ds/d\varphi - e|}{s_0 + s} \quad (6-14)$$

式中, $s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$ 。

从式(6-14)中不难看出,压力角 α 随凸轮基圆半径 r_0 的增大而减小,当基圆半径 r_0 一定时,压力角 α 随从动件的位移 s 和类速度 $ds/d\varphi$ 的变化而变化。

设以从动件的位移 s 为纵坐标(相当于从动件导路),以类速度 $ds/d\varphi$ 为横坐标。当给定一系列的凸轮转角 φ ,则根据已知的运动规律,可求得相应的 s 和 $ds/d\varphi$ 值,从而作出如图 6-16 所示的 $ds/d\varphi - s$ 曲线。其作图方法为:建立如图 6-16 所示的直角坐标系,点 B_0 为从动件的最低点,在纵坐标上自点 B_0 向上取 s , $ds/d\varphi$ 则按从动件速度方向沿凸轮转动的时针方向转 90° 后取值。凸轮顺时针转动时,推程的 $ds/d\varphi$ 作在 s 轴的右侧,回程的 $ds/d\varphi$ 作在 s 轴的左侧。图中曲线上的点 D 为推程中的一个位置所对应的 s 和 $ds/d\varphi$,即 B_0B 为该瞬时的从动件位移 s ,而 BD 则为其对应的 $ds/d\varphi$ 。自点 D 作 $\angle BDD' = 90^\circ - [\alpha]$ 得直线

Dd' ,则在直线 Dd' 上或其右下方取凸轮轴心时,可使 $\alpha = \arctan \frac{|ds/d\varphi - e|}{s_0 + s} \leq$

$[\alpha]$,即保证该瞬时的压力角 $\alpha \leq [\alpha]$ 。同样方法,可作出曲线的切界线 D_1d_1 ($\angle B_1D_1d_1 = 90^\circ - [\alpha]$),则其右下方为凸轮轴心许用区域。若将凸轮轴心取在 D_1d_1 右下方的点 O ,则凸轮基圆半径 $r_0 = \overline{OB_0}$,从动件导路偏于凸轮轴心左侧,偏距为 e 。设点 O 与 D_1 点连线与纵坐标轴间的夹角为 α_1 ,则



$$\tan \alpha_1 = \frac{|\overline{D_1 B_1 - e}|}{\overline{B_1 O_1}}$$

式中: $\overline{D_1 B_1} = ds/d\varphi$; $\overline{B_1 O_1} = \overline{B_0 O_1} + s = \sqrt{r_0^2 - e^2} + s = s_0 + s$ 。

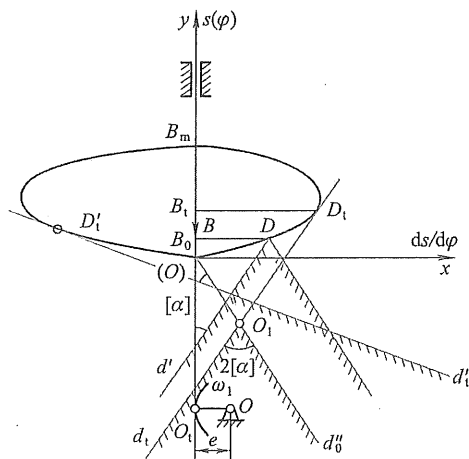


图 6-16

故

$$\tan \alpha_1 = \frac{|ds/d\varphi - e|}{s_0 + s}$$

该式与式(6-14)相同。因此, α_1 为从动件位移到点 B_1 时凸轮机构的压力角。从图中可以看出该点压力角小于 $[\alpha]$ 。按同样方法还可作出回程凸轮轴心许用区域的限制线 $D'_1 d'_1$, 则在该线的左下方即为凸轮轴心的许用区域。

在从动件推程起始点, $s=0$ 、 $ds/d\varphi=0$ 时, 按式(6-14)有 $\tan \alpha = -e/s_0$, 为保证此时的 $\alpha \leq [\alpha]$, 作直线 $B_0 d''_0$ 与纵坐标轴交角为 $[\alpha]$, 凸轮轴心 O 只能在 $B_0 d''_0$ 线上或其左下方选取。限制线 $B_0 d''_0$ 和 $D_1 d_1$ 相交围成的下方角域(实阴影区域)为满足 $\alpha \leq [\alpha]$ 的凸轮轴心的公共许用区域。这样, 只要在公共许用区域内选定凸轮轴心 O 的位置, 凸轮基圆半径 r_0 和偏距 e 就确定了, 可以用数值计算法求出此凸轮轴心公共许用区域以及 r_0 和 e 的大小, 但其求解过程复杂, 详见参考文献[16]。

应当指出, 关于直动从动件盘形凸轮机构, 为了改善其传力性能或减小凸轮尺寸, 经常采用如图 6-17 所示的偏置式凸轮机构。为了达到上述目的, 其偏置必须随凸轮转向的不同而按图示的方位确定, 即应使偏置与推程时的相对瞬心 P_{12} 位于凸轮轴心的同一侧, 即凸轮顺时针转动时, 从动件导路应偏于凸轮轴心的左侧; 凸轮逆时针转动时, 从动件导路应偏置于凸轮轴心的右侧。若从动件导



路位置与图示相反配置时,则会适得其反,使凸轮机构的推程压力角增大,传力性能变坏。此时,用式(6-14)计算压力角, e 需用“-”值代入。

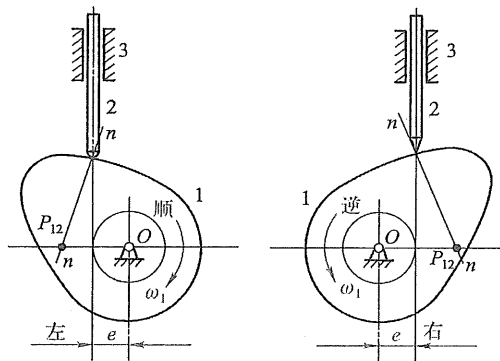


图 6-17

如需了解摆动尖顶(滚子)从动件盘形凸轮机构的情况,详见参考文献[17]、[18]。

三、按凸轮轮廓全部外凸条件确定凸轮基圆半径 r_0

对于图 6-14 所示的直动平底从动件盘形凸轮机构,其压力角恒等于零,即 $\alpha=0^\circ$ 。因此,平底从动件盘形凸轮的基圆半径 r_0 不能按许用压力角 $[\alpha]$ 确定,而当凸轮的基圆半径太小时,可能产生如图 6-18a 所示的从动件运动“失真”。为了避免从动件运动“失真”,要求平底从动件盘形凸轮轮廓线上各点的曲率半径 $\rho>0$,即应要求凸轮轮廓全部外凸。通常,根据凸轮轮廓线不产生尖点的条件确定基圆半径。

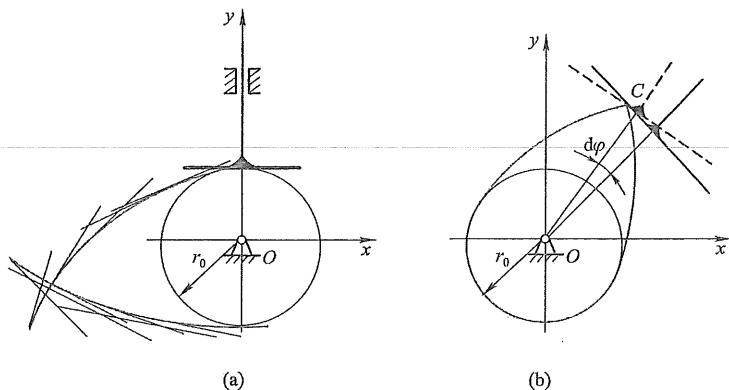


图 6-18

如图 6-18b 所示,当凸轮轮廓线上点 C 出现尖点,即 $\rho_c=0$ 时,则从动件转过 $d\varphi$ 角后平底从动件与凸轮的接触点位置不变,即此时存在

$$\frac{dX}{d\varphi}=0, \quad \frac{dY}{d\varphi}=0 \quad (a)$$

式中, X 、 Y 为平底从动件凸轮轮廓上某点的坐标值,应按式 (6-10) 计算。从而得

$$\begin{cases} \frac{dX}{d\varphi} = -\frac{ds}{d\varphi} \sin \varphi - (r_0 + s) \cos \varphi - \frac{d^2s}{d\varphi^2} \cos \varphi + \frac{ds}{d\varphi} \sin \varphi = -\left(r_0 + s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}\right) \cos \varphi = 0 \\ \frac{dY}{d\varphi} = \frac{ds}{d\varphi} \cos \varphi - (r_0 + s) \sin \varphi - \frac{d^2s}{d\varphi^2} \sin \varphi - \frac{ds}{d\varphi} \cos \varphi = -\left(r_0 + s + \frac{d^2s}{d\varphi^2}\right) \sin \varphi = 0 \end{cases} \quad (b)$$

由式 (b) 可得凸轮轮廓线上产生尖点 (曲率半径 $\rho=0$) 的条件:

$$r_0 + s + \frac{d^2s}{d\varphi^2} = 0 \quad \text{或} \quad r_0 + s + s'' = 0 \quad (c)$$

直动平底从动件盘形凸轮轮廓的曲率半径 ρ 应大于或等于凸轮最小曲率半径 $\rho_{\min}$ ($\rho_{\min} > 0$), 即

$$\rho = r_0 + s + s'' \geq \rho_{\min}$$

因此,为保证凸轮轮廓全部外凸,直动平底从动件盘形凸轮的基圆半径 r_0 应为

$$r_0 \geq (\rho_{\min} - s - s'')_{\max} \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (6-15)$$

四、滚子半径 r_r 的选择

1. 凸轮理论轮廓的内凹部分

如图 6-19a 所示,工作轮廓曲率半径 ρ_a 、理论轮廓曲率半径 ρ 与滚子半径 r_r 三者之间的关系为

$$\rho_a = \rho + r_r \quad (6-16)$$

这种情况下,工作轮廓曲率半径恒大于理论轮廓曲率半径,即 $\rho_a > \rho$ 。这样,当理论轮廓作出后,不论选择多大的滚子,都能作出工作轮廓。

2. 凸轮理论轮廓的外凸部分

如图 6-19b、c、d 所示,工作轮廓曲率半径 ρ_a 、理论轮廓曲率半径 ρ 与滚子半径 r_r 三者之间的关系为

$$\rho_a = \rho - r_r \quad (6-17)$$

1) 当 $\rho > r_r$ 时, $\rho_a > 0$ 。这时,可以作出凸轮的工作轮廓 (图 6-19b)。

2) 当 $\rho = r_r$ 时, $\rho_a = 0$, 如图 6-19c 所示。这时,虽然能作出凸轮工作轮廓,但出现了尖点,尖点处是极易磨损的。



3) 当 $\rho < r_t$ 时, $\rho_a < 0$, 如图 6-19d 所示。这时, 作出的凸轮工作轮廓出现了相交的包络线。这部分工作轮廓无法实现, 因此也无法实现从动件的预期运动规律, 即出现运动“失真”现象。

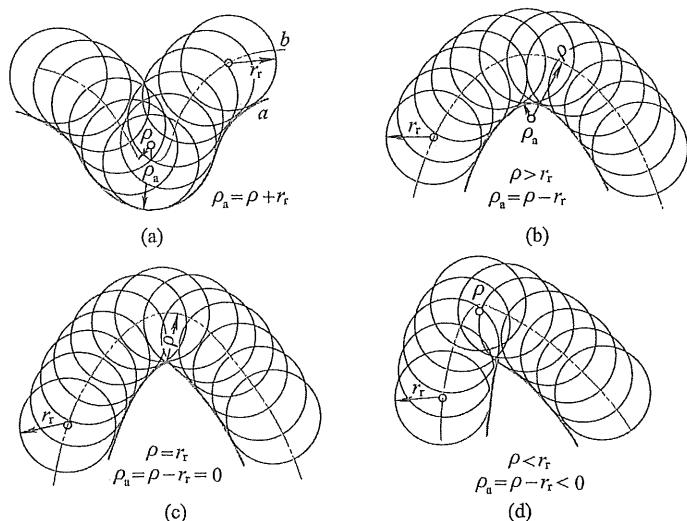


图 6-19

综上所述, 滚子半径 r_t 不宜过大。但因滚子装在销轴上, 故亦不宜过小。一般推荐:

$$r_t < \rho_{\min} - \Delta \quad (6-18)$$

式中: $\rho_{\min}$ 为凸轮理论轮廓外凸部分的最小曲率半径; $\Delta = 3 \sim 5 \text{ mm}$ 。

对于重载凸轮, 可取 $r_t \approx \rho_{\min} \approx \rho_{\min}/2$, 这时滚子与凸轮间的接触应力最小, 从而可提高凸轮的使用寿命, 详见参考文献[19]。

§6-5 空间凸轮机构简介

由 §6-1 知, 凸轮机构两活动构件之间的相对运动为空间运动的称为空间凸轮机构。当凸轮为主动件时, 从动件一般按预期运动规律作往复摆动或移动; 当凸轮为机架时, 从动件上的点一般按预期的轨迹作空间复杂运动。

空间凸轮机构基本都采用滚子从动件。空间凸轮机构按凸轮形状可分类如下。

(1) 圆柱凸轮机构

凸轮是一个相对机架作定轴转动或为机架的圆柱形构件, 如图 6-5 所示。



当凸轮为主动件时,其从动件的运动形式可为往复摆动或移动。如图 6-20 所示的圆柱分度凸轮机构,在香烟、火柴包装和拉链嵌齿机等自动机械中得到广泛应用,分度频率达到 1 500 次/min 左右,分度精度达到 $30''$ 。其实质为摆动滚子从动件圆柱凸轮机构的变异形式。

(2) 圆锥凸轮机构

凸轮是一个相对机架作定轴转动或为机架的圆锥形构件,如图 6-21 所示。当凸轮为主动件时,其从动件的运动形式可为往复摆动或移动。

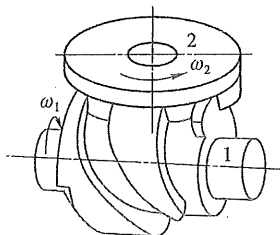


图 6-20

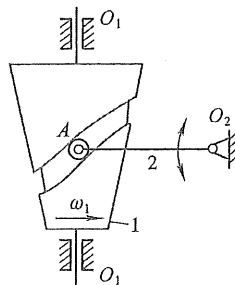


图 6-21

(3) 弧面凸轮机构

凸轮是一个相对机架作定轴转动或为机架的鼓形构件,如图 6-22 所示。当凸轮为主动件时,其从动件的运动形式为间歇转动。图 6-23 所示的弧面分度凸轮机构,在高速冲床、多色印刷机和包装机等自动机械中得到广泛应用,分度频率高达 2 000 次/min 左右,分度精度达 $15''$ 。实质上,它是摆动滚子从动件弧面凸轮机构的变异形式。

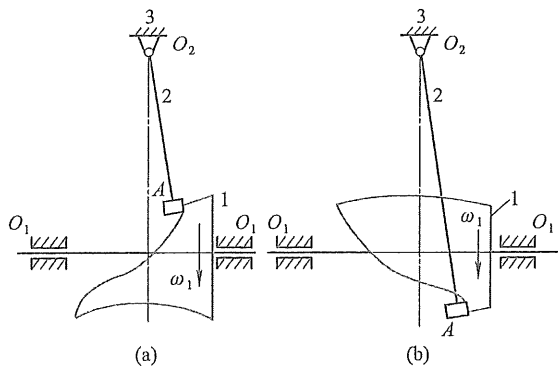


图 6-22



(4) 球面凸轮机构

凸轮是一个相对机架作定轴转动或为机架的球形构件,其轴线与摆动从动件的轴线相交,如图 6-24 所示。当凸轮为主动件时,其从动件的运动形式仅可为往复摆动。

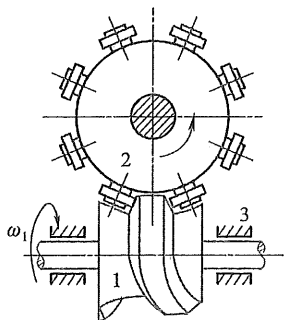


图 6-23

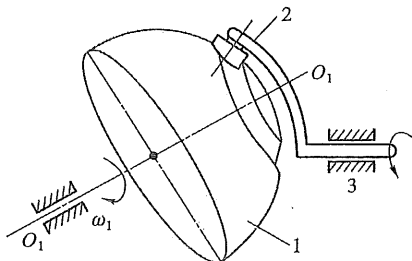


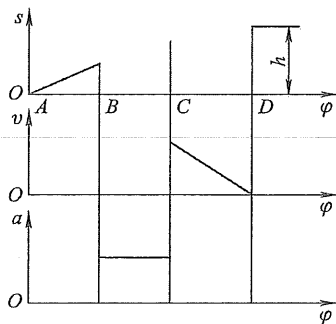
图 6-24



习题

6-1 在摆动从动件盘形凸轮机构中,从动件行程角 $\psi_{\max} = 30^\circ$, $\Phi_0 = 120^\circ$, $\Phi_s = 120^\circ$, $\Phi'_0 = 120^\circ$, 从动件推程、回程分别采用等加速等减速和正弦加速度运动规律。试写出摆动从动件在各行程的位移方程式。

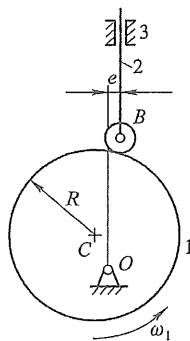
6-2 图示为从动件在推程的部分运动曲线,其 $\Phi_s \neq 0^\circ$, $\Phi'_s \neq 0^\circ$ 。试根据 s 、 v 和 a 之间的关系定性地补全该运动曲线;并指出该凸轮机构工作时,何处有刚性冲击? 何处有柔性冲击?



题图 6-2

6-3 图示偏置直动滚子从动件盘形凸轮机构中, 凸轮 1 的工作轮廓为圆, 其圆心和半径分别为 C 和 R , 凸轮 1 沿逆时针方向转动, 推动从动件往复移动。已知 $R=100\text{ mm}$, $OC=20\text{ mm}$, 偏距 $e=10\text{ mm}$, 滚子半径 $r_r=10\text{ mm}$, 试求:

- 1) 凸轮的理论轮廓。
- 2) 凸轮基圆半径 r_0 、从动件行程 h 。
- 3) 推程运动角 Φ_0 、回程运动角 Φ'_0 、远休止角 Φ_s 、近休止角 Φ'_s 。
- * 4) 从动件推程、回程位移方程式。
- * 5) 凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 、最小压力角 $\alpha_{\min}$, 及其分别在工作轮廓上哪一点出现?

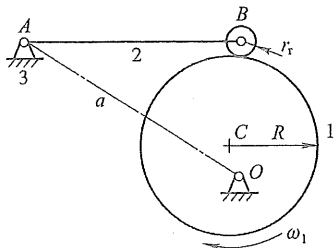


题图 6-3

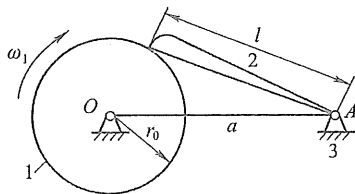
6-4 图示摆动滚子从动件盘形凸轮机构中, 凸轮 1 的工作轮廓为圆, 其圆心和半径分别为 C 和 R , 凸轮 1 沿顺时针方向转动, 推动从动件往复摆动。已知 $R=100\text{ mm}$, $OC=30\text{ mm}$, 摆杆长度 $l=90\text{ mm}$, 中心距 $a=125\text{ mm}$, 滚子半径 $r_r=10\text{ mm}$, 试:

- 1) 绘出凸轮的理论轮廓。
- 2) 判断该机构为顺摆式还是逆摆式?
- 3) 求推程运动角 Φ_0 、回程运动角 Φ'_0 、远休止角 Φ_s 、近休止角 Φ'_s 。
- 4) 求凸轮基圆半径 r_0 、从动件行程角 $\psi_{\max}$ 。
- * 5) 求凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 、最小压力角 $\alpha_{\min}$, 又分别在工作轮廓上哪一点出现?

6-5 设计摆动尖顶从动件盘形凸轮。已知凸轮 1 沿顺时针方向等速转动, 中心距 $a=75\text{ mm}$, 凸轮基圆半径 $r_0=30\text{ mm}$, 从动件长度 $l=58\text{ mm}$, 从动件行程角 $\psi_{\max}=15^\circ$, $\Phi_0=150^\circ$, $\Phi_s=0^\circ$, $\Phi'_0=120^\circ$; 从动件在推程、回程皆采用简谐运动规律。试通过计算机辅助设计求凸轮理论轮廓和工作轮廓上各点的坐标值(每隔 10° 计算一点), 并绘出凸轮轮廓。



题图 6-4

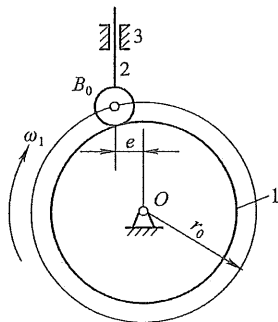


题图 6-5

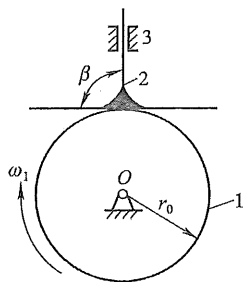
6-6 设计偏置直动滚子从动件盘形凸轮。已知凸轮 1 沿顺时针方向等速转动, 凸轮基圆半径 $r_0=40\text{ mm}$, 偏距 $e=10\text{ mm}$, 从动件行程 $h=30\text{ mm}$, 滚子半径 $r_r=10\text{ mm}$, $\Phi_0=150^\circ$, $\Phi_s=30^\circ$, $\Phi'_0=120^\circ$, $\Phi'_s=60^\circ$; 从动件在推程、回程皆采用简谐运动规律。试通过计算机辅助设计求凸轮理论轮廓和工作轮廓上各点的坐标值(每隔 10° 计算一点), 并绘出凸轮的理论轮廓与工作轮廓。



6-7 设计直动平底从动件盘形凸轮。已知凸轮 1 沿顺时针方向等速转动, 凸轮基圆半径 $r_0 = 40 \text{ mm}$, 从动件平底与导路夹角 $\beta = 90^\circ$, 从动件行程 $h = 20 \text{ mm}$, $\Phi_0 = 120^\circ$, $\Phi_s = 30^\circ$, $\Phi'_0 = 90^\circ$; 从动件推程、回程皆采用简谐运动规律。试校核是否满足凸轮轮廓全部外凸条件, 并绘出凸轮轮廓。



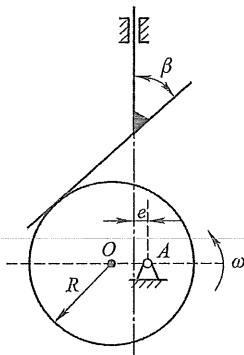
题图 6-6



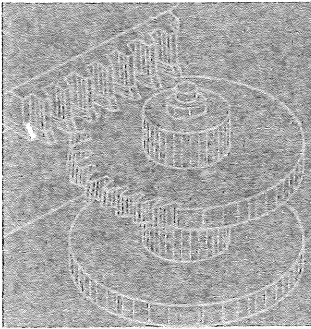
题图 6-7

6-8 图示凸轮机构中, 凸轮为一偏心圆盘。已知: 圆盘半径 $R = 80 \text{ mm}$, 圆盘几何中心 O 到回转中心 A 的距离 $\overline{OA} = 30 \text{ mm}$, 偏距 $e = 15 \text{ mm}$, 平底与导路间的夹角 $\beta = 45^\circ$ 。当凸轮以等角速度 ω 逆时针回转时, 试求:

- 1) 凸轮的基圆半径 r_0 ;
- 2) 从动件的行程 h ;
- 3) 推程运动角 Φ_0 、回程运动角 Φ'_0 ;
- 4) 凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 、最小压力角 $\alpha_{\min}$ 。



题图 6-8



第七章 齿轮机构及其设计

§7-1 齿轮机构的类型和应用

齿轮机构是现代机械中应用最广泛的一种传动机构。与其他传动机构相比,齿轮机构的优点是结构紧凑、工作可靠、效率高、寿命长、能保证恒定的传动比,而且其传递的功率与适用的速度范围大。但是,其制造安装费用较高,低精度齿轮传动的振动噪声较大。

齿轮机构是通过一对对轮齿齿面的依次啮合来传递两轴之间的运动和动力的,根据一对齿轮实现传动比的情况,它可以分为定传动比齿轮机构和变传动比齿轮机构。本章仅讨论实现定传动比的圆形齿轮机构。

定传动比的圆形齿轮机构的类型很多,根据两传动轴线的相对位置,它可分为以下三类。

1. 平行轴齿轮机构

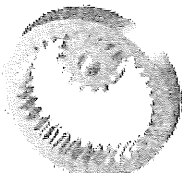
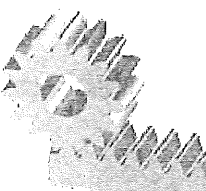
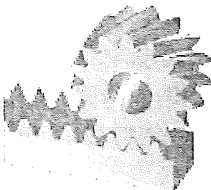
两齿轮的传动轴线平行,这是一种平面齿轮机构。如表 7-1 中所示的外啮合齿轮机构、内啮合齿轮机构及齿轮齿条啮合传动机构。

表 7-1 平行轴齿轮机构

	直齿圆柱齿轮传动	斜齿圆柱齿轮传动	人字齿轮传动
外啮合(两齿轮转向相反)	轮齿分布在圆柱体外 部且齿向与其轴线平行, 应用非常广泛	轮齿齿向与其轴线倾 斜,传动平稳,适合于高 速传动,但有轴向力	由两排旋向相反的斜齿 轮对称组成,其轴向力被 相互抵消。适合高速和重 载传动,但制造成本较高



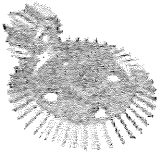
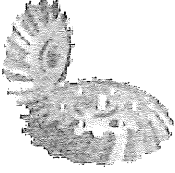
续表

	直齿圆柱齿轮传动	斜齿圆柱齿轮传动	人字齿轮传动
内啮合(两齿轮转向相同)	轮齿齿向与其轴线平行且分布在空心圆柱体的内部,在同向齿轮传动中具有较多应用 	轮齿齿向与其轴线倾斜的内齿轮,加工困难,有轴向力。应用较少 	
齿轮齿条啮合(齿轮旋转、齿条平移)	一对外啮合齿轮传动中,当大齿轮的半径为无穷大时,将演变成排布着齿的板条,称为齿条。齿轮转动时,齿条直线移动 	斜齿轮斜齿条啮合传动,应用较少 	

2. 相交轴齿轮机构

两齿轮的传动轴线相交于一点,这是一种空间齿轮机构。如表 7-2 中的各种锥齿轮机构。

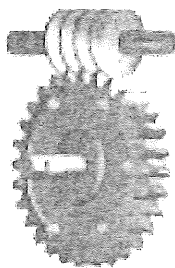
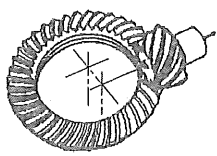
表 7-2 相交轴齿轮机构

直齿锥齿轮传动	斜齿锥齿轮传动	曲线齿锥齿轮传动
轮齿齿向沿圆锥母线排列于截锥表面,是相交轴齿轮传动的基本形式。制造较为简单 	轮齿齿向倾斜于圆锥母线,制造困难,应用较少 	轮齿齿向是曲线形,有圆弧齿、摆线齿等,传动平稳,承载能力大,适用于高速、重载传动,但制造成本较高 

3. 交错轴齿轮机构

两齿轮的传动轴线为空间任意交错位置,它也是空间齿轮机构。如表7-3中的各种交错轴齿轮机构。

表 7-3 交错轴齿轮机构

交错轴斜齿轮传动	蜗杆蜗轮传动	准双曲线齿轮传动
两螺旋角 $\beta_1 \neq \beta_2$ 的斜齿轮啮合时,可形成两轴线任意交错传动,两轮齿为点接触,且滑动速度较大,主要用于传递运动或轻载传动 	蜗杆蜗轮传动多用于两轴交错角为 90° 的传动,其传动比大,传动平稳,具有自锁性,但效率较低 	其节曲面为单叶双曲线回转体的一部分。它能实现两轴线中心距较小的交错轴传动,但制造困难 

直齿圆柱齿轮是最简单、最基本也是应用最广泛的一种齿轮,本章将重点讨论这种齿轮机构的传动原理与设计计算。

§ 7-2 瞬时传动比与齿廓曲线

一、齿廓啮合基本定律

齿轮传动是靠主动轮的齿廓依次推动从动轮的齿廓来实现的,不论两齿轮的齿廓形状如何,就其整周而言,两齿轮的传动比总等于齿数的反比,即 $n_1/n_2 = z_2/z_1$,但其瞬时传动比却与齿廓的形状有关。图 7-1 为一对相互啮合的齿轮,齿轮 1 以角速度 ω_1 转动并以齿廓 K_1 推动齿轮 2 的齿廓 K_2 以角速度 ω_2 转动。为保证两齿廓既不离分又不相互嵌入地连续转动,在沿齿廓接触点 K 的公法线 $n-n$ 方向上齿廓间不能有相对运动,即两齿廓接触点公法线方向上的分速度要相等,即 $v_{n1} = v_{n2} = v_n$ 。

按三心定理,公法线 $n-n$ 与两齿轮连心线的交点 C 为两齿轮的相对速度瞬



心,即两齿轮在点 C 的线速度应相等:

$$\omega_1 \overline{O_1 C} = \omega_2 \overline{O_2 C}$$

由此,得瞬时传动比 i_{12} :

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2 C}}{\overline{O_1 C}} \quad (7-1)$$

式(7-1)说明,具有任意齿廓的二齿轮啮合时,其瞬时角速度的比值等于齿廓接触点公法线将其中心距分成两段长度的反比,即齿廓啮合基本定律。

满足齿廓啮合基本定律的传动比为常数或按一定规律变化的一对齿廓称为共轲齿廓。共轲齿廓啮合时,其接触点的公法线与二齿轮中心线交点的位置不同,则其传动比就不同;而齿廓在不同接触点处公法线的方向,则取决于两齿廓曲线的形状。据此,可以根据齿廓啮合基本定律,求得齿廓曲线与齿轮传动比的关系;也可以按照传动比的大小,利用齿廓啮合基本定律,求得两齿轮的共轲齿廓曲线。

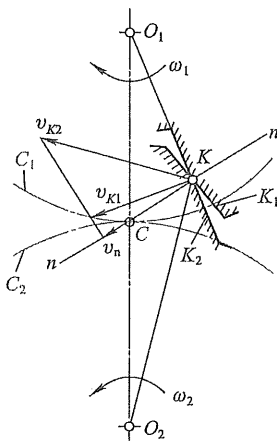


图 7-1

在齿轮机构中,相对速度瞬心 C 称为啮合节点,简称节点。根据式(7-1),为实现定传动比传动,要求两齿廓在任何位置啮合时,其节点 C 都为中心线上的一个固定点。两齿轮啮合传动时,节点 C 在两轮各自运动平面内的轨迹称为相对瞬心线,它们分别是以 O_1 、 O_2 为圆心,以 $O_1 C$ 和 $O_2 C$ 为半径的圆 C_1 和 C_2 ,称为齿轮的节圆。故节圆是齿轮的相对瞬心线,齿轮的啮合传动相当于其两节圆作无滑动的纯滚动。

若要求齿轮的传动比 i_{12} 按某一规律变化,齿廓每个瞬时的啮合节点 C 就不再是固定点,而应在其中心线 $O_1 O_2$ 上按一定规律移动。移动的节点 C 在两齿轮的各自运动平面内所形成的相对瞬心线也就不再是“圆”,而是某种“非圆曲线”。实现变传动比运动的齿轮,其相对瞬心线(又称为节曲线)为非圆曲线。图 7-2 中给出两种非圆齿轮传动与其对应的瞬心线。

二、共轲齿廓的形成

共轲齿廓啮合时,两齿廓在啮合点相切,其啮合点的公法线通过节点 C 。理论上,只要给定一齿轮的齿廓曲线,并给定中心距 $\overline{O_1 O_2}$ 和传动比 i_{12} ,就可以求出与之共轲的另一齿轮的齿廓曲线。共轲齿廓可以用包络线法、齿廓法线法或动瞬心线法等方法求得。用包络线法生成的共轲齿廓如图 7-3 所示,图中 C_1 、 C_2

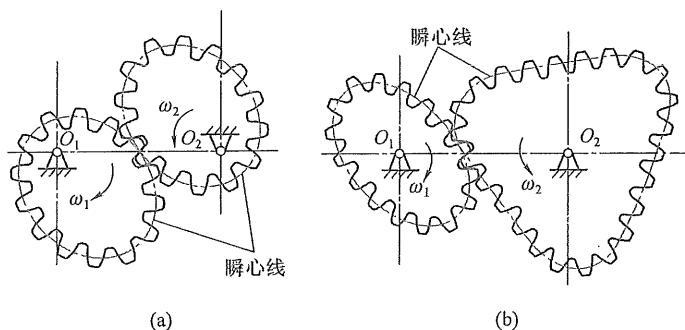


图 7-2

为给定的一对瞬心线(相当于给定传动比和中心距),当 C_1 沿 C_2 作纯滚动时,与 C_1 相固结的齿廓 K_1 即可包络出齿廓 K_2 。读者可以通过本书软件中的动瞬心线法完成共轭齿廓的生成,搞清共轭齿廓的一些基本概念,并初步了解齿廓加工原理。下面通过齿廓法线法讲解共轭齿廓的计算求解方法。

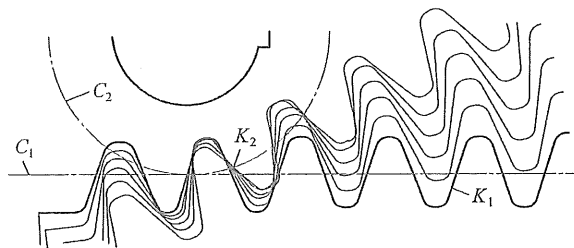


图 7-3

当已知二齿轮的中心距 $\overline{O_1O_2} = a$, 传动比 $i_{12} = \omega_1/\omega_2 = r_2/r_1$, 齿轮 1 的齿廓 K_1 , 用齿廓法线法求与其共轭的齿轮 2 的齿廓 K_2 , 方法如下:

按已知条件决定两节圆圆心 O_1 、 O_2 的位置, 画出如图 7-4 中的两节圆 S_1 和 S_2 , 首先设置三个坐标系: $O_1x_1y_1$ 、 $O_2x_2y_2$ 和 O_1xy 分别与齿轮 1、齿轮 2 和机架相固连, 齿廓 K_1 的方程应在坐标系 $O_1x_1y_1$ 中给出, 它可以是 $y_1 = f(x_1)$, 或 $x_1 = x_1(\varphi)$, $y_1 = y_1(\varphi)$, 或 $f(x_1, y_1) = 0$ 。当 K_1 上的点 M_1 处于啮合位置时, 则该点既可以看成齿廓 K_1 上的点, 又可以看成齿廓 K_2 上的点, 还可以看成固定坐标系 O_1xy 中的点。因此, 只要把啮合瞬时的点 M_1 由 $O_1x_1y_1$ 坐标系中变换到 $O_2x_2y_2$ 坐标系中即得齿廓 K_2 上的点, 变换到 O_1xy 中即得啮合线(啮合点在固定坐标系中的轨迹称为啮合线)上的点。

当 K_1 上的任一点 M_1 处于啮合位置时, 该点的法线应过节点 C 。因此, 过点

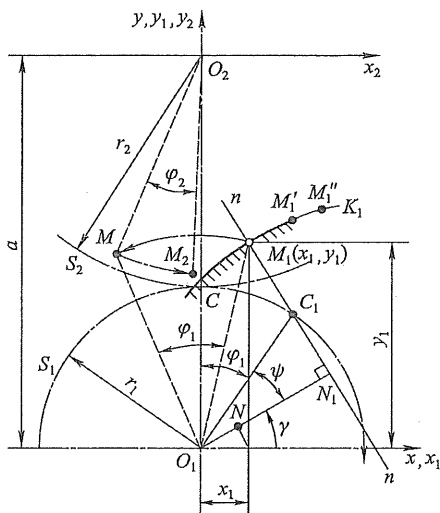


图 7-4

M_1 作 K_1 的法线 $n-n$ 与节圆 S_1 交于点 C_1 , 当齿廓 K_1 转过 φ_1 角, 点 C_1 与节点 C 重合时, K_1 上的点 M_1 应处于啮合位置 M 。在此过程中齿轮 2 的相应转角为 $\varphi_2 = \varphi_1 / i_{12}$, 故将点 M 绕点 O_2 反转 (外啮合) φ_2 角所得点 M_2 即为齿廓 K_2 上与齿廓 K_1 上点 M_1 的共轭点位置。

1. 啮合线方程

K_1 上的点 M_1 转过 φ_1 角后即处于啮合位置 M , 用此方法可以求出齿廓 K_1 上一系列的点 ($M'_1, M''_1, \dots$) 处于啮合的位置, 这一系列的啮合点在固定坐标系中的位置, 即为啮合点的轨迹, 称为啮合线。因此, 利用附录 II 中的矢量旋转或坐标变换的方法将矢量 M_1 旋转 φ_1 角得矢量 M , 即得啮合线方程:

$$\begin{aligned} M &= R_{\varphi_1} M_1 \\ \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{x1} \\ M_{y1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7-2)$$

式中, $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - (\gamma + \psi)$ 。

角 γ 和 ψ 可如下求得。

由于 $O_1 N_1$ 为齿廓 K_1 在点 M_1 的切线方向 (垂直于法线 $n-n$), 角 γ 可根据齿廓 K_1 的不同表达形式求得:

$$\tan \gamma = \frac{dy_1}{dx_1} = \frac{dy_1/d\varphi}{dx_1/d\varphi} = -\frac{\partial f(x_1, y_1)/\partial x_1}{\partial f(x_1, y_1)/\partial y_1}$$



从而可得 ψ :

$$\cos \psi = \frac{O_1 N_1}{O_1 C_1} = \frac{O_1 N_1}{r_1} = \frac{O_1 N + NN_1}{r_1} = \frac{x_1 \cos \gamma + y_1 \sin \gamma}{r_1}$$

式中, $r_1 = a/(1+i_{12})$ 。

2. 齿廓 K_2 的方程

将啮合线上的点 M 反向旋转 φ_2 即得齿廓 K_2 上的共轭点 M_2 。此时, 将固定坐标系中的啮合线上的点 M 变换到另一个动坐标系 $O_2 x_2 y_2$ 中, 而且两坐标原点间的距离为 a , 两坐标轴间的夹角为 φ_2 , 应用附录 II 中的式(II-17)有

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_{x2} \\ M_{y2} \end{bmatrix} &= R_{\varphi_2}^{-1} \begin{bmatrix} M_x & -0 \\ M_y & -a \end{bmatrix} = R_{\varphi_2}^{-1} R_{\varphi_1} \begin{bmatrix} M_{x1} \\ M_{y1} \end{bmatrix} - R_{\varphi_2}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{x1} \\ M_{y1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) & -\sin(\varphi_1 - \varphi_2) \\ \sin(\varphi_1 - \varphi_2) & \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{x1} \\ M_{y1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \sin \varphi_2 \\ a \cos \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (7-3) \end{aligned}$$

设定齿廓 K_1 上的不同啮合点 M'_1, M''_1 , 就可以求得一系列的共轭点 M'_2, M''_2 , 这些共轭点的集合即为齿廓 K_2 。

给定任意曲线作齿廓时, 总可以求出与其共轭的另一齿轮的齿廓。在考虑了加工制造和强度要求等因素后, 生产中多用渐开线作齿廓, 主要是因为渐开线具有较好的传动性能, 而且在制造、安装、测量和互换等方面还具有许多优点。本章主要研究渐开线齿轮, 实际上, 图 7-3 中的直线齿廓 K_1 所包络出的齿廓 K_2 也是渐开线齿廓。

§7-3 渐开线和渐开线齿廓啮合传动的特点

一、渐开线和渐开线方程

1. 渐开线及其性质

在图 7-5 中, 当直线 $x-x$ 沿半径为 r_b 的圆作纯滚动时, 该直线上任一点 K 的轨迹称为该圆的渐开线, 该圆称为渐开线的基圆, 直线 $x-x$ 称为渐开线的发生线, 角 θ_K 称为渐开线 AK 段的展角。由渐开线的形成过程可得出渐开线的下列性质:



1) 发生线在基圆上滚过的线段长度 $\overline{KN}$ 等于基圆上被滚过的圆弧长度 $\widehat{AN}$, 即 $\overline{KN} = \widehat{AN}$ 。

2) 渐开线上任一点的法线切于基圆。当发生线 $x-x$ 沿基圆作纯滚动时, 切点 N 为其瞬时转动中心, 因而 $\overline{KN}$ 为渐开线在点 K 处的曲率半径。故渐开线法线与其基圆在点 N 相切。渐开线上各点的曲率不等, 离基圆越近, 其曲率半径越小, 离基圆越远, 其曲率半径就越大。

3) 基圆以内没有渐开线。

4) 渐开线的形状仅取决于其基圆的大小。基圆越小, 渐开线越弯曲, 基圆越大, 渐开线越平直, 当基圆半径为无穷大时, 渐开线就变成一条直线, 如图 7-6 所示。

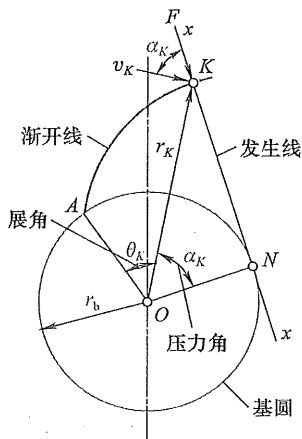


图 7-5

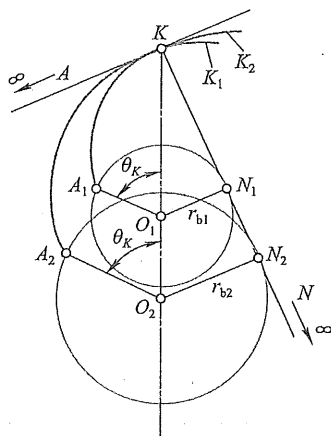


图 7-6

5) 同一基圆上, 任意两条渐开线间的法向距离相等 (图 7-7), 即 $\overline{ab} = \overline{a'b'} = \widehat{AB}$, $\overline{ac} = \overline{a'c'} = \widehat{AC}$ 。

2. 渐开线方程

如图 7-5 所示, 以 OA 为极坐标轴, 渐开线上的任一点 K 可用向径 r_K 和展角 θ_K 来确定。

根据渐开线的性质, 有

$$r_b(\theta_K + \alpha_K) = \widehat{AN} = \overline{KN} = r_b \tan \alpha_K$$

故

$$\theta_K = \tan \alpha_K - \alpha_K$$

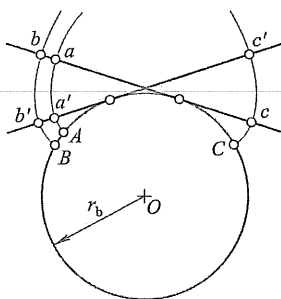


图 7-7



式中: α_K 称为渐开线在 K 点的压力角, 它是点 K 作用力 F 的方向 (点 K 渐开线的法线方向) 与该点速度 v_K 方向的夹角; 展角 θ_K 称为压力角 α_K 的渐开线函数, 工程上常用 $\text{inv } \alpha_K$ 表示。

综上所述, 可得渐开线的极坐标参数方程为

$$\left. \begin{aligned} r_K &= r_b / \cos \alpha_K \\ \theta_K &= \text{inv } \alpha_K = \tan \alpha_K - \alpha_K \end{aligned} \right\} \quad (7-4)$$

二、渐开线齿廓啮合传动的特点

渐开线齿轮在工业上获得了非常广泛的应用, 除了它便于加工之外, 更主要的是因为它具有以下特点。

1. 传动比恒定

图 7-8 为一对渐开线齿廓啮合图。无论一对渐开线齿轮的安装中心距如何, 过任意啮合点 K 作两齿廓的公法线, 它必与两齿轮的基圆相切且为其内公切线。两齿轮基圆的大小和位置已确定, 其在一个方向上的内公切线只有一条, 它与中心线的交点也只有一个, 即为节点 C 。因此, 根据齿廓啮合基本定律, 一对渐开线齿廓啮合能够实现定传动比传动, 即

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2 C}}{\overline{O_1 C}} = \frac{r'_2}{r'_1} \quad (7-5)$$

式中, r'_1 、 r'_2 分别为两齿轮的节圆半径。

2. 中心距变动不影响传动比

在图 7-8 中, 无论这对齿轮安装的中心距如何变化, 总存在 $\triangle O_1 C N_1 \sim \triangle O_2 C N_2$, 故有

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2 C}}{\overline{O_1 C}} = \frac{r'_2}{r'_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \quad (7-6)$$

由于两齿轮已经加工完成, 其基圆半径不会再改变, 因此无论这对齿轮的中心距 $\overline{O_1 O_2}$ 如何改变 (即由于制造、安装等原因造成实际中心距不等于设计中心距时), 其传动比 i_{12} 总等于其基圆半径的反比。这种中心距的改变而其传动比不变的性质, 称为渐开线齿轮的可分性。这样, 就可以适当放宽渐开线齿轮的中心距公差, 以便于加工和装配。

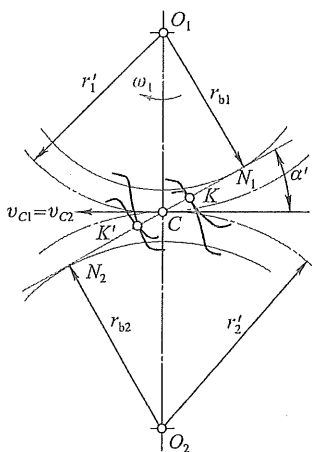


图 7-8



3. 啮合线是过节点的直线

一对齿轮啮合过程中, 齿轮啮合点在固定坐标系中的轨迹称为啮合线。

在图 7-8 中, 一对渐开线齿廓无论在何处啮合, 其啮合点的公法线 N_1N_2 恒为两基圆的内公切线, 轮齿只能在 N_1N_2 线上啮合, 即 N_1N_2 为啮合点的轨迹, 称为渐开线齿轮的理论啮合线。切点 N_1 和 N_2 称为极限啮合点。

啮合线 N_1N_2 与中心连线 O_1O_2 的垂线间的夹角称为啮合角, 用 α' 表示。它是渐开线齿廓在节点 C 处的压力角。当不计摩擦时, 渐开线齿轮齿廓间的作用力是沿其接触点的公法线方向的。因而, 无论轮齿在何位置啮合, 其力的作用线方向始终不变, 这对于齿轮传动的平稳性是很有利的。

§7-4 渐开线圆柱齿轮及其基本参数与几何尺寸

一、齿轮的各部分名称

图 7-9 为外啮合直齿圆柱齿轮的一部分, 其各部分的名称如下:

齿顶圆 过齿轮各轮齿顶端的圆, 其直径用 d_a 、半径用 r_a 表示。

齿根圆 与齿轮各轮齿齿槽底部相切的圆, 其直径用 d_f 、半径用 r_f 表示。

齿厚 任意圆周上一个轮齿的两侧齿廓间的弧线长度称为该圆上的齿厚, 用 s_i 表示。

齿槽宽 相邻两齿间的空间称为齿槽, 任意圆周上齿槽两侧齿廓间的弧线长度称为该圆上的齿槽宽, 用 e_i 表示。

齿距(周节) 任意圆周上相邻两齿同侧齿廓间的弧线长度称为齿距(或称周节), 用 p_i 表示, 有

$$p_i = s_i + e_i$$

分度圆 为设计和制造的方便而规定的一个参考圆, 用它作为度量齿轮尺寸的基准圆, 其直径用 d 、半径用 r 表示。规定标准齿轮分度圆上的齿厚 s 与齿槽宽 e 相等, 即

$$s = e = \frac{1}{2}p$$

齿顶高 位于齿顶圆与分度圆之间的轮齿部分称为齿顶。齿顶部分的径向高度称为齿顶高, 用 h_a 表示。

齿根高 位于齿根圆与分度圆之间的轮齿部分称为齿根。齿根部分的径向高度称为齿根高, 用 h_f 表示。



全齿高 齿顶圆与齿根圆之间的径向距离,用 h 表示。有

$$h = h_a + h_f$$

以上各名称的定义既适用于外齿轮(图 7-9),又适用于内齿轮(图 7-10)。

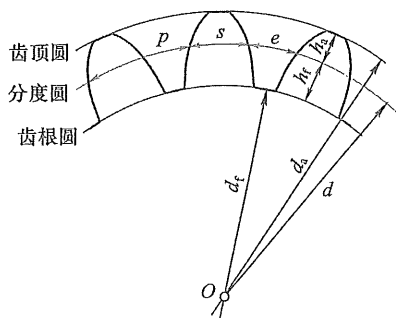


图 7-9

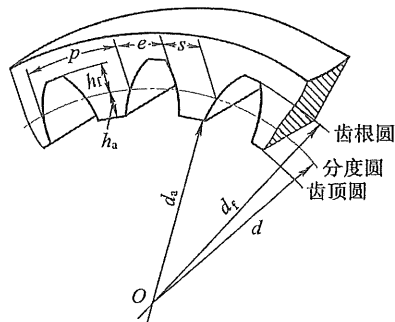


图 7-10

二、渐开线齿轮的基本参数

1. 齿数

在齿轮的整圆周上的轮齿总数,用 z 表示, z 应为整数。

2. 模数

齿轮的分度圆是计算各部分尺寸的基准,其周长为 $\pi d = zp$,分度圆直径为

$$d = \frac{p}{\pi} z$$

式中,无理数 π 对设计、制造和测量均不方便,为此,取 p/π 为一个有理数列,称为模数,并用 m 表示,即

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (7-7)$$

模数 m 是齿轮的一个基本参数,其单位为 mm。从而得

$$\left. \begin{aligned} p &= \pi m \\ d &= mz \end{aligned} \right\} \quad (7-8)$$

模数反映了齿轮的轮齿及各部分尺寸的大小。当齿数 z 不变时,模数增大,其齿距、齿厚、齿高和分度圆直径都相应增大。图 7-11 给出了齿数相同而模数不同的齿轮齿形。

为减少标准刀具数量,方便加工,模数已经标准化,其值见表 7-4。应该指出,只有分度圆上的模数为标准值。

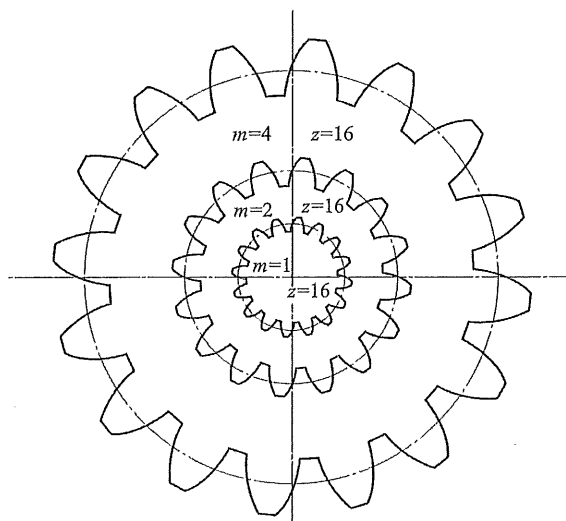


图 7-11

表 7-4 齿轮标准模数系列 (GB/T 1357—2008)

mm

第一系列	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6
	8	10	12	16	20	25	32	40	50
第二系列	1.125	1.375	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	(6.5)
	7	9	11	14	18	22	28	36	45

注:优先选用第一系列,其次选用第二系列,括号内的模数尽可能不用。

3. 分度圆压力角(齿形角)

由式(7-4)可得渐开线齿廓上任一点 K 处的压力角 α_K :

$$\alpha_K = \arccos(r_b/r_K)$$

可见,对于同一渐开线齿廓, r_K 不同, α_K 也不同, r_K 越接近于基圆, α_K 就越小。基圆上的压力角为零。若用 α 表示分度圆上的压力角,则有

$$\alpha = \arccos(r_b/r)$$

或

$$r_b = r \cos \alpha = \frac{1}{2} m z \cos \alpha \quad (7-9)$$

可见,当齿轮的齿数 z 和模数 m 一定时,分度圆大小一定;若分度圆压力角 α 不同,其基圆大小就不同,渐开线齿廓的形状也就不同。因此,分度圆压力角 α 就成为决定渐开线齿廓形状的基本参数。为设计、制造和检验的方便,国家标准(GB/T 1356—2001)中规定分度圆压力角 α 为标准值, $\alpha = 20^\circ$ 。若为提高齿

轮的综合强度而增大分度圆压力角时,推荐 $\alpha = 25^\circ$ 。但在某些场合,也有用 $\alpha = 14.5^\circ$ 、 15° 或 22.5° 的情况。

这样,渐开线齿轮的分度圆还可完整地定义如下:齿轮上具有标准模数和标准压力角的圆。

4. 其他齿形参数

齿顶高系数 h_a^* 齿顶高 h_a 与模数的比值,即

$$h_a^* = h_a / m$$

$$\text{齿顶高} \quad h_a = h_a^* m \quad (7-10)$$

两齿轮啮合时,为避免一个齿轮的齿顶与相啮合齿轮的齿槽底部干涉,应使两者之间留有一定的径向间隙,称为顶隙,用 c 表示,故规定:

顶隙系数 c^* 顶隙 c 与模数的比值,即

$$c^* = c / m$$

$$\text{顶隙} \quad c = c^* m$$

$$\text{齿根高} \quad h_f = (h_a^* + c^*) m \quad (7-11)$$

齿顶高系数 h_a^* 和顶隙系数 c^* 均为标准值,其值由基本齿廓规定。

正常齿标准 $h_a^* = 1, c^* = 0.25$

若采用非标准的短齿时 $h_a^* = 0.8, c^* = 0.3$

三、渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸

标准齿轮的模数 m 、压力角 α 、齿顶高系数 h_a^* 、顶隙系数 c^* 均为标准值,且分度圆齿厚 s 等于分度圆齿槽宽 e 。根据齿轮承受的载荷大小等条件按表 7-4 选定模数 m ,并选定 h_a^* 、 c^* 、 α ,决定齿数 z_1 、 z_2 之后,标准直齿圆柱齿轮各部分尺寸即可按表 7-5 中的公式计算。

表 7-5 渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸公式表

名称	代号	公式
分度圆直径	d	$d_1 = mz_1, d_2 = mz_2$
基圆直径	d_b	$d_{b1} = mz_1 \cos \alpha, d_{b2} = mz_2 \cos \alpha$
齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m$
齿根高	h_f	$h_f = (h_a^* + c^*) m$
齿顶圆直径	d_a	$d_{a1} = d_1 + 2h_a = m(z_1 + 2h_a^*), d_{a2} = d_2 + 2h_a = m(z_2 + 2h_a^*)$
齿根圆直径	d_f	$d_{f1} = d_1 - 2h_f = m(z_1 - 2h_a^* - 2c^*), d_{f2} = d_2 - 2h_f = m(z_2 - 2h_a^* - 2c^*)$



续表

名称	代号	公式
分度圆齿距	p	$p = \pi m$
分度圆齿厚	s	$s = \frac{1}{2} \pi m$
基圆齿距	p_b	$p_b = \pi m \cos \alpha$
中心距	a	$a = \frac{1}{2} m (z_2 \pm z_1)$

注:本表各公式中上面的“+”“-”符号用于外齿轮或外啮合传动,下面的“-”“+”符号用于内齿轮或内啮合传动。

§7-5 渐开线标准直齿圆柱齿轮的啮合传动

一、一对渐开线齿轮的正确啮合条件

由 §7-3 中已知一对渐开线齿廓啮合传动能够保证定传动比,因而轮齿交替啮合过程中如何保持连续定传动比,就成为保证齿轮传动比为常数的关键问题。

如图 7-12 所示,一对渐开线齿轮齿廓的啮合点都应在理论啮合线 N_1N_2 上,为使每对轮齿都能正确地进入啮合,即在交替啮合时,轮齿既不脱开又不相互嵌入,要求前一对轮齿在啮合线上 K 点啮合时(尚未脱离啮合),后一对轮齿就在啮合线上的另一点 B_2 接触,只有这样,两个齿轮的各对轮齿交替啮合过程中才不至于出现卡死或冲击,亦即在轮齿交替啮合过程中保持传动比为常数。

图 7-12 中的线段 KB_2 的长度即为齿轮的齿向齿距 p_n ,亦为齿轮的基圆齿距 p_b 。从而得出结论:齿轮正确啮合条件为两齿轮的基圆齿距相等。即

$$p_{b1} = p_{b2}$$

$$\text{基圆齿距 } p_b = \pi d_b / z = \pi m z \cos \alpha / z = \pi m \cos \alpha$$

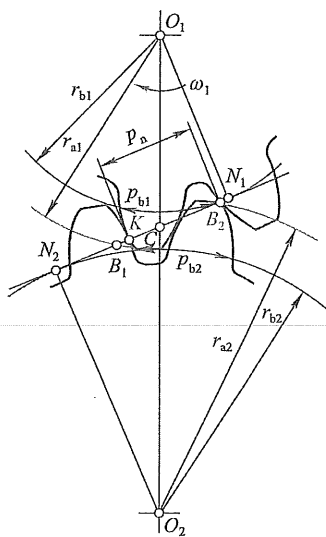


图 7-12



$$p_{b1} = \pi m_1 \cos \alpha_1, \quad p_{b2} = \pi m_2 \cos \alpha_2$$

因此,一对齿轮的正确啮合条件为

$$m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2 \quad (7-12)$$

由于模数 m 和分度圆压力角 α 均已标准化了,不能任意选取,因此一对齿轮正确啮合条件是两齿轮的模数和分度圆压力角分别相等,即

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= m_2 = m \\ \alpha_1 &= \alpha_2 = \alpha \end{aligned} \right\} \quad (7-13)$$

当然,若为改善加工工艺,采用非标准模数 m 和压力角 α ,如采用小压力角滚刀加工大压力角齿轮时,只要求保证等式(7-12)成立,即要求两齿轮的模数与分度圆压力角余弦乘积相等即可。

二、标准齿轮传动的中心距和啮合角

为避免齿轮啮合传动过程中的正、反转时产生冲击,要求相啮合的轮齿齿侧没有间隙。为保证无侧隙啮合,一齿轮的节圆齿厚 s'_1 应等于另一齿轮的节圆齿槽宽 e'_2 ,即

$$s'_1 = e'_2 \quad \text{或} \quad s'_2 = e'_1$$

这就是一对齿轮无侧隙啮合的几何条件。实际齿轮啮合要求有微量的齿侧间隙,以保证润滑油膜、装配误差或热胀的需要,这由制造时的最小齿厚减薄量来保证,设计时仍按无侧隙啮合进行计算。

由于标准齿轮的分度圆齿厚等于其齿槽宽,因而一对标准齿轮啮合时,只要保证两齿轮的分度圆相切,就可以保证齿轮无齿侧间隙啮合传动。两轮的中心距为

$$a = r_1 + r_2 = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2) \quad (7-14)$$

该中心距称为标准中心距。

当两标准齿轮按标准中心距安装时称为标准安装,其啮合角 α' 等于其分度圆压力角 α ,两齿轮的节圆半径等于各自的分度圆半径,如图 7-13a 所示;否则若 $a' > a$,则啮合角 α' 不再等于其分度圆压力角 α ,两齿轮的节圆半径大于各自的分度圆半径,如图 7-13b 所示,此时齿轮侧面有间隙,一般齿轮传动时,这种非标准安装是不允许的。

三、渐开线齿轮连续传动条件

1. 重合度的基本概念

图 7-14 为一对外啮合直齿圆柱齿轮,图中主动轮 1 推动前一对轮齿在点 K

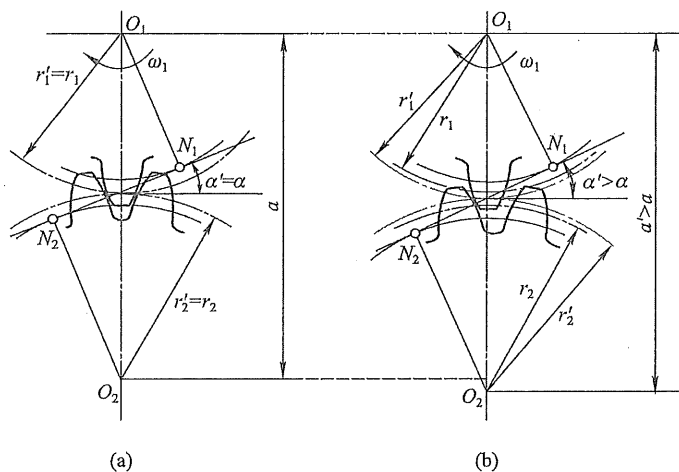


图 7-13

啮合尚未脱开时,后一对轮齿即在点 B_2 (从动轮 2 的齿顶圆与啮合线的交点,点 B_2 称为该对齿轮的起始啮合点)开始啮合,图中线段 B_2K 为轮齿的法向齿距,它等于齿轮的基圆齿距,即 $\overline{B_2K} = p_{b1} = p_{b2}$ 。前一对轮齿继续转动到点 B_1 (齿轮 1 的齿顶圆与啮合线交点,点 B_1 称为该对齿轮的终止啮合点)时,即脱开啮合。线段 B_1B_2 称为实际啮合线,轮齿啮合只能在 B_1B_2 内进行。因基圆内无渐开线,所以实际啮合线不能超过极限啮合点 N_1 、 N_2 。

为保证齿轮传动的连续性,实际啮合线 B_1B_2 长度应大于其基圆齿距 P_b ,否则,若 $B_1B_2 < P_b$,其前一对轮齿在点 B_1 处脱开啮合时,后一对轮齿尚未进入点 B_2 啮合,这样,前后两对轮齿交替啮合时必然造成冲击,无法保证传动的平稳性。

实际啮合线 B_1B_2 与基圆齿距 P_b 的比值称为重合度,用 ε_α 表示:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{B_1B_2}}{P_b} \quad (7-15)$$

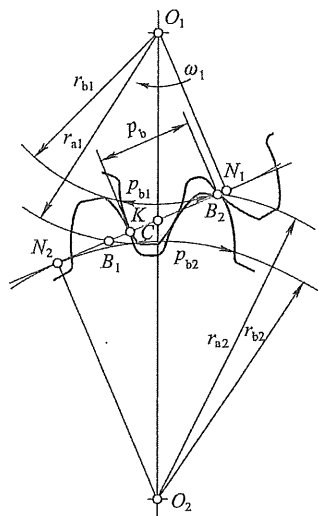


图 7-14



显然,为保证传动的连续定传动比和平稳性,应满足重合度 $\varepsilon_\alpha > 1$ 。重合度 ε_α 值越大,表明齿轮传动的连续性和平稳性越好。一般机械制造业中,齿轮传动的许用重合度 $[\varepsilon_\alpha] = 1.3 \sim 1.4$,即要求 $\varepsilon_\alpha \geq [\varepsilon_\alpha]$ 。

2. 重合度的计算

(1) 外啮合直齿圆柱齿轮传动

外啮合直齿圆柱轮传动重合度计算公式可按图 7-15 进行推导。

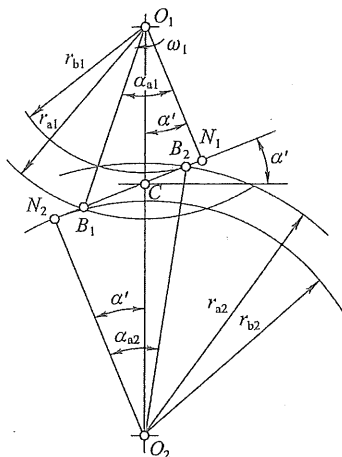


图 7-15

在图 7-15 中,实际啮合线

$$\overline{B_1 B_2} = \overline{B_1 C} + \overline{B_2 C}$$

而

$$\begin{aligned} \overline{B_1 C} &= \overline{B_1 N_1} - \overline{C N_1} = r_{b1} (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') \\ &= \frac{1}{2} m z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') \cos \alpha \end{aligned}$$

同理

$$\begin{aligned} \overline{B_2 C} &= \overline{B_2 N_2} - \overline{C N_2} = r_{b2} (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha') \\ &= \frac{1}{2} m z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha') \cos \alpha \end{aligned}$$

式中: α' 为啮合角; α_{a1} 、 α_{a2} 分别为二齿轮的齿顶压力角,其值为

$$\alpha_{a1} = \arccos(r_{b1}/r_{a1}), \quad \alpha_{a2} = \arccos(r_{b2}/r_{a2})$$

将上式的 $\overline{B_1 C}$ 、 $\overline{B_2 C}$ 和基圆齿距 $p_b = \pi m \cos \alpha$ 值代入式 (7-15) 化简得

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')] \quad (7-16)$$



(2) 内啮合直齿圆柱齿轮传动

内啮合直齿圆柱齿轮传动重合度计算公式的推导过程与外啮合直齿轮传动重合度计算公式的推导过程类似。如图 7-16 所示, $\overline{B_1C}$ 仍按 $\overline{B_1C} = \overline{B_1N_1} - \overline{CN_1} =$

$r_{b1}(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') = \frac{1}{2}mz_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') \cos \alpha$ 计算, 而 $\overline{B_2C}$ 为

$$\begin{aligned}\overline{B_2C} &= \overline{CN_2} - \overline{B_2N_2} = -r_{b2}(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha') \\ &= -\frac{1}{2}mz_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha') \cos \alpha\end{aligned}$$

因此, 内啮合直齿圆柱齿轮传动的重合度为

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') - z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')] \quad (7-17)$$

(3) 齿轮与齿条啮合传动

当齿轮 2 的半径为无穷大时, 即外啮合直齿轮传动演化成为直齿轮与直齿条啮合传动, 如图 7-17 所示。实际啮合线长度为

$$\begin{aligned}\overline{B_1B_2} &= \overline{B_1C} + \overline{B_2C} = (\overline{B_1N_1} - \overline{CN_1}) + \frac{h_a}{\sin \alpha} \\ &= \frac{1}{2}mz_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') \cos \alpha + \frac{h_a^* m}{\sin \alpha}\end{aligned}$$

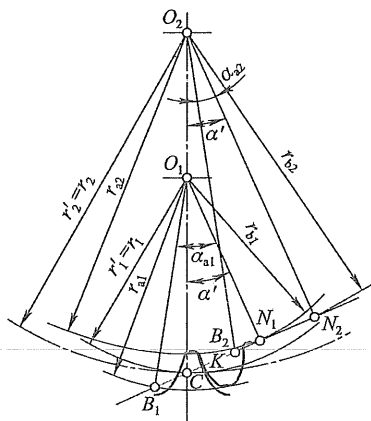


图 7-16

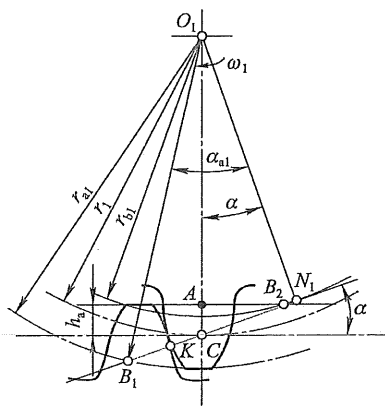


图 7-17

重合度为

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{B_1B_2}}{p_b} = \frac{1}{2\pi} \left[z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + \frac{4h_a^*}{\sin 2\alpha} \right] \quad (7-18)$$



3. 重合度的物理意义及影响因素

重合度的大小表明同时参与啮合轮齿对数的平均值。如 $\varepsilon_\alpha = 1$, 表明始终只有一对轮齿啮合 (只在 B_1 、 B_2 两点的瞬间有 2 对齿啮合)。如 $\varepsilon_\alpha < 1$, 则表明齿轮传动有部分时间传动比不恒定, 会产生冲击和振动。图 7-18 表示 $\varepsilon_\alpha > 1$ 的情况, 如 $\varepsilon_\alpha = 1.3$, 则表示 $\overline{B_1B_2} = 1.3p_b$, 在实际啮合线 B_1B_2 的两端点相距 $0.3p_b$ 长度上 (B_1K 段和 B_2D 段) 有两对轮齿啮合, 称为双齿对啮合区; 在节点 C 附近 DK 段的 $0.7p_b$ 长度上为一对齿啮合, 称为单齿对啮合区。一般齿轮传动, 其节点 C 多在单齿啮合区。

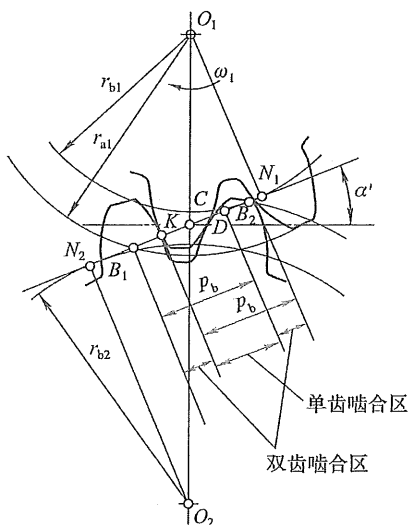


图 7-18

重合度大, 意味着同时参与啮合的轮齿对数多, 对提高齿轮传动的平稳性和承载能力都有重要意义。为了改善齿轮传动的平稳性、提高承载能力, 一般希望增大重合度 ε_α , 但是 ε_α 不可能任意增大。重合度 ε_α 与模数 m 无关, 它受到如下因素的影响:

- 1) 齿顶高系数 h_a^* 。增大 h_a^* 可使实际啮合线 B_1B_2 加长, 从而增大 ε_α 。
- 2) 齿数 z_1 、 z_2 。齿数增多, 也可使 B_1B_2 加长, 从而增大 ε_α 。当 z_1 一定, z_2 增至无穷多即变为齿条时, 其重合度如式 (7-18) 所示。

若设想将 z_1 、 z_2 都增大成齿条时, 则重合度 ε_α 将趋向于某极限值 $\varepsilon_{\alpha\max}$, 此时 $\overline{B_1C} = \overline{B_2C} = h_a^* m / \sin \alpha$, 则得

$$\varepsilon_{\alpha\max} = 2h_a^* m / (\pi m \sin \alpha \cos \alpha) = 4h_a^* / \pi \sin 2\alpha \quad (7-19)$$



当 $h_a^* = 1, \alpha = 20^\circ$ 时 $\varepsilon_{\alpha\max} = 1.981$ 。

3) 啮合角 α' 。 ε_α 将随啮合角 α' 的增大而减小。当其他条件不变时,若增大安装的中心距会使啮合角 α' 增大,重合度 ε_α 减小。因而,渐开线齿轮传动的可分性受到传动连续性的制约,必须保证 $\varepsilon_\alpha > 1$ 。

§7-6 渐开线齿廓的加工原理

齿轮的加工方法很多,有铸造、热轧、冲压、模锻、粉末冶金和切削等,其中最常用的为切削法。切削加工也有多种方法,但从加工原理看,可概括成仿形法和展成法两大类。

一、仿形法

仿形法是利用与齿轮的齿槽形状相同的刀具直接加工出齿轮齿廓的。图 7-19 表示盘状铣刀加工齿轮的情况,铣刀绕自身轴线回转,轮坯沿本身轴线移动,当铣完一个齿槽后,轮坯退回原处,再用分度头将轮坯转过 $360^\circ/z$ 。用同样方法铣第二个齿槽,重复进行,直至铣出全部轮齿。

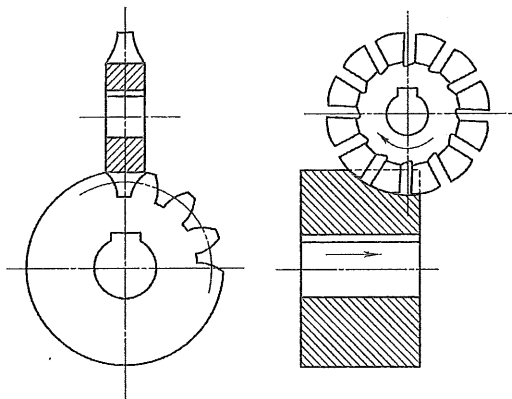


图 7-19

仿形法加工费用低,在普通铣床上即可加工齿轮,但其效率较低,一般适用于修配或小量生产。造成仿形法精度低的原因有两个,一是分度误差和对中误差,二是刀具的齿形误差。渐开线形状取决于基圆直径 $d_b = mz \cos \alpha$, 当 m, α 一定时,渐开线齿廓形状随齿数 z 的多少而改变,为经济起见,对同一模数和压力角的齿轮,只准备 8 把或 15 把铣刀,各号铣刀所加工齿轮的齿数范围见表 7-6。



各号铣刀的齿形都是按该组内齿数最少的齿轮齿形制作的,以便加工出的齿轮啮合时不致卡住。

表 7-6 同一模数和压力角齿轮的一组 8 把铣刀与加工齿数范围

刀号	1	2	3	4	5	6	7	8
加工齿数范围	12~13	14~16	17~20	21~25	26~34	35~54	55~134	135 以上

二、展成法

根据包络法形成共轭齿廓的原理,当图 7-3 中的瞬心线 C_1 与 C_2 相切作纯滚动时,与 C_1 固接的直线齿廓的齿条 K_1 可以看成基圆半径为无穷大的齿轮,它可以包络出渐开线齿廓 K_2 来。若把齿条做成刀具,并加上切削运动,就可以用该方法加工出渐开线齿轮的齿廓。这种加工方法实质是齿轮与齿轮啮合或齿轮与齿条啮合时,其齿廓互为共轭的包络线。该方法称为展成法或范成法。

1. 基本齿廓及刀具齿形

当齿轮的齿数为无穷多时,齿轮的各个圆均变成直线,渐开线齿轮就变成直线齿廓的齿条,如图 7-20 所示。齿条的主要特点为:

1) 齿条同侧齿廓为平行的直线,齿廓上各点具有相同的压力角,即为其齿形角 α ,它等于齿轮分度圆压力角。

2) 与齿顶线平行的任一直线上具有相同的齿距 $p = \pi m$ 。

3) 与齿顶线平行且齿厚 s 等于齿槽宽 e 的直线称为分度线,它是计算齿条尺寸的基准线。

由于齿条就是齿轮的特例,而且还能用这种直线齿廓的齿条包络出各种齿数的渐开线齿轮来,为此国家标准 GB/T 1356—2001 规定用如图 7-20 所示的齿条表示齿轮的基本齿廓。其标准数值与前述相同。

展成法切削齿轮时,常用的刀具有齿轮插刀、齿条插刀(梳刀)和滚刀。齿条插刀(梳刀)比较典型,而且滚刀在轮坯端面上的投影齿形也可以看成齿条,因此把梳刀和滚刀统称为齿条型刀具,其齿形如图 7-21 所示,它相当于在基本齿廓的齿顶上加一段齿顶圆角,其高度为 $c^* m$,用以加工出齿轮的齿根圆角部分。刀具的中线又称为分度线,中线上的齿厚 s 等于齿槽宽 e ,均为 $\frac{1}{2}\pi m$ 。中线上、下两段直线齿廓是用来加工渐开线的,其高度为 $h_a^* m$,齿廓倾斜角 α 称为齿形角。齿条刀具的 h_a^* 、 c^* 、 α 等参数均由基本齿廓做出规定。

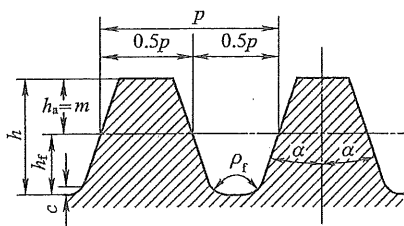


图 7-20

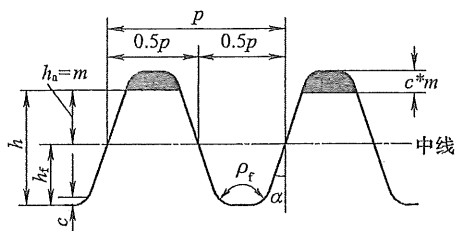


图 7-21

齿轮插刀的形状与外齿轮相似,它不但可以加工外齿轮,还能加工内齿轮。

2. 切削过程中的运动

为加工出要求的齿廓,须保证齿轮插刀的节圆与被加工齿轮的节圆相切或齿条刀具的节线与被加工齿轮的分度圆相切并作纯滚动运动,这种运动称为展成运动。在此过程中刀具的齿廓(产形齿面)即可包络出被加工齿轮的齿廓。

图 7-22 为用齿轮插刀插齿,为满足插齿刀节圆与被加工齿轮节圆作纯滚动的展成运动,插齿机床的传动系统使插齿刀(齿数为 z_0 、角速度为 ω_0)与被加工齿轮(齿数为 z 、角速度为 ω)保持恒定传动比 $i = \omega_0/\omega = z/z_0$ 的回转运动。

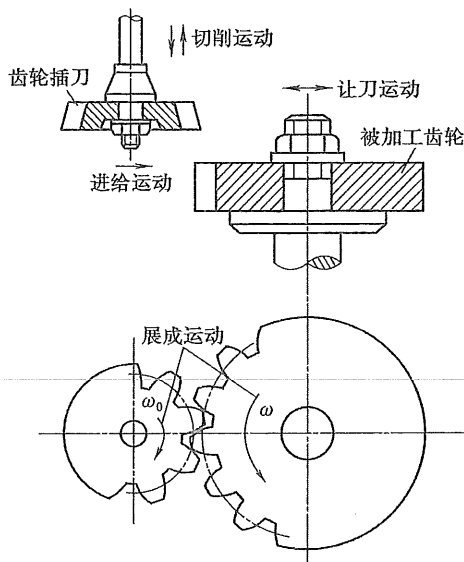


图 7-22



图 7-23 为用齿条插刀插齿, 为保证刀具节线与齿轮毛坯分度圆之间的纯滚动, 机床传动链应使齿条插刀的移动速度 v 与被加工齿轮 (齿数为 z 、角速度为 ω) 分度圆线速度相等, 即 $v = \omega r = \frac{1}{2} \omega m z$ 。

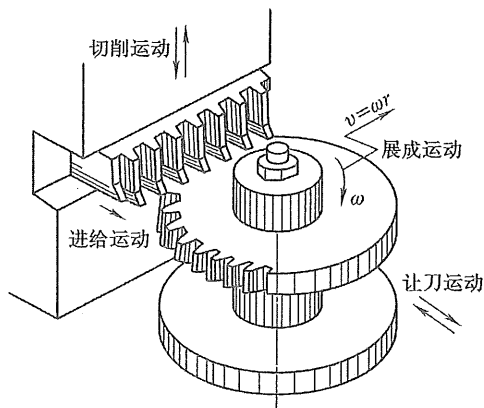


图 7-23

为了切削出要求的齿廓, 除了展成运动, 刀具必须有沿齿坯轴向的切削运动, 这是加工齿轮的主运动。为避免刀具返回时擦伤已加工出的齿廓, 当刀具返回时, 工件还要有让刀运动。此外, 为了切出全齿高, 还要有进给运动。

3. 滚齿加工的特点

齿条插刀 (梳刀) 插齿的运动关系较易理解, 但由于梳刀的长度有限, 在加工几个齿廓之后必须退回到原来位置, 这就造成机床结构复杂且难以保证分齿精度。为解决这个矛盾并克服插齿过程中切削不连续的缺点, 生产中多用滚齿加工。图 7-24 为滚齿原理图, 滚刀在轮坯端面的投影非常近似于直线齿形的齿条。滚刀旋转时, 相当于直线齿廓的齿条沿其轴线方向连续不断地移动, 从而加工出任意要求齿数的齿轮。为了沿齿宽方向加工出齿槽, 滚刀在转动的同时, 还需沿轮坯轴线方

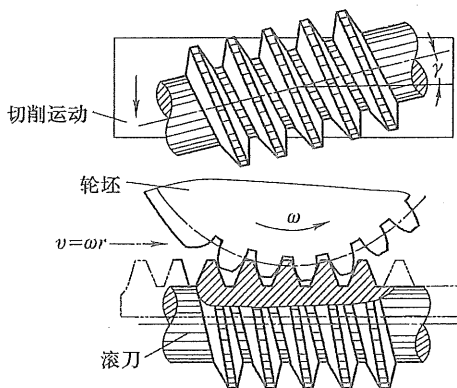


图 7-24



向作进给切削运动。滚齿加工切削连续,生产效率高,还能方便地加工出斜齿轮,因而大批量生产中常采用这种方法。

4. 标准齿轮及变位齿轮的加工

为清楚起见,现以齿条型刀具为例讨论标准齿轮和变位齿轮加工问题。

(1) 标准齿轮加工

当齿条刀具的分度线(中线)与齿轮毛坯的分度圆相切作纯滚动时,刀具移动的线速度 v 等于轮坯分度圆的线速度 ωr , 即 $v = \omega r$ 时,加工出齿轮的分度圆压力角等于刀具的齿形角 α , 分度圆齿厚 s 等于刀具分度线上的齿槽宽 e , 即 $s = e = \frac{1}{2}\pi m$, 其齿顶高为 $h_a^* m$, 齿根高为 $(h_a^* + c^*) m$, 这种齿轮称为标准齿轮, 如图 7-25 中的虚线齿轮。

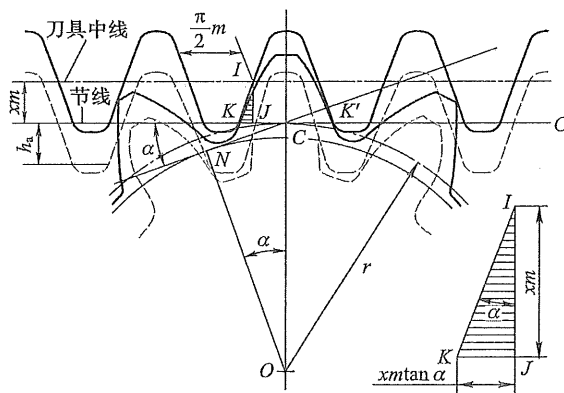


图 7-25

(2) 变位齿轮加工

当齿条刀具的分度线不与轮坯的分度圆相切,而是相距(相割或拉开) xm 时,如图 7-25 中的实线位置,刀具的移动速度 v 仍等于轮坯的分度圆线速度 ωr , 即 $v = \omega r$ 时,此时平行于刀具分度线的一条直线(节线)与轮坯的分度圆相切并作纯滚动,这种改变刀具位置,使其分度线距离轮坯分度圆为 xm 时加工出的齿轮称为变位齿轮, x 称为变位系数。当刀具分度线远离轮坯中心,与轮坯分度圆拉开时, x 为正值,称为正变位;当刀具移近轮坯中心,其分度线与轮坯分度圆相割时, x 为负值,称为负变位。

由于齿轮的分度圆与刀具上的节线(图 7-25 中的直线 CC)相切并作纯滚动,因而齿轮的分度圆齿厚 s 应等于刀具节线上的齿槽宽 e' , 但不再等于 $\frac{1}{2}\pi m$ 。



对于正变位齿轮, $x > 0$, 其分度圆齿厚比标准齿轮增大, 而负变位齿轮, $x < 0$, 其分度圆齿厚比标准齿轮减小。

由标准加工和变位加工而加工出来的齿轮齿数、模数、压力角、齿距和基圆均相同, 但齿顶高、齿根高、齿厚和齿槽宽各不相同。它们的齿廓曲线是由相同基圆展出的渐开线, 只不过是它们分别应用同一渐开线的不同段而已, 如图 7-26 所示。

5. 根切现象及其避免方法

(1) 根切现象及产生原因

用展成法加工渐开线齿轮的过程中, 有时刀具齿顶会把被加工齿轮根部的渐开线齿廓切去一部分, 这种现象称为根切, 如图 7-27 所示。根切将削弱齿根强度, 甚至可能降低传动的重合度, 影响传动质量, 应尽量避免。

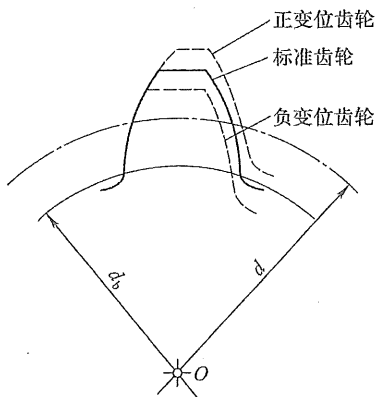


图 7-26

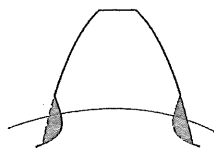


图 7-27

根切现象是因为刀具齿顶线(齿条型刀具, 不包括圆角部分)或齿顶圆(齿轮插刀)超过了极限啮合点(啮合线与被切齿轮基圆的切点) N_1 而产生的。图 7-28 表示齿条刀具的齿顶线超过极限啮合点 N_1 的情况, 当刀具齿廓处于被加工齿轮的齿顶圆与啮合线的交点 B_1 时开始切削被加工齿轮的渐开线齿廓, 切削到啮合线与刀具齿顶线的交点 B_2 处结束。在此切削过程中, 当刀具处于位置 II 时, 已经将渐开线齿廓加工完了(即被加工齿轮基圆以外的齿廓全部为渐开线), 但此时刀具还没到达点 B_2 , 展成运动继续进行, 刀刃仍将继续进行切削。若齿条刀具自位置 II 移动距离 s 到达位置 III 时, 刀刃与啮合线交于一点 K , 此时齿轮应转过 φ 角到达 N'_1 位置, 其分度圆转过的弧长也为 S (标准齿轮加工时)。自同一点 N_1 出发的直线 $\overline{N_1 K}$ 为刀具两位置之间的法向距离, 而 $\overline{N_1 N'_1}$ 则为齿轮



基圆上转过的弧长,由渐开线的性质可知它们的长度相等,即

$$\overline{N_1 K} = s \cos \alpha = \varphi r \cos \alpha = \varphi r_b = \overline{N_1 N'_1}$$

因而渐开线齿廓上的点 N'_1 必然落在刀刃上点 K 的后面,即刀具进入已切好的渐开线齿廓内部,从而将点 N'_1 附近的渐开线切掉而产生根切,如图 7-28 中的阴影部分。应该注意,由根切所形成的齿根部分的齿廓曲线不是渐开线。

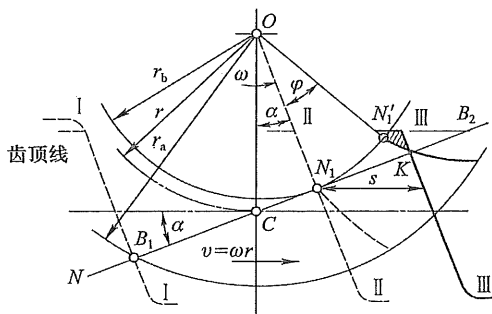


图 7-28

(2) 避免根切的方法

用展成法加工齿轮时,产生根切的根本原因是刀具的齿顶线(圆)超过了极限啮合点 N_1 。如果移动刀具,使其齿顶线不超过极限啮合点 N_1 ,则可避免根切。

如图 7-29 所示,此时刀具的齿顶线刚好通过极限啮合点 N_1 ,是不产生根切的极限情况,其变位量为 xm ,即不根切的条件为极限啮合点 N_1 到刀具分度线间的距离大于等于刀具的齿顶高(保证刀具的齿顶线位于点 N_1 的下方),即

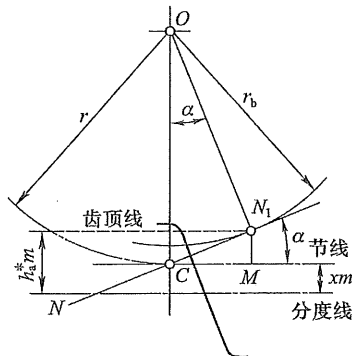


图 7-29

$$\overline{N_1 M} + xm \geq h_a^* m$$

因

$$\overline{N_1 M} = \overline{CN_1} \sin \alpha = r \sin^2 \alpha = \frac{1}{2} m z \sin^2 \alpha,$$

从而得

$$\frac{1}{2} m z \sin^2 \alpha + xm \geq h_a^* m$$



故

$$x \geq h_a^* - \frac{1}{2} z \sin^2 \alpha \quad (7-20)$$

令式(7-20)中的 $x=0$, 可得加工标准齿轮 ($x=0$) 而又避免根切的条件:

$$z \geq \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha}$$

式中, z 为被加工齿轮齿数。

因此, 用齿条刀加工渐开线标准齿轮不产生根切的最少齿数 $z_{\min}$ 为

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} \quad (7-20')$$

当 $h_a^* = 1$ 、 $\alpha = 20^\circ$ 时, $z_{\min} = 17$ 。因此, 齿数小于 17 的渐开线标准齿轮会产生根切。

为便于记忆, 将式(7-20)与式(7-20')联立消去 $\sin^2 \alpha$, 得最小变位系数 $x_{\min}$:

$$x_{\min} = h_a^* \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}} \quad (7-21)$$

这样, 避免根切的方法可有:

- 1) 选用 $z > z_{\min}$ 的齿数。
- 2) 采用 $x > x_{\min}$ 的变位齿轮。

3) 改变齿形参数, 如减小 h_a^* 或加大 α 均可使 $z_{\min}$ 减小, 以避免根切, 但是要更换刀具, 增加生产成本, 故一般不宜采用。不过, 由于加大 α 可以提高齿轮的承载能力, 故在一些对强度要求比较高的行业, 如汽车、航空等领域, 也常采用大 α 角, 以减轻齿轮传动的重量。

当 $z < z_{\min}$ 时, 为了避免根切, 必须采用正变位, 即 $x > 0$; 而当 $z > z_{\min}$ 时, 允许有一定的负变位 ($x < 0$) 也不至于产生根切。但是, 决不能错误地认为, 为了避免根切, 齿数多的齿轮, 一定要采用负变位。

§ 7-7 渐开线变位直齿圆柱齿轮啮合传动计算

一、变位齿轮的齿厚及测量

1. 分度圆的齿厚和齿槽宽

如图 7-25 所示, 当齿条刀具的中线与轮坯的分度圆拉开 xm 距离时, 刀具节线处的齿槽宽比刀具中线处的齿槽宽增加 $2\overline{KJ}$ 。由于用展成法加工齿轮的过



程相当于齿轮齿条作无侧隙啮合传动,齿轮的分度圆与刀具的节线相切并作纯滚动,因而齿轮的分度圆齿厚 s 应等于刀具节线上的齿槽宽 e' 。有

$$s = e' = \overline{KK'} = \frac{1}{2}\pi m + 2\overline{KJ} = \frac{1}{2}\pi m + 2xm \tan \alpha$$

即有

$$\text{变位齿轮的分度圆齿厚} \quad s = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha \right) \quad (7-22)$$

$$\text{变位齿轮的分度圆齿槽宽} \quad e = m \left(\frac{\pi}{2} - 2x \tan \alpha \right)$$

对于负变位齿轮,也可用式(7-22)计算,只需将变位系数 x 用负值代入即可。

2. 任意圆上的弧齿厚

图 7-30 为外齿轮的一个轮齿,设 s_i 为轮齿任意半径 r_i 的圆周上的弧齿厚, s 为其分度圆上的弧齿厚,并设 s_i 和 s 分别对应的中心角为 φ_i 和 φ ,由图可知

$$s_i = \widehat{CC'} = r_i \varphi_i$$

$$\varphi_i = \varphi - 2\angle BOC = \frac{s}{r} - 2\angle BOC$$

$$\angle BOC = \theta_i - \theta = \text{inv} \alpha_i - \text{inv} \alpha$$

$$\alpha_i = \arccos(r_b/r_i)$$

式中: r 、 r_b 分别为该齿轮的分度圆和基圆半径; α_i 、 α 分别为渐开线上点 C 和分度圆上(点 B)的压力角。

从而得

$$s_i = s \frac{r_i}{r} - 2r_i (\text{inv} \alpha_i - \text{inv} \alpha) \quad (7-23)$$

若以不同圆的半径 r_i 和该圆上的渐开线压力角 α_i 代入式(7-23),即可求得相应圆的弧齿厚。

齿顶厚

$$s_a = s \frac{r_a}{r} - 2r_a (\text{inv} \alpha_a - \text{inv} \alpha)$$

故

$$s_a = d_a \left(\frac{s}{mz} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_a \right) \quad (7-24)$$

式中: d_a 为齿顶圆直径; α_a 为齿顶压力角, $\alpha_a = \arccos(d_b/d_a)$ 。

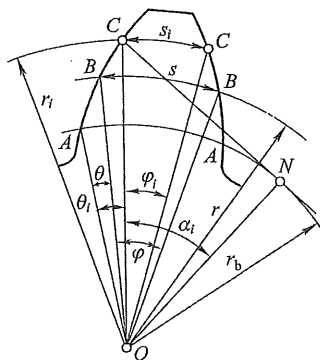


图 7-30



基圆齿厚

$$s_b = s \frac{r_b}{r} - 2r_b (\operatorname{inv} \alpha_b - \operatorname{inv} \alpha)$$

由于基圆半径 $r_b = r \cos \alpha$, 基圆压力角 $\alpha_b = 0$,

故

$$s_b = s \cos \alpha + m z \cos \alpha \operatorname{inv} \alpha \quad (7-25)$$

3. 齿厚的测量——公法线长度

在齿轮的加工过程中,通常要进行齿厚的测量。由于弧齿厚无法测量,测量弦齿厚又必须以齿顶圆作为定位基准,测量精度低,为此必须寻求用直线长度表示齿厚的方法。如图 7-31 所示,作渐开线齿轮基圆的切线,它与齿轮不同轮齿的左右齿廓交于 A、B 两点,根据渐开线的性质(法线切于基圆)可知,基圆切线 AB 必为两侧齿廓的法线,因此称之为渐开线齿轮的公法线。测量时,用卡尺两卡爪跨过 k 个轮齿 ($k > 1$, 图中为 $k=2$ 和 3 的情况),并与渐开线齿廓切于 A、B 两点,卡爪间的距离 AB (或 AD) 即为公法线长度,用 W_k 表示。在图 7-31 中,当跨两个齿 ($k=2$) 时:

$$W_2 = \overline{AD} = \widehat{ad} = \widehat{ac} + \widehat{cd} = (2-1)p_b + s_b$$

当跨三个齿 ($k=3$) 时:

$$W_3 = \overline{AB} = \widehat{ab} = \widehat{ac} + \widehat{cd} + \widehat{db} = (3-1)p_b + s_b$$

因此,当跨 k 个齿测量时,其公法线长度 W_k 为

$$W_k = (k-1)p_b + s_b \quad (7-26)$$

式(7-26)给出了公法线长度与基圆齿距和基圆齿厚的关系,公法线长度的变化可以表示其齿厚的变化情况,这是不用定位基准测量齿厚的好方法。

将基圆齿距 $p_b = \pi m \cos \alpha$, 基圆齿厚 $s_b = s \cos \alpha + m z \cos \alpha \operatorname{inv} \alpha$ 代入式(7-26)得

$$W_k = m \cos \alpha [(k-1)\pi + z \operatorname{inv} \alpha] + s \cos \alpha \quad (7-26')$$

对于变位齿轮,其分度圆齿厚 $s = \frac{1}{2}\pi m + 2x m \tan \alpha$, 故

$$W_k = m \cos \alpha [(k-0.5)\pi + z \operatorname{inv} \alpha] + 2x m \sin \alpha \quad (7-27)$$

式(7-27)也适用于标准齿轮,此时变位系数 $x=0$ 。

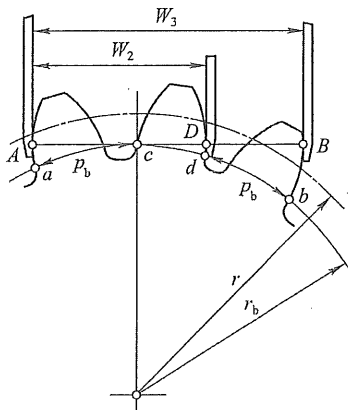


图 7-31



在测量公法线时,必须首先确定跨齿数 k ,当齿数 z 一定时,如果跨齿数太多,卡尺的卡爪就可能与齿轮顶部的棱角接触;如果跨齿数太少,卡爪就可能与齿根部的非渐开线接触,其测量的结果都不是真正的公法线。为了使卡尺的卡爪与分度圆附近的渐开线齿廓接触,其跨齿数为

$$k = \frac{z}{180^\circ} \arccos \frac{z \cos \alpha}{z + 2x} + 0.5 \quad (7-28)$$

由式(7-28)算得的 k 值均应按四舍五入的原则取整。

二、变位齿轮的啮合传动计算

1. 齿轮传动的啮合角 α' ——无侧隙啮合方程式

图 7-32 为一对变位齿轮啮合情况。啮合过程中,两节圆(半径为 r'_1 、 r'_2 的圆)作无滑动的纯滚动,因此两齿轮的节圆齿距应相等,即 $p'_1 = p'_2$ 。为保证无齿侧间隙啮合,一齿轮的节圆齿厚 s'_1 必须等于另一齿轮的节圆齿槽宽 e'_2 ,即 $s'_1 = e'_2$ 或 $s'_2 = e'_1$ 。

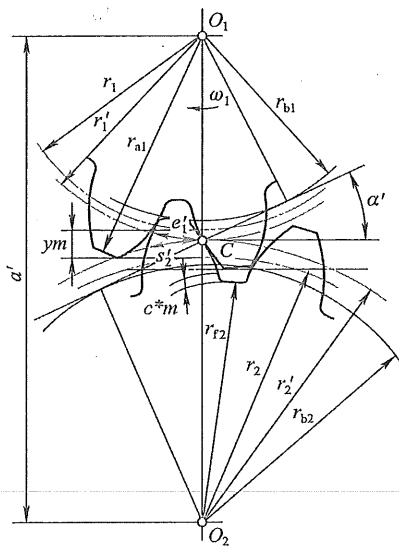


图 7-32

这样

$$p'_1 = s'_1 + e'_1 = p'_2 = s'_2 + e'_2,$$

故

$$p' = s'_1 + s'_2 \quad (7-29)$$

式(7-29)称为变位齿轮的无侧隙啮合条件,即一对渐开线变位齿轮的无侧隙啮合条件为节圆齿距等于两齿轮的节圆齿厚之和。



据式(7-23)得节圆齿厚 s'_1, s'_2 :

$$s'_1 = s_1 \frac{r'_1}{r_1} - 2r'_1 (\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha)$$

$$s'_2 = s_2 \frac{r'_2}{r_2} - 2r'_2 (\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha)$$

将 s'_1, s'_2 及以下各式:

$$\frac{r'_1}{r_1} = \frac{r'_2}{r_2} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}, \quad r_1 = \frac{1}{2} m z_1, \quad r_2 = \frac{1}{2} m z_2, \quad p = \pi m$$

$$\frac{p'}{p} = \frac{2\pi r'/z}{2\pi r/z} = \frac{r'}{r} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}, \quad s_1 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_1 \tan \alpha \right), \quad s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x_2 \tan \alpha \right)$$

代入式(7-29)并化简得

$$\text{inv} \alpha' = \text{inv} \alpha + \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \tan \alpha \quad (7-30)$$

式(7-30)称为无侧隙啮合方程式。当已知二齿轮变位系数后,应按此式求得的啮合角 α' 进行安装,才能保证无侧隙啮合。

对于标准齿轮传动,因 $x_1 = x_2 = 0$, 故为保证标准齿轮传动的无侧隙啮合,其啮合角 α' 应等于其分度圆压力角 α 。

2. 中心距 a' 及中心距变动系数 y

如图 7-32 所示,变位齿轮传动的实际中心距为 a' ,它可由无侧隙啮合方程式确定啮合角 α' 后求得,即

$$a' = r'_1 + r'_2 = (r_{b1} + r_{b2}) / \cos \alpha' = (r_1 + r_2) \cos \alpha / \cos \alpha'$$

$$\text{故} \quad a' = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2) \cos \alpha / \cos \alpha' \quad (7-31)$$

对于标准齿轮传动, $x_1 = x_2 = 0$, 啮合角 $\alpha' = \alpha$, 故标准齿轮传动中心距

$$a = r_1 + r_2 = \frac{1}{2} m (z_1 + z_2) \quad (7-31')$$

此时,两齿轮的分度圆相切。

$$\text{在图 7-32 中, } a' - (r_1 + r_2) = a' - a = ym = a \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \right)$$

式中: ym 为两齿轮的分度圆分离距离,或称中心距变动量;系数 y 称为中心距变动系数,其值为



$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(z_1 + z_2) \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \right) \\ \text{或} \quad y &= \frac{a' - a}{m} \end{aligned} \right\} \quad (7-32)$$

3. 齿顶高及齿顶高变动系数

变位齿轮加工过程中,刀具中线相对齿轮分度圆移动了 xm , 因此被加工齿轮的齿根高应为

$$h_f = (h_a^* + c^*)m - xm = (h_a^* + c^* - x)m \quad (7-33)$$

因变位齿轮的齿根高发生了变化,若要保证全齿高不变,即 $h = (2h_a^* + c^*)m$, 则齿顶高应为 $h_a = (h_a^* + x)m$ 。

变位齿轮传动时,既要求两齿轮进行无侧隙啮合,又要保证具有标准的顶隙 $c = c^*m$ 。

当两齿轮作无侧隙啮合时,其中心距 a' 为

$$a' = a + ym \quad (a)$$

为保证两齿轮之间具有标准的顶隙 $c = c^*m$ 时,其中心距 a'' 为

$$\begin{aligned} a'' &= r_{a1} + r_{a2} + c^*m = r_1 + (h_a^* + x_1)m + r_2 - (h_a^* + c^* - x_2)m + c^*m \\ &= a + (x_1 + x_2)m \end{aligned} \quad (b)$$

由式(a)和式(b)可知,如果 $y = x_1 + x_2$, 则 $a' = a''$, 可以满足无侧隙啮合和标准顶隙条件。但可以证明,当 $x_1 + x_2 \neq 0$ 时,有 $x_1 + x_2 > y$, 即 $a'' > a'$, 即若按标准顶隙的中心距 a'' 安装时将会出现侧隙。在这种情况下,要想同时满足无侧隙啮合与标准顶隙条件,可按无侧隙中心距 a' 进行设计,而将两轮的齿顶高各削去一段 Δym , 以保证满足标准顶隙的要求, Δy 称为齿顶高变动系数,其值为

$$\Delta y = x_1 + x_2 - y \quad (7-34)$$

此时齿轮的齿顶高为

$$h_a = (h_a^* + x - \Delta y)m \quad (7-35)$$

在外啮合传动中,由于 $\Delta y \geq 0$, 故变位齿轮的全齿高恒小于或等于标准齿轮的全齿高。相应的齿顶圆半径为

$$r_a = \frac{mz}{2} + (h_a^* + x - \Delta y)m \quad (7-36)$$

变位齿轮的几何尺寸及啮合传动计算公式见表 7-7。

表 7-7 圆柱齿轮传动计算

序 号	名 称	代号	标准直齿轮 传动	高度变位 直齿轮传动
			$x_{\Sigma}=x_1=x_2=0$	$x_{\Sigma}=x_1+x_2=0$ $x_1=-x_2$
已知条件: $z_1、z_2、m(m_n)、\alpha(\alpha_n)、h_a^*(h$				
1	分度圆直径	d	$d_1=mz_1, d_2=mz_2$	
2	基圆直径	d_b	$d_{b1}=d_1\cos\alpha, d_{b2}=d_2\cos\alpha$	
3	标准中心距	a	$a=\frac{1}{2}(d_1+d_2)=\frac{1}{2}m(z_1+z_2)$	
4	实际中心距	a'	$a'=a=\frac{1}{2}m(z_1+z_2)$	
5	中心距变动系数	y	$y=0$	
6	啮合角	α' α'_i	分度圆压力角 α 取标准值, $\alpha'=\alpha$	



续表

序号	名 称	代号	标准直齿轮传动	高度变位直齿轮传动	角度变位直齿轮传动	变位斜齿轮传动
			$x_{\Sigma}=x_1=x_2=0$	$x_{\Sigma}=x_1+x_2=0$ $x_1=-x_2$	$x_{\Sigma}=x_1+x_2\neq 0$	$x_{\Sigma 1}=x_{11}+x_{12}\neq 0$
已知条件: $z_1、z_2、m(m_n)、\alpha(\alpha_n)、h_a^*(h_{an}^*)、c^*(c_n^*)$ 及 a'						
7	总变位系数	x_{Σ} $x_{\Sigma 1}$	$x_{\Sigma}=0$		$x_{\Sigma}=\frac{z_1+z_2}{2\tan \alpha}\times$ (inv α' -inv α) $x_{\Sigma}=x_1+x_2$	$x_{\Sigma 1}=\frac{z_1+z_2}{2\tan \alpha_1}\times$ (inv α'_1 -inv α_1), $x_{\Sigma 1}=x_{11}+x_{12}$
8	变位系数分配	x_1 x_2	$x_1=x_2=0$	根据传动情况选择 $x_1=-x_2$	根据传动的具体要求分配 $x_1、x_2$	根据传动的具体要求分配 $x_{11}、x_{12}$
9	齿高变动系数	$\Delta y, \Delta y_1$	$\Delta y=0$		$\Delta y=x_{\Sigma}-y$	$\Delta y_1=x_{\Sigma 1}-y_1$
10	齿顶高	h_a	$h_{a1}=h_{a2}=h_a^*m$ h_a^* 取标准值	$h_{a1}=m(h_a^*+x_1)$ $h_{a2}=m(h_a^*+x_2)$ h_a^* 取标准值	$h_{a1}=m(h_a^*+x_1-\Delta y)$ $h_{a2}=m(h_a^*+x_2-\Delta y)$ h_a^* 取标准值	$h_{a1}=m_1(h_{a1}^*+x_{11}-\Delta y_1)$ $h_{a2}=m_1(h_{a1}^*+x_{12}-\Delta y_1)$ h_{an}^* 取标准值, $h_{a1}^*=h_{an}^*\cos \beta$
			$h_n=h_n$	$h_n=m(h^*+c^*-x_1)$		$h_n=m_1(h_{n1}^*+c_{11}^*-x_{11})$ $+c_{11}^*-x_{12})$ 值, $c_1^*=c_n^*\cos \beta$

序 号	名 称		代号	标准直齿轮 传动	高度变位 直齿轮传动
				$x_{\Sigma}=x_1=x_2=0$	$x_{\Sigma}=x_1+x_2=0$ $x_1=-x_2$
已知条件: $z_1、z_2、m(m_n)、\alpha(\alpha_n)、h_a^*(h_n^*)$					
12	全齿高		h		
13	齿顶圆直径		d_a		
14	齿根圆直径		d_f		
15	重合度		ε_{α}	$\varepsilon_{\alpha}=\frac{1}{2\pi} [z_1(\tan \alpha_{a1}-\tan \alpha')+z_2(\tan \alpha_{a2}-\tan \alpha')]$ $\alpha_{a1}、\alpha_{a2}$ 为齿顶压力角, $\alpha_a=\arccos (d_b/d_a)$	
16	公法线	跨齿数	k	$k=\frac{\alpha}{180}z+0.5$ 按四舍五入取整	$k=\frac{z}{180}\arccos \cos \alpha$ 按四舍五入取整
		公法线长度	W_k	$W_k=m\cos \alpha [\pi(k-0.5)+z\operatorname{inv} \alpha]$	$W_k=m\cos \alpha [z\operatorname{inv} \alpha+\pi(k-0.5)]$



三、渐开线齿轮传动类型

变位齿轮传动的特性与变位系数和 $x_{\Sigma} = (x_1 + x_2)$ 的大小及变位系数 x_1, x_2 的分配有关。根据 x_{Σ}, x_1, x_2 的数值, 可把齿轮传动分为三种基本类型(图 7-33)。

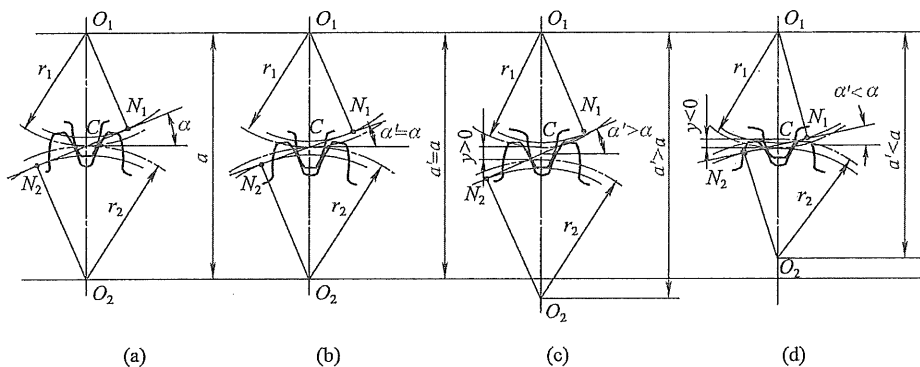


图 7-33

(1) 标准齿轮传动 ($x_{\Sigma} = x_1 = x_2 = 0$)

这是变位齿轮传动的特例, 如图 7-33a 所示, 其啮合角 α' 等于分度圆压力角 α , 中心距 a' 等于标准中心距 a 。为避免根切, 要求 $z \geq z_{\min}$ 。这类齿轮传动设计简单, 使用方便, 可以保证标准中心距, 但小齿轮的齿根较弱, 易磨损。

(2) 高度变位齿轮传动 ($x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0, x_1 = -x_2$)

它又称为等移距变位齿轮传动, 如图 7-33b 所示。由于 $x_{\Sigma} = 0, x_1 = -x_2$, 根据式 (7-30)、(7-31)、(7-32) 和 (7-34), 它与标准齿轮传动一样, $\alpha' = \alpha, a' = a, y = 0, \Delta y = 0$ 。

这种齿轮传动与标准齿轮相比, 其啮合角 $\alpha' = \alpha$ 不变, 仅仅齿顶高和齿根高发生了变化, 即

$$h_{a1} = (h_a^* + x_1)m, h_{f1} = (h_a^* + c^* - x_1)m$$

故称之为高度变位齿轮传动。

为避免根切, 一般要求 $z_1 + z_2 \geq 2z_{\min}$, 这时, 小齿轮 z_1 可以小于 $z_{\min}$ 而采用正变位, 因而这类齿轮传动可以减小机构尺寸, 并且还可以提高承载能力, 改善磨损情况。

(3) 角度变位齿轮传动 ($x_{\Sigma} = x_1 + x_2 \neq 0$)

当总变位系数 $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 \neq 0$ 时, 其传动啮合角 α' 不再等于标准齿轮的分度圆压力角 α , 故称为角度变位齿轮传动。它又可分为以下两种情况。



1) 正传动

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 > 0$$

由于 $x_1 + x_2 > 0$, 根据式(7-30)、(7-31)、(7-32)和(7-34)有

$$\alpha' > \alpha, a' > a, y > 0, \Delta y > 0$$

即在正传动中, 啮合角 α' 大于分度圆压力角 α , 中心距 a' 也大于标准中心距 a , 两分度圆不再相切, 而是分离 ym , 如图 7-33c 所示。为保证标准顶隙和无侧隙啮合, 其全齿高应比标准齿轮缩短 Δym (因 $\Delta y > 0$)。

正传动的主要优点是可以减小机构尺寸, 减轻轮齿的磨损, 提高承载能力, 还可以配凑并满足不同中心距的要求。其主要缺点是因啮合角 α' 的增大而导致重合度减小较多。

2) 负传动

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 < 0$$

由于 $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 < 0$, 根据式(7-30)、(7-31)、(7-32)和(7-34)有 $\alpha' < \alpha, a' < a, y < 0$, 但 $\Delta y > 0$; 这种齿轮传动的两分度圆相交, 如图 7-33d 所示, 它的主要优点是可以配凑不同的中心距, 但是其承载能力和强度都有所下降。一般只在配凑中心距等不得已的情况下, 才采用负传动。

§ 7-8 变位齿轮传动的设计

一、变位齿轮的功用

从制造齿轮的机床、刀具和工艺方法等诸方面考虑, 变位齿轮的制造成本与标准齿轮是相同的, 即三类齿轮传动(标准齿轮传动、高度变位齿轮传动和角度变位齿轮传动)中, 一般不会因为变位系数 x 的值不同(等于零或不等于零)而产生加工困难, 而变位齿轮传动又有诸多优点, 因而在齿轮传动设计中应尽量扩大变位齿轮的应用。变位齿轮的功用主要有以下几个方面。

1. 提高齿轮的承载能力

在齿轮传动中, 小齿轮的齿根较薄, 相对滑动速度较大, 参与啮合的次数为大齿轮的 $i_{12} (= z_2/z_1)$ 倍, 因而在高度变位或正传动中, 多令小齿轮变位系数 $x_1 > 0$, 使其齿根厚度增大, 相对滑动系数减小, 提高齿轮传动的弯曲强度、接触强度和耐磨损与抗胶合的能力。在正传动中, 啮合角 α' 越大, 这些传动性能提高得越多(当然, α' 受到重合度的限制, 不可能太大)。

2. 配凑中心距

变位齿轮传动中, 当齿数 z_1, z_2 一定的情况下, 改变变位系数 x_1, x_2 , 可以改



变齿轮的中心距,从而满足不同中心距的要求。在同轴线(中心距相同)多对齿轮换挡传动轮系中,如车床的走刀变速箱中,可用标准齿轮传动、正传动乃至负传动的方法,由同一中心距实现不同速比的变速传动。

3. 避免根切

为使齿轮传动的结构紧凑,设计时应尽量减少小齿轮的齿数,当 $z < z_{\min}$ 时,可用正变位以避免根切,同时还能提高传动性能。

4. 修复已磨损的旧齿轮

齿轮传动中,一般小齿轮磨损较严重,大齿轮磨损较轻,若利用负变位修复磨损较轻的大齿轮齿面,重新配制一个正变位的小齿轮,就可以节省一个大齿轮的制造费用,还能改善其传动性能。

二、变位系数的选择

要充分发挥变位齿轮的优越性,关键是变位系数的选择,只要合理地选择变位系数,变位齿轮的承载能力可比标准齿轮提高 20% 以上。变位系数的选择是一个复杂的综合问题,人们已对此做过大量的研究工作,提出了许多实用的方法。由于齿轮的材料、热处理和使用条件的不同,选择变位系数时应有不同的侧重,但一般来说,均应尽可能地增大齿轮传动的啮合角 α' ,即尽量增大总变位系数 $x_{\Sigma} = x_1 + x_2$ 。

为保证变位齿轮能正常啮合传动,选择和分配变位系数必须满足如下基本限制条件:

- 1) 齿轮啮合时不产生干涉。
- 2) 齿轮加工时不产生根切或仅有微量根切。
- 3) 齿轮的齿顶厚 $s_a > 0.4m$ (对表面淬火齿轮应特别注意满足此项要求)。
- 4) 齿轮啮合时重合度 $\varepsilon_a \geq 1.2$ 。

选择变位系数的方法很多,有的国家还为此制定了标准或规范。一般认为选择变位系数封闭图考虑问题最全面,使用也很方便,但由于其篇幅太大,本书不能介绍其用法。下面介绍一种被国内多种大型设计手册采用的外啮合渐开线齿轮选择变位系数线图。如图 7-34 所示,利用该线图选择和分配变位系数,不仅可以满足上述四个基本限制条件,而且还能保证两齿轮啮合时的最大滑动系数接近相等;在模数限制线(图中 $m = 6.5, m = 7, \dots$) 以下选取 x_{Σ} 时,用标准滚刀加工该模数齿轮不会产生不完全切削现象。

该图分为左、右两部分。右部线图的横坐标为齿数和 $z_{\Sigma} (= z_1 + z_2)$, 纵坐标为总变位系数 $x_{\Sigma} (= x_1 + x_2)$, 阴影线以内的区域为许用区, 许用区内各射线(如 $18^\circ 30', 19^\circ, \dots, 24^\circ, \dots$) 为同一啮合角 α' 时 x_{Σ} 与 z_{Σ} 的函数曲线。左部线图的横

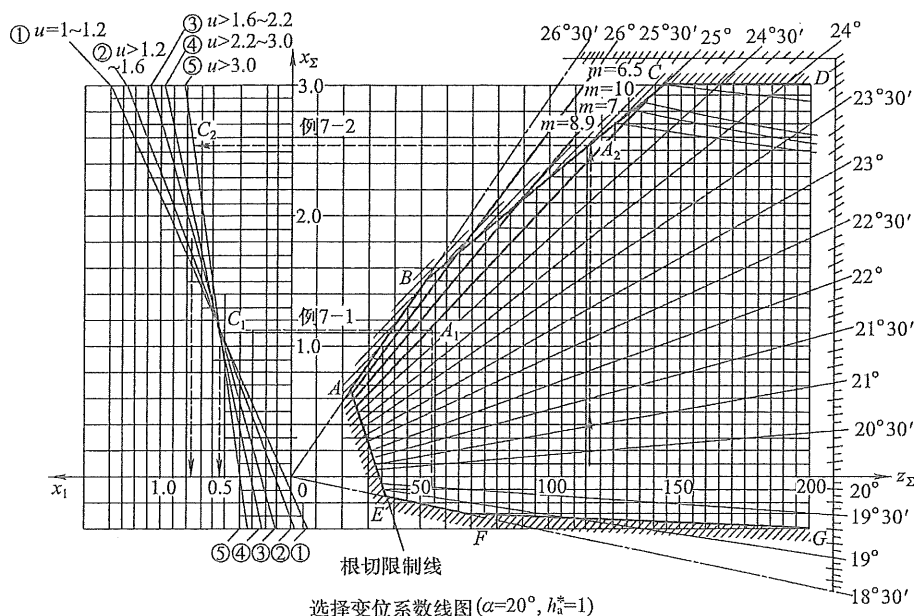


图 7-34

坐标为 x_1 (自坐标原点 O 向左, x_1 为正值), 纵坐标仍为总变位系数 x_Σ 。

根据齿数和 z_Σ 与其他具体要求, 在右部线图的许用区内选择合适的 x_Σ 。对同一 z_Σ , 当 x_Σ 越大 (即啮合角 α' 越大) 时, 重合度越小 (越接近于 $\varepsilon_\alpha = 1.2$)。图中的折线 $ABCD$ 为重合度 $\varepsilon_\alpha = 1.2$ 的限制线, EFG 为啮合干涉限制线, AE 为根切限制线。确定 x_Σ 后, 再根据齿数比 $u (=z_2/z_1)$ 的大小分别按左部线图的五条斜线之一分配 x_1 和 $x_2 (=x_\Sigma - x_1)$ 。

例 7-1 已知某变速箱中的一对齿轮, $z_1 = 21$, $z_2 = 33$, $m = 2.5$ mm, 实际中心距 $a' = 70$ mm。试确定合适的变位系数 x_1 、 x_2 。

解: 1) 计算啮合角 α' :

$$\cos \alpha' = \frac{a}{a'} \cos \alpha = \frac{m(z_1 + z_2)}{2a'} \cos 20^\circ = 0.90613$$

$$\alpha' = 25^\circ 1' 25''$$

2) 根据 $z_\Sigma = 21 + 33 = 54$ 和 $\alpha' = 25^\circ 1' 25''$, 由式 (7-30) 求得图 7-34 中的点

$$A_1, \text{ 即 } x_\Sigma = x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{\tan \alpha} (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha) = 1.125。$$

3) 因 $u = z_2/z_1 = 33/21 \approx 1.57$, 故应按左部斜线②分配变位系数。自点 A_1 作水平线与斜线②交于点 C_1 , 得



$$x_1 = 0.54$$

$$x_2 = x_{\Sigma} - x_1 = 1.125 - 0.54 = 0.585$$

例 7-2 已知一对齿轮的齿数 $z_1 = 17, z_2 = 100$, 要求尽可能提高齿轮的接触强度, 试选择变位系数。

解: 1) 选取总变位系数 x_{Σ} 。要尽可能提高接触强度, 就应按最大啮合角选取总变位系数 x_{Σ} 。由 $x_{\Sigma} = z_1 + z_2 = 17 + 100 = 117$, 与线图 上边界线交点决定点 A_2 , 此时其总变位系数 $x_{\Sigma} = 2.54$ 。

2) 分配变位系数 x_1, x_2 。因 $u = z_2/z_1 = 100/17 = 5.9$, 故应按左部斜线⑤分配变位系数, 自点 A_2 作水平线与斜线⑤交于点 C_2 , 得

$$x_1 = 0.77$$

$$x_2 = x_{\Sigma} - x_1 = 2.54 - 0.77 = 1.77$$

三、齿轮传动的设计步骤及举例

齿轮传动的设计往往要根据给定的原始数据的不同而有不同的设计步骤, 但其设计思路都是基本一致的。

一对齿轮的基本参数有 $z_1, z_2, m, h_a^*, c^*, \alpha$ 和 x_1 与 x_2 。其中, h_a^*, c^* 和 α 是基本齿形参数, 通常按国家标准选定; 模数 m 也有标准系列, 它主要取决于传递力矩的大小, 由强度计算决定 (将在以后的机械设计课程中学习); 齿数 z_1 和 z_2 取决于传动比 i_{12} 的要求。因而齿轮传动设计的重要内容是选择变位系数 x_1, x_2 。

齿轮传动设计主要有两类问题: 一是给定中心距 a' 要求设计一对齿轮传动, 二是不给定中心距的设计。

(1) 给定中心距 a' 时的设计步骤

此时的已知条件为 $a', z_1, z_2, m, h_a^*, c^*$ 和 α , 其设计步骤如下:

1) 计算啮合角 α' 。根据式 (7-31), 令 $a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2)$, 有

$$\alpha' = \arccos\left(\frac{a}{a'} \cos \alpha\right)$$

2) 计算总变位系数 $x_{\Sigma} = x_1 + x_2$ 。根据式 (7-30) 有

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha)(z_1 + z_2) / (2 \tan \alpha)$$

3) 分配变位系数 x_1 和 x_2 。

4) 计算一对齿轮的几何尺寸及质量指标。

(2) 不给定中心距 a' 时的设计步骤

此时的已知条件为 z_1, z_2, m, h_a^*, c^* 和 α , 其设计步骤如下:

1) 分析方案, 决定是采用角度变位正传动还是高度变位传动或是标准齿轮



传动。

2) 根据决定的传动方案确定总变位系数 x_{Σ} 和中心距 a' 。

3) 分配变位系数 x_1 和 x_2 。

4) 计算几何尺寸和质量指标。

(3) 设计举例

例 7-3 已知一对外啮合直齿圆柱齿轮传动,初步选定 $z_1=16, z_2=45, h_a^*=1, c^*=0.25, \alpha=20^\circ, m=3 \text{ mm}$ 。试设计该对齿轮传动,并尽量提高其传动质量。

解: 1) 方案分析

本题没有给定中心距,按已知条件,这对齿轮可以有以下几个传动方案:

① 标准齿轮传动。虽然 $z_1=16$,有微量根切,但可以啮合传动,并能满足标准中心距的要求。

② 高度变位齿轮传动。可以满足标准中心距的要求,小齿轮正变位后强度有较大改善,是较好的方案之一。

③ 角度变位正传动。比高度变位传动的质量又有提高,而且还可以满足配凑中心距的要求,是一个更好的传动方案。

经上述分析后,初步决定采用第③方案。但为了比较各种传动方案的优缺点,本例对三种方案全部作了计算。

2) 计算变位系数并确定中心距

① 高度变位齿轮传动。 $x_{\Sigma}=x_1+x_2=0$

又因

$$u=z_2/z_1=45/16=2.8125$$

故可用图 7-34 左部的斜线④与 $x_{\Sigma}=0$ 的水平线(横坐标轴)的交点来决定 x_1 ,由图得

$$x_1=0.32, x_2=-x_1=-0.32$$

② 角度变位正传动。为了提高提高齿轮的接触强度,应在图 7-34 右部线图上边界上选择 x_{Σ} ,根据 $z_{\Sigma}=z_1+z_2=16+45=61$ 线与上边界交点,初步决定 $x_{\Sigma}=1.62$,再根据式(7-30)求出啮合角 α' :

$$\begin{aligned} \text{inv } \alpha' &= \text{inv } \alpha + \frac{2(x_1+x_2)}{z_1+z_2} \tan \alpha \\ &= \text{inv } 20^\circ + \frac{2 \times 1.62}{16+45} \tan 20^\circ = 0.0342366 \\ \alpha' &= 26.07^\circ \end{aligned}$$

$$\text{中心距 } a' = \frac{1}{2} m (z_1+z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = 95.721 \text{ mm}$$

为了制造和测量方便,中心距需要圆整,若取 $a'=96 \text{ mm}$,可能会造成 $\varepsilon_{\alpha} < 1.2$,故



取实际中心距 $a' = 95 \text{ mm}$, 再按此中心距重新计算确定啮合角 α' 和 x_Σ 。

$$\cos \alpha' = \frac{m(z_1 + z_2)}{2a'} \cos \alpha = 0.905\,072, \quad \alpha' = 25.167^\circ$$

$$x_\Sigma = \frac{z_1 + z_2}{2 \tan \alpha} (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha) = 1.316\,3$$

根据 x_Σ 值和 $u = z_2/z_1 = 45/16 = 2.812\,5$, 按图 7-34 左部斜线④分配变位系数得

$$x_1 = 0.61, x_2 = x_\Sigma - x_1 = 0.706\,3$$

3) 几何尺寸及质量指标计算

为节省篇幅, 现将三种传动方案中各齿轮的计算结果列于表 7-8 中。

表 7-8 例 7-3 中三种传动方案的计算结果

序号	代号及公式	标准齿轮 $x_1 = x_2 = 0$	高度变位齿轮 $x_1 = 0.32, x_2 = -0.32$	角度变位齿轮 $x_1 = 0.61, x_2 = -0.706\,3$
1	$d = mz$	$d_1 = mz_1 = 48 \text{ mm}, d_2 = mz_2 = 135 \text{ mm}$		
2	$d_b = mz \cos \alpha$	$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = 45.105 \text{ mm}, d_{b2} = d_2 \cos \alpha = 126.859 \text{ mm}$		
3	a', a	$a' = a = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2) = 91.5 \text{ mm}$		$a' = 95 \text{ mm}$
4	α'	$\alpha' = \alpha = 20^\circ$		$\alpha' = 25.167^\circ$
5	x_Σ [见式(7-30)]	$x_\Sigma = 0$		$x_\Sigma = 1.316\,3$
6	$\gamma = (a' - a)/m$	$\gamma = 0$		$\gamma = (a' - a)/m = 1.166\,7$
7	$\Delta\gamma = x_\Sigma - \gamma$	$\Delta\gamma = 0$		$\Delta\gamma = x_\Sigma - \gamma = 0.149\,6$
8	$h_{a1} = m(h_a^* + x_1 - \Delta\gamma)$ $h_{a2} = m(h_a^* + x_2 - \Delta\gamma)$	$h_{a1} = 3 \text{ mm},$ $h_{a2} = 3 \text{ mm}$	$h_{a1} = 3.96 \text{ mm},$ $h_{a2} = 2.04 \text{ mm}$	$h_{a1} = 4.381 \text{ mm},$ $h_{a2} = 4.670 \text{ mm}$
9	$h_{f1} = m(h_a^* + c^* - x_1)$ $h_{f2} = m(h_a^* + c^* - x_2)$	$h_{f1} = 3.75 \text{ mm},$ $h_{f2} = 3.75 \text{ mm}$	$h_{f1} = 2.79 \text{ mm},$ $h_{f2} = 4.71 \text{ mm}$	$h_{f1} = 1.92 \text{ mm},$ $h_{f2} = 1.631 \text{ mm}$
10	$h = h_{a1} + h_{f1} = h_{a2} + h_{f2}$	$h = 6.75 \text{ mm}$	$h = 6.75 \text{ mm}$	$h = 6.301 \text{ mm}$
11	$d_a = d + 2h_a$	$d_{a1} = 54 \text{ mm},$ $d_{a2} = 141 \text{ mm}$	$d_{a1} = 55.92 \text{ mm},$ $d_{a2} = 139.08 \text{ mm}$	$d_{a1} = 56.762 \text{ mm},$ $d_{a2} = 144.34 \text{ mm}$
12	$\alpha_a = \arccos(d_b/d_a)$	$\alpha_{a1} = 33.355^\circ,$ $\alpha_{a2} = 25.88^\circ$	$\alpha_{a1} = 36.235^\circ,$ $\alpha_{a2} = 24.199^\circ$	$\alpha_{a1} = 37.379^\circ,$ $\alpha_{a2} = 28.491^\circ$
13	ε_α [见式(7-16)]	$\varepsilon_\alpha = 1.629\,7$	$\varepsilon_\alpha = 1.551\,1$	$\varepsilon_\alpha = 1.271\,0$



续表

序号	代号及公式	标准齿轮 $x_1 = x_2 = 0$	高度变位齿轮 $x_1 = 0.32, x_2 = -0.32$	角度变位齿轮 $x_1 = 0.61, x_2 = -0.7063$
14	η_1 和 η_2	$\eta_1 = 19.9365,$ $\eta_2 = 1.5388$	$\eta_1 = 2.633,$ $\eta_2 = 2.148$	$\eta_1 = 1.0492,$ $\eta_2 = 1.0914$

注: η_1 和 η_2 分别为齿轮 z_1 和 z_2 轮齿根部滑动系数的最大值, 详见参考文献[21]。

$$\text{小齿轮 } z_1 \text{ 齿根的最大滑动系数 } \eta_1 = \frac{\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha'}{(1 + z_1/z_2) \tan \alpha' - \tan \alpha_{a2}} \frac{z_1 + z_2}{z_2}$$

$$\text{大齿轮 } z_2 \text{ 齿根的最大滑动系数 } \eta_2 = \frac{\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha'}{(1 + z_2/z_1) \tan \alpha' - \tan \alpha_{a1}} \frac{z_1 + z_2}{z_1}$$

4) 三种方案的比较

① 齿高及齿顶圆的变化。与标准齿轮传动相比, 其他两种传动的齿高和齿顶圆均有所变化, 但其具体数值相差不多。

② 重合度 ε_α 。与标准齿轮传动相比, 高度变位齿轮传动的 ε_α 下降很少, 而角度变位正传动的 ε_α 下降较多, 但仍能保证 $\varepsilon_\alpha > 1.2$ 。

③ 滑动系数。标准齿轮传动小齿轮的 η_1 达到 19.9365, 是 η_2 的 13 倍; 高度变位齿轮传动的 η_1 仅为标准齿轮传动的 $1/7.5$, 而且使 $\eta_1 \approx \eta_2$; 角度变位正传动的 η_1 又进一步下降, 仅为标准齿轮传动的 $1/19$, 而且基本上做到了 $\eta_1 = \eta_2$ 。

④ 传动性能。高度变位时, 小齿轮 z_1 为正变位, 其齿根增厚, 滑动系数 η_1 大大减小, 这种传动的抗弯曲能力, 耐磨损及抗胶合能力均有较大提高。角度变位正传动时, 随啮合角 α' 的增大和 η_1 的进一步下降, 使其接触强度、抗胶合和耐磨损能力都得到进一步提高。因而角度变位正传动是三个方案中的最好方案。

用本书给出的软件“加工”出这三种传动方案的齿轮, 观察后, 用直觉印象判断是否应该选取角度变位正传动方案。

§7-9 斜齿圆柱齿轮传动

一、斜齿圆柱齿轮齿廓曲面的形成

渐开线直齿圆柱齿轮齿廓曲面的形成原理如图 7-35a 所示, 发生面 S 在基圆柱上作纯滚动时, 与基圆柱母线平行的直线 KK 所展成的渐开面即为直齿轮的齿面。这种齿轮啮合时, 齿面的接触线与齿轮的轴线平行 (图 7-35b), 轮齿沿整个齿宽同时进入或退出啮合, 因而轮齿上的载荷是突然加上或卸掉的, 容易引起冲击和振动, 不适于高速传动。

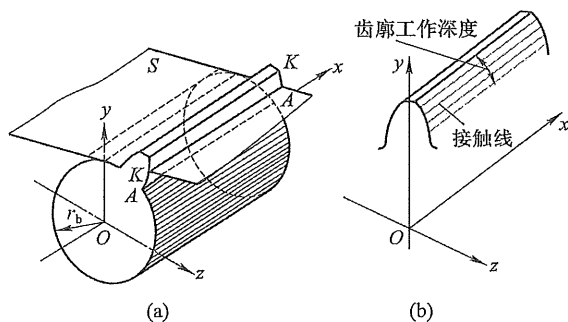


图 7-35

斜齿轮的齿廓曲面形成原理如图 7-36a 所示,发生面 S 沿基圆柱纯滚动时,其上一条与基圆柱母线呈 β_b 角的直线 KK 所展成的螺旋渐开面就是斜齿轮的齿廓曲面。

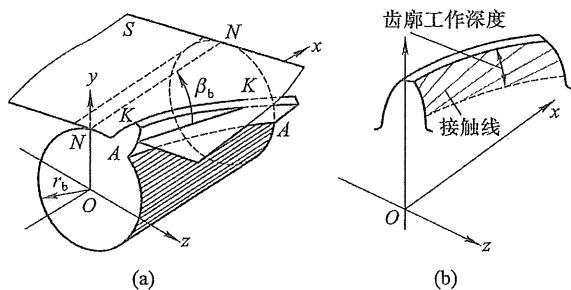


图 7-36

一对斜齿轮啮合时,齿面接触线是斜直线(图 7-36b),接触线先由短变长,而后再由长变短,直至脱离啮合。由于进入啮合时接触线短,轮齿刚度较小,造成的啮入冲击也小,因而斜齿轮传动比较平稳。螺旋渐开面与齿轮端面的交线仍是渐开线,它与同轴线的任一圆柱面的交线为螺旋线,不同圆柱面上的螺旋角不同,基圆柱上的螺旋角(图 7-36a) β_b 为

$$\tan \beta_b = \pi d_b / L$$

式中: L 为螺旋线的导程,即为螺旋线绕基圆柱一周上升的高度; d_b 为基圆柱直径。设分度圆直径为 d ,分度圆螺旋角为 β 时,有

$$\tan \beta = \pi d / L$$

故

$$\tan \beta_b / \tan \beta = d_b / d \quad (7-37)$$

斜齿轮设计时,一般规定其分度圆螺旋角 β 的数值,其他圆柱上的螺旋角可



根据导程相同的条件计算出来,如基圆柱螺旋角 β_b 可以按式(7-37)计算。圆柱越大,螺旋角就越大。

二、斜齿轮的基本参数

在斜齿轮加工中,一般多用滚齿或铣齿法,此时刀具沿斜齿轮的螺旋线方向进刀,因而斜齿轮的法面参数如 m_n 、 α_n 、 h_{an}^* 和 c_n^* 等均与刀具参数相同,是标准值。而斜齿轮的齿面为螺旋渐开面,其端面齿形为渐开线。一对斜齿轮啮合,在端面看与直齿轮相同,因此斜齿轮的几何尺寸如 d 、 d_a 、 d_b 、 d_f 等的计算又应在端面上进行。为此,必须知道端面参数与法面参数间的换算关系。

1. 法面模数 m_n 与端面模数 m_t

由于斜齿轮可以与斜齿条正确啮合,故可以通过斜齿条来研究其法面模数与端面模数间的关系。如图 7-37 所示,斜齿条的法面齿距 p_n 与端面齿距 p_t 存在如下关系:

$$p_n = p_t \cos \beta \quad (7-38)$$

即

$$\pi m_n = \pi m_t \cos \beta$$

故法面模数 m_n 与端面模数 m_t 的关系为

$$m_n = m_t \cos \beta \quad (7-39)$$

式中, β 为斜齿条的倾斜角,即为斜齿轮分度圆柱上的螺旋角。

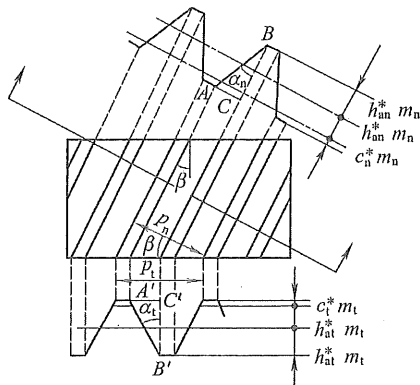


图 7-37

2. 法面齿顶高系数 h_{an}^* 与端面齿顶高系数 h_{at}^*

法面齿顶高与端面齿顶高是相同的,因此有

$$h_a = h_{an}^* m_n = h_{at}^* m_t$$

故

$$h_{at}^* = h_{an}^* m_n / m_t = h_{an}^* \cos \beta \quad (7-40)$$

同理,其顶隙系数也存在如下关系:

$$c_t^* = c_n^* \cos \beta \quad (7-41)$$

3. 法面压力角 α_n 与端面压力角 α_t

在图 7-37 中,角 α_n 的对边 AC 和角 α_t 的对边 $A'C'$ 存在如下关系: $\overline{AC} = \overline{A'C'} \cos \beta$, 而且法面齿高与端面齿高均为 h , 故有

$$\tan \alpha_n = \overline{AC} / h, \tan \alpha_t = \overline{A'C'} / h$$

故

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cos \beta \quad (7-42)$$



4. 法面变位系数 x_n 与端面变位系数 x_t

斜齿轮的变位距离不论是从法面看还是从端面看均应相同,即 $x_n m_n = x_t m_t$,

故有

$$x_t = x_n \cos \beta \quad (7-43)$$

5. 分度圆柱螺旋角 β 与基圆柱螺旋角 β_b

斜齿轮的分度圆直径 $d = m_t z$, 基圆直径 $d_b = m_t z \cos \alpha_t$, 将其代入式(7-37)得

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t \quad (7-44)$$

三、斜齿轮传动的几何尺寸计算

斜齿轮的几何尺寸计算应在端面内进行,从端面看,斜齿轮啮合与直齿轮完全相同,所以只要把端面参数代入直齿轮计算公式,即得斜齿轮计算公式。为了表示一般情况,表7-7中给出了变位斜齿轮的计算公式,当其中的 x_{n1} 、 x_{n2} 均为零时,即为标准斜齿轮传动。由于斜齿轮传动中心距的配凑可以通过改变螺旋角 β 来实现,而且变位斜齿轮比标准斜齿轮的承载能力提高得也不显著,因而生产中变位斜齿轮较少应用。

四、斜齿轮的正确啮合条件

一对斜齿轮正确啮合时,除应满足直齿轮的正确啮合条件外,其螺旋角还应相匹配。即斜齿轮的正确啮合条件为

- 1) 模数相等: $m_{n1} = m_{n2}$ 或 $m_{t1} = m_{t2}$ 。
- 2) 压力角相等: $\alpha_{n1} = \alpha_{n2}$ 或 $\alpha_{t1} = \alpha_{t2}$ 。
- 3) 螺旋角大小相等,外啮合时应旋向相反,内啮合时应旋向相同。即

$$\beta_1 = \pm \beta_2$$

其中,“+”号用于内啮合,“-”号用于外啮合。

五、斜齿轮传动的总重合度 ε_γ

从端面看,斜齿轮的啮合与直齿轮完全一样,因此用端面啮合角 α'_t 和端面齿顶压力角 α_{at1} 、 α_{at2} 代入式(7-16)即得斜齿轮的端面重合度 ε_α :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha'_t) + z_2 (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha'_t)] \quad (7-45)$$

但由于斜齿轮的齿宽为 B , 当一对轮齿在前端面啮合结束时,其齿宽的不同截面内仍在啮合,这就形成了斜齿轮的轴面重合度 ε_β 。图7-38a所示为直齿轮啮合,轮齿沿整个齿宽 B 在 $B_2 B'_2$ 进入啮合,到 $B_1 B'_1$ 处整个轮齿脱离啮合, $B_2 B'_2$ 与 $B_1 B'_1$ 之间为轮齿啮合区。图7-38b所示为斜齿轮啮合传动,轮齿也是在 $B_2 B'_2$ 位



置进入啮合,但不是沿整个齿宽 B 同时进入啮合,而是由轮齿一端到达位置 1 时开始进入啮合,随着齿轮转动,直至到达位置 2 时才沿全齿宽进入啮合,当到达位置 3 时前端面开始脱离啮合,直至到达位置 4 时才沿全齿宽脱离啮合。显然,斜齿轮传动的实际啮合区比直齿轮增大了 $\Delta L = B \tan \beta_b$ 。由齿宽形成的轴向重合度为

$$\varepsilon_\beta = \Delta L / p_{bt} = B \tan \beta_b / p_{bt}$$

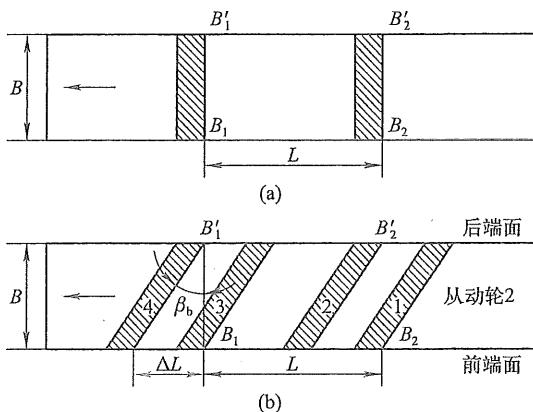


图 7-38

因

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t,$$

$$p_{bt} = \pi m_n \cos \alpha_t / \cos \beta$$

故

$$\varepsilon_\beta = B \sin \beta / \pi m_n \quad (7-46)$$

斜齿轮传动的总重合度 ε_γ :

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (7-47)$$

由于齿宽 B 和螺旋角 β 都没有限制,故斜齿轮的重合度可达很大值。有些机器中 ε_γ 可达 10 或 10 以上。这也是斜齿轮传动平稳的另一个原因。由于 β 增大后会使轴向力增大,造成轴承结构复杂化,为限制过大的轴向力,通常取

$$\beta = 8^\circ \sim 15^\circ \quad (\text{斜齿轮})$$

$$\beta = 15^\circ \sim 40^\circ \quad (\text{人字齿轮})$$

这时,为保证斜齿轮的重合度 $\varepsilon_\gamma \geq 2$,其齿宽 B 应满足:

$$B \geq 0.9 \pi m_n / \sin \beta$$

六、斜齿轮的法面齿形及当量齿数

用仿形法加工斜齿轮时,刀具沿螺旋形齿槽方向进刀,其形状应与齿轮的法



面齿形相同。由于斜齿轮的端面为渐开线,而其法面齿形比较复杂,不易精确求得,一般用以下近似方法求出法面齿形。

过斜齿轮分度圆柱螺旋线上的点 C 作某一轮齿的法面,如图 7-39 所示。该法面将分度圆柱剖开,其剖面为一椭圆,点 C 附近的齿形可看作斜齿轮的法面齿形,椭圆的长半径 a 和短半径 b 分别为

$$b=r, \quad a=r/\cos \beta$$

式中, r 为斜齿轮的分度圆半径, $r=\frac{1}{2}m_1z_0$ 。

椭圆上节点 C 处的曲率半径 ρ 为

$$\rho=\frac{a^2}{b}=\frac{r}{\cos^2 \beta}$$

若以 ρ 为分度圆半径,并以参数 m_n 、 α_n 确定一个假想的直齿轮,该直齿轮的齿形就可以看成斜齿轮的法面齿形,这个假想的齿轮称为斜齿轮的当量齿轮。当量齿轮的齿数称为当量齿数,用 z_v 表示,即当量齿轮的分度圆直径 $2\rho=m_n z_v$ 。

故

$$z_v=\frac{2\rho}{m_n}=\frac{2r}{m_n \cos^2 \beta}=\frac{m_1 z}{m_n \cos^2 \beta}=\frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (7-48)$$

因 $\cos^3 \beta < 1$, 故 $z_v > z$, 一般不是整数。在斜齿轮强度计算时,要用当量齿数 z_v 决定其齿形系数;在用仿形法加工斜齿轮时,也要用当量齿数来决定铣刀的号数。

七、斜齿轮传动的优缺点

与直齿轮传动相比,斜齿轮传动有以下优缺点:

1) 啮合性能好,承载能力大。斜齿轮齿面接触线与其轴线不平行,传动时,轮齿一端进入啮合接触线短,轮齿刚度小,啮入冲击也小,而后接触线逐渐增长,又逐渐缩短直至脱离啮合。同时,由于重合度大,接触线总长度大,每一轮齿进入和退出啮合时突变不显著,因而传动平稳,冲击和噪声小,承载能力也比直齿轮为高。

2) 结构尺寸紧凑。因不根切的最少齿数

$$z_{\min}=2h_{\text{an}}^* \cos \beta / \sin^2 \alpha_1$$

故斜齿轮不根切的最少齿数比直齿轮少,可得到更为紧凑的结构尺寸。

3) 有轴向力。由于斜齿轮的轮齿倾斜 β 角,产生轴向力(图 7-40a 中的

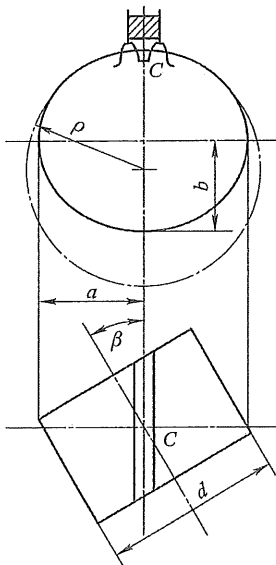


图 7-39

F_a), 增大摩擦损失, 这是斜齿轮传动的主要缺点。为克服这一缺点, 可采用如图 7-40b 的结构, 即采用左右两排对称的斜齿轮组成“人字齿轮”, 以便抵消轴向力。当然, 人字齿轮制造较麻烦, 这是其缺点。

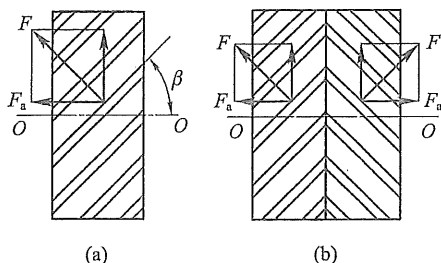


图 7-40

§ 7-10 交错轴斜齿轮传动

交错轴斜齿轮传动(以前称螺旋齿轮传动)用于传递空间两交错轴之间的运动(图 7-41)。就单个齿轮而言, 它们都是斜齿轮, 只是其螺旋角大小不一定相等, 旋向也不一定相反(对外啮合), 因而不能安装成平行轴传动, 只能安装成空间交错轴传动。这种齿轮传动为点接触啮合传动, 不宜传递较大载荷, 多用于传递两交错轴间的运动。

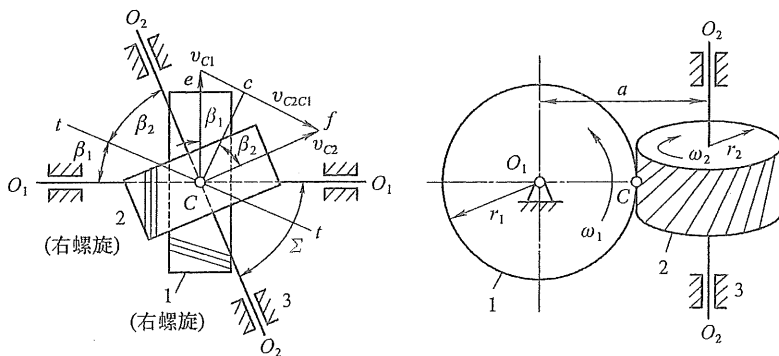


图 7-41

一、几何参数关系与几何尺寸

图 7-41 为一对交错轴斜齿轮传动, 过两轮分度圆柱切点 C 作其公切面, 两



轮轴线在该面上投影间的夹角称为轴交错角,用 Σ 表示。由于两齿轮啮合时轮齿的齿向必须一致,因此两轮螺旋角 β_1 、 β_2 与轴交错角 Σ 的关系为

$$\Sigma = |\beta_1 + \beta_2| \quad (7-49)$$

当两轮螺旋角方向相同时, β_1 、 β_2 均用正值代入,如图 7-41 所示;当两轮螺旋角方向相反时, β_1 和 β_2 一个用正值、另一个用负值代入,如图 7-42 所示。

因每个斜齿轮的螺旋角 $\beta < 90^\circ$, 当传动的轴交错角 $\Sigma = 90^\circ$ 时, 两齿轮的旋向必须相同。若 $\Sigma = 0$, 即为一对斜齿轮传动。

单个交错轴斜齿轮就是斜齿轮, 其几何尺寸计算公式与斜齿轮也完全一样, 即两齿轮的法面参数如 m_n 、 h_{an}^* 、 c_n^* 均为标准值, 而且相同。但是, 由于两轮的螺旋角分别为 β_1 、 β_2 , 因而其端面参数就不一定相同, 这是它与平行轴斜齿轮传动的不同之处。两轮的分度圆直径 d_1 、 d_2 为

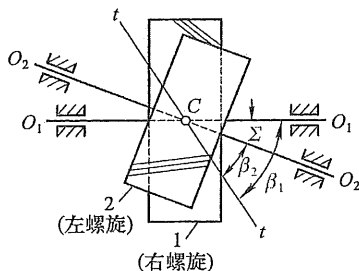


图 7-42

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= m_{n1} z_1 = m_n z_1 / \cos \beta_1 \\ d_2 &= m_{n2} z_2 = m_n z_2 / \cos \beta_2 \end{aligned} \right\} \quad (7-50)$$

两轮的中心距(两交错轴间的最短距离) a 为

$$a = \frac{1}{2} (d_1 + d_2) = \frac{1}{2} m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} + \frac{z_2}{\cos \beta_2} \right) \quad (7-51)$$

二、正确啮合条件

交错轴斜齿轮传动的轮齿是在法面内啮合的, 因而两齿轮的法面模数 m_n 和法面压力角 α_n 必须分别相等, 即

$$\left. \begin{aligned} m_{n1} &= m_{n2} = m_n \\ \alpha_{n1} &= \alpha_{n2} = \alpha_n \\ \Sigma &= |\beta_1 + \beta_2| \end{aligned} \right\} \quad (7-52)$$

三、传动比及从动轮转向

根据式(7-50), 交错轴斜齿轮传动的传动比 i_{12} 为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2 \cos \beta_2}{d_1 \cos \beta_1} \quad (7-53)$$



式(7-53)表明,交错轴斜齿轮的传动比由两轮分度圆直径与其螺旋角余弦的乘积来决定。

当 $\Sigma = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$ 时,有

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} \tan \beta_1 \quad (7-54)$$

在交错轴斜齿轮传动中,当主动轮转向确定后,从动轮的转向可由速度矢量图解法求得。在图 7-43 中, v_{c1} 代表轮 1 上点 C 的速度(垂直于其轴线 O_1O_1), 轮 2 上点 C 的速度 v_{c2} 应为

$$v_{c2} = v_{c1} + v_{c2c1}$$

式中: v_{c2c1} 是轮 2 上点 C 相对于轮 1 上点 C 的相对速度,即为沿齿长方向的滑动速度,其方向应平行于两轮齿的切线方向 $t-t$; 轮 2 上点 C 的速度 v_{c2} 亦应垂直于其轴线 O_2O_2 , 从而求得图中速度三角形,亦即求得 v_{c2} , 并由此判断出从动轮 2 的转向。

四、交错轴斜齿轮传动的优缺点

1) 交错轴斜齿轮是利用螺旋角不同的斜齿轮实现空间交错轴传动的, 齿轮制造简单方便。根据式(7-53), 当传动比一定时, 可通过改变螺旋角的大小和改变两轮的分度圆直径来满足中心距的要求; 或当保持中心距不变时, 通过调整螺旋角大小与增减齿数来得到不同的传动比。

2) 当主动轮转向不变时, 可借改变螺旋角的旋向来改变从动轮的转向。图 7-43 与图 7-41 的传动结构相同, 只是将右旋齿改为左旋, 则齿轮 2 的转向相反。

3) 交错轴斜齿轮传动除与一般齿轮传动一样沿齿高方向有滑动外, 沿轮齿的齿长方向还有相对速度 v_{c2c1} , 即沿齿长方向也有相对滑动, 而且其啮合两齿面为点接触, 轮齿的压强和接触应力大, 磨损快, 机械效率低, 故不适于传递较大功率。而在剃齿加工中却是利用其齿面间的滑动速度来完成齿面切削加工的。

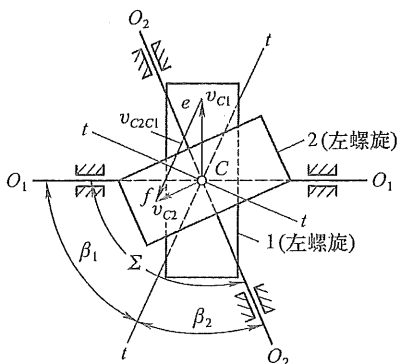


图 7-43



§7-11 蜗杆蜗轮传动

一、蜗杆、蜗轮的形成

蜗杆蜗轮传动是用来传递空间两交错轴间的运动和动力的,又称为蜗杆传动,它由蜗杆和蜗轮组成。一般其轴交错角 Σ 等于 90° 。

在 $\Sigma = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$ 的交错轴斜齿轮传动中,若齿轮 1 的螺旋角 β_1 很大,分度圆直径 d_1 很小,而其轴向尺寸又很长时,则轮齿将在分度圆柱上形成完整的螺旋线,称为蜗杆,如图 7-44 所示。与其配对的齿轮 2 的 β_2 很小,分度圆直径 d_2 较大,称为蜗轮。这样得到的蜗杆传动的传动比 i_{12} 很大,一般 $i_{12} = 10 \sim 80$,有时可达 300 以上。

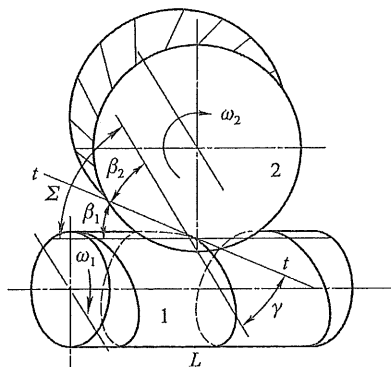


图 7-44

为改善原为交错轴斜齿轮传动的点接触的啮合情况,在蜗杆传动中,采取了两项措施:一是将蜗轮圆柱面上的直母线做成与蜗杆轴同心的圆弧形,使它部分地包住蜗杆,如图 7-45 所示;二是采用“对偶法”加工蜗轮轮齿,即是采用与蜗杆形状相同的滚刀(为加工出顶隙,蜗杆滚刀的外圆直径要略大于标准蜗杆外径),并保持蜗杆蜗轮啮合时的中心距与啮合传动关系去加工蜗轮。这样加工出的蜗轮与蜗杆啮合时,可保持线接触,提高其承载能力。

蜗杆与螺旋相似,有右旋和左旋之分,一般都用右旋蜗杆,蜗杆螺旋齿的导程角(螺旋升角) $\gamma = 90^\circ - \beta_1$ (图 7-44)。当蜗杆传动的轴交错角 $\Sigma = 90^\circ$ 时,蜗轮的螺旋角 $\beta_2 = \gamma$ 。蜗杆上只有一条螺旋曲面,即端面上只有一个齿的蜗杆称为单头蜗杆;有两条或多条螺旋曲面者,称为双头或多头蜗杆。蜗杆螺纹的头数即是蜗杆齿数,用 z_1 表示。

根据蜗杆的外形不同,可有圆柱蜗杆传动(图 7-45)和环面(圆弧面)蜗杆传动(图 7-46)等传动类型。圆柱蜗杆的齿顶位于圆柱面上,而环面蜗杆的齿顶位于圆弧回转面上。环面蜗杆传动比圆柱蜗杆传动的承载能力大而且效率高,但其制造和安装精度要求高,成本也高。本节仅讨论圆柱蜗杆。

蜗杆多在车床上粗加工而后经磨制而成。图 7-47 为圆柱蜗杆形成原理图,

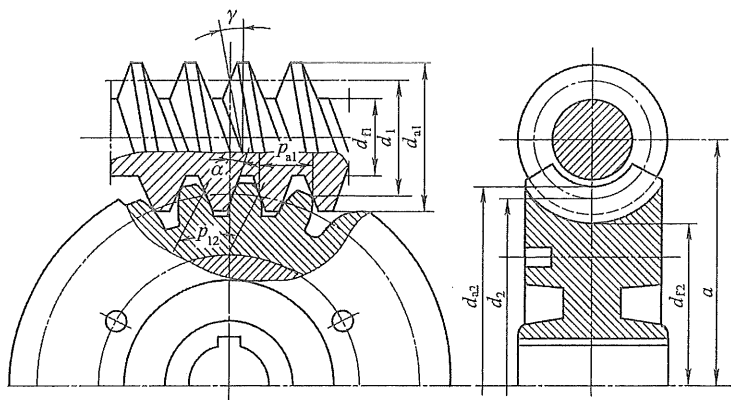


图 7-45

车刀两刀刃夹角 $2\alpha=40^\circ$, 加工时, 随车刀放置的位置和姿态的不同, 可得到三种齿廓形状的蜗杆。

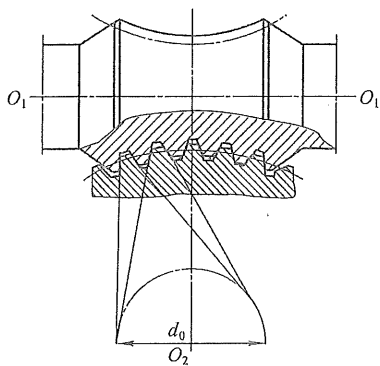


图 7-46

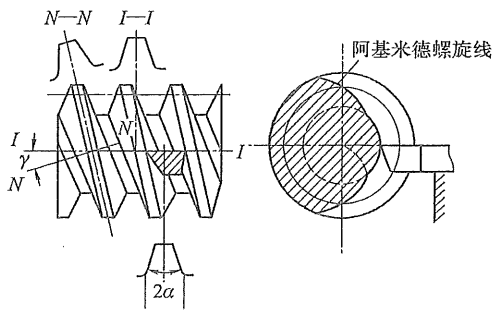


图 7-47

(1) 阿基米德蜗杆

将车刀刃放置于蜗杆轴线的同一平面内, 加工出的蜗杆的轴剖面 $I-I$ 为直线齿廓, 与轴线垂直的端面内的齿形为阿基米德螺旋线 (图 7-47), 故称为阿基米德蜗杆。因它的加工工艺性好, 在生产中应用最为广泛。

(2) 延伸渐开线蜗杆

将车刀刃放在蜗杆齿面的法向位置, 如图 7-48 所示。这样加工出来的蜗杆, 在法向剖面 $n-n$ 内为直线齿廓, 在轴向剖面 $I-I$ 内为曲线齿廓, 端面齿形为延伸渐开线, 因而称为延伸渐开线蜗杆, 或称为法向直廓蜗杆。

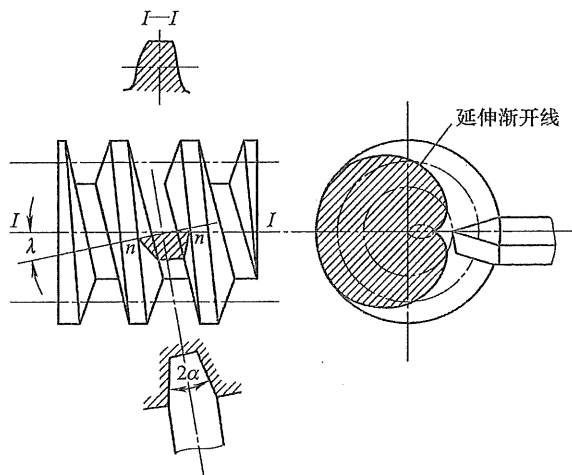


图 7-48

(3) 渐开线蜗杆

将车刀刃与蜗杆的基圆柱相切,如图 7-49 所示。这样加工出来的蜗杆在剖面 II—II 和 III—III 内为直线齿廓,在剖面 I—I 内为曲线齿廓,端面为渐开线齿形,故称为渐开线蜗杆。

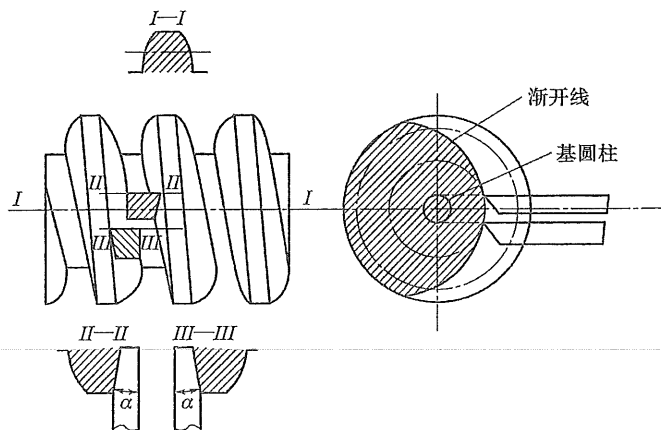


图 7-49

二、蜗杆蜗轮的正确啮合条件

图 7-45 为阿基米德蜗杆与蜗轮的啮合情况,过蜗杆轴线并垂直于蜗轮轴线



的平面称为蜗杆传动的中间平面。在中间平面内,蜗轮与蜗杆的啮合就相当于齿轮与齿条啮合,因此蜗杆蜗轮的正确啮合条件为在中间平面内其模数和压力角应分别相等。即蜗轮的端面模数 m_{t2} 应等于蜗杆的轴面模数 m_{x1} , 蜗轮的端面压力角 α_{t2} 应等于蜗杆的轴面压力角 α_{x1} 。当其轴交错角 $\Sigma=90^\circ$ 时,蜗轮的螺旋角 β_2 还应等于蜗杆的导程角 γ , 即有

$$\begin{aligned}m_{t2} &= m_{x1} = m \\ \alpha_{t2} &= \alpha_{x1} \\ \beta_2 &= \gamma\end{aligned}\quad (7-55)$$

三、蜗杆传动的基本参数

圆柱蜗杆的基本齿廓由 GB/T 10087—2018 做出规定,其基本参数如下。

1. 模数 m 和压力角 α

模数是计算蜗杆的主要参数,蜗杆的轴面模数 m_{x1} 和蜗轮的端面模数 m_{t2} 应相等,均应取标准值,以 m 表示,其值由 GB/T 10088—2018 规定,表 7-9 中列出了部分值。压力角 α 也应取标准值,阿基米德蜗杆取轴向压力角 α_x 为标准值,即 $\alpha_x=20^\circ$,其余两种蜗杆取法向压力角为标准值,即 $\alpha_n=20^\circ$ 。

表 7-9 蜗杆分度圆直径 d_1 与模数 m 的标准值 (摘自 GB/T 10088—2018)

mm												
m	1	1.25	1.6	2	2.5	3.15	4	5	6.3	8	10	12.5
d_1	18	20	20	(18)	(22.4)	(28)	(31.5)	(40)	(50)	(63)	(71)	(90)
		22.4	28	22.4	28	35.5	40	50	63	80	90	112
				(28)	(35.5)	(45)	(50)	(63)	(80)	(100)	(112)	(140)
				35.5	45	56	71	90	112	140	160	200

注:括号中的数字尽可能不采用。

2. 齿顶高系数 h_a^* 和顶隙系数 c^*

一般采用 $h_a^*=1, c^*=0.2$ 。

3. 蜗杆头数 z_1 、蜗轮齿数 z_2 与传动比 i_{12}

蜗杆传动的传动比 i_{12} 应为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (7-56)$$

为获得大传动比 i_{12} , 应采用单头蜗杆, 即 $z_1=1$, 但其传动效率低。为了提高



效率应增加蜗杆的头数,但这又会造成蜗杆加工的困难。一般取 $z_1 = 1, 2, 4, 6$ 。动力传动中,为提高效率,常用多头蜗杆。单头蜗杆传动不仅可以得到大传动比 i_{12} ,而且其传动具有自锁性,常用于起重装置中。

蜗杆头数 z_1 确定后,按传动比 i_{12} 的大小确定蜗轮齿数 $z_2, z_2 = i_{12} z_1$ 。当 $z_1 = 1$ 时,要求蜗轮齿数 $z_2 \geq 17$;当 $z_1 = 2$ 时,要求 $z_2 > 27$;一般动力传动中, $z_2 < 80$ 。

4. 蜗杆直径 d_1 与蜗杆导程角 γ

为保证蜗杆与蜗轮能够很好地啮合,蜗轮多用与蜗杆尺寸、形状相当的滚刀加工。而对于同一模数 m ,蜗杆又可有不同直径 d_1 ,为了减少蜗轮滚刀的数量,在 GB/T 10088—2018 中又规定了 d_1 与 m 的匹配系列值,其值如表 7-9 所示。

设蜗杆的分度圆直径为 d_1 ,螺旋导程为 l ,轴向齿距(螺距)为 p_{x1} ,导程角为 γ ,则有

$$\tan \gamma = \frac{l}{\pi d_1} = \frac{z_1 p_{x1}}{\pi d_1} = \frac{z_1 m}{d_1} \quad (7-57)$$

$$\text{从而有} \quad d_1 = m \frac{z_1}{\tan \gamma} \quad (7-58)$$

从式(7-58)中可以看出,为保证蜗杆分度圆直径 d_1 和模数 m 均为标准系列,蜗杆导程角 γ 不能随便取值,必须按该式计算而得。当 m 一定时,增大 d_1 值,可以提高蜗杆轴的强度和刚度;增大 γ 值,可提高蜗杆传动的效率。对于要求高效率的传动,常采用 $\gamma = 15^\circ \sim 30^\circ$,此时应采用多头蜗杆,即取 $z_1 > 1$ 。

当要求蜗杆传动具有自锁性能时,应取 $\gamma \leq 3^\circ 30'$ 。此时应取 $z_1 = 1$ 。

四、蜗杆传动的几何尺寸计算

蜗杆分度圆直径 d_1 可根据传动要求从表 7-9 中选定,蜗轮分度圆直径 d_2 为

$$d_2 = m z_2 \quad (7-59)$$

蜗杆、蜗轮的齿顶高、齿根高、齿顶圆直径和齿根圆直径等尺寸,可参照圆柱齿轮相应公式计算,必须注意蜗杆传动的 $c^* = 0.2$ 。

利用变位修正蜗杆蜗轮传动,不仅可以满足不同中心距的要求,而且还能提高传动的承载能力。由于蜗杆蜗轮啮合相当于齿条齿轮啮合,而且蜗轮滚刀与标准蜗杆相同,是不变位的,因而只需对蜗轮采取适当的变位即可。蜗杆蜗轮的齿顶圆直径为

$$\left. \begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2h_{a1} = d_1 + 2h_a^* m \\ d_{a2} &= d_2 + 2h_{a2} = m z_2 + 2(h_a^* + x) m \end{aligned} \right\} \quad (7-60)$$



式中, x 为蜗轮的变位系数。

标准蜗杆蜗轮传动的中心距 a 为

$$a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) \quad (7-61)$$

变位蜗杆蜗轮传动中心距 a' 为

$$a' = a + \Delta a = a + xm \quad (7-62)$$

五、蜗杆传动的优缺点

1. 优点

1) 可实现空间交错轴间的很大传动比,其结构比交错轴斜齿轮机构紧凑。一般传动比可达 $i_{12} = 10 \sim 80$, 在一些手动或分度机构中, i_{12} 可大于 300。

2) 蜗杆传动为线接触,传动平稳,噪声小。

3) 当蜗杆导程角 γ 很小时,传动具有自锁性,即只能由蜗杆带动蜗轮,而蜗轮不能带动蜗杆,故它常用于起重或其他需要自锁的场合。

2. 缺点

1) 机械效率较低,一般 $\eta = 0.7 \sim 0.8$, 具有自锁性的蜗杆传动的 $\eta \leq 0.5$ 。不过,对于润滑良好的环面蜗杆蜗轮传动,其机械效率可达 0.9 以上。

2) 沿啮合齿面的螺旋线方向有很大的滑动速度,易引起发热和磨损,常用贵重的耐磨材料(如青铜合金)作蜗轮,而且还要有良好的润滑和散热条件。

3) 蜗杆的导程角小,故其螺旋角大,因而所受轴向力大,故其轴承结构也较复杂。

§ 7-12 锥齿轮传动

一、锥齿轮的应用

锥齿轮传动用来传递两相交轴之间的运动和动力,轴交角 Σ 可根据传动需要来确定,一般多采用 $\Sigma = 90^\circ$ 。锥齿轮的轮齿分布在一个圆锥上,如图 7-50 所示,这是它区别于圆柱齿轮的主要特点。由此,圆柱齿轮里的有关“圆柱”就变成了“圆锥”,如分度圆锥、节圆锥、基圆锥、齿顶圆锥等。

锥齿轮的轮齿有直齿、斜齿和曲线齿(圆弧齿、摆线齿)等多种类型。直齿锥齿轮的设计、制造和安装均较简单,故在一般机械传动中得到了广泛的应用。但是,在汽车拖拉机等高速重载机械中,为提高传动的平稳性和承载能力,减少噪声,多用曲线齿锥齿轮(见 § 7-1 中的表 7-2)。本节只讨论直齿锥齿轮机构。

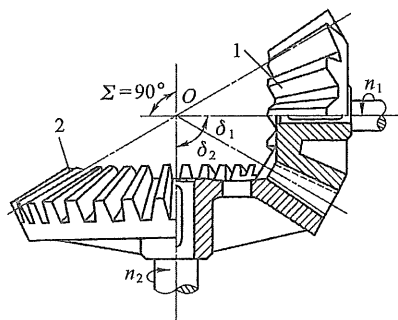


图 7-50

二、直齿锥齿轮的齿形——背锥及当量齿数

一对锥齿轮传动时,其锥顶交于一点 O (图 7-50),锥齿轮的轮齿是自大端向锥顶收缩的,在与锥顶 O 不同距离的截面上的轮齿大小不等,为计算和测量方便,通常研究大端的齿形,并取大端的齿形参数为标准值。

在锥齿轮传动中,两轮绕各自的轴线回转,显然,只有与锥顶 O 等距的对应点才能相互啮合,故锥齿轮的共轭齿廓应分布在以锥顶 O 为球心的球面上。锥齿轮的齿廓曲面理论上应为渐开线锥面,它可以这样形成(图 7-51):平面 1 在基圆锥 2 上作纯滚动时,该平面上过锥顶点 O 的任一直线 OK 的轨迹即为渐开线锥面。该锥面与以点 O 为球心,以锥距 R 为半径的球面的交线为球面渐开线,如图中的曲线 AK ,它应是锥齿轮的大端齿廓曲线。由于球面曲线需要用球面数学计算,这样锥齿轮的设计计算就产生了困难,为此,通常用一种代替球面渐开线的近似的计算方法。

图 7-52 为一锥齿轮的轴剖面,其中 $\triangle OAA$ 代表分度圆锥(通常就是节圆锥), $\triangle Obb$ 代表齿顶圆锥, $\triangle Occ$ 代表齿根圆锥。 r 为分度圆半径,以锥顶 O 为圆心,以 OA (分度圆锥长称为锥距 R)为半径的圆应为球面的投影,若以球面渐开线作锥齿轮的齿廓,则圆弧 bAc 即为齿轮大端与轴剖面的交线,该球面曲线是不能展开成平面的。

过轮齿大端上点 A 作球面的切线 O_1A ,与齿轮的轴线交于点 O_1 。设想以 OO_1 为轴线,以 O_1A 作母线形成的回转面也为圆锥面,它与锥齿轮大端切于点 A ,称为锥齿轮的背锥。 $\triangle O_1AA$ 即为背锥在锥齿轮轴剖面上的投影。由于背锥母线 O_1A 与锥齿轮的分度圆锥母线相互垂直,将球面渐开线投射到背锥上得到的点 b' 和点 c' 分别与球面渐开线上的点 b 和点 c 非常接近,故可用背锥上的齿



形近似地作为锥齿轮的大端齿形。背锥可展开成平面而得到一扇形齿轮,并近似地认为展开后的齿形曲线是平面渐开线,该扇形齿轮的分度圆半径 r_v 为背锥距 O_1A ,其模数 m 、压力角 α 和齿顶高系数 h_a^* 等分别与锥齿轮大端参数相同。故可用圆柱齿轮的方法求得该扇形齿轮的齿形,用它近似地作为锥齿轮的大端齿形。

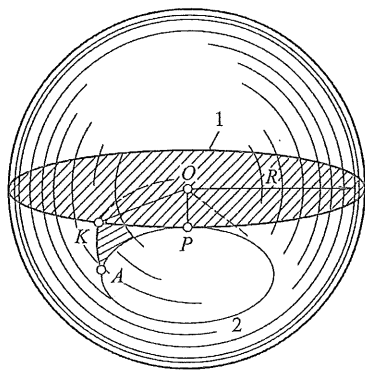


图 7-51

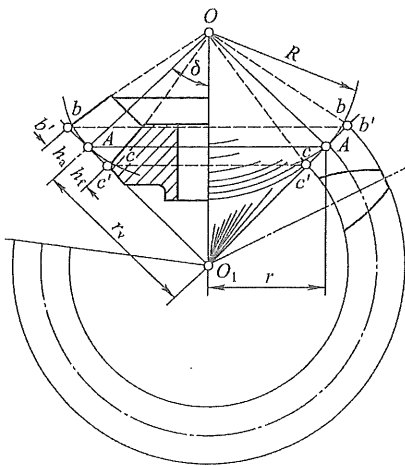


图 7-52

将扇形齿轮补足成完整的圆柱齿轮,其齿数将从 z 增至 z_v ,该虚拟的圆柱齿轮称为锥齿轮的当量齿轮,其齿数 z_v 称为锥齿轮的当量齿数。

在图 7-52 中,锥齿轮的齿数为 z ,大端模数为 m ,分度圆锥角为 δ ,则当量齿轮的分度圆半径 r_v 为

$$r_v = r / \cos \delta = mz / 2 \cos \delta$$

而

$$r_v = mz_v / 2$$

故得

$$z_v = \frac{z}{\cos \delta} \quad (7-63)$$

因 $\cos \delta$ 总小于 1,故 z_v 总大于 z ,而且一般不是整数。

三、直齿锥齿轮的基本参数及啮合特点

1. 直齿锥齿轮的基本参数

锥齿轮的轮齿自大端到小端逐渐收缩,由于大端尺寸最大,测量方便,数值的相对误差最小,因此规定锥齿轮的各项参数和尺寸均以大端为准。大端分度圆上的模数 m 按表 7-10 的锥齿轮标准模数系列选取,在国家标准 GB 12368—



1990 中规定了锥齿轮大端分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ$, 齿顶高系数 $h_a^* = 1$, 顶隙系数 $c^* = 0.2$ 。

表 7-10 锥齿轮标准模数系列 (摘自 GB 12368—1990)

...	1	1.125	1.25	1.375	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75
3	3.25	3.5	3.75	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7
8	9	10	...							

2. 直齿锥齿轮的啮合传动

锥齿轮的当量齿轮不仅可用来描述其轮齿的齿形, 还能近似地用来研究锥齿轮的啮合传动, 据此可得如下结论:

- 1) 一对锥齿轮的正确啮合条件为两轮的 (大端) 模数和压力角分别相等。
- 2) 一对直齿锥齿轮的重合度可按其当量齿轮的重合度计算, 即

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} [z_{v1} (\tan \alpha_{va1} - \tan \alpha'_v) + z_{v2} (\tan \alpha_{va2} - \tan \alpha'_v)] \quad (7-64)$$

式中: α_{va1} 、 α_{va2} 分别为当量齿轮 z_{v1} 和 z_{v2} 的齿顶压力角; α'_v 为该对当量齿轮的啮合角。

3) 直齿锥齿轮不发生根切的最少齿数 $z_{\min}$ 与其当量齿轮的最少齿数 $z_{v\min}$ 的关系为

$$z_{\min} = z_{v\min} \cos \delta \quad (7-65)$$

$z_{v\min}$ 为圆柱齿轮不根切的最少齿数 (当 $h_a^* = 1$, $\alpha = 20^\circ$ 时, $z_{v\min} = 17$), 故锥齿轮不根切的最少齿数小于 $z_{v\min}$ 。

四、直齿锥齿轮几何尺寸计算

图 7-53 为轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ 的一对直齿锥齿轮轴剖面图, 轴交角等于两分度圆锥角之和, 即 $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$ 。

锥齿轮的分度圆、齿顶圆、齿根圆等是指圆锥底部的相应圆, 而其齿顶高和齿根高又应在其背锥母线上量取。一对锥齿轮的传动比 i_{12} 为

$$\begin{aligned} i_{12} &= \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1 = r_2 / r_1 = d_2 / d_1 \\ &= \sin \delta_2 / \sin \delta_1 \end{aligned} \quad (7-66)$$

当 $\Sigma = 90^\circ$ 时, 有

$$i_{12} = \cot \delta_1 = \tan \delta_2 \quad (7-66')$$

根据锥齿轮的啮合特点, 参考图 7-53 可得出直齿锥齿轮的几何尺寸, 其计算公式列于表 7-11 中。

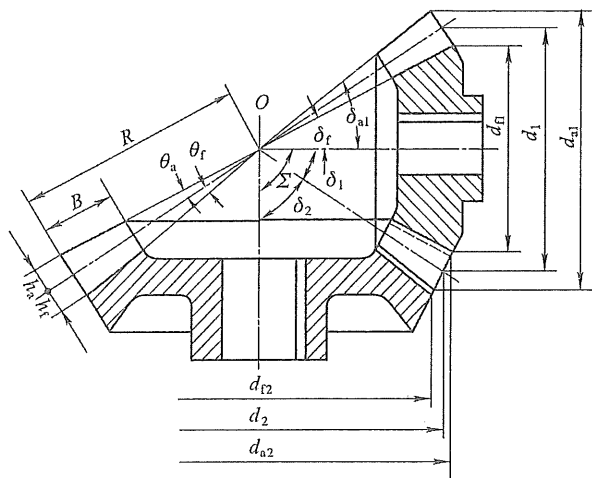


图 7-53

为提高承载能力,锥齿轮也可以变位,通常采用高度变位齿轮。

 表 7-11 标准直齿锥齿轮传动几何尺寸计算公式表 ($\Sigma=90^\circ$)

序号	名称	代号	计算公式
1	分度圆锥角	δ	$\delta_1 = \arccot \frac{z_2}{z_1}, \delta_2 = 90^\circ - \delta_1$
2	分度圆直径	d	$d_1 = mz_1, d_2 = mz_2$
3	锥距	R	$R = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \frac{1}{2} m \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$
4	齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m$
5	齿根高	h_f	$h_f = (h_a^* + c^*) m$
6	齿顶圆直径	d_a	$d_{a1} = d_1 + 2h_a \cos \delta_1, d_{a2} = d_2 + 2h_a \cos \delta_2$
7	齿根圆直径	d_f	$d_{f1} = d_1 - 2h_f \cos \delta_1, d_{f2} = d_2 - 2h_f \cos \delta_2$
8	齿顶角	θ_a	正常收缩齿: $\theta_{a1} = \theta_{a2} = \arctan(h_a/R)$ 等顶隙收缩齿: $\theta_{a1} = \theta_{f2}, \theta_{a2} = \theta_{f1}$
9	齿根角	θ_f	$\theta_{f1} = \theta_{f2} = \arctan(h_f/R)$
10	齿顶圆锥角	δ_a	正常收缩齿: $\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1}, \delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2}$ 等顶隙收缩齿: $\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{f2}, \delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{f1}$



续表

序号	名称	代号	计算公式
11	齿根圆锥角	δ_f	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1}, \delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2}$
12	当量齿数	z_v	$z_v = z / \cos \delta$
13	分度圆齿厚	s	$s = \pi m / 2$
14	齿宽	B	$B \leq R / 3$



习题

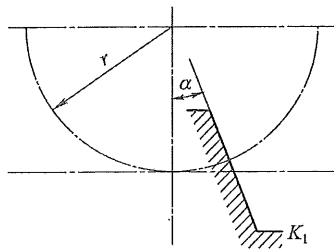
7-1 图示为齿条与齿轮啮合,若已知齿条齿廓 K_1 为直线,而且其齿形角 $\alpha = 20^\circ$,试用作图法或解析法求出与其共轭的齿轮齿廓 K_2 (设齿轮节圆半径 $r = 100 \text{ mm}$,齿条全齿高为 20 mm)。

7-2 图示渐开线齿廓中,基圆半径 $r_b = 100 \text{ mm}$,试求:

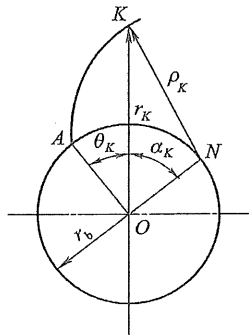
1) 当 $r_K = 135 \text{ mm}$ 时,渐开线的展角 θ_K 、渐开线压力角 α_K 和渐开线在 K 点的曲率半径 ρ_K 。

2) 当 $\theta_K = 20^\circ, 25^\circ$ 和 30° 时,渐开线的压力角 α_K 和向径 r_K 。

7-3 今测得一渐开线直齿标准圆柱齿轮齿顶圆直径 $d_a = 110 \text{ mm}$,齿根圆直径 $d_f = 87.5 \text{ mm}$,齿数 $z = 20$,试确定该齿轮的模数 m 、齿顶高系数 h_a^* 和顶隙系数 c^* 。



题图 7-1



题图 7-2

7-4 已知一对外啮合渐开线直齿圆柱齿轮,齿数 $z_1 = 20, z_2 = 41$,模数 $m = 2 \text{ mm}$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25, \alpha = 20^\circ$,求:

1) 当该对齿轮为标准齿轮时,试计算齿轮的分度圆直径 d_1, d_2 ,基圆直径 d_{b1}, d_{b2} ,齿顶圆直径 d_{a1}, d_{a2} ,齿根圆直径 d_{f1}, d_{f2} ,分度圆上齿距 p 、齿厚 s 和齿槽宽 e 。

2) 当该对齿轮为标准齿轮且为正确安装时的中心距 a ,求出齿轮 1 的齿顶压力角 α_{a1} ,齿顶处齿廓的曲率半径 ρ_{a1} 。

7-5 渐开线标准齿轮的基圆和齿根圆重合时的齿数为多少(考虑正常齿和短齿两种情况)? 齿数为多少时基圆大于齿根圆?

7-6 已知一对外啮合渐开线标准直齿圆柱齿轮,其传动比 $i_{12} = 2.4$,模数 $m = 5 \text{ mm}$,压力角 $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$,中心距 $a = 170 \text{ mm}$ 。试求该对齿轮的齿数 z_1, z_2 ,分度圆直径 d_1, d_2 ,齿顶圆直径 d_{a1}, d_{a2} ,基圆直径 d_{b1}, d_{b2} 。

7-7 试指出题 7-6 的一对齿轮中,哪一个齿轮的基圆齿厚 s_b 大一些? 计算出该对齿轮的公法线长度和相应的跨齿数。

7-8 设计一对外啮合的标准直齿圆柱齿轮传动。要求传动比 $i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{8}{5}$,安装中心距 $a' = 78 \text{ mm}$ 。若根据强度的需要,取模数 $m = 3 \text{ mm}$ 。采取标准齿形,齿顶高系数 $h_a^* = 1$,试确定这对齿轮的齿数 z_1, z_2 ,并计算出这对齿轮的各部分尺寸; $d, d_b, h_a, h_f, h, d_a, d_f, p, s, e$ 。

7-9 加工齿数 $z = 12$ 的正常齿制齿轮时,为了不产生根切,其最小变位系数为多少? 若选取的变位系数小于或大于此值,会对齿轮的分度圆齿厚和齿顶厚度产生什么影响?

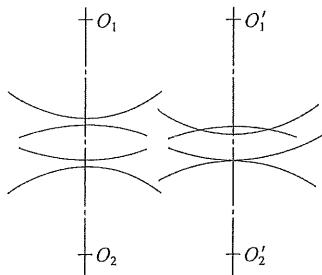
7-10 图中给出了两对齿轮的齿顶圆和基圆,试分别在此二图上画出齿轮的啮合线,并标出:极限啮合点 N_1, N_2 ,实际啮合的开始点和终止点 B_2, B_1 ,啮合角 α' ,节圆和节点 C ,并标出两个齿轮的转向(齿轮 1 为主动齿轮)。

7-11 设有一对外啮合直齿圆柱齿轮, $z_1 = 20, z_2 = 31$,模数 $m = 5 \text{ mm}$,压力角 $\alpha = 20^\circ$,齿顶高系数 $h_a^* = 1$ 。试计算出其标准中心距 a 。当实际中心距 $a' = 130 \text{ mm}$ 时,其啮合角 α' 为多少? 当取啮合角 $\alpha' = 25^\circ$ 时,试计算出该对齿轮的实际中心距 a' 。

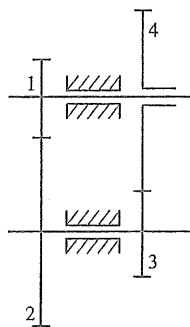
7-12 对题 7-11 中的一对齿轮,当给定中心距 $a' = 130 \text{ mm}$ 和给定啮合角 $\alpha' = 25^\circ$ 的两种情况下,试选择合适的变位系数 x_1, x_2 以满足这两种传动要求。

7-13 一对外啮合齿轮 $m = 4 \text{ mm}, z_1 = 25, z_2 = 50$,基圆直径分别为 $d_{b1} = 93.96 \text{ mm}, d_{b2} = 187.92 \text{ mm}$,如果齿轮安装中心距 $a' = 150 \text{ mm}$,啮合角 α' 为多大? 节圆直径 d'_1 和 d'_2 为多大? 若 $a' = 154 \text{ mm}$,则 α', d'_1, d'_2 又分别为多大?

7-14 在图示的回归轮系中,已知 $z_1 = 15, z_2 = 53, m_{12} = 2 \text{ mm}; z_3 = 21, z_4 = 32, m_{34} = 2.5 \text{ mm}$,各齿轮的压力角均为 20° 。试问:这两对齿轮能否均用标准齿轮传动? 若用变位齿轮传动,可能有几种传动方案? 用哪一种方案比较好?



题图 7-10



题图 7-14



7-15 已知一对正常齿制外啮合圆柱齿轮传动, $z_1 = 19, z_2 = 100, m = 2 \text{ mm}$, 为了提高传动性能而采用变位齿轮时, 若取 $x_1 = 1.0, x_2 = -1.6$, 该二齿轮的齿顶圆直径、齿根圆直径和分度圆直径各为多少? 试画图看看这三者之间的关系。

7-16 已知一对外啮合变位圆柱齿轮, $z_1 = 15, z_2 = 42$, 若取 $x_1 = +1.0, x_2 = -1.0, m = 2 \text{ mm}, h_a^* = 1, c^* = 0.25, \alpha = 20^\circ$, 试计算该对齿轮传动的中心距 a' , 啮合角 α' , 齿顶圆直径 d_{a1}, d_{a2} , 齿顶厚 s_{a1}, s_{a2} , 并判断该对齿轮能否正常啮合传动, 为什么?

7-17 已知一正常齿的标准外啮合齿轮传动, 参数为 $\alpha = 20^\circ, m = 5 \text{ mm}, z_1 = 19, z_2 = 42$ 。

1) 试求重合度 ε , 并绘出单齿及双齿的啮合区。

2) 将中心距 a 增大, 直到刚好连续传动, 求啮合角 α' 、两轮的节圆直径、两分度圆间的距离、顶隙和侧隙。

7-18 设有一对平行轴外啮合圆柱齿轮传动, $z_1 = 18, z_2 = 35, m = 2 \text{ mm}$, 中心距 $a = 54 \text{ mm}$ 。若不用变位直齿圆柱齿轮而用斜齿圆柱齿轮来配凑此中心距, 其螺旋角 β 应为多少?

7-19 设一对斜齿圆柱齿轮, $z_1 = 20, z_2 = 41, m = 4 \text{ mm}, \alpha = 20^\circ$ 。若取其螺旋角 $\beta = 15^\circ$, 在求得中心距 a 进行圆整后再最后确定螺旋角 β 值, 试:

1) 求该对斜齿轮分度圆及齿顶圆直径。

2) 若齿宽 $B = 30 \text{ mm}$, 试计算其端面重合度 ε_α 、轴向重合度 ε_β 和总重合度 ε_γ 。

3) 求当量齿数 z_{v1}, z_{v2} , 并决定加工时的铣刀号数。

7-20 图所示的机构中, 已知各齿轮直齿圆柱齿轮模数均为 $2 \text{ mm}, z_1 = 15, z_2 = 32, z'_2 = 20, z_3 = 30$, 要求齿轮 1、3 同轴线。试问:

1) 齿轮 1、2 和齿轮 2'、3 应选择什么传动类型最好? 为什么?

2) 若齿轮 1、2 改为斜齿轮传动来凑中心距, 当齿数不变, 模数不变时, 斜齿轮的螺旋角为多少?

3) 当用展成法(如滚刀)来加工齿数 $z_1 = 15$ 的斜齿轮 1 时, 是否会产生根切?

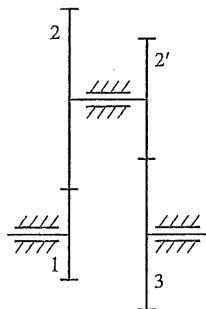
4) 这两个齿轮的当量齿数是多少?

7-21 一对交错轴斜齿轮传动, 已知轴交错角 $\Sigma = 90^\circ, \beta_1 = 30^\circ, i_{12} = 2, z_1 = 35$, 法向齿距 $p_n = 12.56 \text{ mm}$ 。试求其中心距 a 。

7-22 已知一蜗杆传动的参数为蜗杆头数 $z_1 = 1$, 传动比 $i_{12} = 40$, 蜗轮直径 $d_2 = 200 \text{ mm}$, 蜗杆的导程角 $\gamma = 5.71^\circ$ 。试确定模数 m 及传动中心距 a 。

7-23 已知一蜗杆传动, 测得如下数据: 蜗杆头数 $z_1 = 2$, 蜗轮齿数 $z_2 = 40$, 蜗杆轴向齿距 $p_x = 15.71 \text{ mm}$, 蜗杆顶圆直径 $d_{a1} = 60 \text{ mm}$ 。试求出模数 m 、蜗轮螺旋角 β_2 、蜗轮分度圆直径 d_2 及中心距 a 。

7-24 已知一对直齿锥齿轮的基本参数为 $z_1 = 15, z_2 = 30, m = 10 \text{ mm}, h_a^* = 1, c^* = 0.2, \Sigma = 90^\circ$ 。试计算该对锥齿轮的基本尺寸, 并判断小齿轮 z_1 是否会产生根切。



题图 7-20

第八章 轮系及其设计

§8-1 轮系的类型

第七章研究的一对齿轮传动是齿轮传动机构的最简单形式。在实际机械中,为了解决原动机速度的单一性与工作机速度的多样性之间的矛盾,往往需要由多对齿轮构成齿轮传动系统,例如日常生活中所用的机械手表、工业生产中所用的各种变速器、航空发动机上所用的传动装置等。由一系列齿轮所构成的齿轮传动系统称为轮系。

轮系可以由各种类型的齿轮——圆柱齿轮、锥齿轮、蜗轮蜗杆等组成,但根据轮系运转中各齿轮轴线的空间位置是否固定,可以将轮系分为定轴轮系和周转轮系两种基本类型。

1. 定轴轮系

轮系运转时,如果各齿轮轴线的位置都固定不动,则称为定轴轮系(或称为普通轮系)。如图 8-1 所示的减速器,各个齿轮在运转时其几何轴线相对于箱体的位置都是固定不变的,所以称为定轴轮系。

2. 周转轮系

轮系运转时,至少有一个齿轮轴线的位置不固定,而是绕某一固定轴线回转,则称该轮系为周转轮系。

如图 8-2a 所示轮系,齿轮 2 装在构件 H 上,一方面绕轴线 O_1O_2 自转,同时又随着构件 H 的转动绕固定轴线 OO 作公转。整个轮系的运动犹如行星绕太阳的运行,故称为行星轮系;由于齿轮 2 既有自转又有公转,如同行星运动一样,故称它为行星轮;用以支撑行星轮并使其得到公转的构件称为系杆或行星架;与行星轮相啮合且其轴线不动的齿轮 1 和 3 称为中心轮或太阳轮。中心轮 1 和 3 和系杆 H 的轴线相互重合,这一共同轴线称为周转轮系的主轴线,如轴线 OO 。凡是轴线与主轴线重合且承受外力矩的构件称为周转轮系的基本构件,即在空间具有固定旋转轴线的受力构件,也可能是固定构件,如图 8-2b 中构件 3。

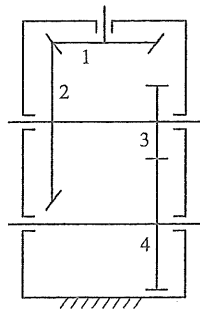


图 8-1

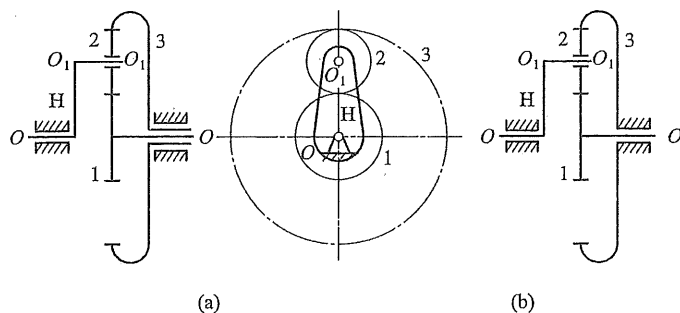


图 8-2

按照自由度数目的不同,又可将周转轮系分为以下两类。

(1) 差动轮系

图 8-2a 所示的轮系,其中心轮 1 和 3 都是转动的活动构件,则该机构的自由度为 2,这表明需要有两个独立运动的主动件,机构的运动才能完全确定。这种两个中心轮都不固定、自由度为 2 的周转轮系称为差动轮系。

(2) 行星轮系

图 8-2b 所示,中心轮 3 被固定,则该机构的自由度为 1,这表明只需要有一个独立运动的主动件,机构的运动就能完全确定。这种有一个中心轮固定、自由度为 1 的周转轮系称为行星轮系。

周转轮系分类有很多,其中库氏分类法也是较为常用的分类方法,其根据基本构件的不同来分类。在库氏分类方法中,周转轮系中基本构件代号为:K 为中心轮, H 为系杆, V 为输出轴。根据基本构件代号来命名,图 8-2 所示的周转轮系可称为 2K-H 型周转轮系;图 8-3 所示的周转轮系称为 3K 型周转轮系,因其系杆 H 仅起支承行星轮 2-2' 的作用,不传递外力矩,因此不是基本构件;如果把 8-2b 图中的中心轮 1 去掉,将行星轮 2 的直径增大,并使得内齿圈 3 与行星轮 2 的齿数差变得很小,然后将行星轮 2 的运动通过机构传到输出轴 V,如图 8-4 所示,则可构成一个系杆 H 主动和行星轮 2 从动的少齿差周转齿轮传动,基本构件是一个中心轮 K、系杆 H 和输出轴 V,其类型代号为 K-H-V 型。

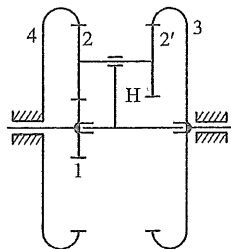


图 8-3

在实际机构中,许多轮系不单纯是由定轴轮系或周转轮系组成的,而经常是由定轴轮系和周转轮系或者由两个以上的周转轮系组成,这样的轮系称为复合轮



系。如图 8-5 所示的轮系,是由定轴轮系 1-2-2'-3 和行星轮系 5-4-4'-6-H 构成的复合轮系。

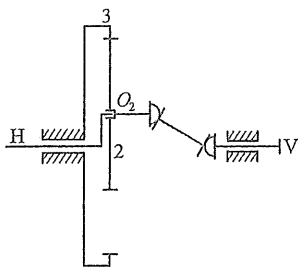


图 8-4

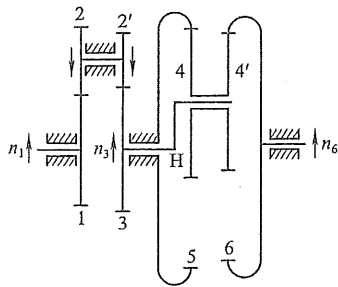


图 8-5

§8-2 轮系的传动比计算

轮系传动比,是指轮系运动时其输入轴与输出轴的角速度或转速之比。它包括计算传动比的大小和确定输入轴与输出轴两者转向关系两方面内容。

一、定轴轮系的传动比

图 8-6 所示为一定轴轮系,齿轮 1 和 2、3'和 4、4'和 5 为外啮合,2 和 3 为内啮合。设齿轮 1 的轴为输入轴,齿轮 5 的轴为输出轴,则输入轴与输出轴之间的传动比为

$$i_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{n_1}{n_5}$$

由第七章可知,相互啮合的一对齿轮的传动比的大小与齿数成反比。因此,可以写出此轮系中各对啮合齿轮的传动比的大小为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2}$$

$$i_{3'4} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_{3'}}$$

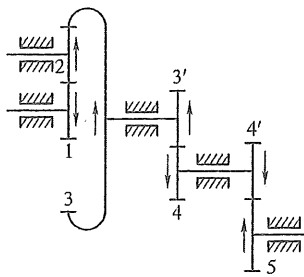


图 8-6



$$i_{4'5} = \frac{\omega_{4'}}{\omega_5} = \frac{z_5}{z_{4'}}$$

将以上各式连乘并考虑到 $\omega_3 = \omega_{3'}$ 、 $\omega_4 = \omega_{4'}$, 得

$$i_{12} i_{23} i_{3'4} i_{4'5} = \frac{\omega_1 \omega_2 \omega_{3'} \omega_{4'}}{\omega_2 \omega_3 \omega_4 \omega_5} = \frac{\omega_1}{\omega_5}$$

即

$$i_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = i_{12} i_{23} i_{3'4} i_{4'5} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2 z_3' z_4'}$$

上式说明, 定轴轮系的传动比为组成该轮系的各对啮合齿轮传动比的连乘积, 也可以表示成各对啮合齿轮中所有从动轮齿数的连乘积与所有主动轮齿数的连乘积之比。

设 A 表示输入轴, B 表示输出轴, 则一般定轴轮系的传动比计算公式为

$$i_{AB} = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\text{从 A 到 B 所有从动轮齿数的连乘积}}{\text{从 A 到 B 所有主动轮齿数的连乘积}} \quad (8-1)$$

如果定轴轮系中各对啮合齿轮均为圆柱齿轮传动, 即各轮的轴线都相互平行, 则称该类轮系为平面定轴轮系。如果定轴轮系中含有圆锥齿轮、蜗杆蜗轮等空间齿轮传动, 即各轮的轴线不相互平行, 则称该类轮系为空间定轴轮系。

平面定轴轮系和空间定轴轮系的传动比的大小均可用式(8-1)计算, 但转向的确定有不同的方法。

平面定轴轮系中的转向关系可用“+”“-”号来表示, “+”号表示转向相同, “-”号表示转向相反。一对外啮合圆柱齿轮传动两轮的转向相反, 其传动比前应加注“-”号; 一对内啮合圆柱齿轮传动两轮的转向相同, 其传动比前应加注“+”号。设轮系中有 m 对外啮合齿轮, 则在式(8-1)右侧的分式前应加注 $(-1)^m$ 。若传动比的计算结果为正, 则表示输入轴与输出轴的转向相同; 若为负, 则表示转向相反。

空间定轴轮系含有轴线不平行的齿轮传动, 其传动比前的“+”“-”号没有实际意义。因而, 空间定轴轮系输入轴与输出轴之间的转向关系不能用上述方法来确定, 而必须在机构简图上用画箭头的方法来表示, 如图 8-7 所示。

对于锥齿轮传动, 表示方向的箭头应该同时指向啮合点即箭头对箭头, 或同时背离啮合点即箭尾对箭尾, 如图 8-7 和图 8-8 所示。

对于蜗杆蜗轮传动, 可用左、右手规则进行判断。如果是右旋蜗杆, 用左手规则判断, 即以左手握住蜗杆, 四指指向蜗杆的转向, 则拇指的指向为啮合点处蜗轮的线速度方向, 如图 8-9 所示。如果是左旋蜗杆, 则用右手规则来判断。

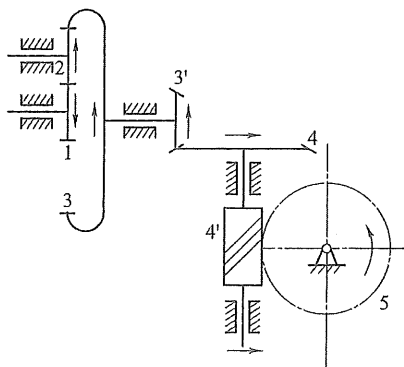


图 8-7

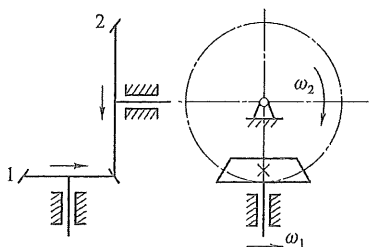


图 8-8

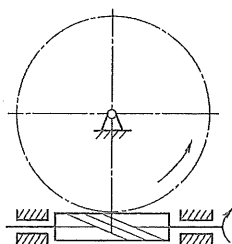


图 8-9

用箭头表示轮系转向的方法同样适用于平面定轴轮系,如图 8-6 所示。

在定轴轮系中,除首、末两轴外,如果某一轴上只有一个齿轮,如图 8-6 中的齿轮 2,在计算传动比时,它既作过主动齿轮,又作过被动齿轮,则该齿轮的齿数在传动比的计算公式中可以被约去。也就是说它对轮系传动比的大小不起作用,但是增加了一对外啮合,因而改变了输出轴的转向。轮系中这种只改变输出轴转向、不改变传动比大小的齿轮称为惰轮。

首、末轮转向关系按以下几种方式确定:

1) 轮系中各轮几何轴线均互相平行时,计算 $(-1)^m$ (m 为轮系中外啮合的次数)。当 m 为奇数时, $(-1)^m$ 为负数,表示首、末两轮方向相反;否则相同。

2) 轮系中所有齿轮的几何轴线不都平行,但首、末两轮的轴线互相平行时,用标注箭头法确定。在图上用箭头依传动顺序逐一标出各轮转向,若首、末两轮方向相反,则在传动比计算结果(式 8-1)前加上“-”号。

3) 轮系中首、末两轮几何轴线不平行时,用公式计算出的传动比只是绝对值大小,其转向由在运动简图上依次标箭头的方法来确定。



例 8-1 在图 8-10 所示的钟表传动中, E 为擒纵轮, N 为发条, S、M 及 H 分别为秒针、分针和时针。设 $z_1 = 72, z_2 = 12, z_3 = 64, z_4 = 8, z_5 = 60, z_6 = 8, z_7 = 60, z_8 = 6, z_9 = 8, z_{10} = 24, z_{11} = 6, z_{12} = 24$ 。求秒针与分针的传动比 i_{SM} 及分针与时针的传动比 i_{MH} 。

解: 如图所示, 由发条盘 N 驱动齿轮 1 转动时, 通过齿轮 1 与齿轮 2 的啮合使分针 M 转动; 同时由齿轮 1-2-3-4-5-6 组成的轮系可使秒针 S 获得一种转速; 由齿轮 1-2-9-10-11-12 组成的轮系, 又可使时针 H 获得另一种转速。

秒针 S 到分针 M 之间含有齿轮 6 和 5、4 和 3 两对外啮合, 分针 M 到时针 H 之间含有齿轮 9 和 10、11 和 12 两对外啮合, 根据已知的齿数条件可分别求出 i_{SM} 及 i_{MH} :

$$i_{SM} = (-1)^2 \frac{z_5 z_3}{z_6 z_4} = \frac{60 \times 64}{8 \times 8} = 60$$

$$i_{MH} = (-1)^2 \frac{z_{10} z_{12}}{z_9 z_{11}} = \frac{24 \times 24}{8 \times 6} = 12$$

传动比为正说明转向相同。

二、周转轮系的传动比

在周转轮系中, 由于行星轮的轴线不是固定的, 所以不能直接引用一对齿轮传动比计算公式来计算含有行星轮的齿轮传动比, 因而也就不能直接利用求解定轴轮系传动比的方法来计算周转轮系的传动比。

求解周转轮系传动比最常用的方法是转化机构法, 其基本思想是设法把周转轮系转化成定轴轮系, 然后间接地利用定轴轮系的传动比公式来求解周转轮系的传动比。下面以图 8-11 所示的周转轮系为例, 说明转化机构法的基本思想和计算方法。

在图 8-11a 所示的周转轮系中, 设 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 及 ω_H 分别表示齿轮 1、2、3 及系杆 H 在周转轮系中的角速度, 若给整个周转轮系加上一个与系杆 H 的角速度大小相等、方向相反的公共角速度 $-\omega_H$ 后, 系杆 H 的角速度变为零, 即系杆 H 将变为静止不动, 如图 8-11b 所示。根据相对运动原理, 这样并不影响轮系中各构件之间的相对运动关系。此时, 整个周转轮系便转化为一个假想的定轴轮系, 称此假想的定轴轮系为原来周转轮系的转化机构。

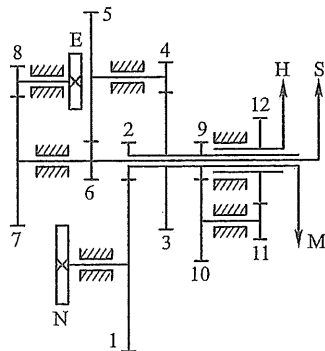


图 8-10

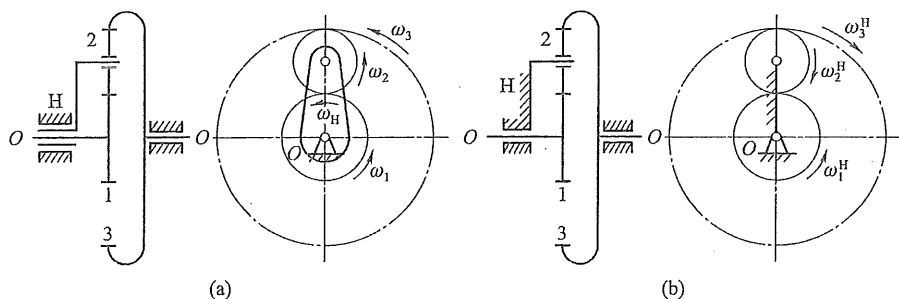


图 8-11

表 8-1 列出了转化前后各构件的角速度。表中所列转化机构中各构件的角速度 ω_1^H 、 ω_2^H 和 ω_3^H 的右上角都标注有角标 H, 表示这些构件相对系杆 H 的角速度。

表 8-1 转化前后各构件的角速度

构件名称	原周转轮系中各构件的角速度	转化机构中各构件的角速度
系杆 H	ω_H	$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H = 0$
中心轮 1	ω_1	$\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$
行星轮 2	ω_2	$\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H$
中心轮 3	ω_3	$\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$

既然周转轮系的转化机构为一定轴轮系, 因此转化机构中输入轴和输出轴的传动比就可利用定轴轮系传动比的计算方法求出, 转向也用定轴轮系的判断方法来确定。图 8-11b 所示转化机构中齿轮 1 对齿轮 3 的传动比为

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = (-1)^1 \frac{z_3}{z_1} = -\frac{z_3}{z_1}$$

等式右边的“-”号表示在转化机构中齿轮 1 和齿轮 3 的转向相反。

同理, 可将以上分析方法推广到一般情况。设周转轮系的两个中心轮分别为齿轮 A、K, 则转化机构中齿轮 A 与 K 之间的传动比为

$$i_{AK}^H = \frac{\omega_A^H}{\omega_K^H} = \frac{\omega_A - \omega_H}{\omega_K - \omega_H} = \pm \frac{\text{从 A 到 K 所有从动轮齿数的连乘积}}{\text{从 A 到 K 所有主动轮齿数的连乘积}} \quad (8-2)$$



对于差动轮系,给定三个基本构件的角速度 ω_A 、 ω_K 、 ω_H 中的任意两个,便可由式(8-2)求出第三个,从而可求出三个基本构件中任意两个构件之间的传动比。

对于行星轮系,在两个中心轮中必有一个是固定的。例如中心轮 K 固定,则其角速度 $\omega_K=0$,给定另外两个基本构件的角速度 ω_A 、 ω_H 中的任意一个,便可由式(8-2)求出另一个。也可以直接由式(8-2)求出两者之间的传动比 i_{AH} 。

将 $\omega_K=0$ 代入式(8-2):

$$i_{AK}^H = \frac{\omega_A - \omega_H}{\omega_K - \omega_H} = \frac{\omega_A - \omega_H}{0 - \omega_H} = 1 - \frac{\omega_A}{\omega_H} = 1 - i_{AH}$$

故

$$i_{AH} = 1 - i_{AK}^H \quad (8-3)$$

式(8-3)表明,在中心轮 K 固定的行星轮系中,活动中心轮 A 对系杆 H 的传动比,等于 1 减去转化机构中的中心轮 A 对中心轮 K 的传动比。

应用式(8-2)时应注意:

- (1) 该式只适用于齿轮 A、K 与系杆 H 的回转轴线重合或平行时的情况。
- (2) 等号右侧“ $\pm$ ”号的判断方法同定轴轮系。
- (3) 将各个角速度的数值代入时,必须带有“ $\pm$ ”号。可先假定某一已知构件的转向为正号,则另一构件的转向与其相同时取正号,与其相反时取负号。

例 8-2 图 8-12 所示的 2K-H 型行星轮系中,已知 $z_1=100$, $z_2=101$, $z_2'=100$, $z_3=99$, 试求输入系杆 H 对输出齿轮 1 的传动比 i_{H1} 。

解: 齿轮 1、双联齿轮 2-2'、齿轮 3 和系杆 H 组成行星轮系,由式(8-3)有

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H$$

$$i_{13}^H = (-1)^2 \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = \frac{101 \times 99}{100 \times 100} = \frac{9\,999}{10\,000}$$

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - \frac{9\,999}{10\,000} = \frac{1}{10\,000}$$

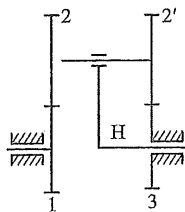


图 8-12

所以

$$i_{H1} = \frac{1}{i_{1H}} = 10\,000$$

这种转化机构传动比 i_{13}^H 为正值的行星轮系称为正号机构。该轮系中各轮齿数相差不多,却可以获得很大的传动比,但是效率很低。反行程,即齿轮 1 为主动时,可能发生自锁。

例 8-3 图 8-13 所示为汽车后轮传动的差动轮系(常称为差速器)。发动

机通过传动轴驱动锥齿轮 5, 齿轮 4 与齿轮 5 啮合, 其上固连着系杆 H 并带动行星轮 2 转动。中心轮 1 和 3 的齿数相等, 即 $z_1 = z_3$, 并分别和汽车的左、右两个后轮相连。齿轮 1、2、3 及系杆 H 组成一个差动轮系。试分析该差速器的工作原理。

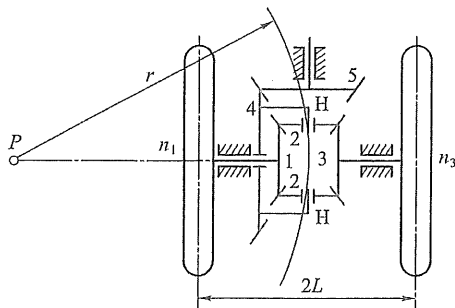


图 8-13

解: 这个差动轮系转化机构的传动比 i_{13}^H 为

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1} = -1$$

上式右端的“-”号表明该轮系转化机构中的锥齿轮 1 和 3 的转向相反, 它是通过对两对锥齿轮 z_1, z_2 和 z_2, z_3 画箭头的办法来确定的。

考虑到 $z_1 = z_3$, 由上式可得

$$2n_H = n_1 + n_3 \quad (\text{a})$$

由于它是自由度为 2 的差动轮系, 因此只有锥齿轮 5 为主动时, 锥齿轮 1 和 3 的转速是不能确定的, 但 $(n_1 + n_3)$ 却总是系杆转速的 2 倍。

当汽车直线行驶时, 可认为两个后轮与地面没有滑动, 故所滚过的距离相同, 其转速也相等, 所以有 $n_1 = n_3$, 即 $n_1 = n_3 = n_H = n_4$, 行星轮 2 没有自转运动。此时, 整个周转轮系形成一个同速转动的刚体一起随齿轮 4 转动。

当汽车左转弯时, 由于右车轮比左车轮滚过的距离大, 所以右车轮要比左车轮转动快一些。由于车轮与路面的滑动摩擦远大于其间的滚动摩擦, 故在二自由度条件下, 车轮只能在路面上纯滚动。当汽车的车轮在路面上纯滚动向左转弯时, 车轮 1 和车轮 3 相对弯道中心的角速度是相等的, 则其转速应与弯道半径成正比, 即

$$\frac{n_1}{n_3} = \frac{r-L}{r+L} \quad (\text{b})$$



式中: r 为弯道半径; L 为轮距之半。

将式(a)和式(b)联立解得

$$n_1 = \frac{r-L}{r} n_4$$

$$n_3 = \frac{r+L}{r} n_4$$

可见,此时行星轮除和系杆 H 一起公转外,还绕系杆 H 作自转。齿轮 4 的转速 n_4 通过差动轮系分解成 n_1 和 n_3 两个转速,这两个转速随弯道半径的不同而不同。

此例说明,由空间齿轮组成的周转轮系,在确定其转化机构的传动比 i_{AK}^H 的正负号时,必须用画箭头的方法确定,它与主动件的转向无关。两轮转向相同时为“+”号,转向相反时为“-”号。

三、复合轮系的传动比

复合轮系由定轴轮系和周转轮系或者由两个以上的周转轮系组成,因此其传动比不能用上面所讨论的方法直接计算。必须首先分清组成它的定轴轮系和周转轮系,再分别应用定轴轮系和周转轮系传动比的计算公式计算,然后根据这些轮系的组合方式联立解出所求的传动比。

因此,计算复合轮系传动比的首要问题是正确地划分复合轮系中的定轴轮系和周转轮系,其中关键是找出各个周转轮系。找周转轮系的方法是:先找出轴线位置不固定的行星轮,支持行星轮的构件就是系杆,注意有时系杆不一定呈简单的杆状;而几何轴线与系杆的回转轴相重合,且直接与行星轮相啮合的定轴齿轮就是中心轮。这样的行星轮、系杆和中心轮便组成一个周转轮系。其余的部分可按照上述同样的方法继续划分,若有行星轮存在,同样可以找出与此行星轮相对应的周转轮系。若没有行星轮存在,则为定轴轮系。下面通过例题说明复合轮系传动比的计算方法和步骤。

例 8-4 在图 8-14 所示轮系中,已知 ω_6 和各轮齿数 $z_1 = 50, z_{1'} = 30, z_{1''} = 60, z_2 = 30, z_{2'} = 20, z_3 = 100, z_4 = 45, z_5 = 60, z_{5'} = 45, z_6 = 20$ 。求 ω_3 的大小和方向。

解:轴线位置不固定的双联齿轮 2-2' 是行星轮,与双联齿轮 2-2' 啮合的齿轮 1 和 3 为中心轮,而支持双联齿轮 2-2' 旋转的则为系杆 H。因此,齿轮 1、2-2'、3 和 H 组成一个差动周转轮系。由于轮系中再没有其他的行星轮,所以其余的齿轮 6、1"-1'、5-5'、4 组成一个定轴轮系。

周转轮系转化机构的传动比为



组成的自由度为 1 的复杂行星轮系,通常称为封闭式行星轮系。

在差动轮系 1-2-2'-3-H(5) 的转化机构中

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} \quad (a)$$

在定轴轮系 5-4-3' 中

$$i_{35} = \frac{\omega_3}{\omega_5} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_5} = -\frac{z_5}{z_{3'}} \quad (b)$$

由式(b)解出 ω_3 代入式(a),并考虑到 $\omega_5 = \omega_H$,整理得

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_3 z_2}{z_2 z_1} + \frac{z_5 z_3 z_2}{z_3 z_2 z_1} = 1 + \frac{97 \times 52}{21 \times 24} + \frac{97 \times 78 \times 52}{18 \times 21 \times 24} = 54.38$$

齿轮 1 和系杆 H 的转向相同。

例 8-6 在图 8-16 所示的轮系中,已知各轮的齿数 $z_1 = 20, z_2 = 30, z_3 = z_4 = 12, z_5 = 36, z_6 = 18, z_7 = 68$ 。求该轮系的传动比 i_{1H} 。

解:

(1) 解法一 这是一个双重周转轮系。按照复合轮系划分步骤,首先找到轴线不固定、绕着某一轴线回转的行星齿轮 2、6;支持行星轮 2、6 转动的是系杆 H;与行星轮 2 和 6 相啮合、轴线固定并与系杆 H 轴线共线的齿轮 1、7 为中心轮,它们构成第一个周转轮系。在其余齿轮中,行星齿轮 4、支持行星轮 4 转动的系杆 h 和中心轮 3 和 5 构成了第二个周转轮系。第二个周转轮系的一端中心轮 3 与第一个周转轮系的行星轮 2 是一体的双联齿轮,另一端系杆 h 与第一个周转轮系的行星轮 6 为一体,因此可以把第二个周转轮系看作串联于第一个周转轮系中。双重周转轮系的传动比计算问题可以通过二次转化机构来解决。第一次是在行星轮系 1-2-6-7-H 中使系杆 H 固定形成转化机构,第二次是在行星轮系 3-4-5-h 中使系杆 h 固定形成转化机构。

在固定系杆 H 所形成的转化机构中,中心轮 1、7 之间的传动比为

$$i_{17}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_7 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1} i_{26}^H \frac{z_7}{z_6} \quad (a)$$

注意到 $i_{26}^H = i_{3h}^H, i_{3h}^H$ 为固定系杆 H 时,齿轮 3 和系杆 h 之间的传动比,可以通

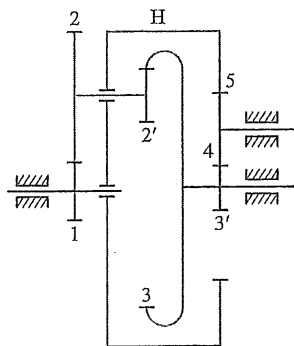


图 8-15

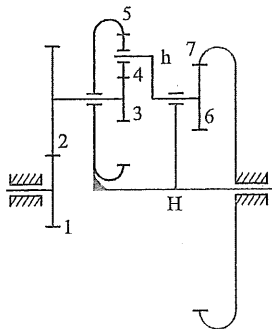


图 8-16



过固定 h 而形成的转化机构来求解。

$$\frac{\omega_3^H - \omega_h^H}{\omega_5^H - \omega_h^H} = -\frac{z_5}{z_3} \quad (b)$$

式中, $\omega_5^H = \omega_5 - \omega_H = 0$, 则由式(b)可得

$$i_{3h}^H = \frac{\omega_3^H}{\omega_h^H} = 1 + \frac{z_5}{z_3}$$

将 $i_{26}^H = i_{3h}^H$ 代回式(a), 并注意到 $\omega_7 = 0$, 整理后得

$$i_{17}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_7 - \omega_H} = -\frac{z_2 z_7}{z_1 z_6} \left(1 + \frac{z_5}{z_3} \right)$$

由于 $\omega_7 = 0$, 整理后得

$$1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = -\frac{z_2 z_7}{z_1 z_6} \left(1 + \frac{z_5}{z_3} \right)$$

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_2 z_7}{z_1 z_6} \left(1 + \frac{z_5}{z_3} \right) = 1 + \frac{30 \times 68}{20 \times 18} \times \left(1 + \frac{36}{12} \right) = 23.67$$

传动比为正值, 说明齿轮 1 和系杆 H 转向相同。

(2) 解法二 该题也可以采用基于轮系单元的轮系传动比计算方法进行计算。轮系中任何两个齿轮啮合必有一个维持两个相啮合中心距的构件支承, 两个齿轮和支承件即组成一个基本轮系单元。若支承构件固定不动, 则为定轴轮系单元; 若支承构件转动, 则为周转轮系单元。轮系中所包含的基本轮系单元数等于轮系中直接啮合的齿轮对数。用轮系基本单元法求解时, 该轮系分解成 4 个基本轮系单元, 分别是 1-2-H, 4-5-h, 3-4-h, 6-7-H。每个轮系基本单元按照转化轮系传动比计算公式可得

$$\text{轮系单元 1、2、H} \quad \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (a)$$

$$\text{轮系单元 4、5、h} \quad \frac{n_4 - n_h}{n_5 - n_h} = \frac{z_5}{z_4} \quad (b)$$

$$\text{轮系单元 3、4、h} \quad \frac{n_3 - n_h}{n_4 - n_h} = -\frac{z_4}{z_3} \quad (c)$$

$$\text{轮系单元 6、7、H} \quad \frac{n_6 - n_H}{n_7 - n_H} = \frac{z_7}{z_6} \quad (d)$$

其中, 2 和 3 同轴, H 与 5 固连, h 和 6 同轴, 7 固定不动, 则 $n_2 = n_3$, $n_H = n_5$, $n_h = n_6$, $n_7 = 0$ 。



联立式(a)~式(d)求解得到

$$i_{IH} = 1 + \frac{z_2 z_7}{z_1 z_6} \left(1 + \frac{z_5}{z_3} \right)$$

§8-3 轮系的应用

在各种机械设备中,轮系的应用非常广泛,主要有以下几个方面。

1. 实现相距较远的两轴之间的传动

当输入轴和输出轴之间的距离较远时,如果只用一对齿轮直接把输入轴的运动传递给输出轴,如图8-17所示的齿轮1和齿轮2,则齿轮的尺寸很大。这样,既占空间又费材料,而且制造、安装均不方便。若改用齿轮a、b、c和d组成的轮系来传动,便可克服上述缺点。

2. 实现分路传动

当输入轴的转速一定时,利用轮系可将输入轴的一种转速同时传到几根输出轴上,获得所需的各种转速。图8-18为滚齿机上实现轮坯与滚刀展成运动的传动简图,轴I的运动和动力经过锥齿轮1、2传给滚刀,同时经过齿轮3、4、5、6、7和蜗杆8传动给蜗轮9,并带动与之同轴线的轮坯一起转动。

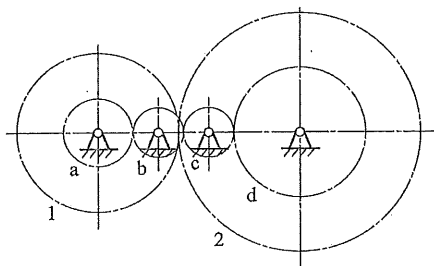


图 8-17

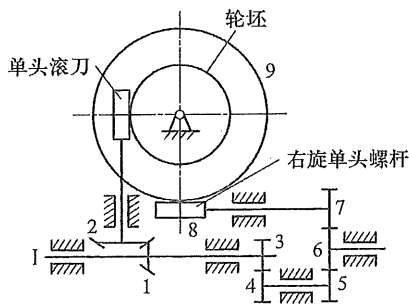


图 8-18

3. 实现变速变向传动

输入轴的转速、转向不变,利用轮系可使输出轴得到若干种转速或改变输出轴的转向,这种传动称为变速变向传动。如汽车在行驶中需经常变速,倒车时需要变向等。

图8-19所示为汽车上常用的三轴四速变速箱的传动简图。发动机的运动由安装有齿轮1和牙嵌离合器的一半x的轴I输入,输出轴Ⅲ用滑键与双联齿



轮 4、6 和离合器的另一半 y 相连。齿轮 2、3、5、7 安装在轴 II 上, 齿轮 8 则安装在轴 IV 上。操纵变速杆拨动双联齿轮 4、6, 使之与轴 II 上的不同齿轮啮合, 从而得到不同的输出转速。当向右移动双联齿轮 4、6 使离合器 y 与 x 接合时, 得到高速挡; 如果使齿轮 4 与 3 啮合或齿轮 6 与 5 啮合, 可得到中速或低速挡; 当双联齿轮移至最左边位置时, 使齿轮 6 与 8 啮合, 得到低速倒车挡。

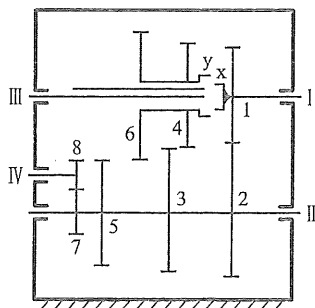


图 8-19

变速变向运动还广泛地应用在金属切削机床等设备上。

4. 实现大速比或大功率传动

利用定轴轮系可以在齿轮外形尺寸较小的情况下获得大的传动比, 如图 8-17 所示。同样利用行星轮系也可以由很少的齿轮获得很大的传动比, 如图 8-12 中仅用两对齿轮, 其传动比竟高达 10 000。值得注意的是, 这类行星轮系用于减速传动时其传动比愈大, 机械效率愈低, 所以它只适用于某些微调机构, 不宜用于传递动力。

周转轮系中采用多个均布的行星轮来同时传动(图 8-25), 由于多个行星轮共同承担载荷, 齿轮尺寸可以减小, 又可平衡各啮合点处的径向分力和行星轮公转所产生的离心惯性力, 减少了主轴承内的作用力, 因此传递功率大, 同时效率也较高。目前, 大功率传动越来越广泛采用周转轮系或复合轮系。

5. 实现运动的合成与分解

利用周转轮系可以实现运动的合成, 如图 8-2a 所示的差动轮系中, 其系杆 H 的转速是齿轮 1 和齿轮 3 转速的合成。差动轮系具有的运动合成特性, 被广泛应用于机床、计算机构和补偿调整等装置中。

同样, 利用周转轮系也可以实现运动的分解, 即将差动轮系中已知的一个独立运动分解为两个独立的运动, 例如在例 8-3 中讨论的差动轮系在转弯时一个运动分解为左、右两个轮子的不同运动。

6. 实现摆线运动轨迹

在周转轮系中行星轮上某点的运动轨迹是摆线。如图 8-20a、b 为内啮合行星轮系。

图 8-20a 中行星轮 2 与中心轮 1 的分度圆半径比值 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$, 行星轮上点 $A(A')$ 的轨迹是精确直线, 点 C 的轨迹是圆, 在点 A 和点 C 之间的任意一点 (如点 B) 的轨迹是不同长轴和短轴的椭圆; 图 8-20b 行星轮系中的行星轮与中



心轮分度圆半径比值为 $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{3}$, 其中点 M 轨迹为三段摆线组成的带尖曲线, 可顺序完成曲线中的三个尖点工位的机械运动。

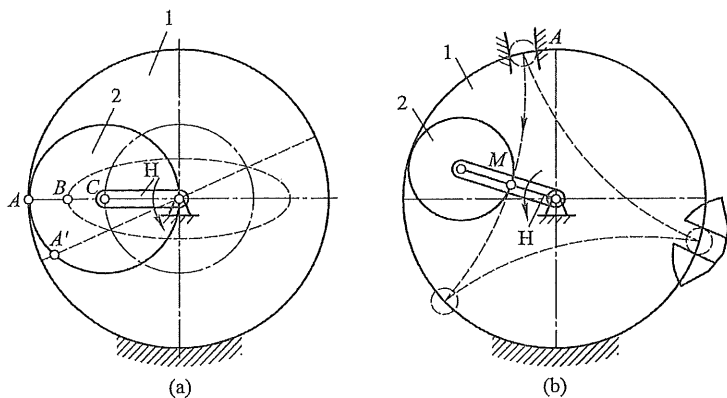


图 8-20

§8-4 行星轮系的效率

轮系广泛应用于各种机械中, 其效率直接影响这些机械的总效率。行星轮系效率的变化范围很大, 效率高的可达 98% 以上, 效率低的可接近于零, 设计不正确的行星轮系甚至可能产生自锁。因此, 计算行星轮系的效率就特别重要。计算行星轮系效率的方法有许多种, 本章仅介绍一种比较简便的转化机构法, 又称为啮合功率法。

若以 P_d 、 P_r 和 P_f 分别表示机械的输入功率、输出功率和摩擦损失功率, 则根据机械效率的定义可得

$$\eta = \frac{P_d - P_f}{P_d} \quad (8-4)$$

$$\eta = \frac{P_r}{P_r + P_f} \quad (8-5)$$

计算效率时, 可以认为输入功率 P_d 和输出功率 P_r 中有一个是已知的。因此, 只要能根据已知功率确定出摩擦损失功率 P_f , 就可以按照以上两式计算出效率。

在不考虑各回转构件惯性力的情况下, 当给整个行星轮系附加一个 $-\omega_H$ 的



角速度,使其变成转化机构时,轮系中各齿轮之间的相对角速度和轮齿之间的作用力不会改变,摩擦系数也不会改变。因此,可以近似地认为行星轮系与其转化机构中的摩擦损失功率是相等的,也就是说可以利用转化机构来求出行星轮系的摩擦损失功率 P_f 。这就是转化机构法计算行星轮系效率的基本原理。

为方便起见,以图 8-21 所示常见的 2K-H 型行星轮系为例来说明其摩擦损失功率的计算方法。

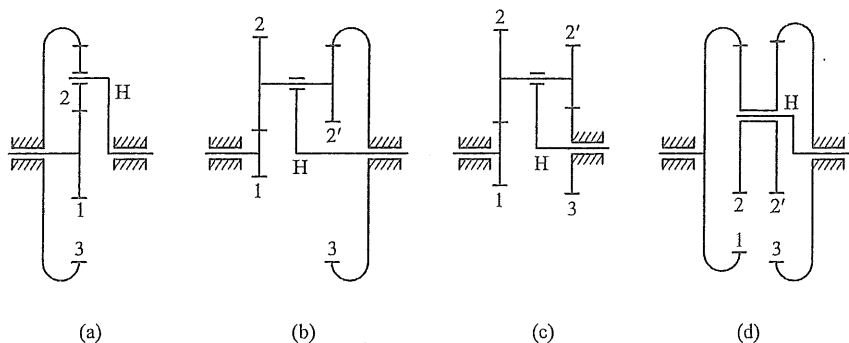


图 8-21

图 8-22 所示的定轴轮系为图 8-21a 行星轮系的转化机构。根据转化机构法的基本原理,该定轴轮系的摩擦损失功率就等于图 8-21a 行星轮系的摩擦损失功率。

在图 8-21a 行星轮系中,设齿轮 1 为主动轮,作用于其上的力矩为 M_1 ,则齿轮 1 所传递的功率 P_1 为

$$P_1 = M_1 \omega_1 \quad (8-6)$$

而在图 8-22 所示的转化机构中,齿轮 1 所传递的功率 P_1^H 应为

$$P_1^H = M_1 (\omega_1 - \omega_H) \quad (8-7)$$

该转化机构的摩擦损失功率为

$$P_f^H = P_1^H (1 - \eta_{in}^H) = |M_1 (\omega_1 - \omega_H)| (1 - \eta_{in}^H) \quad (8-8)$$

考虑到 M_1 与 $(\omega_1 - \omega_H)$ 可能同向也可能异向,所以式(8-8)中把 $M_1 (\omega_1 - \omega_H)$ 取绝对值,表示摩擦损失功率恒为正值。 η_{in}^H 为图 8-22 所示转化机构的效率,即把行星轮系转化为定轴轮系后齿轮 1 到齿轮 n 的传动总效率,它应等于齿轮 1 到齿轮 n 间各对齿轮传动效率的连乘积。各种不同啮合方式的齿轮传动的效率可由有关手册查到,因而可以认为 η_{in}^H 是已知的(一般计算中,一对内啮合齿轮可取 $\eta_{in} = 0.99$,一对外啮合齿轮可取 $\eta_{in} = 0.98$)。

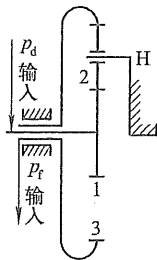


图 8-22



如上所述,行星轮系的摩擦损失功率就等于其转化机构的摩擦损失功率,即

$$P_f = P_f^H = |M_1(\omega_1 - \omega_H)| (1 - \eta_{1n}^H) = |P_1(1 - i_{H1})| (1 - \eta_{1n}^H) \quad (8-9)$$

将式(8-9)分别代入式(8-4)和式(8-5),可分别得到齿轮 1 为主动件和从动件时行星轮系的效率:

$$\eta_{1H} = \frac{P_1 - P_f}{P_1} = 1 - |(1 - i_{H1})| (1 - \eta_{1n}^H) \quad (8-10)$$

$$\eta_{H1} = \frac{|P_1|}{|P_1| + P_f} = \frac{1}{1 + |(1 - i_{H1})| (1 - \eta_{1n}^H)} \quad (8-11)$$

从式(8-10)和式(8-11)可以看出,当 η_{1n}^H 一定时,行星轮系的效率是其传动比的函数,其变化曲线如图 8-23 所示。图中,实线为 $\eta_{1H} - i_{1H}$ 曲线,此时齿轮 1 为主动件,系杆 H 为从动件;虚线为 $\eta_{H1} - i_{H1}$ 曲线,此时系杆 H 为主动件,齿轮 1 为从动件。

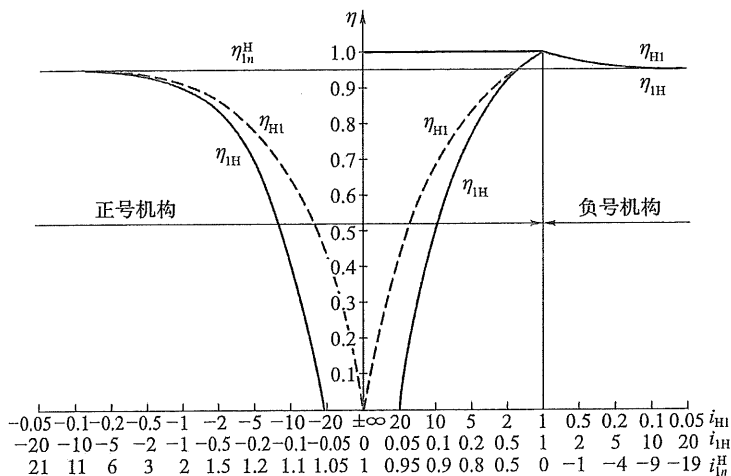


图 8-23

以 $i_{H1} = 1$ 为分界线,可以将行星轮系划分为正号机构和负号机构两大类。正号机构对应的转化机构的传动比 $i_{1n}^H > 0$, 而负号机构对应的转化机构的传动比 $i_{1n}^H < 0$ 。图 8-21 所示四种行星轮系中的图 a、b 为负号机构,图 c、d 为正号机构。

由图 8-23 可以看出,不论系杆为主动件还是从动件,负号机构的效率 η_{1H} 或 η_{H1} 总是很高并大于其转化机构的效率 η_{1n}^H 。因此,在动力传动中多采用负号机构。

正号机构极易得到很大的传动比,但其机械效率却变化很大。当系杆为主动件时,不会产生自锁,随着 $|i_{H1}|$ 的增大, η_{H1} 将迅速降低;当系杆为从动件时,



η_{H1} 可能为负,轮系产生自锁。所以,正号机构多用在要求传动比很大、但传递动力不大的场合。

应当指出,转化机构法计算效率是不够精确的,因为行星轮的离心力引起的摩擦损失在其转化机构中并未计及。此外,行星轮系还可能因装配误差而带来附加的摩擦损失,因此其摩擦损失就有差别。还需指出,上述效率计算公式是基于啮合功率法建立,但啮合功率法难于判断功率流的流向。对于封闭式行星轮系,当轮系形式及有关参数选择不当时,会有一部分功率在内部循环,而不向外输出,形成封闭功率流,降低轮系工作效率。因此,上述效率计算公式不能直接用来计算封闭式等复杂行星轮系的效率,对那些复杂行星轮系的效率计算方法还需单独研究。但转化机构法计算简便,概念清楚,还能说明轮系结构简图与其效率和传动比之间的关系,常用来作轮系效率问题的定性分析。在实际应用中,为了准确地了解行星轮系的实际效率,通常采用实验的方法来确定。

§8-5 行星轮系的设计

一、行星轮系的类型选择

行星轮系的种类很多,如 §8-1 所述,按基本构件可分为 2K-H、3K、K-H-V 类型。当要求传递的载荷与传动比一定的情况下,可选用上述不同类型的轮系,但它们在外廓尺寸、重量和效率等方面可能有很大差别。因此,在设计时必须首先合理地选择轮系的类型。在选择传动类型时,应考虑传动比的要求、传动的效率、外廓结构尺寸和制造及装配工艺等因素。

选择轮系的类型时,首先应考虑满足传动比的要求。如图 8-24 所示的 2K-H 型行星轮系,图 8-24a、b、c、d 为四种形式的负号机构,其特点是传动从中心轮到系杆都是减速的,而且输入与输出的转向相同,只是减速比不同。例如,类型 a 的传动比 $i_{1H} > 2$,实用范围 $i_{1H} = 2.8 \sim 13$;如果要求的减速比小于 2,可采用类型 b,其传动比 $i_{3H} < 2$,实用范围 $i_{3H} = 1.14 \sim 1.56$;类型 c 由于采用双联行星轮,它的传动比可达 $i_{1H} = 8 \sim 16$;类型 d 的传动比 $i_{1H} = 2$ 。

图 8-24e 是正号机构,其中与齿轮 1 啮合的轮 2 是内齿轮,齿轮 2' 是与轮 3 啮合的外齿轮。2 与 2' 是固连在一起的。对于正号机构,当其转化机构的传动比 $i_{13}^H > 2$ 时, i_{1H} 为负,中心轮 1 与系杆 H 转向相反,轮系传动比的绝对值 $|i_{1H}| > 1$,为减速传动,效率较高;当 $0 < i_{13}^H < 2$ 时, $|i_{1H}| < 1$,为增速传动,随增速比的增大,轮系的效率会急剧下降;当 $i_{13}^H \rightarrow 1$ 时, $i_{1H} \rightarrow 0$,即 $i_{H1} = 1/i_{1H}$ 可达很大值,理论上增速比可趋于无穷大,这类轮系实际上可能是自锁的,而不能实现传动。

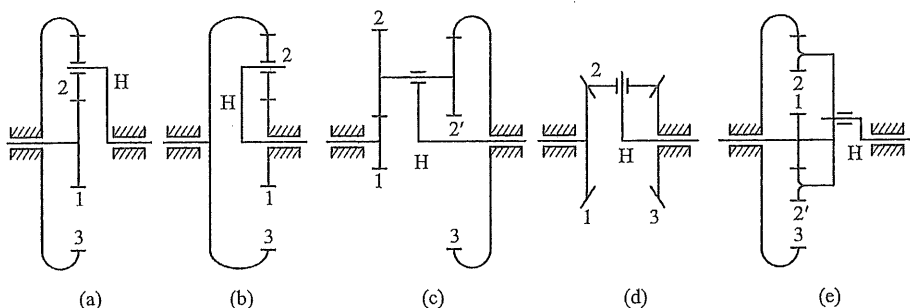


图 8-24

从机械效率的角度看,不管是增速传动还是减速传动,负号机构的效率一般总比正号机构的效率高。因此,如果设计的轮系用于动力传动,要求效率较高,应该采用负号机构,即可选用图 8-24 所示的 a、b、c 或 d 中的某一类型。如果设计的轮系要求具有较大的传动比,而单级负号机构又不能满足要求时,则可将几个负号机构串联起来,或采用负号机构与定轴轮系组成的复合轮系来获得较大的传动比。正号机构一般用在传动比大、而对效率没有较高要求的场合。

在选用封闭式行星轮系时,由于可能形成所谓的封闭功率流,将增大功率的损耗,使轮系的效率降低,对轮系的效率极为不利。有关封闭功率流的分析,可参考文献[22]。

选择行星轮系的类型时,还应考虑轮系的外廓尺寸及其制造与装配工艺等因素,再根据使用场合的具体情况加以分析确定,这里不再赘述。

总之,选择行星轮系的类型时,通常应根据上述各种因素,先选择一种或几种传动类型,并进行分析比较,最后确定合理的类型方案。

二、行星轮系各轮齿数和行星轮数目的选择

设计行星轮系时,其各轮齿数和行星轮数目的选择必须满足下列四个条件才能装配起来,正常运转并实现预定的传动比。对于不同的行星轮系,满足下列四个条件的具体关系式将有所不同。现以图 8-24a 所示的单排 2K-H 型行星轮系为例加以讨论。

1. 传动比条件

即行星轮系必须能实现给定的传动比 i_{1H} :

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

故

$$z_3 = (i_{1H} - 1)z_1 \quad (8-12)$$



2. 同心条件

即系杆的回转轴线应与中心轮的轴线相重合。若采用标准齿轮或高度变位齿轮传动,则同心条件为

$$r_1 + r_2 = r_3 - r_2$$

即

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2$$

或

$$z_2 = (z_3 - z_1) / 2$$

上式表明两中心轮的齿数应同时为奇数或偶数。

如采用角变位齿轮传动,则同心条件按节圆半径计算 $r'_1 + r'_2 = r'_3 - r'_2$ 。这里,轮 2 与轮 3 啮合的节圆半径 r'_2 可能不等于轮 2 与轮 1 啮合的节圆半径 r'_2 。

3. 装配条件

为使各个行星轮都能均匀分布地装入两个中心轮之间,行星轮的数目与各轮齿数之间必须有一定的关系。否则,当第一个行星轮装好后,中心轮 1 和 3 的相对位置就确定了,而均布的各行星轮中心的位置也是确定的,在一般情况下其余行星轮的轮齿便可能无法同时装入内、外两中心轮的齿槽中。

如图 8-25 所示,设 k 为均布的行星轮数,则相邻两行星轮间所夹的中心角为 $2\pi/k$,现将第一个行星轮在位置 I 装入,设轮 3 固定,使系杆 H 沿逆时针方向转过 $\varphi_H = 2\pi/k$ 达到位置 II。这时,中心轮 1 转过角 φ_1 。

由于

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_H} = \frac{\varphi_1}{2\pi/k} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

则

$$\varphi_1 = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \frac{2\pi}{k}$$

现若在位置 I 又能装入第二个行星轮,则此时中心轮 1 在位置 I 的轮齿相位应与其回转 φ_1 之前在该位置时的轮齿相位完全相同,即 φ_1 所对弧必须刚好是其齿距的整数倍,也就是说, φ_1 对应于整数个齿。设 φ_1 对应于 N 个齿,因每个齿距所对的中心角为 $2\pi/z_1$,所以

$$\varphi_1 = N \frac{2\pi}{z_1} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \frac{2\pi}{k}$$

即

$$N = \frac{z_1 + z_3}{k} \quad (8-13)$$

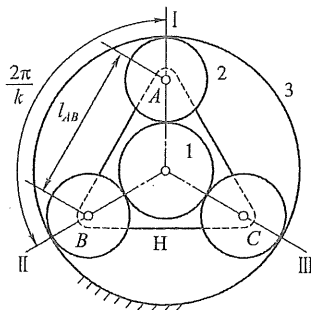


图 8-25



所以,这种行星轮系的装配条件是两中心轮的齿数 z_1 与 z_3 之和应能被行星轮个数 k 所整除。

4. 邻接条件

保证相邻两行星轮不致相碰,称为邻接条件。由图 8-25 可见,相邻两行星轮的中心距 l_{AB} 应大于行星轮齿顶圆直径 d_{a2} ,齿顶才不致相碰。若采用标准齿轮,则

$$\begin{aligned} 2(r_1+r_2) \sin \frac{\pi}{k} &> 2(r_2+h_a^* m) \\ (z_1+z_2) \sin \frac{\pi}{k} &> z_2+2h_a^* \end{aligned} \quad (8-14)$$

为了设计时便于选择各轮的齿数,通常把前三个条件合并为一个总的配齿公式,即

$$z_1 : z_2 : z_3 : N = z_1 : \frac{z_1(i_{1H}-2)}{2} : z_1(i_{1H}-1) : \frac{z_1 i_{1H}}{k} \quad (8-15)$$

确定各轮齿数的步骤是:先根据式(8-15)选定 z_1 和 k ,使得在给定传动比 i_{1H} 的前提下, N 、 z_2 和 z_3 均为正整数,最后验算邻接条件。如果不满足,则应减少行星轮数目 k 或增加齿数 z_1 。如 z_1 和 k 的选择不能达到给定的传动比 i_{1H} ,也可以适当地变动 i_{1H} 。

以上讨论的四个条件关系式适用于单排 2K-H 型行星轮系且采用标准齿轮传动或高度变位齿轮传动的场合,当用角变位齿轮传动时,因分度圆不是节圆,邻接条件关系式和同心条件关系式应有所变化。

例 8-7 设计如图 8-2b 所示的行星轮系,要求实现传动比 $i_{1H} = 3.8$,均布行星轮数为 $k=4$,采用标准齿轮, $h_a^* = 1$, $\alpha = 20^\circ$ 。试选择各轮的齿数。

解:由式(8-15)得

$$z_1 : z_2 : z_3 : N = z_1 : \frac{z_1(3.8-2)}{2} : z_1(3.8-1) : \frac{z_1 \times 3.8}{4} = z_1 : 0.9z_1 : 2.8z_1 : \frac{38}{40}z_1$$

为使上式右边各项均为正整数及各轮的齿数均大于 $z_{\min} = 17$,故取 $z_1 = 20$,于是得 $z_2 = 0.9 \times 20 = 18$, $z_3 = 2.8 \times 20 = 56$, $N = 19$ 。

验算邻接条件

$$(20+18) \sin \frac{\pi}{4} = 26.87 > 18+2$$

故满足要求。

三、行星轮系的均载

行星齿轮传动具有承载能力高和单位功率重量小等优点,其主要原因就在



于结构上采用了多个行星轮来分担载荷,形成功率分流。但是由于行星轮、中心轮及行星架等各个零件都存在着不可避免的制造和安装误差以及受力变形,致使各个行星轮负担的载荷并不均匀,导致行星齿轮传动装置的承载能力和使用寿命低于预期值。因此,如何使行星齿轮传动中各个行星轮间的载荷均匀分布(即均载)具有重要的意义。

如图 8-26 所示,在理想制造精度和刚度的条件下,各行星轮的啮合线为 E_{ag_1} 、 E_{ag_2} 、 E_{ag_3} ,过啮合点所作用的法向力为 F_{ag_1} 、 F_{ag_2} 、 F_{ag_3} ,并且其大小是相等的(图 8-26b),即

$$F_{ag_1} = F_{ag_2} = F_{ag_3} = F_n$$

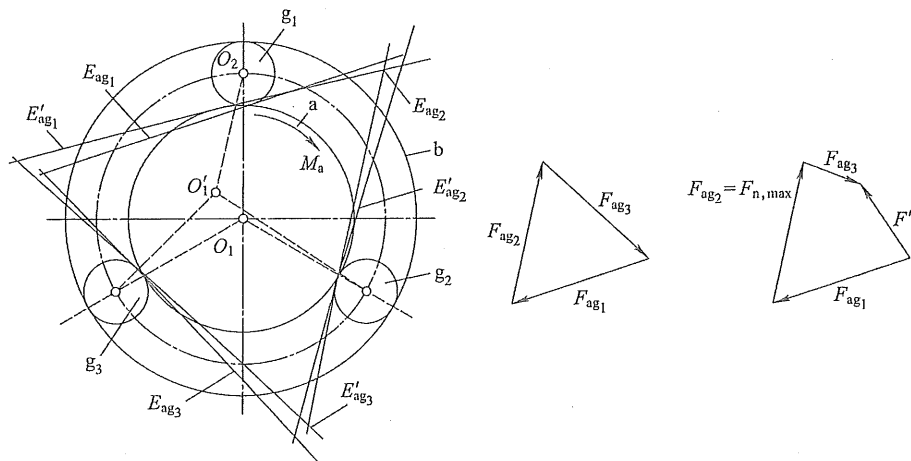


图 8-26

但由于零件不可避免地存在制造误差(如基本零件轴孔的不同心性、系杆的孔位误差、齿轮偏心以及各种齿形误差等)、安装误差和受力后的变形,致使中心轮 a 发生偏移,设其中心由 O_1 偏移到 O'_1 ,而实际啮合线变为 E'_{ag_1} 、 E'_{ag_2} 、 E'_{ag_3} ,并且出现不等的齿侧间隙,从而使各行星轮的负荷分配不均,间隙小的承受负荷大,间隙大的承受负荷就小,甚至不承受负荷。一般用最大法向力 $F_{n,max}$ 与平均法向力 F_n 之比来表示各行星轮间负荷分配的不均匀程度,即

$$\Omega = \frac{F_{n,max}}{F_n} \quad (8-16)$$

式中, Ω 称为不均匀系数,它主要取决于零件的制造精度、行星轮数以及传递扭矩的大小,在一般情况下,在很宽的范围内变化($1.08 \leq \Omega \leq 2.85$)。由于多行星轮结构是一个虚约束结构,因此完全有可能出现剩余的不平衡力 F'



(图 8-26c), 它将通过基本构件传递给轴承和机座, 从而降低效率、影响运转的可靠性、产生振动和噪声等。因此近十几年来, 随着速度的提高和传递功率的增加, 对行星轮的负荷均衡装置的研究愈来愈受到重视。

若采用提高行星轮、中心轮和行星架的制造和安装精度的方法来实现行星轮系均载的目的, 这不仅受到工艺条件的限制, 很难达到, 而且也不经济。目前, 普遍采用的均载方法, 就是从结构设计上采取措施, 使轮系各个构件间的各种误差能够得到自动补偿, 从而达到每个行星轮卸载均衡的目的。

目前, 虽然均衡装置的结构形式繁多, 但还缺乏较深入的理论分析和实验研究。下面介绍几种主要均衡方法。

1. 柔性浮动自位均载

令行星轮系的三个基本件(太阳轮、中心内齿轮、系杆)中的一个或两个采用浮动径向支承的方法, 当各齿轮受力不平衡时, 在轮齿间啮合力的作用下浮动径向支承件可产生径向及偏转位移, 自动找准平衡位置, 直到各行星轮间的载荷均匀分配为止, 从而实现轮系载荷均衡的目的。

图 8-27a 是用齿形联轴器连接太阳轮, 太阳轮 1 可在 k 个行星轮间作浮动; 图 8-27b 是用弹性材料将中心内齿轮 3 悬挂在机壳上浮动。

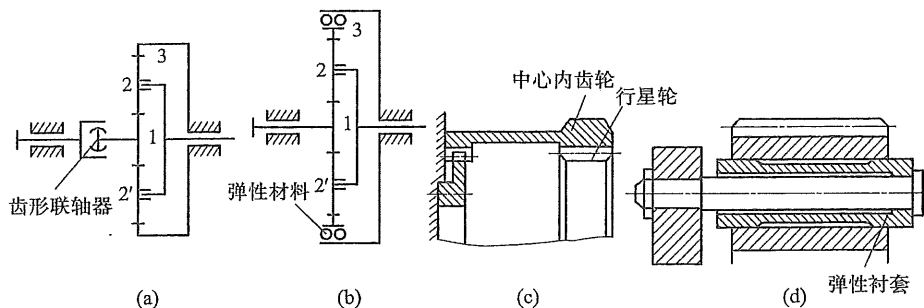


图 8-27

2. 弹性结构均载

利用弹性构件的弹性变形使各行星轮间的载荷均衡的方法常有:

(1) 靠齿轮本身的弹性变形实现均载。如图 8-27c 中的内齿轮采用薄壁筒支承, 便于产生弹性变形均载, 又如如图 8-27b 中太阳轮的轴做成细长轴, 可以产生弹性形变均载。

(2) 采用弹性衬套材料均载。如图 8-27d 是在行星轮与其弹性轴之间加入弹性衬套材料, 图 8-27b 也可以看成在中心内齿轮与机壳间加入弹性元件, 利用弹性元件的变形达到均载的目的。



由于作浮动(平面运动机构)的刚性构件与三点接触后即可稳定,故在传递动力的行星轮系中,通常采用三个行星轮,这样易于达到较好的均载效果。如果采用行星轮的数目较多,则必须提高轮系的加工精度。

§8-6 其他行星传动简介

随着生产与科学技术的迅猛发展,渐开线少齿差行星传动、摆线针轮行星传动和谐波齿轮传动等都获得了比较广泛的应用。这几种类型的传动具有结构紧凑、传动比大、重量轻和效率高等一系列优点。现简单介绍如下。

一、渐开线少齿差行星传动

渐开线少齿差行星传动的基本原理如图 8-28 所示。通常,内齿中心轮 1 固定,系杆 H 为输入轴,输出轴 V 与行星轮 2 用等角速比机构 3 相连接,所以 V 的转速就是行星轮 2 的绝对转速。在 §8-1 中已经介绍,这种行星传动称为 K-H-V 型行星轮系。

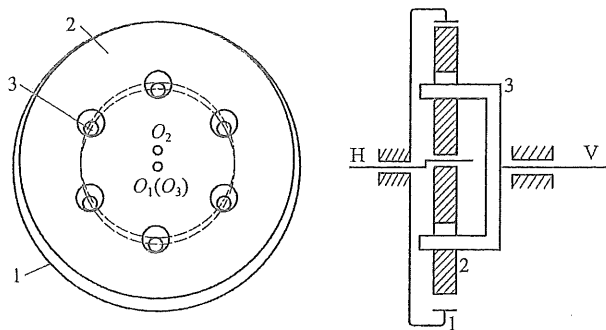


图 8-28

这种轮系的传动比可用下式计算:

$$\frac{\omega_2 - \omega_H}{\omega_1 - \omega_H} = \frac{\omega_2 - \omega_H}{0 - \omega_H} = \frac{z_1}{z_2}$$

解得

$$i_{2H} = 1 - \frac{z_1}{z_2} = \frac{z_2 - z_1}{z_2} = -\frac{z_1 - z_2}{z_2}$$

故

$$i_{HV} = i_{H2} = \frac{1}{i_{2H}} = -\frac{z_2}{z_1 - z_2} \quad (8-17)$$



由式(8-17)可知,两轮齿数差愈少,传动比愈大。当齿数差 $z_1 - z_2 = 1$ 时,称为一齿差行星传动,这时传动比出现最大值:

$$i_{HV} = i_{H2} = -z_2$$

需要注意的是:

(1) 少齿差行星传动输入轴和输出轴的转向相反。

(2) 为保证一齿差行星传动的内、外齿轮装配,渐开线齿廓的行星轮和内齿轮均需要变位,以避免产生干涉而不能转动。

少齿差行星传动常采用销孔输出机构作为等角速比机构,使输出轴 V 绕固定轴线转动。关于该机构的结构和工作原理以及其他形式的输出机构可参看有关书籍。

二、摆线针轮行星传动

图 8-29 为摆线针轮行星传动示意图,由系杆 H、行星轮 2(摆线齿轮)、中心轮 1(内齿针轮)和输出机构 V 组成的 K-H-V 型行星轮系,其工作原理和结构与渐开线少齿差行星传动基本相同。

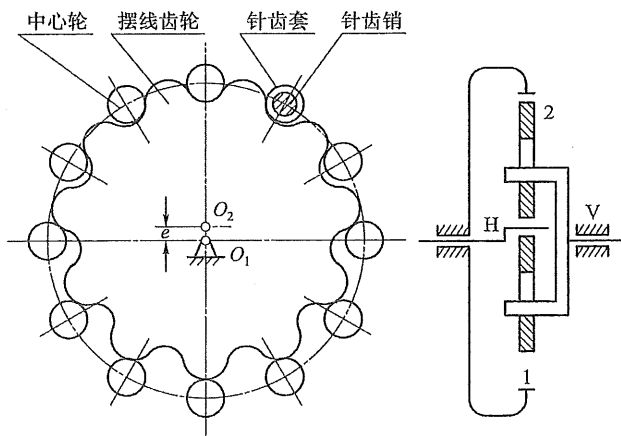


图 8-29

摆线针轮行星传动的传动比计算与渐开线少齿差行星传动计算相同,因为这种传动的摆线行星轮齿数 z_2 与内齿针轮的齿数 z_1 之差总是等于 1,即 $z_1 - z_2 = 1$,所以按式(8-17),其传动比为

$$i_{HV} = i_{H2} = \frac{1}{i_{2H}} = -\frac{z_2}{z_1 - z_2} = -z_2$$

摆线针轮行星传动与渐开线少齿差行星传动的不同之处在于齿廓曲线。其

中心轮 1 是固定在基体上的针齿销和针齿套组成的圆柱形针齿而形成的内齿轮,而行星轮 2 的齿廓曲线则是短幅外摆线的等距线,因此该齿轮通常称为摆线齿轮。

根据行星轮齿廓短幅外摆线等距线的形成过程,可以证明摆线针轮行星传动同样符合齿廓啮合基本规律,并且满足连续传动条件,而且理论上有一半的轮齿同时参与啮合,因而摆线针轮行星传动具有重合度大、传动平稳、承载能力强、传动效率高和使用寿命长等一系列优点。其缺点是加工精度要求高,摆线齿轮需要在专门的机床上进行磨制。

三、谐波齿轮传动

谐波齿轮传动的主要组成部分如图 8-30 所示, H 为波发生器,它相当于行星轮系中的系杆;内齿轮 1 为刚轮,其齿数为 z_1 ,它相当于中心轮;齿轮 2 为柔轮,其齿数为 z_2 ,可产生较大的弹性变形,它相当于行星轮。系杆 H 的外缘尺寸大于柔轮内孔直径,所以将它装入柔轮内孔后,柔轮即变成椭圆形,椭圆长轴处的轮齿与刚轮轮齿相啮合,而短轴处与刚轮轮齿脱开,其他各点则处于啮合和脱离的过渡状态。一般情况下,刚轮固定不动,当主动件波发生器 H 回转时,柔轮与刚轮的啮合区也就跟着发生转动。由于柔轮齿数比刚轮少 $(z_1 - z_2)$ 个,所以当波发生器转过一周时,柔轮相对刚轮少啮合 $(z_1 - z_2)$ 个齿,亦即柔轮与原位比较相差 $(z_1 - z_2)$ 个齿距角,从而反转 $\frac{z_1 - z_2}{z_2}$ 周,因此得传动比 i_{H2} 为

$$i_{H2} = \frac{n_H}{n_2} = -\frac{1}{(z_1 - z_2)/z_2} = -\frac{z_2}{z_1 - z_2} \quad (8-18)$$

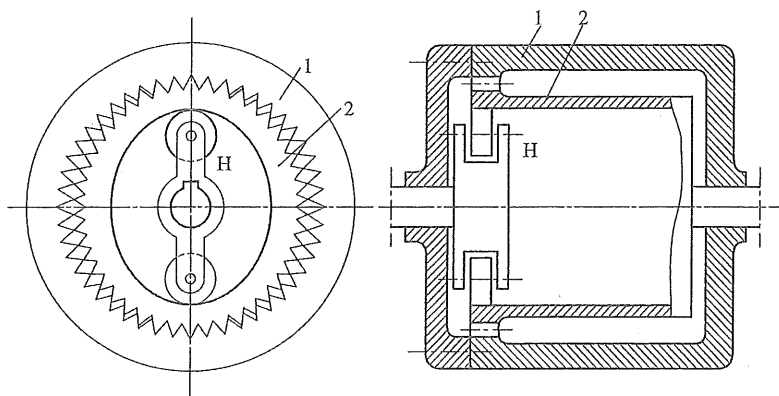


图 8-30



式(8-18)和渐开线少齿差行星传动的传动比公式(8-17)完全一样。

按照波发生器上装的滚轮数不同,可有双波传动(图 8-30)和三波传动(图 8-31)等,而最常用的是双波传动。

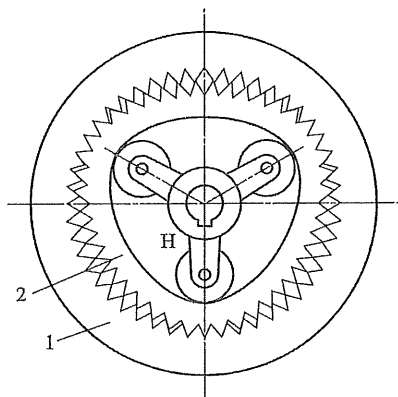


图 8-31

谐波齿轮传动的齿数差应等于波数或波数的整数倍。为了实际加工的方便,谐波齿轮的齿形多采用渐开线齿形。

谐波齿轮传动的主要优点是传动比大、传动比变化范围宽(单级传动比范围为 50~400)。由于同时啮合的齿数多,所以传动平稳、运动精度高、承载能力强,而且其传动效率高、结构简单、体积小、重量轻(柔轮可直接输出,不需要专门的输出机构),因而其适应范围很广。谐波齿轮传动技术发展迅速,应用广泛,在机械制造等行业,特别是在军工机械和精密机械等方面得到日益广泛的应用。其主要缺点是柔轮工作时周期性弹性变形,易产生疲劳损坏。

四、RV 齿轮传动

RV 齿轮传动是一种在传统摆线针轮和行星齿轮传动装置基础上发展起来的新型传动装置,它通常由第一级渐开线圆柱齿轮行星轮系和第二级摆线针轮行星传动或少齿差行星传动两部分组成。如图 8-32 所示为一种 RV 减速器的轮系传动原理图。图 8-32 中 1 为输入轴(太阳轮),2 为行星轮,3 为曲轴(3 根呈 120°均布),4 和 4'为摆线轮(相位差 180°,称为 RV 齿轮),5 为针轮,6 为输出轴(盘),其中 2 和 3 为同一构件。

其传动原理为:输入轴(太阳轮 1)带动 3 个呈 120°布置的行星轮 2 在绕中心轴线公转的同时还自转,3 个曲柄轴 3 与行星轮 2 相固连而同速转动,摆线轮 4、4'铰接在 3 个曲柄轴上,并与固定的针轮相啮合,摆线轮 4、4'绕中心轴线公转

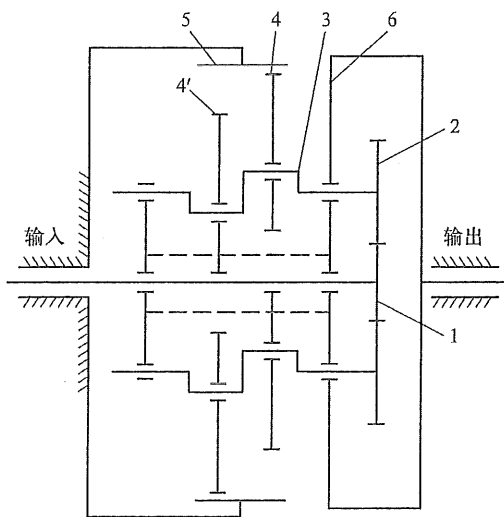


图 8-32

的同时,同时还自转。3个曲柄轴3带动输出轴(盘)6转动,把摆线轮的转速同步传递输出。

第一级渐开线圆柱齿轮行星轮系由1、2(3)和6组成,其传动比表达式为

$$i_{12}^6 = \frac{\omega_1 - \omega_6}{\omega_2 - \omega_6} = -\frac{z_2}{z_1} \quad (8-19)$$

第二级摆线针轮减速轮系由3、4和5(固定)组成,简称K-H-V轮系,其传动比表达式为

$$i_{45}^3 = i_{45}^2 = \frac{\omega_4 - \omega_2}{\omega_5 - \omega_2} = \frac{\omega_4 - \omega_2}{0 - \omega_2} = \frac{z_5}{z_4} \quad (8-20)$$

由式(8-20)整理得:

$$\frac{\omega_2}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_5 - z_4} \quad (8-21)$$

将式(8-21)代入式(8-19)[注意:输出轴6(V)和摆线齿轮4分别与曲轴3铰接,以等角速同步转动,因此 $\omega_4 = \omega_6$],整理得RV减速器总的传动比:

$$i_{16} = \frac{\omega_1}{\omega_6} = 1 + \frac{z_2}{z_1} \frac{z_5}{z_5 - z_4} \quad (8-22)$$

针轮5与摆线轮4之间的齿差一般为1,即 $z_5 - z_4 = 1$,则RV减速器总的传动比为



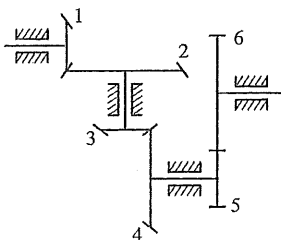
$$i_{16} = \frac{\omega_1}{\omega_6} = 1 + \frac{z_2}{z_1} z_5 \quad (8-23)$$

需要注意的是:由于偏心曲轴带动的两组摆线轮存在相位差值,则可以保证在转动过程中针轮与摆线轮之间无隙,RV 减速器较谐波减速器通过柔轮的啮合进行传动相比,具有更稳定的传动性能,更高的疲劳强度、刚度和寿命,体积小,过载能力强,扭矩大,减速比大,定位精度高,结构紧凑,噪声低等诸多优点,因此 RV 减速器被广泛应用于工业机器人、机床、医疗检测设备、卫星接收系统等领域。



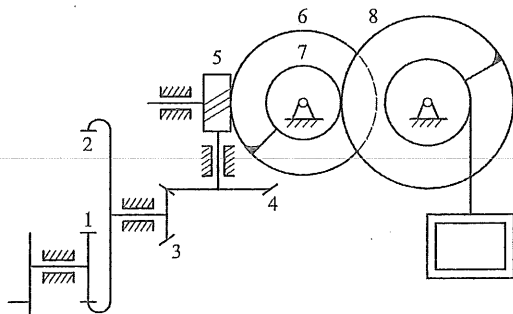
习题

8-1 已知图示轮系中各轮的齿数分别为 $z_1 = z_3 = 15$, $z_2 = 30$, $z_4 = 25$, $z_5 = 20$, $z_6 = 40$ 。求传动比 i_{16} ,并指出如何改变 i_{16} 的符号。



题图 8-1

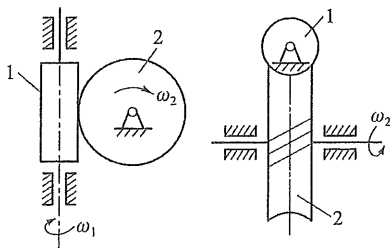
8-2 在图示的手摇提升装置中,已知各轮的齿数为 $z_1 = 20$, $z_2 = 50$, $z_3 = 15$, $z_4 = 30$, $z_6 = 40$, $z_7 = 18$, $z_8 = 51$, 蜗杆 $z_5 = 1$ 且为右旋。求传动比 i_{18} ,并指出提升重物时手柄的转向。



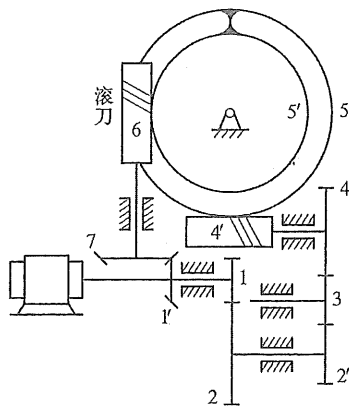
题图 8-2

8-3 在图示的蜗杆传动中,试分别在左、右两图上标出蜗杆 1 的旋向和转向。

8-4 图示为一滚齿机工作台的传动机构,工作台与蜗轮 5 相固连。已知 $z_1 = z_{1'} = 20$, $z_2 = 35$, $z_{4'} = 1$ (右旋), $z_5 = 40$, 滚刀 $z_6 = 1$ (左旋), $z_7 = 28$ 。若要加工一个 $z_{5'} = 64$ 的齿轮,试决定挂轮组各轮的齿数 z_2 和 z_4 。



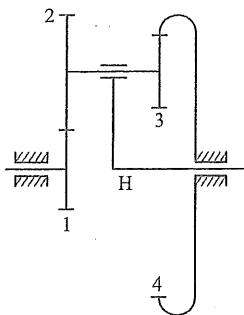
题图 8-3



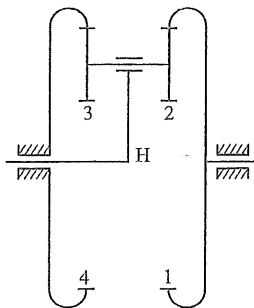
题图 8-4

8-5 图示轮系中,已知 $z_1 = 20$, $z_2 = 30$, $z_3 = 18$, $z_4 = 68$, 齿轮 1 的转速 $n_1 = 150$ r/min。求系杆 H 的转速 n_H 的大小和方向。

8-6 图示轮系中,已知 $z_1 = 60$, $z_2 = 15$, $z_3 = 18$, 各轮的均为标准齿轮,且模数相同。试决定 z_4 并求传动比 i_{1H} 的大小及系杆 H 的转向。



题图 8-5

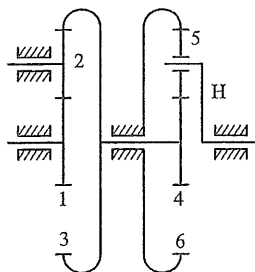


题图 8-6

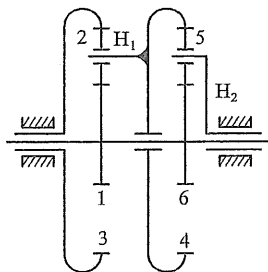
8-7 图示轮系中,已知 $z_1 = z_4 = 40$, $z_2 = z_5 = 30$, $z_3 = z_6 = 100$, 齿轮 1 的转速 $n_1 = 100$ r/min。求系杆 H 的转速 n_H 的大小和方向。

8-8 图示双级行星齿轮减速器中,各齿轮的齿数为 $z_1 = z_6 = 20$, $z_3 = z_4 = 40$, $z_2 = z_5 = 10$, 试求:

- 1) 当齿轮 4 固定时,传动比 i_{1H2} 。
- 2) 当齿轮 3 固定时,传动比 i_{1H2} 。



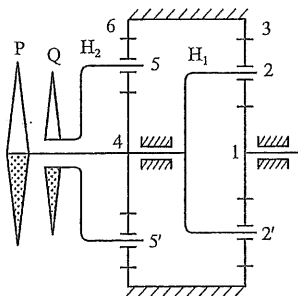
题图 8-7



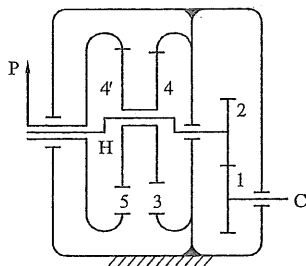
题图 8-8

8-9 在双螺旋桨飞机的减速器中,已知 $z_1 = 26, z_2 = z_{2'} = 20, z_4 = 30, z_5 = z_{5'} = 18$, 齿轮 1 的转速 $n_1 = 15\,000 \text{ r/min}$, 求螺旋桨 P 和 Q 的转速 n_P, n_Q 的大小和方向。

8-10 图示脚踏车里程表机构中, C 为车轮轴, 各轮的齿数为 $z_1 = 17, z_3 = 23, z_4 = 19, z_{4'} = 20, z_5 = 24$ 。设轮胎受压变形后使 28 in 的车轮的有效直径为 0.7 m, 当车行 1 km 时, 表上的指针刚好回转一周。求齿轮 2 的齿数 z_2 。



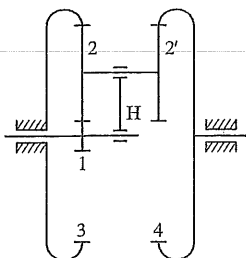
题图 8-9



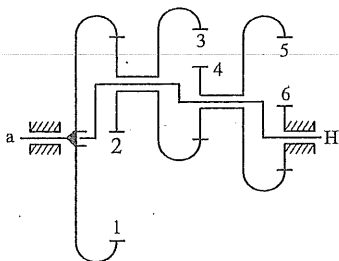
题图 8-10

8-11 图示三爪电动卡盘的传动轮系中, 各轮齿数为 $z_1 = 6, z_2 = z_{2'} = 25, z_3 = 57, z_4 = 56$ 。求传动比 i_{14} 。

8-12 已知图示串联行星轮系中各轮的齿数, 求传动比 i_{nH} 。



题图 8-11



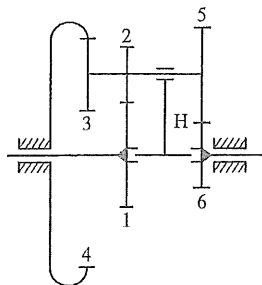
题图 8-12

8-13 已知图示增速器中各轮的齿数,求传动比 i_{16} 。

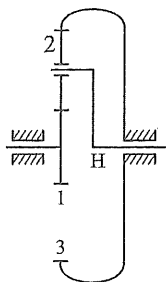
8-14 试设计图示 2K-H 行星轮系中各轮的齿数。

1) 当 $i_{1H} = \frac{18}{5}$, 行星轮个数 $k=3$, 各齿轮模数相同且为标准齿轮。

2) 当 $i_{1H} = \frac{16}{3}$, 行星轮个数 $k=4$, 各齿轮模数相同, 但为提高齿轮的传动质量并减轻重量而采用变位齿轮。

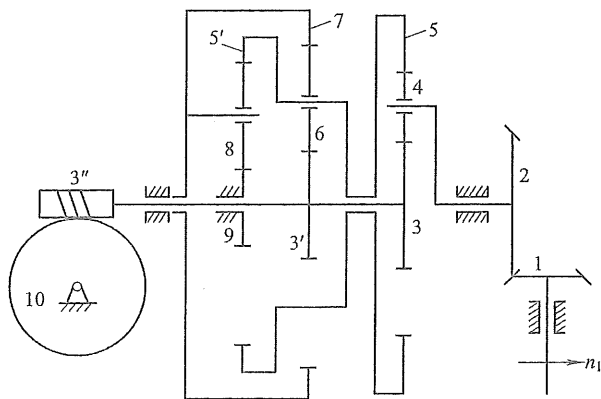


题图 8-13



题图 8-14

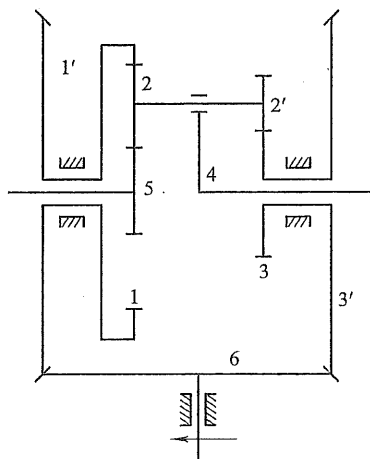
8-15 已知图示轮系各轮的齿数分别为 $z_1 = 20, z_2 = 40, z_3 = 35, z_4 = 20, z_5 = 75, z_{3'} = 30, z_6 = 30, z_7 = 90, z_{5'} = 80, z_8 = 30, z_9 = 20, z_{3''} = 1$ (蜗杆), $z_{10} = 50$ (蜗轮); 齿轮 1 的转速为 $n_1 = 100 \text{ r/min}$, 转向如图, 求蜗轮 10 转速 n_{10} 的大小, 并确定蜗轮标注方向。



题图 8-15

18-16 如图所示轮系中, $z_5 = z_2 = 25, z_2 = 20$, 组成轮系的各齿轮模数相同, 齿轮 1' 和 3' 轴线重合, 且齿数相同。求轮系传动比 i_{54} 。

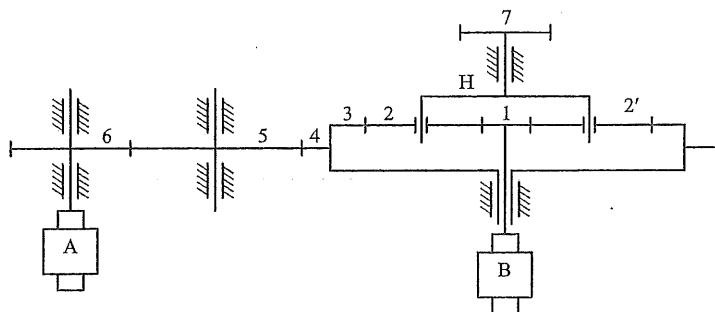
8-17 图示由两台电动机驱动的轮系中, 其合成转速由系杆 H 输出 (经齿轮 7 向外传递运动)。已知两台电动机的转速均为 588 r/min , 且其转动方向相同。各齿轮的齿数分别为



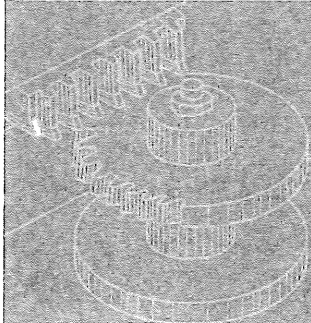
题图 8-16

$z_1 = 15, z_2 = z_{2'} = 36, z_3 = 87, z_4 = 110, z_5 = 67, z_6 = 19$ 。试求：

- 1) 系杆的转速是多少？
- 2) 当两台电动机之一(A 或 B)发生故障(此时该电动机被刹住)而停转时,系杆 H 的转速分别为多少？



题图 8-17



第九章 其他常用机构

组成机器的机构除了前面各章讨论的连杆机构、凸轮机构和齿轮机构等几种主要机构外,还有一些其他类型的机构,本章将对经常用到的诸如棘轮机构、槽轮机构、不完全齿轮机构等几种机构的工作原理、类型、特点及用途,做一简要介绍。

§9-1 棘轮机构

一、棘轮机构的基本结构和工作原理

棘轮机构的基本结构如图 9-1 所示,由摆杆 1、驱动棘爪 2、棘轮 3、止动棘爪 4 与机架 5 组成。当图中摆杆沿顺时针方向转动时,安装在摆杆上的驱动棘爪 2 插入棘轮 3 的齿槽,带动棘轮随摆杆一同转动;当摆杆沿逆时针方向转动时,止动棘爪 4 阻止棘轮反向转动,此时棘轮静止不动,驱动棘爪则从棘轮的齿背上滑过。因此,当摆杆作往复摆动时,棘轮只作单向间歇转动。为保证棘爪工作可靠,需利用弹簧使驱动棘爪和止动棘爪与棘轮轮齿始终保持接触。

二、棘轮机构的类型和特点

棘轮机构可以按以下多种情况进行分类:

(1) 根据其结构形式可以分为外啮合棘轮机构(图 9-1)、内啮合棘轮机构(图 9-2)和棘条棘爪机构(图 9-3)。

外啮合棘轮机构结构简单,制造和安装方便,而内啮合棘轮机构具有结构紧凑、外形尺寸小的特点。

(2) 根据棘轮机构的动作方式可以分为单动式棘轮机构(图 9-1)和双动式棘轮机构(图 9-4)。

单动式棘轮机构的摆杆往复摆动时,只有一个方向的运动可以驱动棘轮转动;而双动式棘轮机构的摆杆两端各装了一个驱动棘爪,摆杆的往复摆动均可驱动棘轮向同一方向转动。

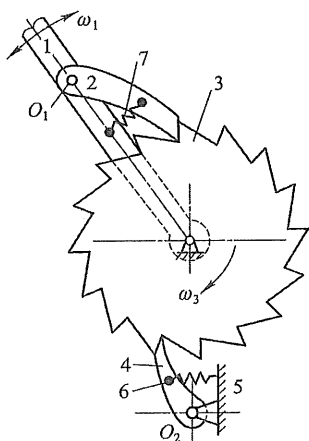


图 9-1

1—摆杆;2—驱动棘爪;3—棘轮;
4—止动棘爪;5—机架;6、7—弹簧

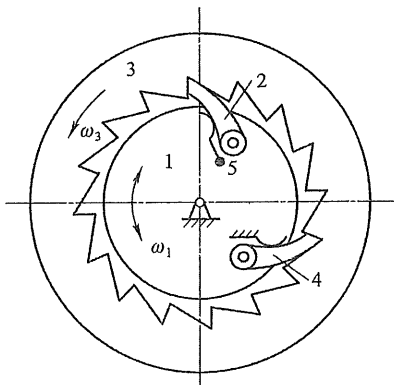


图 9-2

1—摆杆;2—驱动棘爪;3—棘轮;
4—止动棘爪;5—弹簧片

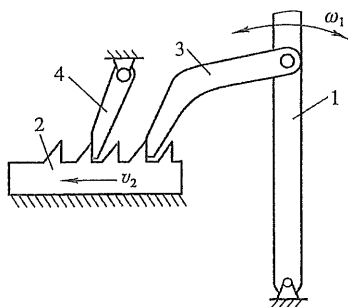


图 9-3

1—摆杆;2—棘条;3—驱动棘爪;4—止动棘爪

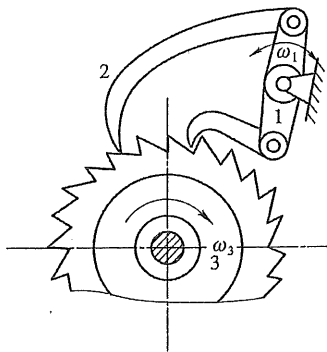


图 9-4

1—摆杆;2—棘爪;3—棘轮

(3) 根据棘轮可实现的转动方向可以分成单向式棘轮机构(图 9-1、图 9-4)和双向式棘轮机构(图 9-5)。

单向式棘轮机构中棘轮的转动方向是不可改变的,双向式棘轮机构的棘轮轮齿为梯形或矩形等对称形状,通过调整棘爪的放置位置或作用方向即可改变棘轮的转动方向。

(4) 根据棘轮机构的驱动原理可分为齿式棘轮机构和摩擦式棘轮机构。

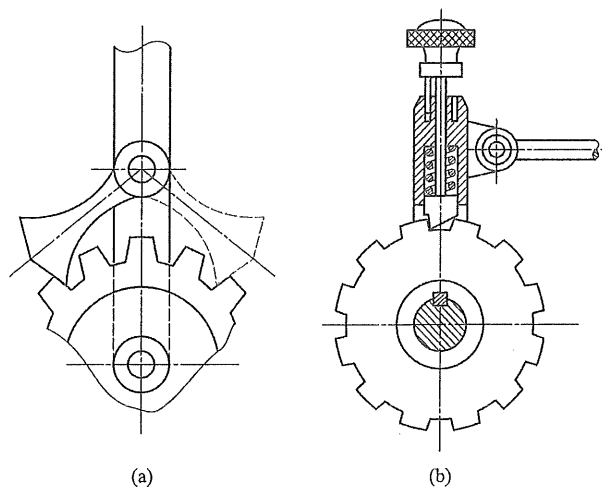


图 9-5

前面列举的棘轮机构是通过棘爪与棘轮轮齿的啮合作用驱动棘轮转动的,称为齿式棘轮机构。图 9-6 和图 9-7 所示的棘轮机构通过摩擦力驱动棘轮转动,称为摩擦式棘轮机构。

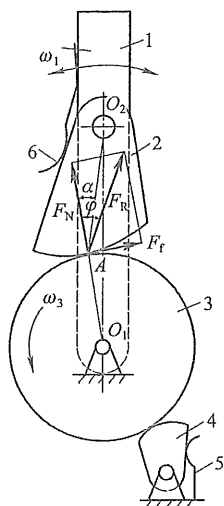


图 9-6

1—摆杆;2—扇形偏心楔块;3—摩擦轮;
4—止动楔块;5、6—弹簧片

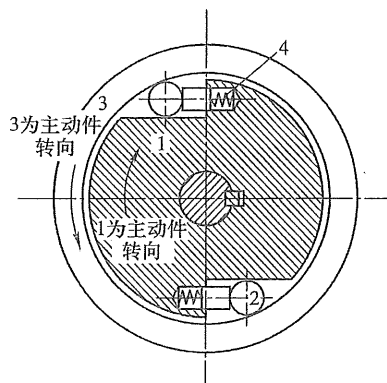


图 9-7

1—星轮;2—滚子;3—外套筒;4—弹簧顶杆



图 9-6 所示的摩擦式棘轮机构为偏心楔块式棘轮机构,它的结构与齿式棘轮机构相似,只是用扇形偏心楔块 2 代替棘爪,用摩擦轮 3 代替棘轮,利用楔块与摩擦轮间的摩擦力来驱动摩擦轮转动。图示机构中,当摆杆 1 逆时针转动时,扇形偏心楔块 2 在摩擦力的作用下楔紧摩擦轮 3,带动摩擦轮 3 同向转动;摆杆 1 顺时针转动时,扇形偏心楔块 2 不再与摩擦轮 3 楔紧,同时由于止动楔块 4 的阻止作用,摩擦轮静止不动,楔块从摩擦轮表面滑过。

图 9-7 为滚子楔紧式棘轮机构,这是另一种常用的摩擦式棘轮机构。由星轮 1、滚子 2、外套筒 3 以及弹簧顶杆 4 所构成,滚子位于外套筒与星轮之间楔形间隙处。当滚子向楔形间隙的小端运动时(此时可以是以外套筒为主动件逆时针转动,通过摩擦力带动滚子滚向楔形间隙小端,也可以是以星轮为主动件顺时针转动,使楔形间隙小端向滚子侧运动),可使滚子在楔形间隙的小端将外套筒与星轮楔紧成一体,从而使从动件随主动件一起转动;反之,当滚子向楔形间隙的大端运动时,将使外套筒和星轮脱开,从动件不随主动件转动。弹簧顶杆的作用是使滚子在初始状态下与外套筒表面保持接触,从而使外套筒能更可靠地带动滚子滚动。

齿式棘轮机构运动可靠,棘轮转角容易实现有级调整,但棘爪在齿面滑过会引起噪声与冲击,在高速时就更为严重,所以齿式棘轮机构经常在低速、轻载的场合用作间歇运动控制。摩擦式棘轮机构传递运动较平稳,无噪声,从动件的转角可作无级调整。其缺点是难以避免打滑现象,因此运动的准确性较差,不适合用于精确传递运动的场合。

三、棘轮机构设计中的主要问题

1. 棘轮齿形的选择

棘轮的齿形通常为不对称梯形。当棘轮机构承受载荷不大时,轮齿也可采用三角形,三角形轮齿的非工作齿面可作成直线形或圆弧形。对于双向式棘轮机构,由于需双向驱动,因此常采用对称梯形或矩形作为棘轮齿形。

2. 棘轮转角大小的调整

(1) 改变摆杆摆角

图 9-8 所示棘轮机构中,通过改变曲柄摇杆机构曲柄 OA 长度可以改变摇杆摆角的大小,从而实现棘轮转角大小的调整。

(2) 采用棘轮罩

安装图 9-9 所示的棘轮罩,通过改变棘轮罩的位置,可以调整在摆杆摆角范围内外露的棘轮轮齿数,在摆杆摆角不变的情况下也可实现棘轮转角大小的调整。

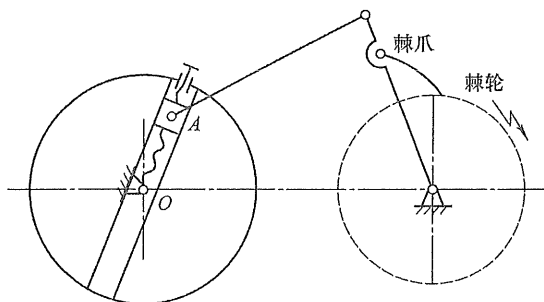


图 9-8

(3) 多爪棘轮机构

要使棘轮每次转动的转角小于一个轮齿所对的中心角 γ 时,可采用多爪棘轮机构。图 9-10 所示为三棘爪棘轮机构,三个棘爪安装位置依次错开 $\gamma/3$ 相位角。摆杆的每次往复摆动可以使三个棘爪依次轮换落入齿槽,棘轮可以实现 $\gamma/3$ 整数倍的转角。

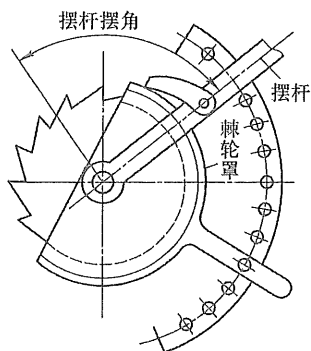


图 9-9

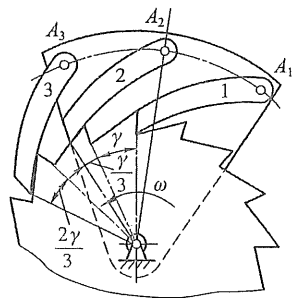


图 9-10

3. 棘轮机构的可靠工作条件

(1) 棘爪可靠啮合条件

如图 9-11 所示,棘轮工作齿面与径向线之间的夹角 θ ,称为棘轮齿面角,其作用是将棘爪导入棘轮齿根,使棘爪与棘轮的啮合更为可靠。棘爪与棘轮工作齿面接触时的受力状况如下:

设棘爪与棘轮的起始啮合点在齿顶 P 处,棘轮工作齿面对棘爪的作用力包括法向反力 F_N 和齿面摩擦力 F_t ,其中齿面摩擦力 F_t 有阻止棘爪滑向棘轮齿根的



作用。为使棘爪顺利滑入棘轮齿根并于齿根处啮紧,法向反力 F_N 对点 O_1 之矩应大于摩擦力 F_f 对点 O_1 的反向力矩,或棘轮对棘爪总反力 F_R 的作用线必须在棘爪轴心 O_1 和棘轮轴心 O_2 之间穿过。即有

$$F_N L \sin \beta > F_f L \cos \beta$$

因

$$F_f = f F_N = \tan \varphi F_N$$

故有

$$\beta > \varphi$$

$$(9-1)$$

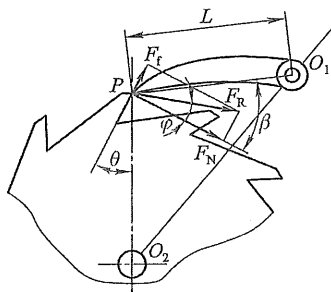


图 9-11

其中 L 为棘爪长, β 为接触点处棘轮齿面法线与 O_1P 之间的夹角, f 为棘爪与棘轮齿面的摩擦因数, φ 为摩擦角。

为使传递相同转矩时棘爪的受力尽可能小,通常使棘爪在棘轮的齿顶处接触时,棘爪与棘轮的齿顶圆相切,即 O_1P 与 O_2P 垂直,此时 $\beta = \theta$,因而需保证棘轮齿面角 θ 大于摩擦角 φ 。当材料的摩擦因数 $f = 0.2$ 时,摩擦角 $\varphi \approx 11^\circ 18'$,因此一般取 $\theta = 20^\circ$ 。

(2) 偏心块楔紧条件

对于图 9-6 所示的偏心楔块式棘轮机构,摆杆逆时针转动时,摩擦轮对楔块在接触点 A 处的作用力包括正压力 F_N 与摩擦力 F_f 。正压力 F_N 有松开楔块的作用,要使楔块楔紧摩擦轮 3,应使 F_N 与 F_f 对 O_2 的矩满足:

$$F_f \overline{O_2 A} \cos \alpha > F_N \overline{O_2 A} \sin \alpha$$

因

$$F_f = f F_N = \tan \varphi F_N$$

故应有

$$\alpha < \varphi$$

$$(9-2)$$

式中: f 为摩擦因数; φ 为摩擦角; α 为楔块廓线升角。

因此,偏心块楔紧条件为楔块廓线升角 α 小于摩擦角 φ 。或摩擦轮对偏心楔块总反力 F_R 的作用线必须在棘轮轴心 O_1 与棘爪轴心 O_2 之间穿过。

(3) 滚子楔紧条件

对于图 9-7 所示滚子楔紧式棘轮机构,滚子受力情况如图 9-12 所示。滚子在楔形间隙小端处与外套筒 3 和星轮 1 分别接触于点 A 和点 B ,所受正压力分别为 F_{NA} 和 F_{NB} 。当外套筒逆时针方向转动或星轮顺时针方向转动时,滚子在点 A 受到向左的摩擦力 F_A ,形成逆时针的转动趋势,因而在点 B 处受到的摩擦力 F_B 也向左。摩擦力 F_A 与 F_B 使滚子楔紧,其夹角为楔紧角 β ,而正压力 F_{NA} 和 F_{NB} 欲将滚子挤向楔形间隙大端而松开。为使滚子将外套筒和星轮楔紧,应保证滚子在点 A 和点 B 处均无滑动,故对点 A 和点 B 的矩应满足:

$$\begin{cases} F_A \left(\frac{d}{2} + \frac{d}{2} \cos \beta \right) > F_{NA} \frac{d}{2} \sin \beta \\ F_B \left(\frac{d}{2} + \frac{d}{2} \cos \beta \right) > F_{NB} \frac{d}{2} \sin \beta \end{cases}$$

其中 d 为滚子直径, 设滚子与外套筒及星轮的摩擦因数分别为 f_A 、 f_B , 摩擦角分别为 φ_A 、 φ_B , 将 $F_A = f_A F_{NA} = \tan \varphi_A F_{NA}$ 和 $F_B = f_B F_{NB} = \tan \varphi_B F_{NB}$ 带入上式并整理得

$$\beta < 2\varphi \quad (9-3)$$

其中 φ 为 φ_A 和 φ_B 中的较小者。

因此, 滚子楔紧条件为楔紧角 β 应小于两倍的摩擦角。但若 β 角选择过小, 反向运动时滚子将不易退出楔紧状态。

四、棘轮机构的应用

棘轮机构是一种单向运动机构, 与往复运动机构结合使用可实现间歇运动, 在生产中主要用于止逆、间歇进给、超越等动作的控制, 以下为一些典型应用实例。

在起重机、卷扬机等机械中, 常用棘轮机构作为防止逆转的止逆器, 使提升的重物能停止在任何位置上, 以防止由于停电等原因造成事故。图 9-13 所示即为提升机的棘轮止逆器。

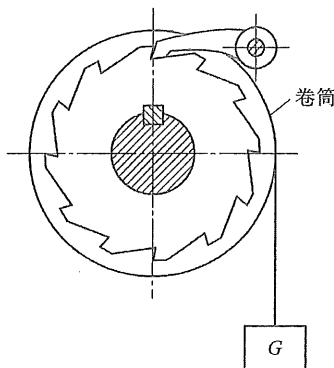


图 9-13

图 9-14 为牛头刨床工作台横向进给机构, 当曲柄 1 转动时, 经连杆 2 带动摇杆 4 作往复摆动; 摇杆 4 上装有如图 9-5b 所示的双向棘轮机构的棘爪, 棘轮 3 与丝杠 5 固连, 棘爪驱动棘轮及丝杠作单方向间歇转动, 从而使螺母带动工作台 6 作间歇进给运动。改变驱动棘爪摆角, 可以调节进给量; 改变驱动棘爪的方向 (令棘爪绕自身轴线转过 180° 后固定), 可使棘轮作反向间歇转动, 从而改变工作台 6 进给运动的方向。

图 9-15 所示为棘轮机构用于快速超越运动的例子。所谓超越是指两同轴转动的构件, 其中一个构件的转速超越另一构件时, 将两构件固连在一起, 反之则互相脱开。如自行车后轴链轮的转速低于后车轮转速时, 车轮与链轮脱开, 只



有骑车人蹬动链轮使之速度提高到车轮转速时,两者才固连在一起而推动车轮前进,这就是后链轮(俗称飞轮)内的棘轮的作用。在图 9-15 中,运动由蜗杆 1 传到蜗轮 2,通过安装在蜗轮 2 上的棘爪 3 驱动与棘轮 4 固连的输出轴 5 按图示 ω_s 方向慢速转动。当需要输出轴 5 快速转动时,可按输出轴 5 转动方向快速转动输出轴 5 上手柄,这时由于手动转速大于蜗轮转速,所以棘爪在棘轮齿背滑过,从而在蜗轮继续转动时,可用快速手动来实现输出轴 5 超越蜗轮 2 的运动。

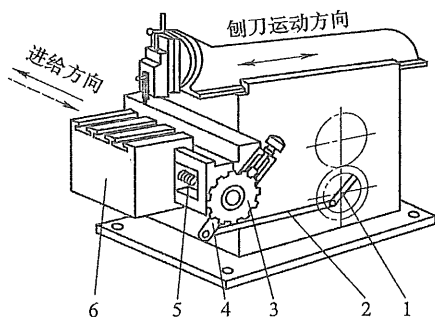


图 9-14

1—曲柄;2—连杆;3—棘轮;
4—摇杆;5—丝杠;6—工作台

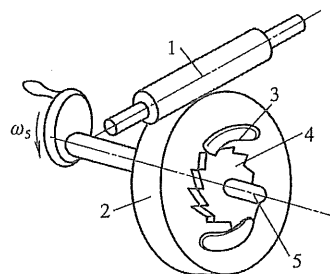


图 9-15

1—蜗杆;2—蜗轮;3—棘爪;
4—棘轮;5—输出轴

§9-2 槽轮机构

一、槽轮机构的组成及其工作原理

图 9-16 所示的槽轮机构,是由装有圆柱销 A 的主动拨盘 1 和开有径向槽的从动槽轮 2 组成的高副机构。设主动拨盘作顺时针转动,拨盘 1 上的圆柱销在图示位置处进入槽轮 2 的径向槽中,带动槽轮逆时针方向转动。当拨盘转过 $2\phi_1$ 角度时,圆柱销从槽轮的径向槽中脱离,拨盘继续转动而槽轮停止运动,直至拨盘再次转至图示位置进入槽轮下一个径向槽中。因此,当主动拨盘作连续转动时,槽轮作间歇转动。

在拨盘圆柱销脱离槽轮径向槽期间,为保证槽轮能够保持固定位置不动,在主动拨盘与从动槽轮上设置了锁止弧 S_1 和 S_2 。锁止弧为以主动件回转中心为圆心的一段匹配圆弧,可以实现主动件自由转动而从动件位置固定,图 9-17 所示为锁止弧的锁止和打开的工作状态。

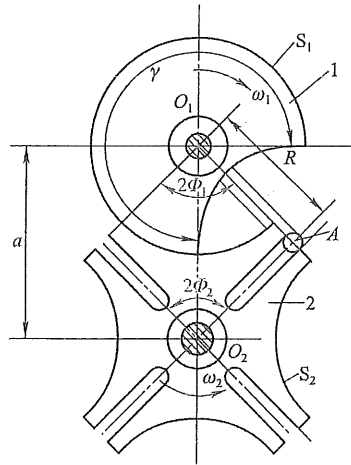


图 9-16

1—主动拨盘;2—从动槽轮

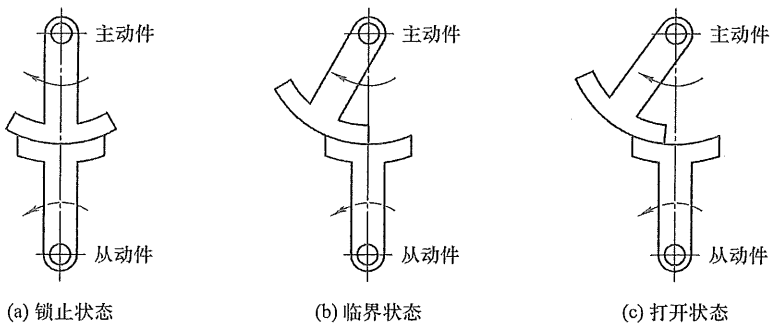


图 9-17

二、槽轮机构的基本类型

常见的槽轮机构有两种类型:一种是图 9-16 所示的外啮合槽轮机构,其主动拨盘与从动槽轮转向相反;另一种是图 9-18 所示的内啮合槽轮机构,其主动拨盘与从动槽轮转向相同。

三、槽轮机构的运动性质

1. 槽轮机构运动系数

(1) 外槽轮机构

在一个运动循环周期内槽轮运动时间 t_2 与运动循环周期时间 t_1 之比称为运

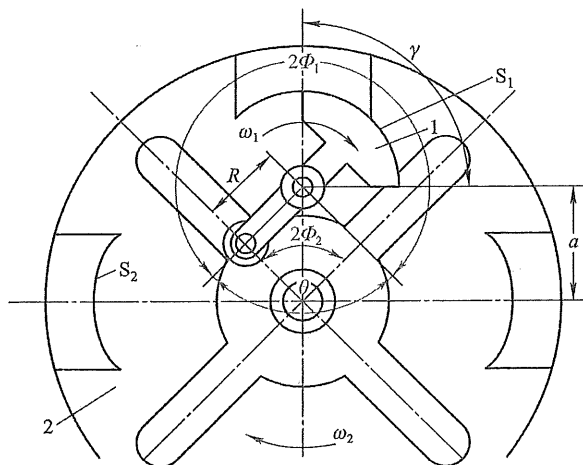


图 9-18

1—主动拨盘; 2—从动槽轮

动系数,用 τ 表示。对于如图 9-16 所示的单销外槽轮机构,当拨盘等速转动时,运动系数 τ 可以表示为槽轮运动时拨盘对应的转角 $2\Phi_1$ 与整周转角 2π 的比值。由于在圆柱销 A 进入与脱出径向槽的位置处,槽口方向与圆柱销中心的运动圆周相切,若外从动槽轮 2 上均布的径向槽数为 z ,则槽轮转动时主动拨盘 1 的转角 $2\Phi_1$ 可以表示为

$$2\Phi_1 = \pi - 2\Phi_2 = \pi - \frac{2\pi}{z}$$

因此外槽轮机构运动系数为

$$\tau = \frac{t_2}{t_1} = \frac{2\Phi_1}{2\pi} = \frac{\pi - \frac{2\pi}{z}}{2\pi} = \frac{1}{2} - \frac{1}{z} = \frac{z-2}{2z} \quad (9-4)$$

在一个运动循环内槽轮停歇时间 t'_2 可由 τ 值按下式计算:

$$t'_2 = t_1 - t_2 = t_1 \left(1 - \frac{t_2}{t_1} \right) = t_1 (1 - \tau) \quad (9-5)$$

因槽轮的运动时间 $t_2 > 0$,故由式(9-4)可得 $z > 2$,即径向槽的数目 z 应大于2,这样槽轮机构的运动系数 $\tau < 0.5$,也就是说单圆柱销外槽轮机构的运动时间总小于其停歇时间。

为提高运动系数,可采用如图 9-19 所示的多圆柱销拨盘。若拨盘上均布 k 个圆柱销,当其转动一周时,槽轮将被拨动 k 次,则运动系数 τ 为单圆柱销槽轮机构的 k 倍,故



$$\tau = k \frac{t_2}{t_1} = \frac{k(z-2)}{2z} \quad (9-6)$$

由于运动系数 $\tau < 1$ 时槽轮才能出现停歇, 故

$$k < \frac{2z}{z-2} \quad (9-7)$$

(2) 内槽轮机构

对于图 9-18 所示内槽轮机构, 槽轮运动时拨盘对应的转角 $2\Phi_1$ 可以表示为

$$2\Phi_1 = 2\pi - \theta = 2\pi - (\pi - 2\Phi_2) = \pi + 2\Phi_2 = \pi + \frac{2\pi}{z}$$

其运动系数 τ 为

$$\tau = \frac{2\Phi_1}{2\pi} = \frac{1}{2} + \frac{1}{z} = \frac{z+2}{2z} \quad (9-8)$$

由式(9-8)可知, 内槽轮机构的运动系数总大于 0.5, 圆柱销数只能为 1。

2. 槽轮机构角速度和角加速度

如图 9-20 所示, 在槽轮运动过程的任一瞬时, 槽轮 2 的转角 φ_2 和拨盘 1 的转角 φ_1 关系为

$$\tan \varphi_2 = \frac{R \sin \varphi_1}{a - R \cos \varphi_1}$$

式中: R 为圆柱销回转半径; a 为中心距。

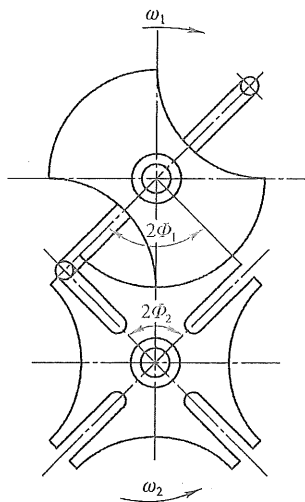


图 9-19

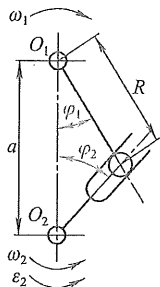


图 9-20



由图 9-16 可知 $R = a \sin \Phi_2 = a \sin \frac{\pi}{z}$, 再令 $\lambda = \frac{R}{a}$, 故有

$$\varphi_2 = \arctan \left(\frac{\lambda \sin \varphi_1}{1 - \lambda \cos \varphi_1} \right) \quad (9-9)$$

上式对时间求一阶导数和二阶导数可得槽轮的瞬时角速度 ω_2 和角加速度 ε_2 。同理, 也可求得内槽轮机构槽轮的角速度和角加速度, 具体计算公式见表 9-2。

图 9-21a、b 分别为外槽轮机构和内槽轮机构槽轮的 $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ 和 $\frac{\varepsilon_2}{\omega_1^2}$ 随拨盘转角 φ_1 的变化曲线。两图中槽数都为 4 和 8, 用以比较槽数对机构的运动特性的影响。

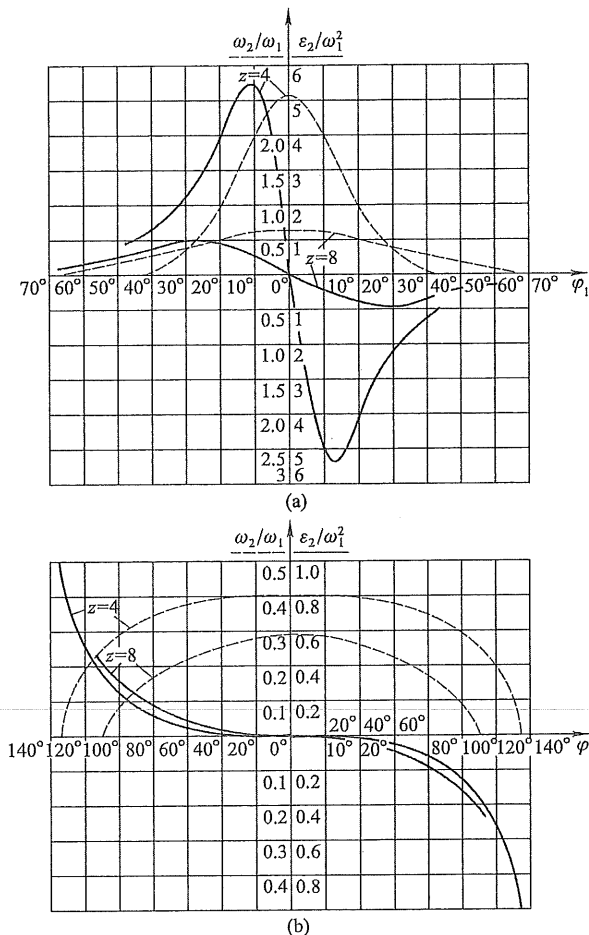


图 9-21

表 9-1 列出了槽数从 3 至 8 的内、外槽轮机构的最大角速度 $\frac{\omega_{2\max}}{\omega_1}$ 和最大角加速度 $\frac{\varepsilon_{2\max}}{\omega_1^2}$ 值。

表 9-1 内、外槽轮机构的最大角速度和最大角加速度

Z	$\omega_{2\max}/\omega_1$		$\varepsilon_{2\max}/\omega_1^2$	
	外槽轮机构	内槽轮机构	外槽轮机构	内槽轮机构
3	6.46	0.46	31.44	1.73
4	2.41	0.41	5.41	1.00
5	1.43	0.37	2.30	0.73
6	1.00	0.33	1.35	0.58
8	0.62	0.28	0.70	0.41

四、槽轮机构的类型选择与设计计算

由图 9-21 和表 9-1 可知:内槽轮的运动平稳性比外槽轮好。但内槽轮机构的尺寸较大,另外在有些生产线上(如多工位自动机工作台等),由于需要尽量增加停歇时间的比例,即希望采用较小的 τ 值,故在这些场合不宜采用内槽轮机构。此外,槽轮槽数越少,角加速度变化越大,运动平稳性就越差;但槽轮槽数越多,机构的尺寸也越大,因此设计时槽轮的槽数应选择适当。当槽数 $z>9$ 时, τ 的改变很小,说明槽轮运动时间与静止时间变化不太大。另外,从表 9-1 知,外槽轮机构当 $z=3$ 时,槽轮的加速度变化较大,运动平稳性差,因此一般设计中选取槽数 $z=4\sim 8$ 。

内、外槽轮机构主要参数的计算公式见表 9-2,表中的符号见图 9-16 和图 9-18。

表 9-2 内、外槽轮机构参数的计算公式

名称	符号	外槽轮机构计算公式	内槽轮机构计算公式
圆销的回转半径	R	$R=a\sin\frac{\pi}{z}$	$R=a\sin\frac{\pi}{z}$
锁止弧张角	γ	$\gamma=2\pi\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{z}-\frac{1}{2}\right)$	$\gamma=2\pi\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{z}\right)$



续表

名称	符号	外槽轮机构计算公式	内槽轮机构计算公式
运动系数	τ	$\tau = \frac{k(z-2)}{2z}$	$\tau = \frac{z+2}{2z}$
圆柱销回转半径 与中心距的比值	λ	$\lambda = \frac{R}{a} = \sin \Phi_2 = \sin \frac{\pi}{z}$	$\lambda = \frac{R}{a} = \sin \Phi_2 = \sin \frac{\pi}{z}$
槽轮角位移	φ_2	$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{\lambda \sin \varphi_1}{1 - \lambda \cos \varphi_1}\right)$	$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{\lambda \sin \varphi_1}{1 + \lambda \cos \varphi_1}\right)$
槽轮角速度	ω_2	$\omega_2 = \frac{\lambda (\cos \varphi_1 - \lambda)}{1 - 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2} \omega_1$	$\omega_2 = \frac{\lambda (\cos \varphi_1 + \lambda)}{1 + 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2} \omega_1$
槽轮角加速度	ε_2	$\varepsilon_2 = \frac{\lambda (\lambda^2 - 1) \sin \varphi_1}{(1 - 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2)^2} \omega_1^2$	$\varepsilon_2 = \frac{\lambda (\lambda^2 - 1) \sin \varphi_1}{(1 + 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2)^2} \omega_1^2$

五、槽轮机构的应用

槽轮机构是种典型的间歇运动机构,其结构简单,制造方便,工作可靠。但工作时有一定程度的冲击,故一般不宜用于高速转动的场合。

图 9-22 为电影放映机的间歇卷片机构,图 9-23 所示的槽轮机构用作间歇转位机构。

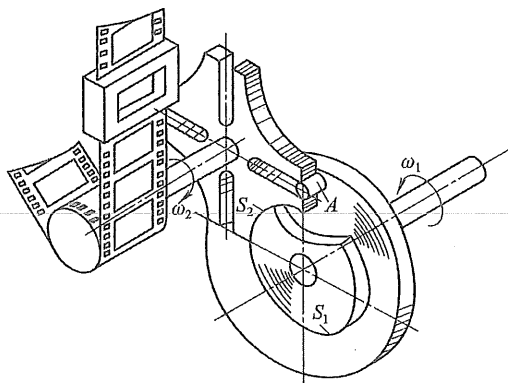


图 9-22

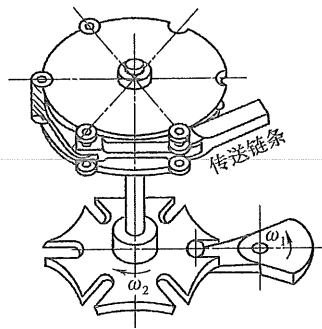


图 9-23

§9-3 不完全齿轮机构

一、不完全齿轮机构的工作原理

不完全齿轮机构(图 9-24)是由普通渐开线齿轮机构演变而成的一种间歇运动机构,其主动轮圆周上只有部分轮齿。当主动轮连续转动时,从动轮进行间歇转动。不完全齿轮的从动轮间歇运动转角以及动停比调整比较方便,但从动轮每次间歇运动的始末过程存在冲击,故多用于低速、轻载场合。

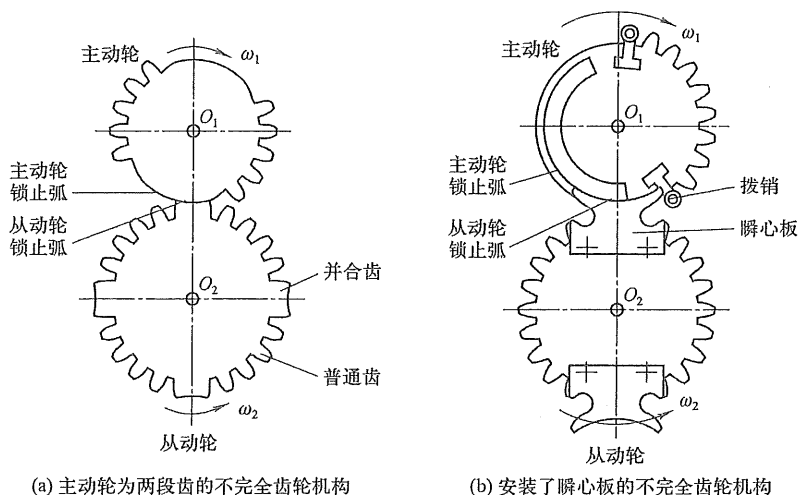


图 9-24

不完全齿轮机构的主动轮可以是单齿、单段齿或多段齿,首齿和末齿的齿高通常需要进行修型,无齿部分一般用作凸锁止弧。从动轮分成多个齿段,每个齿段由一个并合齿和若干个普通齿组成。并合齿由几个轮齿合并而成,其顶部一般用作凹锁止弧,每次间歇运动从动轮转过一个齿段。

二、不完全齿轮机构啮合过程

从动轮停歇时,其并合齿处于相对于两轮连心线的对称位置。间歇运动开始时,首先是主动轮首齿与从动轮并合齿啮合;随后主动轮后续各齿与从动轮各普通齿依次啮合;当主动轮末齿与从动轮齿段最后一个普通齿脱离接触时,间歇运动周期结束。整个啮合过程中,主动轮与从动轮轮齿的接触线分为首齿啮入线、实际啮合线、末齿啮出线三段(图 9-25)。

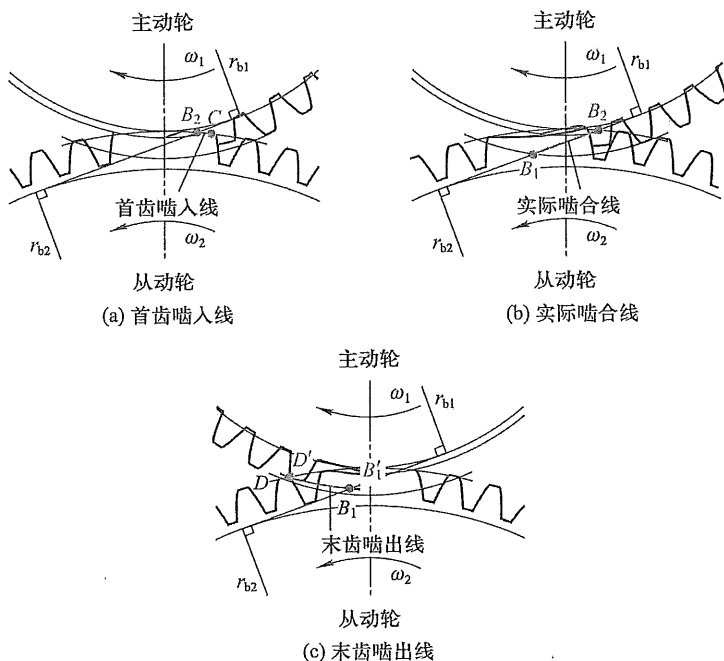


图 9-25

1) 首齿啮入线 B_2C 。启动时,若从动轮 2 并合齿齿廓停歇于实际啮合线 B_1B_2 范围之外(即并合齿齿廓与 B_1B_2 不相交),则主动轮 1 首齿需先将从动轮 2 并合齿齿廓推至 B_1B_2 范围之内。接触方式为主动轮齿廓与从动轮并合齿齿顶接触,接触点轨迹为从动轮齿顶圆弧段 B_2C ,此阶段从动轮的转速高于正常转速。若启动时从动轮并合齿齿廓已经在 B_1B_2 范围之内,则无此啮合阶段。

2) 实际啮合线 B_1B_2 。从动轮 2 的并合齿或普通齿齿廓进入实际啮合线 B_1B_2 后,主从动轮齿廓将沿 B_1B_2 进行啮合传动。不完全齿轮在此段的啮合状况与普通渐开线齿轮相同,接触方式为主动轮 1 齿廓与从动轮 2 齿廓接触,接触点轨迹为直线 B_1B_2 ,两轮作定传动比传动。

3) 末齿啮出线 B_1D 。主动轮 1 末齿齿顶到达实际啮合线 B_1B_2 的终点 B_1 后,因无后续轮齿继续传动,需靠主动轮末齿继续推动从动轮轮齿至脱离接触。此段接触方式为主动轮 1 齿顶与从动轮 2 齿廓接触,接触点轨迹为主动轮齿顶圆弧段 B_1D ,此阶段从动轮转速低于正常转速。若对主动轮末齿齿顶高修形,则末齿齿出线为 B_1D' 。

各阶段主动轮和从动轮的转速关系如图 9-26 所示。

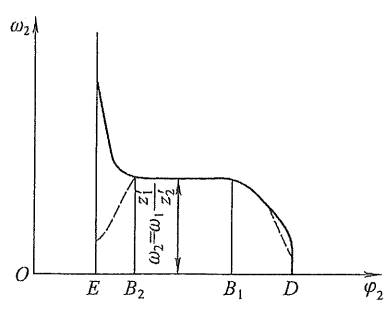


图 9-26

三、不完全齿轮机构的主要运动参数

不完全齿轮机构设计时需要确定的主要参数包括主动轮末齿齿顶高系数 h_{am}^* 、主动轮首齿齿顶高系数 h_{as}^* 、主动轮锁止弧进入角 Q_E 、主动轮锁止弧离开角 Q_S 等(表 9-3)。需要满足的技术指标通常包括每次间歇运动时从动轮的转角以及间歇运动的运动系数或动停比等。各参数的计算方法见表 9-4,或者根据表 9-5~表 9-8 查取。

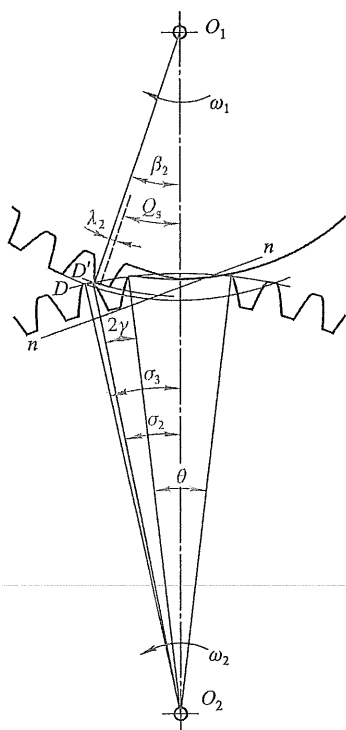
表 9-3 不完全齿轮主要参数说明

参数	说明
主动轮末齿齿顶高系数 h_{am}^*	主动轮末齿齿顶圆与从动轮齿顶圆交点 D' 是每次间歇运动过程的最后接触点,决定了从动轮的停歇位置。通过调整 h_{am}^* 可以使停歇位置处从动轮的并合齿相对于 O_1O_2 对称。此时 D' 处对应从动轮齿顶圆弧段弧长 $2\delta_2$ 正好包含 K 个齿和 1 个齿槽
主动轮首齿齿顶高系数 h_{as}^*	因停歇位置处从动轮的并合齿相对于 O_1O_2 对称,因此主动轮的首齿齿顶高不能大于其末齿齿顶高,否则在间歇运动起始处主动轮首齿将无法进入从动轮的齿槽。 由于起始接触点处主动轮首齿为齿廓接触,故调整其齿高并不影响初始接触;但若首齿的齿高调整得过低,可能会导致主动轮首齿与第 2 齿之间的重合度小于 1。因此须保证: $h_{am}^* \geq h_{as}^* > h_{as,min}^*$。 其中 $h_{as,min}^*$ 为主动轮首齿最小齿顶高系数,即重合度为 1 时的齿顶高系数
主动轮锁止弧进入角 Q_E 及锁止弧离开角 Q_S	主动轮首齿进入啮合位置(图 9-27b)和末齿退出啮合位置(图 9-27a)即分别为锁止弧打开的位置和关闭位置,图 9-27b 中首齿中心线与两轮连心线的夹角为主动轮锁止弧进入角 Q_E,图 9-27a 中末齿中心线与两轮连心线的夹角为锁止弧离开角 Q_S。 从动轮并合齿顶部锁止弧边缘到两侧齿顶距离应保证: $\Delta s \geq 0.5m$,以避免锁止弧的磨损影响到齿廓,改变啮入点的位置

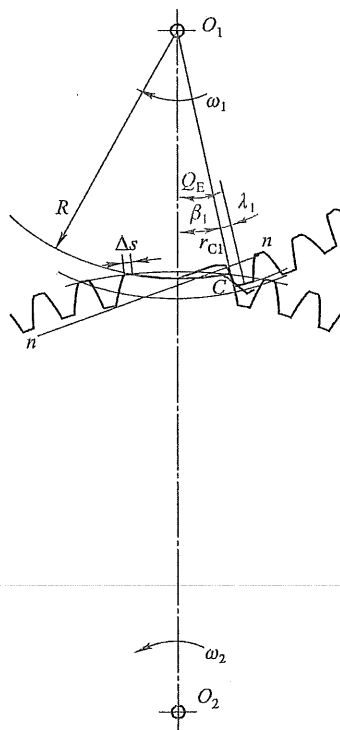


续表

参数	说明
从动轮间歇运动转过齿数 z_2 及转角 δ'	当主动轮为单齿时,每次间歇运动从动轮转过 1 个并合齿: $z_2 = K$。 当主动轮为齿数为 z_1 的单段齿时,每次间歇运动从动轮转过 1 个并合齿及 $z_1 - 1$ 个普通齿,即 $z_2 = K + z_1 - 1$。 从动轮对应的转角为 $\delta' = 2\pi z_2 / z_2'$。
间歇运动的运动系数 τ	从动轮间歇运动过程中,若主动轮为单齿时的转角为 $\beta = Q_E + Q_S$。主动轮为齿数为 z_1 的单段齿时的转角为 $\beta = Q_E + Q_S + \psi$,其中 ψ 为 $z_1 - 1$ 个齿的转角。 运动系数为 $\tau = \beta / 2\pi$。 设计之初因 Q_S、Q_E 未知,对运动系数也可用下式预估: $\tau' = z_2 / z_1$。



(a) 末齿退出啮合位置



(b) 首齿进入啮合位置

图 9-27



表 9-4 不完全齿轮主要参数计算

序号	参数	符号	计算式
1	主、从动轮布满齿时的假想齿数	z_1', z_2'	
2	在一次间歇运动中,从动轮转过角度内所包含的齿距数	z_2	
3	主动轮转一周,从动轮完成间歇运动次数	N	$N = \frac{z_2'}{z_2}$
4	一个并合齿内所合并的轮齿个数	K	$\delta_3 = \arccos \frac{(z_2' + 2)^2 + (z_1' + z_2')^2 - (z_1' + 2)^2}{2(z_2' + 2)(z_1' + z_2')}$ $K = \text{int} \left(\frac{2\delta_3 - 2\gamma}{2\pi/z_2'} \right) \quad (\text{int 为取不大于的最接近整数})$
5	主动轮单段齿的齿数	z_1	$z_1 = z_2 + 1 - K$
6	主、从动轮齿顶压力角	α_{a1}, α_{a2}	$\alpha_{a1} = \arccos \frac{z_1' \cos \alpha}{z_1' + 2}, \alpha_{a2} = \arccos \frac{z_2' \cos \alpha}{z_2' + 2}$
7	从动轮齿顶圆齿槽间所对应中心角	2γ	$2\gamma = \frac{\pi}{z_2'} + 2(\text{inv } \alpha_{a2} - \text{inv } \alpha)$
8	在一次间歇运动中,从动轮的转角	δ, δ'	$\delta = \frac{2\pi}{z_2'} K \quad \text{当 } z_1 = 1 \text{ 时}$ $\delta' = \frac{2\pi}{z_2'} z_2 \quad \text{当 } z_1 > 1 \text{ 时}$
9	主动轮末齿顶高系数	h_{as}^*	$h_{am}^* = \frac{-z_1' + \sqrt{z_1'^2 + 4L}}{2}$ $L = \frac{z_2'(z_1' + z_2') + 2(z_2' + 1) - (z_1' + z_2')(z_2' + 2) \cos \delta_2}{2}$ $\delta_2 = \frac{\pi}{z_2'} K + \gamma$
10	主动轮首齿顶高系数	h_{as}^*	$h_{as}^* < h_{am}^* \quad (\text{当 } z_1 = 1 \text{ 时}, h_{as}^* = h_{am}^*)$
11	首齿重合度	ε	$\varepsilon = \frac{z_1'}{2\pi} (\tan \alpha_{as} - \tan \alpha) + \frac{z_2'}{2\pi} (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha) > 1$
12	从动轮并合齿齿顶圆弧对应角度	θ	$\theta = \delta - 2\gamma$
13	锁止弧半径	R	需满足 $\Delta s \geq 0.5m$



续表

序号	参数	符号	计算式
14	主动轮首、末两齿中心线间夹角	ψ	$\psi = 2\pi(z_1 - 1)/z_1$
15	主动轮锁止弧进入角	Q_E	分两种情况: 1) 初始啮合点首齿啮入线上(即从动轮齿顶圆 CB_2), 此时: $\frac{\theta}{2} > \alpha_{a2} - \alpha$ $Q_E = \beta_1 + \lambda_1$ $\beta_1 = \arcsin\left(\frac{r_{a2}}{r_{c1}} \sin \frac{\theta}{2}\right)$ $r_{c1} = \frac{m}{2} \sqrt{(z_2 + 2)^2 + (z_1 + z_2)^2 - 2(z_2 + 2)(z_1 + z_2) \cos \frac{\theta}{2}}$ $\alpha_{c1} = \arccos \frac{m z_1 \cos \alpha}{2 r_{c1}}$ $\lambda_1 = \frac{\pi}{2 z_1} - \text{inv } \alpha_{c1} + \text{inv } \alpha$ 2) 初始啮合点在实际啮合线 $B_1 B_2$ 上, 此时: $\frac{\theta}{2} \leq \alpha_{a2} - \alpha$ $Q_E = \frac{K\pi}{z_1}$
16	主动轮锁止弧离开角	Q_S	$Q_S = \beta_2 - \lambda_2$ $\lambda_2 = \frac{\pi}{2 z_1} - \text{inv } \alpha_{am} + \text{inv } \alpha$ $\beta_2 = \arcsin\left(\frac{z_2 + 2}{z_2 + 2 h_{am}^*} \sin \delta_2\right)$
17	主动轮的运动角	β, β'	$\beta = Q_E + Q_S \text{ (当 } z_1 = 1 \text{ 时)}$ $\beta' = Q_E + Q_S + \psi \text{ (当 } z_1 > 1 \text{ 时)}$
18	动停比和运动系数	k τ	$k = \frac{\beta' N}{2\pi - \beta' N}$ 运动系数预估式: $\tau' = z_2 / z_1$ 运动系数准确计算公式: $\tau = \frac{\beta' N}{2\pi}$ (当 $z_1 = 1$ 时, $\beta' = \beta$)

表 9-5 主动轮末齿顶高系数

z_2	$K=1$		$K=2$															
			20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50
20	—		0.997	0.924	0.861	0.806	0.758	0.715	0.677	0.644	0.613	0.586	0.561	0.538	0.517	0.497	0.478	0.459
22	0.981		0.894	0.820	0.756	0.701	0.653	0.610	0.572	0.538	0.508	0.480	0.455	0.432	0.411	0.391	0.372	0.353
24	0.896		0.808	0.734	0.670	0.614	0.566	0.523	0.485	0.451	0.420	0.393	0.368	0.345	0.324	0.304	0.285	0.266
26	0.824		0.735	0.661	0.596	0.541	0.492	0.449	0.411	0.377	0.347	0.319	0.294	0.271	0.250	0.231	0.212	0.193
28	0.762		0.673	0.598	0.534	0.478	0.429	0.386	0.348	0.314	0.284	0.256	0.231	0.209	0.188	0.169	0.150	0.131
30	0.708		0.619	0.544	0.480	0.424	0.375	0.332	0.294	0.260	0.230	0.202	—	—	—	—	—	—
32	0.661		0.572	0.497	0.432	0.376	0.328	0.285	0.247	0.213	0.182	—	—	0.996	0.975	0.954	0.933	0.912
34	0.620		0.531	0.455	0.391	0.335	0.286	0.243	0.205	0.171	—	—	0.963	0.925	0.887	0.849	0.811	0.773
36	0.583		0.494	0.418	0.354	0.298	0.249	0.206	0.168	—	0.988	0.942	0.900	0.862	0.824	0.786	0.748	0.710
38	0.550		0.461	0.385	0.321	0.265	0.216	0.173	—	0.983	0.932	0.886	0.843	0.805	0.767	0.729	0.691	0.653
40	0.521		0.431	0.356	0.291	0.235	0.187	—	0.989	0.932	0.881	0.835	0.792	0.754	0.716	0.678	0.640	0.602
42	0.494		0.405	0.329	0.265	0.209	0.160	—	0.943	0.887	0.835	0.789	0.746	0.708	0.670	0.632	0.594	0.556
44	0.470		0.380	0.305	0.240	0.184	—	0.965	0.902	0.845	0.794	0.747	0.705	0.666	0.627	0.589	0.551	0.512
46	0.448		0.358	0.283	0.218	0.162	0.999	0.928	0.864	0.807	0.756	0.709	0.667	0.628	0.589	0.551	0.512	0.474
48	0.428		0.338	0.263	0.198	0.142	0.965	0.893	0.829	0.772	0.721	0.674	0.632	0.593	0.554	0.515	0.476	0.437
50	0.409		0.320	0.244	0.179	—	0.933	0.861	0.797	0.740	0.689	0.642	0.599	0.561	0.522	0.483	0.444	0.405
52	0.392		0.302	0.227	0.162	0.985	0.904	0.832	0.768	0.711	0.659	0.612	0.570	0.531	0.492	0.453	0.414	0.375
54	0.376		0.287	0.211	0.146	0.958	0.877	0.805	0.741	0.683	0.632	0.585	0.542	0.504	0.465	0.426	0.387	0.348
56	0.361		0.272	0.196	0.132	0.933	0.851	0.780	0.716	0.658	0.606	0.560	0.517	0.478	0.439	0.399	0.360	0.321
58	0.348		0.258	0.183	0.118	0.909	0.828	0.756	0.692	0.635	0.583	0.536	0.493	0.454	0.415	0.376	0.337	0.298
60	0.335		0.245	0.170	0.980	0.888	0.806	0.734	0.670	0.613	0.561	0.514	0.471	0.432	0.393	0.354	0.315	0.276
z_1	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44					

表 9-6 主动轮齿顶高系数 $h_{as, \min}^*$ (重合度 $\varepsilon=1$ 时)

z_2	$K=1$	$K=2$																							
20	—	0.241	0.240	0.239	0.238	0.237	0.236	0.235	0.234	0.234	0.233	0.233	0.232	0.232	0.231	0.231	0.231	0.231	0.231	0.231	0.231	0.231	0.231	0.231	0.230
22	0.229	0.227	0.226	0.225	0.224	0.223	0.223	0.222	0.221	0.221	0.220	0.220	0.219	0.219	0.219	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218
24	0.216	0.215	0.214	0.213	0.212	0.212	0.211	0.210	0.210	0.209	0.209	0.208	0.208	0.208	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207
26	0.205	0.204	0.203	0.202	0.202	0.201	0.200	0.200	0.199	0.199	0.199	0.198	0.198	0.198	0.197	0.197	—	—	—	—	—	—	—	—	—
28	0.196	0.195	0.194	0.193	0.192	0.192	0.191	0.191	0.190	0.190	0.189	0.189	0.189	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.188
30	0.187	0.186	0.185	0.184	0.184	0.183	0.183	0.182	0.182	0.181	0.181	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.180
32	0.179	0.178	0.177	0.176	0.176	0.175	0.175	0.174	0.174	0.174	—	—	—	0.173	0.173	0.173	0.173	0.172	0.172	0.172	0.172	0.172	0.172	0.172	0.172
34	0.171	0.171	0.170	0.169	0.169	0.168	0.168	0.167	0.167	—	—	—	—	0.166	0.166	0.166	0.166	0.166	0.166	0.166	0.165	0.165	0.165	0.165	0.165
36	0.165	0.164	0.163	0.163	0.162	0.162	0.161	0.161	—	—	—	—	—	0.161	0.160	0.160	0.160	0.160	0.160	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159	0.159
38	0.159	0.158	0.157	0.157	0.156	0.156	0.155	—	—	0.155	0.154	0.154	0.154	0.154	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153	0.153
40	0.153	0.152	0.152	0.151	0.151	0.150	—	—	0.150	0.149	0.149	0.149	0.149	0.149	0.148	0.148	0.148	0.148	0.148	0.148	0.148	0.148	0.148	0.148	0.148
42	0.148	0.147	0.146	0.146	0.146	0.145	—	—	0.145	0.144	0.144	0.144	0.144	0.144	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143	0.143
44	0.143	0.142	0.142	0.141	0.141	—	—	—	0.140	0.140	0.140	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139	0.139
46	0.138	0.138	0.137	0.137	0.136	0.136	0.136	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135
48	0.134	0.133	0.133	0.133	0.132	0.132	0.132	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131
50	0.130	0.130	0.129	0.129	—	—	—	—	0.128	0.128	0.128	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127	0.127
52	0.126	0.126	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125
54	0.123	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122	0.122
56	0.120	0.119	0.119	0.118	0.118	0.118	0.118	0.118	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117	0.117
		$K=4$																							
		3 0.113																							
		1 0.111																							
		60																							
		z_1																							

表 9-7 主动轮锁止弧高开角

z_2	$K=1$		$K=2$																														
20	—		21.28	19.47	17.95	16.64	15.51	14.52	13.65	12.88	12.19	11.57	11.01	10.50																			
22	23.25	21.10	19.30	17.79	16.49	15.37	14.38	13.52	12.75	12.07	11.45	10.89	10.39																				
24	23.08	20.94	19.15	17.65	16.36	15.24	14.26	13.40	12.64	11.96	11.35	10.79	10.29																				
26	22.94	20.80	19.03	17.52	16.24	15.13	14.16	13.30	12.54	11.87	11.26	10.71	10.21																				
28	22.81	20.68	18.91	17.42	16.14	15.03	14.07	13.21	12.46	11.78	11.18	10.63	10.13																				
30	22.70	20.58	18.81	17.32	16.05	14.95	13.98	13.14	12.38	11.71	11.11																		—		—		
32	22.60	20.48	18.72	17.24	15.97	14.87	13.91	13.07	12.32	11.65																		—		14.58			
34	22.51	20.40	18.64	17.16	15.90	14.80	13.84	13.00	12.26																		—		15.23		14.52		
36	22.42	20.32	18.57	17.10	15.83	14.74	13.79	12.95																		—		16.80		15.94	15.17	14.47	
38	22.35	20.25	18.51	17.03	15.77	14.68	13.73																		—		17.69		16.74	15.89	15.12	14.42	
40	22.28	20.19	18.45	16.98	15.72	14.63																		—		18.70		17.64	16.69	15.84	15.07	14.37	
42	22.22	20.13	18.39	16.93	15.67	14.59																		—		18.65		17.60	16.65	15.80	15.03	14.33	
44	22.17	20.08	18.35	16.88	15.63																		—		19.80		18.61	17.55	16.61	15.76	14.99	14.29	
46	22.12	20.03	18.30	16.84	15.59																		21.10		19.76	18.57	17.51	16.57	15.72	14.95	14.26		
48	22.07	19.99	18.26	16.80	15.55																		21.06		19.71	18.53	17.47	16.53	15.68	14.92	14.22		
50	22.03	19.95	18.22	16.76																		—		21.02		19.68	18.49	17.44	16.50	15.65	14.89	14.19	
52	21.99	19.91	18.18	16.73																		22.52		20.99	19.64	18.46	17.41	16.47	15.62	14.86	14.16		
54	21.95	19.88	18.15	16.70																		22.49		20.95	19.61	18.43	17.38	16.44	15.59	14.83	14.14		
56	21.91	19.84	18.12	16.67																		22.45		20.92	19.58	18.40	17.35	16.41	15.57	14.80	14.11		
58	21.88	19.81	18.09	16.64																		22.42		20.89	19.55	18.37	17.32	16.38	15.54	14.78	14.09		
60	21.85	19.78	18.06	16.61																		22.39		20.86	19.52	18.34	17.29	16.36	15.52	14.76	14.07		
z_1	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44																				

单位为(°)

z_2	$K=1$	$K=2$																				$K=4$		z_1
20	—	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	10.00	9.47	9.00	8.57	8.18	7.83	7.50	7.20	6.92	6.67	6.43	6.21	6.00	$K=2$	3 4	60
22	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	10.00	9.47	9.00	8.57	8.18	7.83	7.50	7.20	6.92	6.67	6.43	6.21	6.00			
24	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	10.00	9.47	9.00	8.57	8.18	7.83	7.50	7.20	6.92	6.67	6.43	6.21	6.00			
26	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	10.00	9.47	9.00	8.57	8.18	7.83	7.50	7.20	6.92	—	—	—	—			
28	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	10.00	9.47	9.00	8.57	8.18	—	—	—	—	—	9.47	9.15	8.85	$K=3$	3 4	60
30	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	10.00	9.47	9.00	—	—	—	—	10.61	10.21	9.84	9.49	9.17	8.87			
32	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	10.00	9.47	—	—	12.06	11.54	11.07	10.63	10.23	9.85	9.50	9.18	8.88			
34	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	10.00	—	—	12.64	12.07	11.56	11.08	10.64	10.24	9.86	9.52	9.19	8.89			
36	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	10.59	—	13.96	13.28	12.65	12.09	11.57	11.09	10.66	10.25	9.87	9.53	9.20	8.90	$K=3$	3 4	60
38	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	11.25	—	14.74	13.98	13.29	12.67	12.10	11.58	11.10	10.67	10.26	9.88	9.53	9.21	8.90			
40	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	—	15.60	14.75	13.99	13.30	12.68	12.11	11.59	11.11	10.67	10.27	9.89	9.54	9.21	8.91			
42	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	12.00	—	15.62	14.77	14.00	13.31	12.69	12.12	11.60	11.12	10.68	10.28	9.90	9.55	9.22	8.92			
44	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	—	16.58	15.63	14.78	14.01	13.32	12.70	12.13	11.61	11.13	10.69	10.28	9.90	9.55	9.23	8.92	$K=3$	3 4	60
46	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	17.67	16.60	15.64	14.79	14.02	13.33	12.71	12.14	11.61	11.14	10.69	10.29	9.91	9.56	9.23	8.93			
48	18.00	16.36	15.00	13.85	12.86	17.69	16.61	15.65	14.80	14.03	13.34	12.71	12.14	11.62	11.14	10.70	10.29	9.91	9.56	9.23	8.93			
50	18.00	16.36	15.00	13.85	—	17.70	16.62	15.66	14.81	14.04	13.35	12.72	12.15	11.63	11.15	10.70	10.30	9.92	9.57	9.24	8.93			
52	18.00	16.36	15.00	13.85	18.94	17.71	16.63	15.67	14.81	14.05	13.35	12.73	12.15	11.63	11.15	10.71	10.30	9.92	9.57	9.24	8.94	$K=4$	3 4	60
54	18.00	16.36	15.00	13.85	18.95	17.72	16.64	15.68	14.82	14.05	13.36	12.73	12.16	11.64	11.16	10.71	10.30	9.92	9.57	9.24	8.94			
56	18.00	16.36	15.00	13.85	18.96	17.73	16.65	15.69	14.83	14.06	13.37	12.74	12.16	11.64	11.16	10.72	10.31	9.93	9.58	9.25	11.63	$K=4$	3 4	60

 $K=4$

311.64

 z_i



例 9-1 要求设计一对外啮合不完全齿轮机构,主动轮连续转动,从动轮每转 1/5 周停歇一次,运动时间占总时间的 1/3,中心距为 100 mm 左右。

解: 1) 确定从动轮的假想齿数 $z_{2'}$ 和实际齿数 z_2

因从动轮每转 1/5 周停歇一次,故 $\frac{z_2}{z_{2'}} = \frac{1}{5}$, 取 $z_{2'} = 60, z_2 = 12$ 。

2) 确定主动轮的假想齿数 $z_{1'}$ 和实际齿数 z_1

因运动时间占总时间的 1/3 左右,根据运动系数预估公式 $\frac{z_2}{z_{1'}} = \frac{1}{3}$, 取 $z_{1'} = 36$ 。

查表 9-5 有 $K=3$, 可得

$$z_1 = z_2 + 1 - K = 10$$

3) 确定齿轮的模数 m

取模数 $m=2$ mm, 则中心距为 $a = \frac{m(z_{1'} + z_{2'})}{2} = 96$ mm。

4) 确定主动轮的首齿顶高系数 h_{as}^* 和末齿顶高系数 h_{am}^*

查表 9-5 得主动轮末齿顶高系数 $h_{am}^* = 0.613$ 。

查表 9-6 得主动轮首齿最小齿顶高系数 $h_{as, \min}^* = 0.112$ 。

因 $h_{am}^* \geq h_{as}^* > h_{as, \min}^*$, 可取 $h_{as}^* = 0.5$ 。

5) 确定主动轮的锁止弧进入角 Q_E 和离开角 Q_S

查表 9-8 得主动轮锁止弧进入角 $Q_E = 14.84^\circ$ 。

查表 9-7 得主动轮锁止弧离开角 $Q_S = 17.29^\circ$ 。

6) 验证运动系数 τ

主动轮的运动角

$$\beta' = Q_S + Q_E + \psi = 14.84^\circ + 17.29^\circ + 90^\circ = 122.13^\circ$$

$$\text{运动系数} \quad \tau = \frac{\beta'}{360} = \frac{122.13^\circ}{360^\circ} = 0.339$$

设计结果如图 9-28 所示。

四、不完全齿轮机构的应用

不完全齿轮机构结构简单,制造方便,从动轮的运动时间和停歇时间的比例不受机构结构的限制。没有瞬心线附加杆的不完全齿轮机构,从动件在转动开始和末了时冲击较大,只宜用于低速轻载的场合。不完全齿轮机构多用在一些有特殊运动要求的专用机械中。

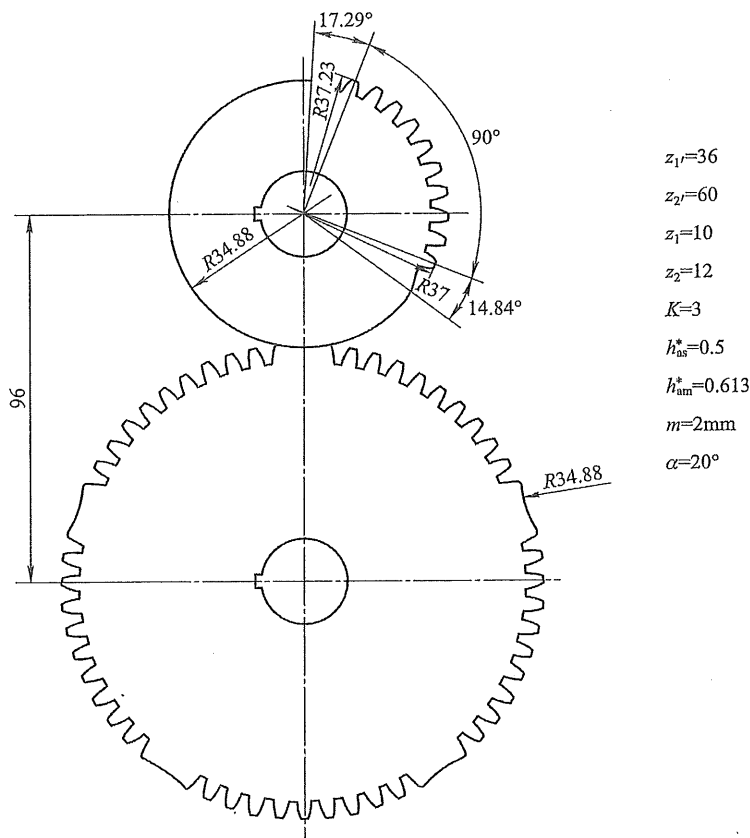


图 9-28

如图 9-29 所示为一种用于雷达的变速扫描机构。输入轴上安装了不完全齿轮 1 和 2, 输出轴上安装了不完全齿轮 3 和 4。当输入轴以 ω_1 匀速转动时, 由于输入轴和输出轴间通过不完全齿轮对 1 和 3 以及不完全齿轮对 2 和 4 交替传动, 因而输出轴的转速 ω_2 在两种速度中来回变化, 实现了雷达的变速扫描。为避免齿轮切换时产生干涉或冲击, 在输入轴和输出轴上安装由柱销和槽构成的瞬心机构。不完全齿轮机构在多工位的自动机中, 也常用它作为工作台的间歇转位和间歇进给机构, 在计数器中应用也很多。

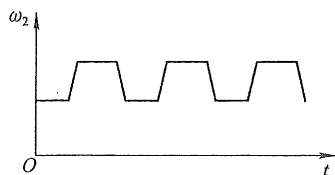
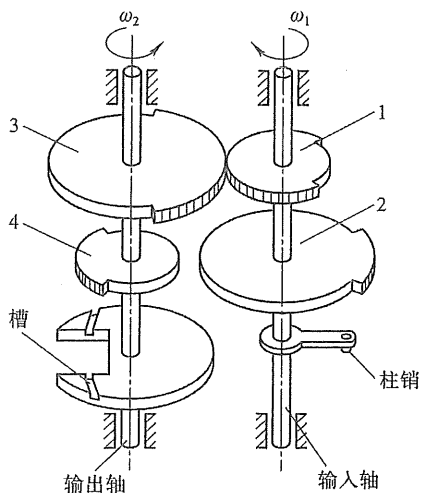


图 9-29

§9-4 万向联轴器

一、单万向联轴器结构与运动情况

图 9-30 为单万向联轴器结构图, 主动轴 1 和从动轴 3 端部都带有叉, 两叉与十字头 2 组成轴线垂直的转动副 B 和 C。轴 1 和轴 3 与机架组成转动副 A、D。转动副 A 和 B、B 和 C 及 C 和 D 的轴线分别互相垂直, 并都相交于十字头中心 O, 因此轴 1 与轴 3 间允许有夹角 β 。单万向联轴器可以传递两不平行轴间的运动, 当主动轴 1 转动一周, 从动轴 3 也随着转动一周, 但主动轴 1 与从动轴 3 间的瞬时传动比却不为常数。其两轴角速度比关系为

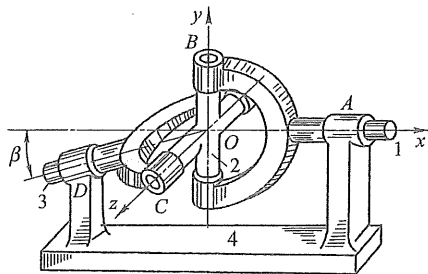


图 9-30

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \cos^2 \varphi_1} \quad (9-10)$$

式(9-10)说明, 主动轴 1 以等角速度 ω_1 输入运动, 从动轴 3 的输出角速度



是变化的。两轴夹角 β 一定, 当轴 1 转角 $\varphi_1 = 0^\circ$ 或 180° 时, 分母值最小, 传动比值最大, 其值为 $\left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)_{\max} = \frac{1}{\cos \beta}$; 而当 $\varphi_1 = 90^\circ$ 或 270° 时, 分母值最大, 传动比值最小, 其值为 $\left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)_{\min} = \cos \beta$ 。

当两轴夹角 β 变化时, 角速度的比值也将改变, 图 9-31 为不同轴夹角 β 时, 传动比 $i_{31} = \omega_3/\omega_1$ 随 φ_1 的变化曲线。由图可知, 传动比的变化幅度随轴夹角 β 的增加而增大。为使 ω_3 波动不过大, 一般情况下两轴夹角 β 最大不超过 $35^\circ \sim 45^\circ$ 。

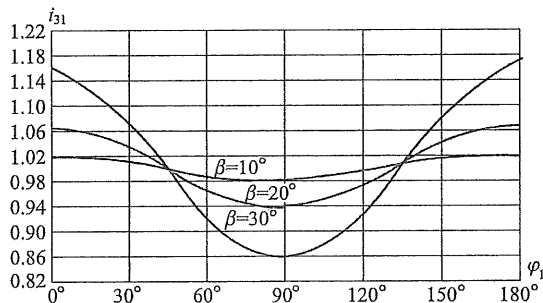


图 9-31

二、双万向联轴器

由于单万向联轴器从动轴 3 的角速度 ω_3 作周期变化, 因而传动中将产生附加动载荷, 使轴发生振动。为避免从动轴 3 产生角速度变化, 可采用如图 9-32 所示的双万向联轴器。双万向联轴器是由左、右两单万向联轴器组成, 由于传动中主、从动轴相对位置有变化, 因此两端两万向联轴器间的距离也相对发生变化, 图中中间轴 M 的两部分用滑键连接, 以适应这种变化。双万向联轴器所连接的输入、输出两轴既可以是平行的 (图 9-32a), 又可以是相交的 (图 9-32b)。

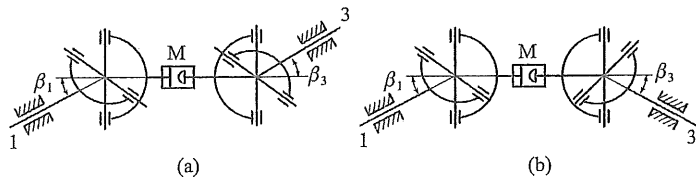


图 9-32



对于左、右两单万向联轴器,主、从动轴传动比可套用式(9-10)计算。图9-32a左部的中间轴M与图9-30中的轴1的位置相当,其轴1与图9-30中的轴3相当,因而由式(9-10)有

$$\frac{\omega_1}{\omega_M} = \frac{\cos \beta_1}{1 - \sin^2 \beta_1 \cos^2 \varphi_{M1}}$$

图9-32a右部的中间轴M和轴3相当于图9-30中单个万向联轴器中的轴1和轴3,按式(9-10)有

$$\frac{\omega_3}{\omega_M} = \frac{\cos \beta_3}{1 - \sin^2 \beta_3 \cos^2 \varphi_{M3}}$$

故有

$$\frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\cos \beta_1}{1 - \sin^2 \beta_1 \cos^2 \varphi_{M1}} \frac{1 - \sin^2 \beta_3 \cos^2 \varphi_{M3}}{\cos \beta_3} \quad (9-11)$$

式中: ω_M 为中间轴的角速度; φ_{M1} 、 φ_{M3} 分别为中间轴两端叉面相对起始位置转角。

分析式(9-11)知,要使 $\frac{\omega_1}{\omega_3}$ 恒等于1,则必须满足下列两个条件:

1) $\beta_1 = \beta_3$, 即主动轴与中间轴的夹角必须等于从动轴与中间轴的夹角。

2) $\varphi_{M1} = \varphi_{M3}$, 即任何时刻,中间轴两端叉面相对同一起始位置的转角相同。由于中间轴两部分用滑键连接,无相对转动,因此只需中间轴两叉平面分别位于该中间轴与主动轴和从动轴所构成的平面内即可。作为特殊情况,中间轴两叉平面位于同一平面内,实际应用更为方便。

图9-32a、b两种情况下的双万向联轴器都满足上述两个条件,故 ω_3 恒等于 ω_1 。

三、万向联轴器的应用

单万向联轴器结构上的特点,使它能传递不平行轴的运动,并且当工作中两轴夹角发生变化时仍能继续传递运动,因此安装、制造精度要求不高。双万向联轴器常用来传递相交轴(图9-32b)或平行轴(图9-32a)的运动,当位置发生变化从而使两轴夹角发生变化时,不但可以继续工作,而且在满足前述的两个条件时,还能保证两轴等角速度比传动。

图9-33a是双万向联轴器传递汽车变速箱输出轴与后桥车架弹簧支承上的后桥差速器输入轴间的运动。汽车行驶时由道路不平或振动引起变速箱与差速器的相对位置发生变化,双万向联轴器仍能继续传递动力和运动。

图9-33b是用于轧钢机轧辊传动中的双万向联轴器,它可以适应不同厚度



钢坯的轧制。

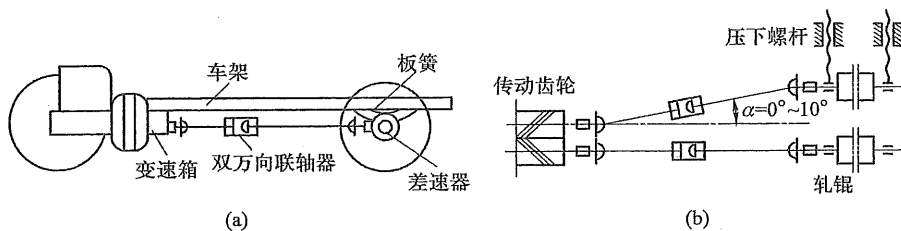


图 9-33

§9-5 凸轮式间歇运动机构

一、凸轮式间歇运动机构的工作原理

常用的凸轮间歇机构有两种形式:圆柱凸轮式间歇运动机构(图 9-34)和蜗杆凸轮式间歇运动机构(图 9-35)。

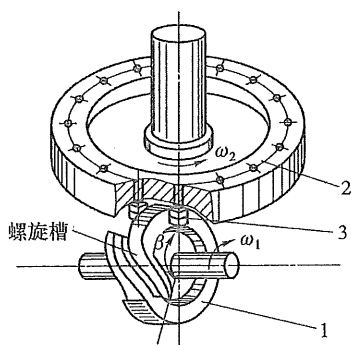


图 9-34

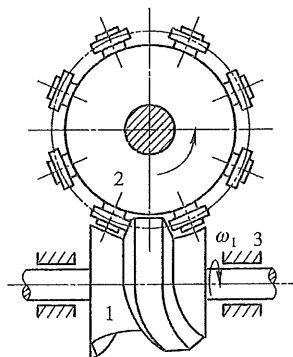


图 9-35

图 9-34 的圆柱凸轮式间歇运动机构是由圆柱凸轮 1、转盘 2 和机架组成的。转盘 2 端面均布的凸起(或滚子)3 嵌于圆柱凸轮 1 的凹槽中,凸轮凹槽由圆弧槽和螺旋曲线槽组合而成。如螺旋曲线槽对应的中心角度为 β ,当转盘 2 端面均布的凸起(或滚子)嵌于圆柱凸轮 1 的螺旋曲线槽的起点,而主动圆柱凸轮转过螺旋曲线槽对应的角度 β 时,圆柱凸轮 1 的螺旋曲线槽推动转盘 2 上的凸起(或滚子),使转盘转过角度 $2\pi/z$,其中 z 为凸起(或滚子)数;当圆柱凸轮转



过圆弧槽时,转盘 2 静止不动,并靠圆弧槽定位。因此,按转盘 2 的运动要求设计的圆柱凸轮连续转动时,就可以得到转盘的间歇转动。

图 9-35 的蜗杆式凸轮间歇运动机构的凸轮形似蜗杆,均布在转盘 2 上的滚子卡紧在蜗杆凸脊的两侧,蜗杆凸脊有圆弧型和螺旋曲线型两种。蜗杆转动时,螺旋曲线型凸脊可以使转盘旋转,圆弧型凸脊使转盘保持静止不动,连续转动的蜗杆使转盘实现间歇转动。通过调整凸轮与转盘的中心距,可以消除滚子与凸脊间的间隙或补偿磨损。

二、凸轮式间歇运动机构的运动特点

凸轮式间歇运动机构实际上是摆动从动件圆柱凸轮机构的变异形式,圆盘可以看作 z 个摆杆, z 为滚子个数,摆杆的长度为滚子中心所在的圆周的半径,最大摆角为 $2\pi/z$ 。

设凸轮转一周所需要的时间为 T ,那么转盘的转动时间 t_2 为

$$t_2 = \frac{\beta}{2\pi} T \quad (9-12)$$

转盘的静止时间 t'_2 为

$$t'_2 = T - t_2 = \left(1 - \frac{\beta}{2\pi}\right) T \quad (9-13)$$

由式(9-13)可知,改变凸轮的螺旋曲线槽对应的角度 β ,可以改变转盘的转动时间与静止时间。设计凸轮式间歇运动机构时,可以根据转盘的实际工作情况,选择合适的运动系数,同时选择合理的运动规律来设计凸轮轮廓,避免转盘转位开始和终止时的刚性冲击和柔性冲击,减小凸轮工作时的动载荷,适应高速转位的需要。

三、凸轮式间歇运动机构的应用

与棘轮机构、槽轮机构和不完全齿轮机构等间歇运动机构相比较,凸轮式间歇运动机构的转位精度高,且不需要专门的定位装置,当合理地选择转盘的运动规律时,可以使机构传动平稳,冲击振动较小,动力特性较好,因而它主要用于高速转位的分度装置中。电动机硅钢片高速冲槽机采用的蜗杆式凸轮分度机构,其转位频率为 300 次/min。在一些包装机械中采用的凸轮分度机构,其分度频率高达 1 500 次/min,目前蜗杆式凸轮间歇运动机构的分度频率已经达到 2 000 次/min。由于其优点明显,应用广泛,目前国内外已组织专业化生产。



习题

9-1 偏心楔块式摩擦棘轮机构的偏心楔块是半径等于 50 mm 的圆弧,中心距 $\overline{O_1O_2} = 100$ mm,摩擦轮直径 $d_1 = 100$ mm,摩擦系数 $f = 0.1$ 。试按 $\alpha = 0.8\varphi$ 的条件确定偏心楔块的几何尺寸(转动中心与圆弧中心间偏距 e ,转动中心到楔紧点距离 l)。

9-2 外槽轮机构中,已知主动拨盘等速回转,槽轮槽数 $z = 6$,槽轮运动角 ψ' 与停歇角 Φ' 之比 $\frac{\psi'}{\Phi'} = 2$ 。试求:

1) 槽轮机构的运动系数 τ 。

2) 圆销数 k 。

9-3 已知外槽轮机构的槽数 $z = 8$,主动拨盘的角速度 $\omega_1 = 10$ rad/s。试求:

1) 主动拨盘上圆柱销在什么位置时,槽轮的角加速度 α_2 最大?

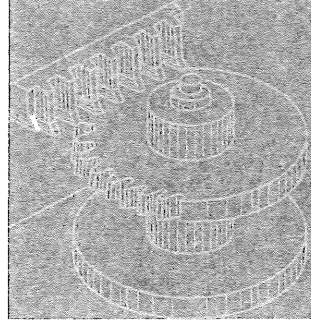
2) 槽轮的最大角加速度 $\alpha_{2\max}$ 。

9-4 设在 n 个工位的自动机中,用不完全齿轮来实现工作台的间歇转位运动,若主、从动齿轮的假想齿数(即补全的齿数)相等,试求从动轮运动时间 t_2 与停歇时间 t'_2 之比 $\frac{t_2}{t'_2}$ 。

9-5 在单万向联轴器中,轴 1 以 1 500 r/min 等速转动,轴 3 变速转动,其最高转速为 1 732 r/min。试求:

1) 轴 3 的最低转速。

2) 在轴 1 转一转中, φ_1 为哪些角度时两轴的转速相等?



第十章 机械的运转及其速度波动的调节

§10-1 概 述

一、研究机械运转及速度波动调节的目的和意义

机械系统通常由主动机、传动机构和执行机构组成。前面各章中,从运动学角度研究了组成机器的各种基本机构的运动特性及其设计方法,并且一般认为主动机的运动是已知的、且假设它作等速运动。实际上,机械系统的运动是很复杂的。作用在机械上的外力、各构件的质量、转动惯量、尺寸、生产阻力的变化等都将影响机械的真实运动。尤其是高速重载机械,构件的弹性变形、运动副的间隙和机械运转时的周期性速度波动及回转构件的不平衡等都将影响机械的运转精度和动态性能,这些问题属于机械动力学的研究范畴。

机械动力学一般研究两类基本问题:第一类问题是给定机械系统的运动规律,求作用在各构件的未知外力及运动副中的反力;第二类问题是给定机械系统各构件作用的外力,求机械系统的运动规律。本章主要研究第二类问题。

本章研究机械系统动力学的两个基本问题。首先是对单自由度机械系统的运转进行研究。研究单自由度机械系统的运转过程、等效动力学模型以及在外力作用下机械系统随时间变化的真实运动规律。由于外力通常是变化的,因此主动件的运动也随之改变。研究并确定主动件的真实运动,对于设计新的机械和准确分析已有机械的工作性能都是十分重要的。其次是研究机械运转时的周期性速度波动及其调节原理。由于外力等因素随时间变化,机械的运转速度将产生波动,过大的速度波动将会影响机械的正常工作,同时引起机械的振动、冲击和噪声。因此,需要对机械系统的速度波动进行调节,控制速度波动在允许的范围内。

二、机械运转过程的三个阶段

机械运转通常经历三个阶段:启动阶段、稳定运转阶段和停车阶段,如图 10-1 所示。下面分别分析每个阶段的功与能的关系。

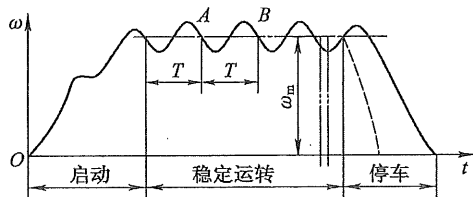


图 10-1

1. 启动阶段

在启动阶段中,主动件的速度由零上升到正常工作速度(平均速度) ω_m ,然后开始稳定运转过程。在启动阶段,机械系统的动能由零上升到 E 。根据动能定理,驱动力所作的驱动功 W_d 一定大于阻抗力所消耗的功 W_r ,而且有

$$W_d - W_r = E \quad (10-1)$$

2. 稳定运转阶段

稳定运转阶段是机器的正常工作阶段。此时,主动件的速度保持常数,称为匀速稳定运转,如鼓风机、离心机等;或在正常工作速度的平均速度 ω_m 上下作周期性或非周期性速度波动,称为变速稳定运转。在作变速稳定运转的机器中,有些机器外力按一定的周期有规律地变化,使机器的主轴角速度呈有规律的波动变化,这种波动称为周期性速度波动,如牛头刨床、冲床等。有些机器在工作时,由于外力无规律地变化,使机器主轴角速度呈无规律的波动变化,这种波动称为非周期性速度波动,如汽车、推土机等。

对于周期性速度波动,在一个周期内,驱动力所作的功 W_d 和工作阻力所作的功 W_r 是相等的,即

$$W_d - W_r = E_B - E_A = 0 \quad (10-2)$$

机械系统在一个周期始末的动能相等($E_A = E_B$),主动件的速度也相等(如图 10-1 中 A、B 两点),但在一个周期内的任一区间,当驱动功大于阻抗功时,机器的动能将增加,机器的主轴速度将增大。当驱动功小于阻抗功时,机器的动能将减少,机器的主轴速度将降低。

3. 停车阶段

这个阶段,主动件的速度由工作速度 ω_m 降为零,机械系统的动能也由 E 减到零。此时,驱动力一般已经撤去,即 $W_d = 0$,因此有

$$E = W_r \quad (10-3)$$

很多机械,为了缩短停车时间,在机器上安装制动装置来增加阻力。此时,式(10-3)中的 W_r 除了摩擦力所消耗的功外,主要是制动力所作的阻力功。制



动时的运转曲线如图 10-1 中虚线所示。

三、作用在机械上的驱动力和工作阻力

为了研究机械在外力作用下的真实运动规律,首先需要知道作用在机械上的外力。当忽略各构件的重力和各运动副间的摩擦力时,作用在机械上的力可分为驱动力(或驱动力矩)和工作阻力(或工作阻力矩)两大类。

主动机的驱动力或驱动力矩与运动参数(位移、速度或时间)的函数关系称为主动机的机械特性,一般可以用图形曲线来表示,称为特性曲线。图 10-2 所示为交流异步电动机的机械特性曲线,额定工作点在点 N ,工作区域在点 N 附近,当电动机的工作速度升高时,驱动力矩就减小,当速度减小时驱动力矩就增大。

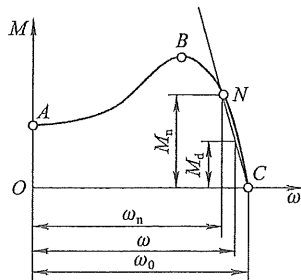


图 10-2

为了便于用解析法研究机械在外力作用下的运动,主动机的驱动力必须用解析式表示。为此,可以根据实际工作条件将机械特性曲线在工作区域内的部分曲线拟合或抛物线,从而获得相应的解析表达式。对于图 10-2 所示的特性曲线,用一条通过点 N 和点 C 的直线 NC 来近似代替曲线 $\widehat{NC}$ 。直线方程为

$$M_d = \frac{M_n}{\omega_0 - \omega_n} (\omega_0 - \omega) \quad (10-4)$$

式中: M_n 为电动机额定转矩; ω_n 为电动机额定角速度; ω_0 为电动机同步角速度。

由式(10-4)可以看出,交流异步电动机的驱动力矩 M_d 是电动机转速 ω 的函数。

机械执行构件所承受的工作阻力的变化规律,取决于机械的不同工艺过程。工作阻力按其机械特性可认为有以下五种类型:

- 1) 工作阻力是常数,如起重机、轧钢机和车床等。
- 2) 工作阻力是执行构件位移的函数,如曲柄压力机、振动式输送机等。
- 3) 工作阻力是执行构件速度的函数,如鼓风机、搅拌机等。
- 4) 工作阻力是时间的函数,如揉面机、球磨机等。
- 5) 工作阻力是位移和速度的函数,如高速运输机等。

驱动力和工作阻力的确定涉及许多专业知识,在研究实际的机械系统时,主要根据具体任务来确定。本章在讨论机械在外力作用下的运动问题时,一般都



认为外力是已知的。

§ 10-2 机械系统的等效动力学模型

一、等效动力学模型

对一般机械系统进行动力学分析和研究时,通常要将复杂的机械系统按照一定的原则简化、等效或抽象出一个能体现原机械系统动力学性能模型,这样的过程称为动力学建模。建立的动力学模型就称为原机械系统的等效动力学模型。接着将建立机械系统动力学模型的一组运动学和动力学方程式,采用数学分析方法对运动学和动力学方程组进行求解和动力学仿真,以揭示机械系统的运动特征和动力学特性。

本章将建立单自由度机械系统的等效动力学模型,从而求解在已知外力作用下机械系统的真实运动。将作用在单自由度机械系统上的所有外力和外力矩、所有构件的质量和转动惯量都等效转化到一个构件上,此构件称为等效构件。等效构件和机械系统中该构件的真实运动相同,机械系统等效前后的动力学效果保持不变。

等效原则是:当选择沿固定导路作直线移动的构件为等效构件时,等效构件的等效质量所具有的动能等于原机械系统的总动能,等效构件上作用的等效力所产生的瞬时功率等于原机械系统所有外力和外力矩所产生的瞬时功率之和;当选择绕定轴转动的构件为等效构件时,等效构件的等效转动惯量所具有的动能等于原机械系统的总动能,等效构件上作用的等效力矩所产生的瞬时功率等于原机械系统所有外力和外力矩所产生的瞬时功率之和。把这种具有等效质量,其上作用有等效力的等效移动构件或具有等效转动惯量,其上作用有等效力矩的等效转动构件称为原机械系统的等效动力学模型。

对于单自由度机械系统,只要确定了一个构件的运动,其他构件的运动就随之确定。因此,通过研究等效构件的运动规律,就能确定原机械系统的运动规律。

通常,取绕定轴转动或沿固定导路作直线移动的构件作为等效构件,如图 10-3 所示。当取沿固定导路作直线移动的构件为等效构件时,作用于等效构件上的等效力为 F_e ,所具有的等效质量为 m_e 。当取绕定轴转动的构件为等效构件时,作用于等效构件上的等效力矩为 M_e ,所具有的等效转动惯量为 J_e 。

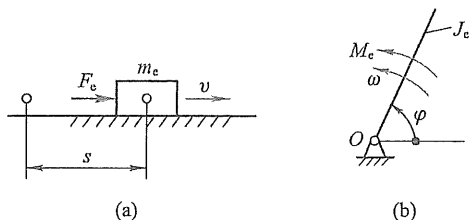


图 10-3

二、等效参数的确定

1. 等效质量和等效转动惯量

等效质量和等效转动惯量可以根据等效原则来确定。即等效构件的等效质量或等效转动惯量所具有的动能等于原整个机械系统的总动能。

设机械系统中有 n 个活动构件, 各构件的质量为 m_i , 相对各自质心 S_i 的转动惯量为 J_{S_i} , 各质心 S_i 的速度为 v_{S_i} , 各构件的角速度为 ω_i , 则整个机械系统所具有的总动能为

$$E = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} m_i v_{S_i}^2 + \frac{1}{2} J_{S_i} \omega_i^2 \right) \quad (10-5)$$

当取以角速度 ω 绕定轴转动的构件为等效构件时, 等效构件的动能为

$$E_e = \frac{1}{2} J_e \omega^2 \quad (10-6)$$

根据上述等效原则 $E_e = E$, 可得等效转动惯量 J_e 的一般表达式为

$$J_e = \sum_{i=1}^n \left[m_i \left(\frac{v_{S_i}}{\omega} \right)^2 + J_{S_i} \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \right] \quad (10-7)$$

同理, 当取以速度 v 作直线移动的构件为等效构件时, 可得等效质量 m_e 的一般表达式为

$$m_e = \sum_{i=1}^n \left[m_i \left(\frac{v_{S_i}}{v} \right)^2 + J_{S_i} \left(\frac{\omega_i}{v} \right)^2 \right] \quad (10-8)$$

由式(10-7)和式(10-8)可知, 等效转动惯量和等效质量不仅与各构件的质量和转动惯量有关, 而且和各构件与等效构件的速比有关。一般情况下构件的质量和转动惯量是常数, 而速比是机构位置的函数或常数, 因此等效转动惯量和等效质量也是等效构件位置的函数或常数。

2. 等效力和等效力矩

等效力和等效力矩可以根据等效原则来确定。即等效构件上作用的等效力



或等效力矩所产生的瞬时功率等于原机械系统所有力或所有力矩所产生的瞬时功率之和。

设机械系统中有 n 个活动构件,各构件上的作用力为 F_i 、力矩为 M_i , F_i 作用点的速度为 v_i , F_i 的方向和 v_i 方向的夹角为 α_i ,各构件的角速度为 ω_i ,则整个机械系统的瞬时功率之和为

$$P = \sum_{i=1}^n (F_i v_i \cos \alpha_i \pm M_i \omega_i) \quad (10-9)$$

当选取以角速度 ω 绕定轴转动的构件为等效构件时,等效构件的瞬时功率为

$$P_e = M_e \omega \quad (10-10)$$

根据上述等效原则 $P_e = P$,可得等效力矩 M_e 的一般表达式为

$$M_e = \sum_{i=1}^n \left[F_i \left(\frac{v_i}{\omega} \right) \cos \alpha_i \pm M_i \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right) \right] \quad (10-11)$$

同理,当取以速度 v 作直线移动的构件为等效构件时,可得等效力 F_e 的一般表达式为

$$F_e = \sum_{i=1}^n \left[F_i \left(\frac{v_i}{v} \right) \cos \alpha_i \pm M_i \left(\frac{\omega_i}{v} \right) \right] \quad (10-12)$$

式中, M_i 与 ω_i 的方向相同,取“+”号,反之取“-”号。

由式(10-11)和式(10-12)可知,等效力矩或等效力不仅与机构的外力和外力矩有关,而且也和各构件与等效构件的速比有关。速比通常是等效构件位置的函数或者是常数,因此当外力或外力矩均为常数或位置的函数时,等效力或等效力矩将为等效构件位置的函数。当外力或外力矩是速度(或时间)的函数时,等效力或等效力矩将是等效构件位置、速度或时间的函数。

例 10-1 图 10-4 所示的曲柄滑块机构,构件 1 的质心在点 O ,转动惯量为 J_1 ;构件 2 的质心为 S_2 ,质量为 m_2 ,绕质心 S_2 的转动惯量为 J_{S_2} ;构件 3 的质心为点 B ,质量为 m_3 ;构件 1 上作用有驱动力矩 M_1 ,构件 3 上作用有阻抗力 F_3 , F_3 与点 B 速度 v_3 之间的夹角为 α_3 。求分别以曲柄 1 和滑块 3 为等效构件时的等效参数。

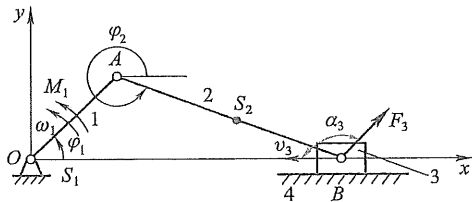


图 10-4

解:如果选择绕定轴 O 转动的曲柄 OA 为等效构件,等效构件的角速度与原曲柄角速度 ω_1 相同,则等效构件的动能为

$$E = \frac{1}{2} J_e \omega_1^2 \quad (a)$$

而该曲柄滑块机构的总动能为

$$E = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_{s_2} \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{s_2}^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2 \quad (b)$$

根据式(10-7),则等效转动惯量 J_e 为

$$J_e = J_1 + J_{s_2} \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left(\frac{v_{s_2}}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left(\frac{v_3}{\omega_1} \right)^2 \quad (c)$$

再由等效前后瞬时功率保持不变的原则,得到

$$M_e \omega_1 = M_1 \omega_1 + F_3 v_3 \cos \alpha_3$$

则等效力矩 M_e 为

$$M_e = M_1 + F_3 \frac{v_3}{\omega_1} \cos \alpha_3 \quad (d)$$

同理,如果选择以速度 v_3 作直线移动的滑块 3 为等效构件,则等效质量 m_e 为

$$m_e = J_1 \left(\frac{\omega_1}{v_3} \right)^2 + J_{s_2} \left(\frac{\omega_2}{v_3} \right)^2 + m_2 \left(\frac{v_{s_2}}{v_3} \right)^2 + m_3 \quad (e)$$

等效力 F_e 为

$$F_e = M_1 \left(\frac{\omega_1}{v_3} \right) + F_3 \cos \alpha_3 \quad (f)$$

应当注意,选取构件 1 或构件 3 作为等效构件的动力学模型是不同的,但它们都同样与原机械系统的动力学模型完全等效。在确定了构件 1 或构件 3 的运动参数后,整个机械系统其他构件的运动参数将随之确定。

为了简便起见,本章在以后的叙述中,将 J_e 、 m_e 、 M_e 、 F_e 的下标略去,即以 J 、 m 分别代表等效转动惯量及等效质量,以 M 、 F 分别代表等效力矩和等效力。

§ 10-3 在已知力作用下机械系统的运动规律

一、机械动力学方程式的建立

前面已经通过等效构件建立了单自由度机械系统的等效动力学模型。在机械真实运动未知的情况下,可以求出等效构件的等效力或等效力矩、等效质量或



等效转动惯量,要求机械系统的真实运动只需求解等效构件的运动规律就可以了。为此,可根据动能定理来建立外力或外力矩与等效构件运动参数间的动力学方程式。该动力学方程式一般有以下两种表达形式。

1. 能量形式的动力学方程式

机械运转时,在任一时间间隔 dt 内,所有外力(包括驱动力和阻力)所作的元功 dW 应等于机械系统动能的增量 dE ,即 $dW=dE$ 。

当选取以角速度 ω 绕定轴转动的构件为等效构件时,有

$$d\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right) = (M_d - M_r) d\varphi \quad (10-13)$$

式中: J 为等效转动惯量; M_d 、 M_r 分别为等效驱动力矩和等效阻力矩。式(10-13)称为绕定轴转动构件能量微分形式的动力学方程式。

设等效构件由位置 1 到位置 2(即转角由 φ_1 到 φ_2)时,其角速度 ω_1 变为 ω_2 ,位置 1 和位置 2 的等效转动惯量分别为 J_1 、 J_2 。对式(10-13)进行积分,则得

$$\frac{1}{2}J_2\omega_2^2 - \frac{1}{2}J_1\omega_1^2 = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (M_d - M_r) d\varphi \quad (10-14)$$

式(10-14)称为绕定轴转动构件能量积分形式的动力学方程式。

当选取以速度 v 作直线移动的构件为等效构件时,有

$$d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = (F_d - F_r) ds \quad (10-15)$$

式中: m 为等效质量; F_d 、 F_r 分别为等效驱动力和等效阻力。式(10-15)称为移动构件能量微分形式的动力学方程式。

设等效构件由位置 1 到位置 2(即位移由 s_1 到 s_2)时,其速度由 v_1 变为 v_2 ,位置 1 和位置 2 的等效质量分别为 m_1 、 m_2 。对式(10-15)进行积分,则得

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2 - \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \int_{s_1}^{s_2} (F_d - F_r) ds \quad (10-16)$$

式(10-16)称为移动构件能量积分形式的动力学方程式。

2. 力矩形式的动力学方程式

当选取以角速度 ω 绕定轴转动的构件为等效构件时,对式(10-13)进行变换有

$$\frac{d\left(\frac{1}{2}J\omega^2\right)}{d\varphi} = M_d - M_r \quad (10-17)$$

式(10-17)微分后,则有

$$J\omega \frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\varphi} = M_d - M_r \quad (10-18)$$

考虑 $\omega \frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} \frac{d\omega}{d\varphi} = \frac{d\omega}{dt}$, 则有

$$J \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\varphi} = M_d - M_r \quad (10-19)$$

式(10-18)和式(10-19)称为绕定轴转动构件力矩形式的动力学方程式。

当选取以速度 v 作直线移动的构件为等效构件时, 对式(10-15)进行变换有

$$\frac{d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)}{ds} = F_d - F_r \quad (10-20)$$

式(10-20)微分后, 则有

$$mv \frac{dv}{ds} + \frac{v^2}{2} \frac{dm}{ds} = F_d - F_r \quad (10-21)$$

考虑 $v \frac{dv}{ds} = \frac{ds}{dt} \frac{dv}{ds} = \frac{dv}{dt}$, 则有

$$m \frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2} \frac{dm}{ds} = F_d - F_r \quad (10-22)$$

式(10-21)和式(10-22)称为移动构件力矩形式的动力学方程式。

当等效转动惯量 J 和等效质量 m 为常数时, 式(10-19)和式(10-22)变为

$$M_d - M_r = J \frac{d\omega}{dt} \quad (10-23)$$

$$F_d - F_r = m \frac{dv}{dt} \quad (10-24)$$

二、机械系统的运动规律

建立了机械运动方程式(10-13)~式(10-24)后, 可求解在已知外力作用下机械系统的运动规律。由于组成各种机械系统的原动机、传动机构和执行机构各不相同, 所以在方程中, 等效转动惯量一般是机构位置的函数, 而等效力矩则可能是位置、速度和时间三个运动参数中的一个或几个参数的函数。对不同的情况, 需要灵活运用相应的运动方程式求解。下面就几种常见情况进行分析求解。

1. 等效力矩和等效转动惯量为等效构件位置的函数时

这种情况下, 可以用能量形式的方程式来求解。设初始位置为 φ_0 时, 角速



度为 ω_0 , 转动惯量为 J_0 , 等效驱动力矩和等效阻力矩分别为 $M_d(\varphi)$ 、 $M_r(\varphi)$ 。则由式(10-14)得

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}J\omega^2 &= \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 + \int_{\varphi_0}^{\varphi} [M_d(\varphi) - M_r(\varphi)] d\varphi \\ \omega &= \sqrt{\frac{J_0}{J}\omega_0^2 + \frac{2}{J}\int_{\varphi_0}^{\varphi} [M_d(\varphi) - M_r(\varphi)] d\varphi}\end{aligned}\quad (10-25)$$

再由 $\omega(\varphi) = \frac{d\varphi}{dt}$, 即 $dt = \frac{d\varphi}{\omega(\varphi)}$, 积分得到

$$t = t_0 + \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\omega(\varphi)} \quad (10-26)$$

式(10-25)表示 $\omega-\varphi$ 的函数关系, 式(10-26)表示 $t-\varphi$ 的函数关系, 消去两式中的 φ 可得 $\omega-t$ 的函数关系式。

等效构件的角加速度 α 为

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\omega}{d\varphi} \omega \quad (10-27)$$

2. 等效转动惯量为常数, 等效力矩是等效构件速度的函数时
这种情况下, 可用力矩形式的方程式来求解。由式(10-23)得

$$dt = \frac{J}{M_d(\omega) - M_r(\omega)} d\omega$$

于是

$$t = t_0 + J \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{d\omega}{M_d(\omega) - M_r(\omega)} \quad (10-28)$$

式(10-28)便是 t 和 ω 的函数关系式。为求 ω 和 φ 的函数关系式, 可由式(10-18)得

$$J \frac{\omega d\omega}{d\varphi} = M_d(\omega) - M_r(\omega) \quad (10-29)$$

于是

$$\varphi = \varphi_0 + J \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{\omega d\omega}{M_d(\omega) - M_r(\omega)} \quad (10-30)$$

当等效转动惯量 J 、等效驱动力矩 M_d 和等效阻力矩 M_r 均为常数时, 对式(10-23)积分后得

$$\omega = \omega_0 + \frac{M_d - M_r}{J} (t - t_0) \quad (10-31)$$

再对式(10-31)积分得

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 (t - t_0) + \frac{M_d - M_r}{2J} (t - t_0)^2 \quad (10-32)$$

这种运动规律称为等加速度运动规律。

上面讨论的几种情况,仅限于可以用积分的函数形式写出的表达式。有时,等效转动惯量和等效力矩不能用简单的、易于积分的函数形式写出。如当等效转动惯量和等效力矩是一条曲线或一组数据时,就不能求出方程的解析解,而只能利用数值计算方法求其数值解。又如,当等效转动惯量是位置的函数而等效力矩是速度的函数时,动力学方程式是非线性微分方程,此时需要用图解法或数值计算方法求解。有关数值解的方法可参阅数值计算方面的书籍。

例 10-2 一个由电动机驱动的机械系统,以主轴为等效构件时,作用于其上的等效驱动力矩 $M_d = A - B\omega = (10\,000 - 100\omega) \text{ N} \cdot \text{m}$, 等效转动惯量 $J = 8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 空载时主轴的初始角速度 $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$ 。求当加上负载(负载的等效阻力矩 $M_r = 8\,000 \text{ N} \cdot \text{m}$)后,主轴角速度 ω 与角加速度 α 随时间 t 的变化关系。

解:根据力矩形式的运动方程式(10-19),可得该机械的动力学方程式为

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_d - M_r \quad (\text{a})$$

根据初始条件, $t = 0$ 时, $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$, 对式(a)变换并积分得

$$t = \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{J}{M_d - M_r} d\omega \quad (\text{b})$$

代入 $M_d = A - B\omega$, 并对等式右边积分:

$$t = \int_{\omega_0}^{\omega} \frac{J}{A - M_r - B\omega} d\omega = -\frac{J}{B} \ln \frac{A - M_r - B\omega}{A - M_r - B\omega_0}$$

代入各参数的数值,得

$$t = -\frac{2}{25} \ln \frac{\omega - 20}{80} \quad (\text{c})$$

于是得角速度 ω 和角加速度 α :

$$\omega = 20 + 80e^{-12.5t} \text{ rad/s} \quad (\text{d})$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = -1\,000e^{-12.5t} \text{ rad/s}^2 \quad (\text{e})$$

从另一角度分析,由于 $M_r = 8\,000 \text{ N} \cdot \text{m}$ 为常量,故稳定运动时, $M_d = M_r$,

即 $10\,000 - 100\omega = 8\,000$

$$\text{于是 } \omega = \frac{10\,000 - 8\,000}{100} \text{ rad/s} = 20 \text{ rad/s} \quad (\text{f})$$

从式(d)可以看到,加上负载后,主轴角速度由初始值 100 rad/s 越来越趋近稳定运转角速度 20 rad/s 。



§ 10-4 机械速度波动及其调节方法

一、周期性速度波动及其调节

1. 周期性速度波动的原因

现分析当等效驱动力矩、等效阻力矩和等效转动惯量是等效构件位置的函数时,机械速度波动产生的原因。

如图 10-5 所示为某一机械在稳定运转过程中等效驱动力矩 M_d 和等效阻力矩 M_r 的变化曲线。其变化的一个运动周期为 φ_T , 在该周期内任一区段, 由于等效驱动力矩和等效阻力矩是变化的, 因此它们所作的功不总是相等。如在 ab 段, $M_d(\varphi) > M_r(\varphi)$, 即 $\int_{\varphi_a}^{\varphi_b} (M_d - M_r) d\varphi > 0$, 因此在该区段内, 外力对系统作正功 (又称盈功), 系统动能将增加 ($\Delta E > 0$), 机械速度上升。而在 bc 段, $M_d(\varphi) < M_r(\varphi)$, 即 $\int_{\varphi_b}^{\varphi_c} (M_d - M_r) d\varphi < 0$, 因此在该区段内, 外力对系统作负功 (又称亏功), 系统动能将减少 ($\Delta E < 0$), 机械速度下降。

在一个运动周期 φ_T 内, 等效驱动力矩作功等于等效阻力矩作功, 即

$$\int_{\varphi_a}^{\varphi_a + \varphi_T} (M_d - M_r) d\varphi = 0 \quad (10-33)$$

若各有关参数的变化周期不等, 则机械系统的公共周期为各参数周期的最小公倍数。例如, 等效驱动力矩的变化周期为 4π , 等效阻力矩的变化周期为 3π , 等效转动惯量的变化周期为 2π , 则机械系统的公共周期为 12π , 即在该机械系统公共周期的始末应满足式 (10-33)。

在经过了一个运动周期或公共周期 φ_T 后, 系统的动能增量为零, 机械系统的动能恢复到周期初始时的值, 机械速度也恢复到周期初始时的大小。由此可知, 在稳定运转过程中, 机械速度将呈周期性波动。

如果机械系统等效力矩的变化不具有周期性, 则机械系统的主轴将作无规律的变速运动, 即出现非周期性的速度波动。

2. 平均角速度和速度不均匀系数

平均角速度 ω_m 是指一个运动周期内角速度的平均值, 即

$$\omega_m = \frac{\int_0^{\varphi_T} \omega d\varphi}{\varphi_T} \quad (10-34)$$

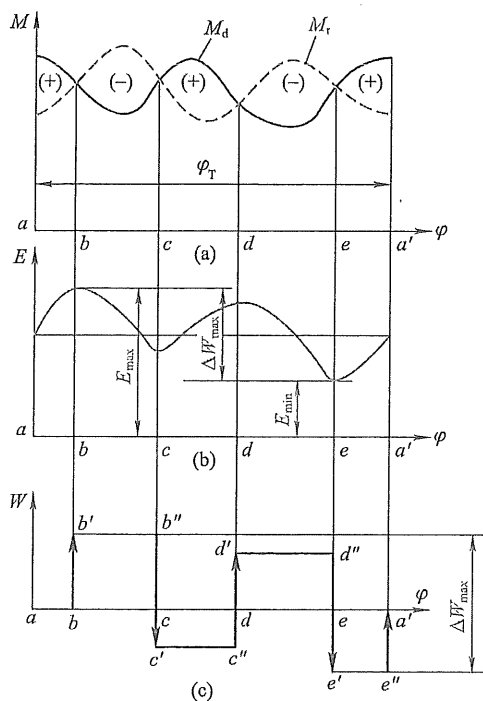


图 10-5

在工程上, ω_m 常用最大角速度 $\omega_{\max}$ 与最小角速度 $\omega_{\min}$ 的算术平均值来近似计算, 即

$$\omega_m \approx \frac{\omega_{\min} + \omega_{\max}}{2} \quad (10-35)$$

常用速度不均匀系数 δ 表示机械系统速度波动的程度, 它定义为角速度波动的幅度 ($\omega_{\max} - \omega_{\min}$) 与平均角速度 ω_m 的比值, 即

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m} \quad (10-36)$$

由式 (10-35) 和式 (10-36) 可得

$$\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2 = 2\omega_m^2 \delta \quad (10-37)$$

不同类型的机械允许速度波动的程度不同。表 10-1 列出了一些常用机械的速度不均匀系数的许用值 $[\delta]$, 供设计时参考。

表 10-1 常用机械速度不均匀系数的许用值 $[\delta]$

机械名称	交流发电机	直流发电机	纺纱机	汽车, 拖拉机	造纸机, 织布机
$[\delta]$	$\frac{1}{200} \sim \frac{1}{300}$	$\frac{1}{100} \sim \frac{1}{200}$	$\frac{1}{60} \sim \frac{1}{100}$	$\frac{1}{20} \sim \frac{1}{60}$	$\frac{1}{40} \sim \frac{1}{50}$
机械名称	水泵, 鼓风机	金属切削机床	轧压机	碎石机	冲床, 剪床
$[\delta]$	$\frac{1}{30} \sim \frac{1}{50}$	$\frac{1}{30} \sim \frac{1}{40}$	$\frac{1}{10} \sim \frac{1}{25}$	$\frac{1}{5} \sim \frac{1}{20}$	$\frac{1}{7} \sim \frac{1}{10}$

3. 周期性速度波动的调节方法——飞轮调速原理

为了使所设计机械的速度不均匀系数不超过许用值, 即

$$\delta \leq [\delta] \quad (10-38)$$

常用的方法是在机械中安装一个具有很大转动惯量的回转构件——飞轮来调节机械的周期性速度波动。

飞轮在机械中的作用, 实质上相当于一个能量储存器。当外力对系统作盈功时, 它以动能形式把多余的能量储存起来, 从而使机械系统主轴的角速度上升的幅度减小; 反之, 当外力对系统作亏功时, 飞轮又可释放其储存的能量, 从而使机械系统主轴角速度下降的幅度减小。

如图 10-5b 所示, 机械系统的动能, 在运动周期 φ_T 内是变化的, 如果忽略等效转动惯量的变量部分, 并假设等效转动惯量 J 为常数, 则当 $E = E_{\max}$ 时, $\omega = \omega_{\max}$; 当 $E = E_{\min}$ 时, $\omega = \omega_{\min}$ 。显然, 在一个周期内, 当机械速度从 $\omega_{\min}$ 上升到 $\omega_{\max}$ (或由 $\omega_{\max}$ 下降到 $\omega_{\min}$) 时, 外力对系统所作的盈功 (或亏功) 达到最大, 称为最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$, 并且有

$$\Delta W_{\max} = E_{\max} - E_{\min} = \frac{1}{2} J \omega_{\max}^2 - \frac{1}{2} J \omega_{\min}^2 \quad (10-39)$$

将式 (10-37) 代入式 (10-39) 可得

$$\Delta W_{\max} = J \omega_m^2 \delta$$

即

$$\delta = \frac{\Delta W_{\max}}{J \omega_m^2} \quad (10-40)$$

如果在该机械中加装一个具有等效转动惯量 J_F 的飞轮, 速度不均匀系数为

$$\delta = \frac{\Delta W_{\max}}{(J + J_F) \omega_m^2} \quad (10-41)$$

显然, 当机械系统装上飞轮后, 其总等效转动惯量增加了, 因而其速度不均匀系数必将减小。对于一个具体的机械系统, 其稳定工作时的最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 和平均角速度 ω_m 都是确定的, 因此由式 (10-41) 可知, 在机械系统上安装



一个具有足够大转动惯量 J_F 的飞轮后,可以使机械的速度不均匀系数 δ 降到许用值范围内,以满足式(10-38)的要求,达到调节机械周期性速度波动的目的。

4. 飞轮转动惯量的计算

为了使速度不均匀系数 δ 满足不等式 $\delta \leq [\delta]$, 由式(10-41)知,必须有

$$J_F \geq \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 [\delta]} - J \quad (10-42)$$

式中, J 为原机械系统本身的等效转动惯量。在设计飞轮时,为简化计算,通常忽略该转动惯量。式(10-42)变为

$$J_F = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 [\delta]} \quad (10-43)$$

式(10-43)表示了飞轮等效转动惯量的近似计算式。

在式(10-43)中,如果 ω_m 用机器额定转速 n (单位为 r/min) 代替,则有

$$J_F = \frac{900 \Delta W_{\max}}{\pi^2 n^2 [\delta]} \quad (10-44)$$

对于一些实际的机械系统,在安装飞轮之前实际测得其速度不均匀系数 $\delta (> [\delta])$, 要求加入转动惯量为 J_F 的飞轮后,其速度不均匀系数达到许用值 $[\delta]$, 即令式(10-40)左端达到 $[\delta]$ 时,再与式(10-41)比较后可得到计算新加入飞轮转动惯量 J_F 的公式:

$$\frac{\delta}{[\delta]} = 1 + \frac{J_F}{J}$$

$$\text{即} \quad J_F \geq \left(\frac{\delta}{[\delta]} - 1 \right) J \quad (10-45)$$

需要指出,上面求出的是飞轮的等效转动惯量。如果飞轮安装轴的角速度为 ω_A , 则飞轮的实际转动惯量 J'_F 为

$$J'_F = J_F \left(\frac{\omega_m}{\omega_A} \right)^2 \quad (10-46)$$

由式(10-43)~式(10-46)可知:

1) 当 $\Delta W_{\max}$ 与 ω_m 一定时,如 $[\delta]$ 取得越小,则飞轮的转动惯量 J_F 就需越大。所以,过分追求机械运转速度的均匀性,将会使飞轮过于笨重。

2) 由于 J_F 不可能为无穷大,而 $\Delta W_{\max}$ 与 ω_m 又有限制,所以 $[\delta]$ 不可能为 0, 即安装飞轮后的机械运转速度仍有一些周期波动。

3) 当 $\Delta W_{\max}$ 与 $[\delta]$ 一定时, J_F 与 ω_m 的平方成反比,所以为了减小飞轮的实际尺寸和转动惯量,通常将飞轮安装在转速较高的轴上。在实际设计中还必须



考虑安装飞轮轴的刚性和结构等因素。

5. 最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 的确定

飞轮设计的基本问题主要是计算飞轮的转动惯量。在式(10-44)中,由于 n 和 $[\delta]$ 均为已知量,因此求飞轮的转动惯量关键在于确定最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。为了确定最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$,需先确定机械动能最大值 $E_{\max}$ 和最小值 $E_{\min}$ 所出现的位置,因为这两个位置对应机械系统的最大角速度 $\omega_{\max}$ 和最小角速度 $\omega_{\min}$ 。如图 10-5a、b 所示, $E_{\max}$ 和 $E_{\min}$ 应出现在 M_d 和 M_r 两曲线的交点处,即图 10-5b 中的 b 和 e 处。

如果 M_d 和 M_r 以 φ 的函数表达式给出,则有

$$\Delta W = \int_0^{\varphi} (M_d - M_r) d\varphi \quad (10-47)$$

求出 $M_d(\varphi)$ 和 $M_r(\varphi)$ 曲线各交点处的 ΔW ,从而找出 $E_{\max}$ 和 $E_{\min}$ 所在的位置,进而求出最大盈亏功 $\Delta W_{\max} = E_{\max} - E_{\min}$ 。

如果 M_d 和 M_r 以线图或表格给出,则可通过 M_d 和 M_r 之间包围的各块面积计算各交点处的 ΔW 值,从而找出 $E_{\max}$ 和 $E_{\min}$ 所在的位置,进而求出最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。

对于一些比较简单的情况,机械系统最大动能 $E_{\max}$ 和最小动能 $E_{\min}$ 出现的位置可直接由 $M_d - \varphi$ 或 $M_r - \varphi$ 图看出;对于较复杂的情况,则可借助于所谓“能量指示图”来确定。如图 10-5c 所示,作一直角坐标,按一定比例用矢量线段依次表示相应位置 M_d 和 M_r 之间所包围的面积 A_{ab} 、 A_{bc} 、 A_{cd} 、 A_{de} 、 A_{ea} 的大小和正负,盈功为正,其箭头向上,亏功为负,其箭头向下。即以对应位置点 b 为起点,向上作 bb' 表示等效力矩从 a 到 b 所作的盈功;在对应位置点 c ,以 b'' 为起点 ($bb' = cb''$) 向下作 $b''c'$ 表示等效力矩从 b 到 c 作的亏功;在对应位置点 d ,以 c'' 为起点 ($cc' = dc''$) 向上作 $c''d'$ 表示等效力矩从 c 到 d 作的盈功;在对应位置点 e ,以 d'' 为起点 ($dd' = ed''$) 向下作 $d''e'$ 表示等效力矩从 d 到 e 作的亏功;在对应位置点 a' ,以 e'' 为起点 ($ee' = a'e''$) 向上作 $e''a'$ 表示等效力矩从 e 到 a' 作的盈功。由于在一个循环的起始位置与终了位置处的动能相等,所以能量指示图的首尾应在同一水平线上,即形成封闭的台阶形折线。如果该系统的等效转动惯量是常数,从图中可以看出,位置点 b 处动能(速度)最大,位置点 e 处动能(速度)最小,而图中折线的最高点和最低点的距离就代表最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 的大小。从另一方面说,最大盈亏功并不是所有盈功的最大值,而是速度最高处 $E_{\max}$ 与速度最低处 $E_{\min}$ 之间盈功和亏功的代数差的绝对值。

6. 飞轮的结构及尺寸

飞轮常做成如图 10-6 所示的形状,它由轮缘 A、轮毂 B 和轮辐 C 三部分组

成。与轮缘比较,轮辐及轮毂的转动惯量较小可以略去不计。设 m_A 为轮缘的质量, D_1 和 D_2 为轮缘的外径和内径, D 为其平均直径,则轮缘的转动惯量为

$$J_A = J_F = \frac{m_A}{2} \left(\frac{D_1^2 + D_2^2}{4} \right) = \frac{m_A}{4} (D^2 + H^2)$$

因为轮缘厚度 H 远比直径 D 小,即 $H^2 \ll D^2$,因此,上式可近似为

$$J_F = \frac{m_A D^2}{4} \quad (10-48)$$

设轮缘的宽度为 b ,材料的密度为 ρ (单位为 kg/m^3) 则

$$m_A = \pi D H b \rho$$

于是

$$H b = \frac{m_A}{\pi D \rho} \quad (10-49)$$

这样,根据要求的速度不均匀系数 $[\delta]$,由式 (10-43) 或式 (10-44) 计算出飞轮的实际转动惯量 J_F ,在选定飞轮的直径 D 后,再由式 (10-48) 求得飞轮轮缘的质量 m_A 。而后根据飞轮的材料密度 ρ ,由式 (10-49) 适当确定 H 和 b 的值。在选定直径 D 时,不仅要考虑结构空间的限制,还要考虑其轮缘圆周线速度不能过大,以免轮缘因离心力过大而破裂。

例 10-3 设已知一机械所受等效阻力矩 M_r 的变化规律如图 10-7a 所示,选择机械主轴为等效构件,等效驱动力矩 M_d 为常数,等效转动惯量为 $J = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,机械主轴的初始转速 $n_0 = 100 \text{ r/min}$,机械的一个运动周期为 2π 。求:

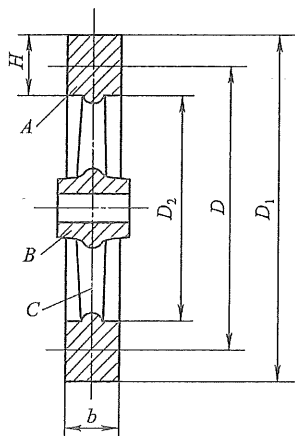


图 10-6

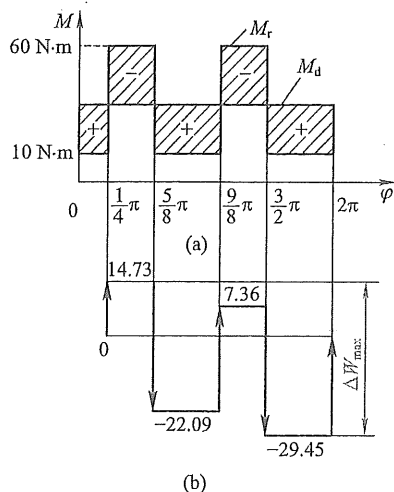


图 10-7



1) 试确定该机械主轴的稳态运动规律。

2) 如采用飞轮来调节其速度波动,求当速度不均匀系数 $\delta=0.05$ 时,所需飞轮的转动惯量 J_F (飞轮安装在主轴上),并比较加装飞轮前后 $\omega-\varphi$ 曲线的变化。

解: 1) 确定该机械主轴的稳态运动规律

该机械稳定运转的一个周期内,驱动力矩作功等于阻力矩作功,即

$$\int_0^{2\pi} (M_d - M_r) d\varphi = 0$$

根据图 10-7a 给出的 $M-\varphi$ 曲线,当 M_d 为常数时,可求得其值为

$$M_d = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_r d\varphi = 28.75 \text{ N} \cdot \text{m}$$

根据能量形式的运动方程式 (10-14), 可得该机械的运动方程:

$$\frac{1}{2} J \omega^2 - \frac{1}{2} J \omega_0^2 = \int_0^\varphi (M_d - M_r) d\varphi \quad (\text{a})$$

于是

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{2}{J} \int_0^\varphi (M_d - M_r) d\varphi} \quad (\text{b})$$

$M_r(\varphi)$ 在 $0 \sim 2\pi$ 周期内不连续, 式 (b) 需分段积分, 代入已知参数 $\omega_0 = \frac{\pi n_0}{30} =$

10.47 rad/s , $J = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 分段求得

$$\omega\left(\frac{\pi}{4}\right) = 11.79 \text{ rad/s}, \omega\left(\frac{5\pi}{8}\right) = 8.09 \text{ rad/s}, \omega\left(\frac{9\pi}{8}\right) = 11.15 \text{ rad/s},$$

$$\omega\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 7.12 \text{ rad/s}, \omega(2\pi) = 10.47 \text{ rad/s}$$

将上述求得的 ω_0 、 $\omega\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 、 $\omega\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ 、 $\dots$ 作为下一段运动的角速度初值代入式

(b), 可得该机械主轴的稳态运动规律为

$$\omega(\varphi) = \begin{cases} \sqrt{109.66 + 37.5\varphi} & \left(0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}\right) \\ \sqrt{139.11 - 62.5\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)} & \left(\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{8}\right) \\ \sqrt{65.48 + 37.5\left(\varphi - \frac{5\pi}{8}\right)} & \left(\frac{5\pi}{8} \leq \varphi \leq \frac{9\pi}{8}\right) \\ \sqrt{124.38 - 62.5\left(\varphi - \frac{9\pi}{8}\right)} & \left(\frac{9\pi}{8} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}\right) \\ \sqrt{50.75 + 37.5\left(\varphi - \frac{3\pi}{2}\right)} & \left(\frac{3\pi}{2} \leq \varphi \leq 2\pi\right) \end{cases} \quad (\text{c})$$



按此运动规律绘制的角速度曲线如图 10-8 中的虚线所示。

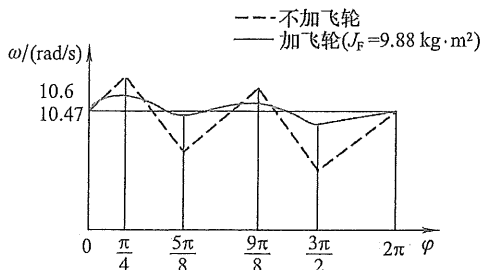


图 10-8

2) 当速度不均匀系数 $\delta=0.05$ 时,所需飞轮的转动惯量为 J_F

按式(10-43)求 J_F ,应先求出 $\Delta W_{\max}$ 。若采用动能定理求最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$,当 $\varphi=\pi/4$ 时,最大角速度 $\omega_{\max}=11.79 \text{ rad/s}$,动能为 $E_{\max}$;当 $\varphi=3\pi/2$ 时,最小角速度 $\omega_{\min}=7.12 \text{ rad/s}$,动能为 $E_{\min}$,于是,该机械在一个周期内的最大盈亏功为

$$\Delta W_{\max} = E_{\max} - E_{\min} = \frac{1}{2} J \omega_{\max}^2 - \frac{1}{2} J \omega_{\min}^2 = 44.15 \text{ N} \cdot \text{m}$$

若采用“能量指示法”求最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$,在一个周期内,各阶段的盈、亏功可分别求得为

$$\text{在 } 0 \sim \frac{\pi}{4} \text{ 内为盈功 } \Delta W_1 = (28.75 - 10) \times \frac{\pi}{4} \text{ N} \cdot \text{m} = 14.73 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{在 } \frac{\pi}{4} \sim \frac{5\pi}{8} \text{ 内为亏功 } \Delta W_2 = (28.75 - 60) \times \frac{3\pi}{8} \text{ N} \cdot \text{m} = -36.82 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{在 } \frac{5\pi}{8} \sim \frac{9\pi}{8} \text{ 内为盈功 } \Delta W_3 = (28.75 - 10) \times \frac{\pi}{2} \text{ N} \cdot \text{m} = 29.45 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{在 } \frac{9\pi}{8} \sim \frac{3\pi}{2} \text{ 内为亏功 } \Delta W_4 = (28.75 - 60) \times \frac{3\pi}{8} \text{ N} \cdot \text{m} = -36.82 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\text{在 } \frac{3\pi}{2} \sim 2\pi \text{ 内为盈功 } \Delta W_5 = (28.75 - 10) \times \frac{\pi}{2} \text{ N} \cdot \text{m} = 29.45 \text{ N} \cdot \text{m}$$

画出一个周期内的能量指示图,如图 10-7b 所示,由最高点和最低点的距离可求得最大盈亏功为

$$\Delta W_{\max} = (14.73 + |-29.45|) \text{ N} \cdot \text{m} = 44.18 \text{ N} \cdot \text{m}$$

或由速度最高处 $E_{\max}$ 与速度最低处 $E_{\min}$ 之间盈功和亏功的代数值的绝对值求得最大盈亏功为

$$\Delta W_{\max} = |\Delta W_2 + \Delta W_3 + \Delta W_4| = |-36.82 + 29.45 - 36.82| \text{ N} \cdot \text{m} = 44.18 \text{ N} \cdot \text{m}$$

如果不考虑原机械系统的等效转动惯量,则

$$J_F = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 [\delta]}$$

$$\text{其中, } [\delta] = 0.05; \omega_m = \frac{\omega_{\min} + \omega_{\max}}{2} = 9.455 \text{ rad/s.}$$

$$\text{于是 } J_F = \frac{44.19}{9.455^2 \times 0.05} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 9.88 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

将 $(J_F + J)$ 代入 $\omega(\varphi)$ 函数式(c)中,得到

$$\omega\left(\frac{\pi}{4}\right) = 10.6 \text{ rad/s}, \quad \omega\left(\frac{5\pi}{8}\right) = 10.27 \text{ rad/s},$$

$$\omega\left(\frac{9\pi}{8}\right) = 10.53 \text{ rad/s}, \quad \omega\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 10.21 \text{ rad/s}, \quad \omega(2\pi) = 10.47 \text{ rad/s}$$

图 10-8 中实线为机械系统加飞轮后的运动规律,虚线为加飞轮前的运动规律,从实线和虚线相比可以看出,加飞轮后,机械速度波动的幅度减小了很多。在 2π 周期内,角速度呈波动状态。当 $\varphi = \pi/4$ 时,角速度达到最大,当 $\varphi = 3\pi/2$ 时,角速度达到最小。经过一个周期后,角速度回到起始值。

例 10-4 在图 10-9a 所示的一对齿轮传动中,已知 $z_1 = 20, z_2 = 40$, 主动轮 1 上施加驱动力矩 $M_1 = \text{常数}$, 作用在轮 2 上的阻力矩 M_2 的变化规律如图 10-9b 所示; 两齿轮对各自回转中心的转动惯量分别为 $J_1 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_2 = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; 轮 1 的平均角速度为 $\omega_m = 100 \text{ rad/s}$ 。若已知运转不均匀系数 $\delta = 1/50$, 试:

- 1) 画出以齿轮 1 为等效构件时的等效阻力矩 $M_{re} - \varphi_1$ 图。
- 2) 求驱动力矩 M_1 的值。

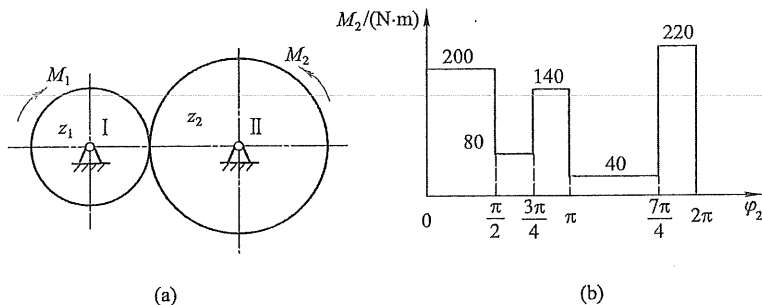


图 10-9



3) 求飞轮装在齿轮 1 的轴 I 上时的转动惯量 J_F , 并说明飞轮装在 I 轴上好还是装在 II 轴上好。

4) 求 $\omega_{\max}$ 、 $\omega_{\min}$ 及其出现的位置。

解: 1) 以构件 1 为等效构件时的等效阻力矩 M_{re}

$$M_{re} = M_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right) = \frac{1}{2} M_2$$

又因 $\varphi_1 = i_{12} \varphi_2 = \frac{z_2}{z_1} \varphi_2 = \frac{40}{20} \varphi_2 = 2\varphi_2$, 由此可根据图 10-9b 作出以构件 1 为等效构件的等效阻力矩 $M_{re} - \varphi_1$ 图, 如图 10-10a 所示。

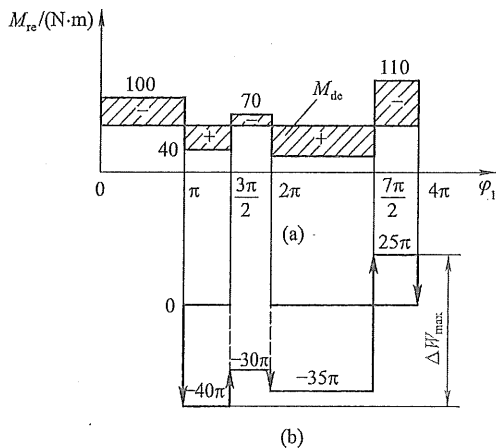


图 10-10

2) 求轮 1 上的驱动力矩 M_1

对轮 1 来说, $M_{de} = M_1$ 。在一个周期 4π 内, 总驱动功应等于总阻抗功。所以

$$M_{de} \times 4\pi = 100\pi + 40 \times \frac{\pi}{2} + 70 \times \frac{\pi}{2} + 20 \times \frac{3\pi}{2} + 110 \times \frac{\pi}{2}$$

可得

$$M_1 = M_{de} = 60 \text{ N} \cdot \text{m}$$

3) 求飞轮的转动惯量 J_F

因总转动惯量 J_F 与 ω_m 的平方成反比, 所以 ω_m 越大, 所求得的飞轮的转动惯量 J_F 将越小, 因而飞轮的尺寸和重量也将越小, 因此飞轮一般应装在高速轴上, 即装在 I 轴上。

以轮 1 为等效构件时, 等效转动惯量 J_e 为

$$J_e = J_1 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 = J_1 + J_2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = 0.015 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



在一个周期内,各阶段的盈、亏功可分别求得为

在 $0 \sim \pi$ 内为亏功 $\Delta W_1 = (60-100)\pi \text{ N} \cdot \text{m} = -40\pi \text{ N} \cdot \text{m}$

在 $\pi \sim \frac{3\pi}{2}$ 内为盈功 $\Delta W_2 = (60-40)\frac{\pi}{2} \text{ N} \cdot \text{m} = 10\pi \text{ N} \cdot \text{m}$

在 $\frac{3\pi}{2} \sim 2\pi$ 内为亏功 $\Delta W_3 = (60-70)\frac{\pi}{2} \text{ N} \cdot \text{m} = -5\pi \text{ N} \cdot \text{m}$

在 $2\pi \sim \frac{7\pi}{2}$ 内为盈功 $\Delta W_4 = (60-20)\frac{3\pi}{2} \text{ N} \cdot \text{m} = 60\pi \text{ N} \cdot \text{m}$

在 $\frac{7\pi}{2} \sim 4\pi$ 内为亏功 $\Delta W_5 = (60-110)\frac{\pi}{2} \text{ N} \cdot \text{m} = -25\pi \text{ N} \cdot \text{m}$

画出一个周期内的能量指示图,如图 10-10b 所示。当 $\varphi_1 = \pi$ 时,齿轮 1 的角速度最低,当 $\varphi_1 = 7\pi/2$ 时,齿轮 1 的角速度最高,由最高点和最低点的距离可求得最大盈亏功为

$$\Delta W_{\max} = 25\pi + |-40\pi| = 65\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

或由速度最高处 $E_{\max}$ 与速度最低处 $E_{\min}$ 之间盈功和亏功的代数差的绝对值求得最大盈亏功为

$$\Delta W_{\max} = |\Delta W_2 + \Delta W_3 + \Delta W_4| = |10\pi - 5\pi + 60\pi| = 65\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

飞轮的转动惯量为

$$J_F = \frac{\Delta W_{\max}}{\delta \omega_m^2} - J_e = \frac{65\pi \times 50}{100^2} - 0.015 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 1.006 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

4) 求 $\omega_{\max}$ 、 $\omega_{\min}$

因 $\omega_m = (\omega_{\max} + \omega_{\min})/2$, 而 $\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min})/\omega_m$

所以,可求得

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2}(2\omega_m + \omega_m \delta) = \frac{1}{2} \times \left(2 \times 100 + 100 \times \frac{1}{50} \right) \text{ rad/s} = 101 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\min} = \frac{1}{2}(2\omega_m - \omega_m \delta) = \frac{1}{2} \times \left(2 \times 100 - 100 \times \frac{1}{50} \right) \text{ rad/s} = 99 \text{ rad/s}$$

二、非周期性速度波动及其调节方法

实际上,许多机械运转时,驱动力和工作阻力的变化是非周期性的,这时出现的速度波动称为非周期性速度波动。对于无自调性的机械,它的原动机产生的驱动力会随速度的升高而增大,随速度的降低而减小。因此,在稳定运转时,一旦负载变小,即 $M_d > M_r$,则机械的速度会升高,速度的升高又使驱动力矩 M_d 增大,从而使机械越转越快,出现所谓“飞车”现象,可能使机械遭到破坏。反



之,如果负载突然升高,即 $M_d < M_e$,则机械的速度下降,速度的下降又使驱动力矩 M_d 减小,从而使机械越转越慢,直到最后停止不动。

对于无自调性的机械系统(如采用蒸汽机、汽轮机或内燃机为原动机的机械系统)所出现的非周期性速度波动,不能用飞轮来调节其速度波动,而必须安装一种专门的调速装置——调速器来调节机械出现的非周期性速度波动。

如图 10-11 所示为一种机械式的汽轮机调速系统原理图。该调速系统由调速器飞锤、油动机上油室、油动机下油室及油动机错油门组成。其中调速器的飞锤通过铰链安装在与汽轮机主轴系同速运动的垂直轴系顶端,当汽轮机主轴系速度过高时飞锤由于离心力向上飞起,带动滑块向上移动;当汽轮机主轴系速度过低时飞锤向下落下,带动滑块向下移动。同时杠杆分别通过铰接触连接油动机下油室、油动机上油室及飞锤处滑块。

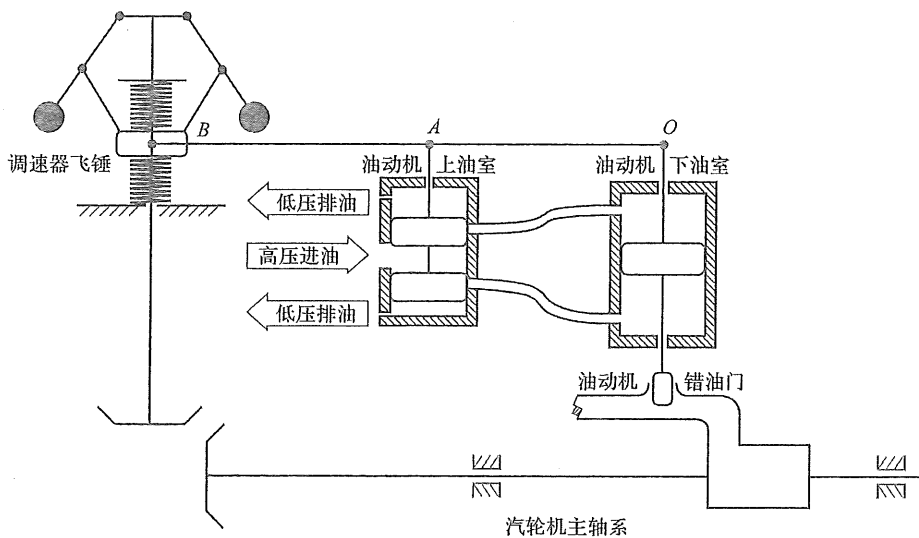


图 10-11

如图 10-12a 所示,当汽轮机主轴系运行速度过快时,调速器内飞锤向外侧飞行,进而带动滑块向上运动,同时由于杠杆作用使得点向上运动,动机上油室内的两个等距离安装的滑块同时随着向上运动。此时油动机上油室前侧中部的高压进油,通过上油室与下油室之间的上侧连通管道进入油动机下油室的上侧腔室,推动下油室内的滑块向下运动,使得油动机错油门的滑阀向下移动,减小进汽量,机组功率减小。此时调速器飞锤向下移动,杠杆以支点带动滑块向下运动,油动机上油室与下油室之间的通道被滑块切断,高压油停止流动。调速系统达到新的平衡状态;同理,当汽轮机主轴系运行速度过慢时,如图 10-12b 所示,



调速器飞锤向内测飞行,进而带动滑块向下运动,同时由于杠杆作用使得向下运动。此时油动机内高压进油,通过上油室与下油室之间的下侧连通管道进入油动机下油室的下侧腔室,推动下油室内的滑块向上运动,使得油动机错油门的滑阀向上移动,增大进汽量,机组功率增大。同理,此时调速器飞锤向上移动,杠杆以点 A 为支点带动滑块向上运动,油动机上油室与下油室之间的通道被滑块切断,高压油停止流动。调速系统再次达到新的平衡状态。

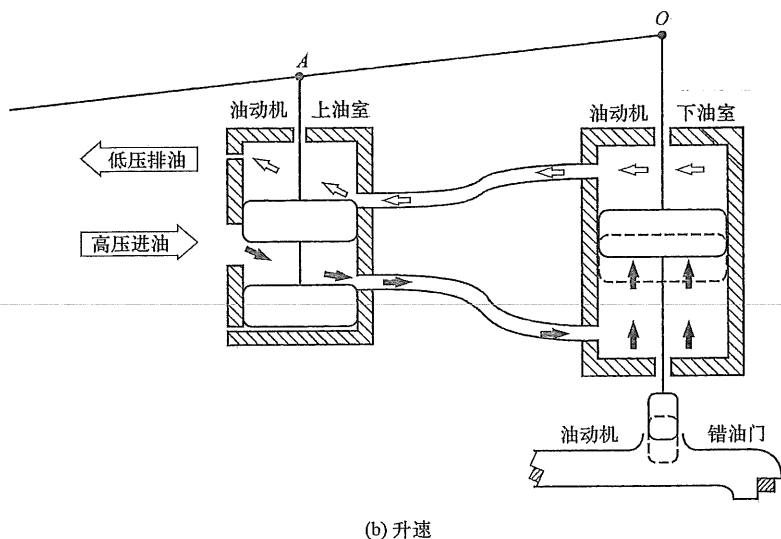
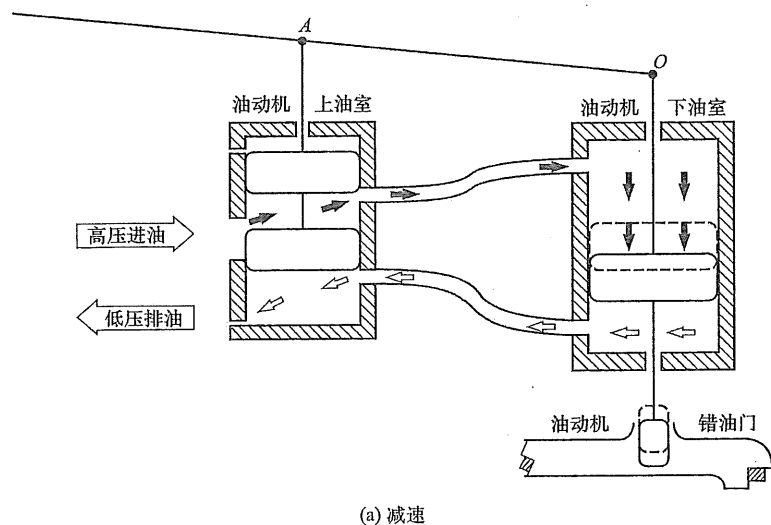


图 10-12

习题

10-1 图示减速器中,已知各轮的齿数 $z_1 = z_3 = 25$, $z_2 = z_4 = 50$,各轮的转动惯量 $J_1 = J_3 = 0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = J_4 = 0.16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ (忽略各轴的转动惯量),作用在轴 III 上的阻力矩 $M_3 = 100 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。试求选取 I 轴为等效构件时,该机构的等效转动惯量 J_e 和等效阻力矩 M_e 。

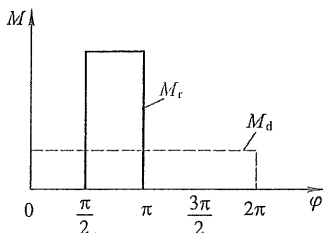
10-2 设某机械由交流异步电动机驱动。电动机的额定角速度 $\omega_n = 151.8 \text{ rad/s}$,同步角速度 $\omega_0 = 157.1 \text{ rad/s}$,额定转矩 $M_n = 52.7 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。已知等效阻抗力矩 $M_e = 50 \text{ N} \cdot \text{m}$ (以电动机轴为等效构件),试求该机械稳定运转时的角速度 ω 。

10-3 已知某机械主轴与制动器直接相连,以主轴为等效构件时,机械的等效转动惯量 $J = 11 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,设主轴的稳定运转角速度为 $\omega_s = 150 \text{ rad/s}$,求要在 3 s 内实现制动时,制动器的制动力矩。

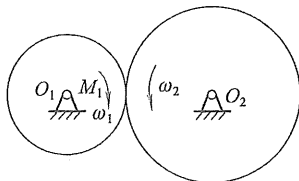
10-4 已知某机械稳定运转时的等效驱动力矩和等效阻力矩如图所示。机械的等效转动惯量为 $J = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,等效驱动力矩为 $M_d = 30 \text{ N} \cdot \text{m}$,机械稳定运转开始时等效构件的角速度 $\omega_0 = 25 \text{ rad/s}$,试确定:

- 1) 等效构件的稳定运动规律 $\omega(\varphi)$ 。
- 2) 速度不均匀系数 δ 。
- 3) 最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。
- 4) 若要求 $[\delta] = 0.05$,求飞轮的等效转动惯量 J_F 。

10-5 图示齿轮机构中,齿轮的齿数分别为 $z_1 = 20$, $z_2 = 40$,齿轮的转动惯量 $J_1 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,作用在齿轮 1 上的力矩 $M_1 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$,齿轮 2 上的阻力矩为零。设齿轮 2 上的角加速度为常数,试求齿轮 2 从角速度 $(\omega_2)_0 = 0$ 上升到 $(\omega_2)_1 = 100 \text{ rad/s}$ 时所需的时间 t 。



题图 10-4



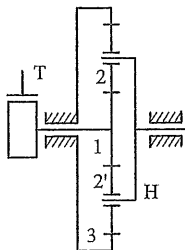
题图 10-5

10-6 图示轮系中,已知各轮的齿数为 $z_1 = 25$, $z_2 = 37$, $z_3 = 100$,模数 $m = 10 \text{ mm}$,轮 1,2 为标准齿轮,行星轮数目为 $k = 2$,对称安装,行星轮重 $G_{22'} = 10 \text{ kg}$,各转动构件绕各自轴线的转动惯量分别为 $J_1 = 0.005 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_H = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,当系杆 H 转速为 $\omega_H = 100 \text{ rad/s}$ 时停止驱动,同时用制动器 T 制动,要求系杆 H 在 1 周内停下来。试问应加的制动

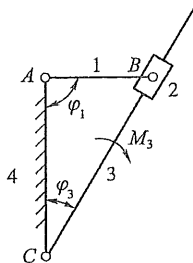


力矩 M_T 应为多大?

10-7 图示导杆机构中,已知 $l_{AB}=100\text{ mm}$, $\varphi_1=90^\circ$, $\varphi_3=30^\circ$; 导杆 3 对轴 C 的转动惯量 $J_C=0.016\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 其他构件的质量和转动惯量均忽略不计; 作用在导杆 3 的阻力矩 $M_3=10\text{ N}\cdot\text{m}$ 。若取曲柄 1 为等效构件, 试求该机构的等效阻力矩 M_e 和等效转动惯量 J_e 。



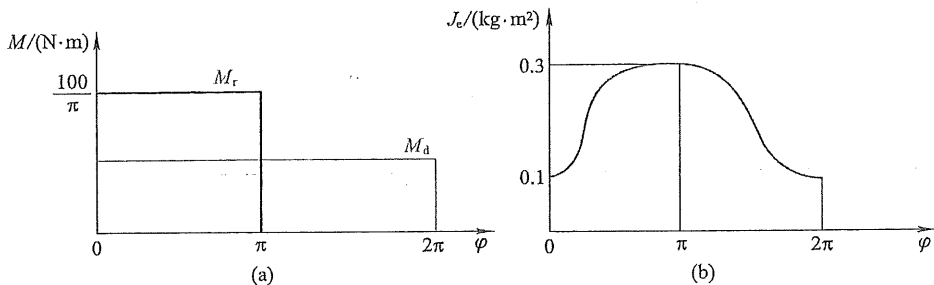
题图 10-6



题图 10-7

10-8 某机器的等效驱动力矩 M_d , 等效阻力矩 M_r 和等效转动惯量 J_e 如图所示。试:

- 1) 确定此等效构件能否作周期性速度波动? 为什么?
- 2) 假设当 $\varphi=0$ 时等效构件的角速度为 100 rad/s , 试求该等效构件的角速度 $\omega_{\max}$ 、 $\omega_{\min}$ 的值, 并指出其出现的位置。
- 3) 求该机器的运转速度不均匀系数 δ 。



题图 10-8

10-9 图示的轮系中, 已知各轮齿数 $z_1=z'_1=20$, $z_2=z_3=40$, 作用在轴 O_3 上的阻力矩 $M_3=40\text{ N}\cdot\text{m}$, $J_1=J'_2=0.01\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_2=J_3=0.04\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 当取齿轮 1 为等效构件时, 求机构的等效转动惯量和阻力矩 M_3 的等效力矩。

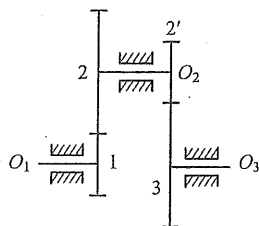
10-10 图示的轮系中, 已知加于轮 1 和轮 3 上的力矩 $M_1=80\text{ N}\cdot\text{m}$ 和 $M_3=100\text{ N}\cdot\text{m}$, 各轮的转动惯量 $J_1=0.1\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_2=0.225\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_3=0.4\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 各轮的齿数 $z_1=20$, $z_2=30$, $z_3=40$, 以及在开始的瞬时轮 1 的角速度为零。求在运动开始后经过 0.5 秒时轮 1 的角加速度 ε_1 和角速度 ω_1 。

10-11 图示轮系中, 已知各齿轮齿数 $z_1=20$, $z_2=40$, $z_3=25$, $z_4=35$, 作用在轮 4 上的阻

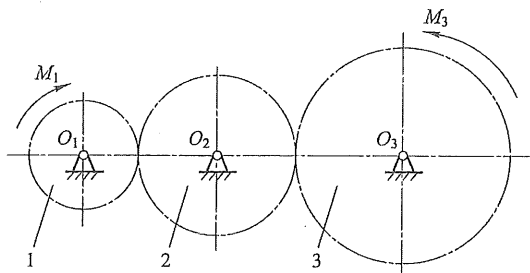
力矩为 M_4 , 试:

1) 以轮 1 为等效构件时, 求等效阻力矩 M_r 。

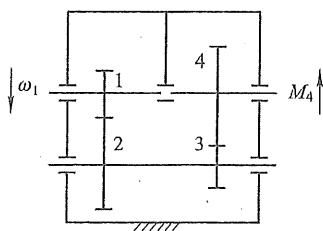
2) 若此系统的稳定运动周期为 2π , 等效阻力矩如图题 10-12b 所示, 等效驱动力矩 M_d 为常数, $\omega_{\min} = 96 \text{ rad/s}$, $\omega_{\max} = 110 \text{ rad/s}$ 。求速度不均匀系数 δ 和最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。



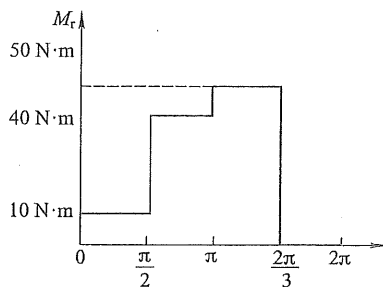
题图 10-9



题图 10-10



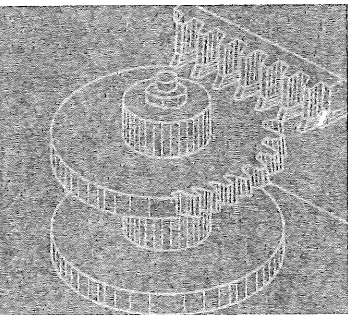
(a)



(b)

题图 10-11

第十一章 机械的平衡



§11-1 概 述

一、机械平衡的目的

机械在运转过程中,其活动构件大多产生惯性力和惯性力矩,这必将在运动副中引起附加的动压力,从而增大构件中的内应力和运动副中的摩擦力,加剧运动副的磨损,降低机械效率和使用寿命。同时,这些惯性力和惯性力矩的大小和方向一般都随机械运转而作周期性变化,并通过运动副传到机架上,使机械及其基础产生强迫振动。这种振动不仅会导致机械工作精度和可靠性的下降,还会产生噪声污染。尤其是当振动频率接近机械系统的固有频率时,将会引起共振,使机械难以正常工作甚至被破坏,严重时将危及周围的建筑和人员的安全。因此,设法使惯性力和惯性力矩得到平衡或部分平衡,以消除或减轻它的不良影响,对改善机械的工作性能、提高机械效率并延长其使用寿命,都具有重要的意义,尤其是对那些高速机械或精密机械就更为重要。这就是研究机械平衡的目的。

当然,也有一些机械是利用不平衡的惯性力进行工作的,如一些打夯机、打桩机、惯性筛等,对这类机械是要研究如何合理地利用不平衡惯性力的问题。

二、机械平衡的内容及分类

机械中各活动构件的运动形式是不同的,因此所产生的惯性力及惯性力矩的情况和平衡的方法也不相同。一般可将机械的平衡问题分成以下两类。

1. 转子的平衡

机械中绕某一固定轴线回转的构件称为转子。当转子的质量分布不均匀,或由于制造误差而造成质心与回转轴线不重合时,在转动过程中将产生离心惯性力。这类构件的惯性力可以用在构件上增加或除去部分质量的方法得以平衡。转子又分为刚性转子和挠性转子两种类型。

(1) 刚性转子的平衡

在机械中,当转子的工作转速相对于系统的共振转速(临界转速)较低时,



其在运转过程中产生的弹性变形通常很小,可忽略不计,这类转子称为刚性转子,其平衡原理是基于理论力学中力系平衡理论。当仅使转子惯性力得到平衡,称为静平衡。若不仅使惯性力得到平衡,还使其惯性力引起的惯性力矩也得到平衡,称为动平衡。

(2) 挠性转子的平衡

在机械中,对那些工作转速高于系统共振转速(临界转速)的转子,其在运转过程中在离心惯性力的作用下将产生明显的弯曲变形,这类转子称为挠性转子(柔性转子)。这要根据弹性梁(轴)的横向振动理论进行平衡,这类问题较为复杂,需要专门研究,本章仅做简单介绍。

2. 机构的平衡

机械中作往复移动和平面运动的构件,其所产生的惯性力无法通过调整其质量的大小或改变质量分布状态的方法得到平衡,但所有活动构件的惯性力和惯性力矩可以合成一个总惯性力和惯性力矩作用在机构的机座上。设法平衡或部分平衡这个总惯性力和惯性力矩对机座产生的附加动压力,消除或降低机座上的振动,这种平衡称为机构在机座上的平衡,或简称为机构的平衡。

§ 11-2 刚性转子的静平衡及动平衡

一、静平衡及其计算

1. 静平衡的概念

对于不平衡质量分布在轴向尺寸较小的圆盘(其直径 d 与宽度 b 之比 $d/b > 5$)内的转子,例如齿轮、带轮、链轮及叶轮等,它们的质量可以视为分布在同一平面内。在此情况下,若其质心不在回转轴线上,则当其转动时,其偏心质量就会产生离心惯性力,从而在转动副中引起附加动压力。所谓刚性转子的静平衡,就是利用在刚性转子上加减平衡质量的方法,使其质心回到回转轴线上,从而使转子的惯性力得以平衡(即惯性力之和为零)的一种平衡措施。

2. 静平衡计算

结构上对其回转轴线不对称的盘状转子,进行平衡时应先根据结构定出其偏心质量的大小及位置,然后再计算出为平衡其偏心质量所产生的惯性力而应加平衡质量的大小及配置方位,并将该平衡质量加于转子上,使转子达到静平衡的目的。其具体计算方法如下。

如图 11-1a 所示,设有一带圆盘的转子,圆盘内具有偏心质量 m_1 、 m_2 、 m_3 ,回转半径分别为 r_1 、 r_2 、 r_3 ,其方位如图所示。

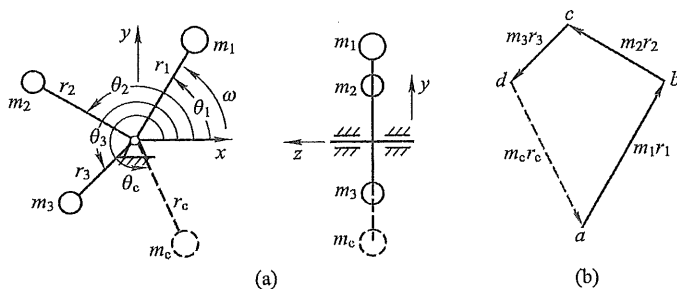


图 11-1

当此转子以等角速度 ω 回转时,各偏心质量所产生的离心惯性力分别为

$$F_1 = m_1 \omega^2 r_1, \quad F_2 = m_2 \omega^2 r_2, \quad F_3 = m_3 \omega^2 r_3$$

为平衡这些离心惯性力,可在此转子上加上平衡质量 m_c ,使它所产生的离心惯性力 F_c 与 F_1 、 F_2 、 F_3 相平衡,亦即使

$$\Sigma F = F_c + F_1 + F_2 + F_3 = 0$$

$$F_c = m_c \omega^2 r_c$$

式中, r_c 为平衡质量 m_c 的回转半径。故得

$$m_c \omega^2 r_c + m_1 \omega^2 r_1 + m_2 \omega^2 r_2 + m_3 \omega^2 r_3 = 0$$

或

$$m_c r_c + m_1 r_1 + m_2 r_2 + m_3 r_3 = 0 \quad (11-1)$$

式中, $m_i r_i$ 常称为质径积,它相对地表达了各质量在同一转速下的离心惯性力的大小和方向。

质径积 $m_c r_c$ 的大小和方位,可用图解法求得。如图 11-1b 所示,选定比例尺 $\mu \left(\frac{\text{实际质径积大小}/(\text{kg} \cdot \text{m})}{\text{图上的尺寸}/\text{mm}} \right)$,从任意点 a 开始按向径 r_1 、 r_2 、 r_3 的方向连续作 $\vec{ab}$ 、 $\vec{bc}$ 、 $\vec{cd}$ 分别代表质径积 $m_1 r_1$ 、 $m_2 r_2$ 、 $m_3 r_3$ 的大小和方向,求得

$$m_c r_c = \mu \vec{da} \quad (11-2)$$

当根据回转体的结构选定半径 r_c 大小后,即可由式(11-2)求出平衡质量 m_c 的大小,而其方位则由向径 r_c 确定(图 11-1b 中的向量 $\vec{da}$)。

根据上面的分析可见,对于静不平衡的转子,不论它有多少个偏心质量,只需要适当地加上一个平衡质量即可获得平衡。一般地,对于有 N 个偏心质量的转子,其平衡条件为

$$\sum_{i=1}^N m_i r_i + m_c r_c = 0 \quad (11-3)$$

平衡质量的大小及方位还可通过解析法求得,将式(11-1)分别向 x 轴和 y



轴投影可得

$$m_1 r_1 \cos \theta_1 + m_2 r_2 \cos \theta_2 + m_3 r_3 \cos \theta_3 + m_e r_e \cos \theta_e = 0$$

$$m_1 r_1 \sin \theta_1 + m_2 r_2 \sin \theta_2 + m_3 r_3 \sin \theta_3 + m_e r_e \sin \theta_e = 0$$

式中, θ_i 表示各向径 r_i 与 x 轴正方向的夹角(图 11-1a)。求得 $m_e r_e$ 和 θ_e 为

$$m_e r_e = [(m_1 r_1 \cos \theta_1 + m_2 r_2 \cos \theta_2 + m_3 r_3 \cos \theta_3)^2 + (m_1 r_1 \sin \theta_1 + m_2 r_2 \sin \theta_2 + m_3 r_3 \sin \theta_3)^2]^{1/2} \quad (11-4)$$

$$\theta_e = \arctan \left(\frac{-m_1 r_1 \sin \theta_1 - m_2 r_2 \sin \theta_2 - m_3 r_3 \sin \theta_3}{-m_1 r_1 \cos \theta_1 - m_2 r_2 \cos \theta_2 - m_3 r_3 \cos \theta_3} \right) \quad (11-5)$$

注意:角度 θ_e 的象限可由式(11-5)中反正切函数的分子和分母的符号来确定。显然,根据该转子的结构,也可以在平衡向径 r_e 的反方向 r'_e 处去掉相应的一部分材料 m'_e , 只要保证 $m_e r_e = -m'_e r'_e$ 即可。

假设图 11-1a 中所示转子的具体参数如下:

$$m_1 = 3 \text{ kg}, r_1 = 80 \text{ mm}, \theta_1 = 60^\circ$$

$$m_2 = 2 \text{ kg}, r_2 = 80 \text{ mm}, \theta_2 = 150^\circ$$

$$m_3 = 2 \text{ kg}, r_3 = 60 \text{ mm}, \theta_3 = 225^\circ$$

将上述参数代入式(11-4),得:

$$\begin{aligned} m_e r_e &= [(240 \cos 60^\circ + 160 \cos 150^\circ + 120 \cos 225^\circ)^2 + \\ &\quad (240 \sin 60^\circ + 160 \sin 150^\circ + 120 \sin 225^\circ)^2]^{1/2} \\ &= [(103.4)^2 + (203.0)^2]^{1/2} = 227.8 \text{ kg} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

例如,将 2.85 kg 的平衡质量放置在平衡向径 r_e 为 80 mm 的位置处,由式(11-5)可以得出平衡质量相对于 x 轴正方向的角度 θ_e :

$$\theta_e = \arctan \left(\frac{-203.0}{+103.4} \right) = 297.0^\circ$$

通过式中反正切函数的分子和分母的符号可以确定角度 θ_e 在第四象限。使用双参数函数[例如 $\theta(x, y)$ 或 $\arctan_2(x, y)$]表示会更直观,该例的图解法可参照图 11-1b 所示进行。

二、动平衡及其计算

1. 动平衡的概念

对于轴向尺寸较大的转子($d/b \leq 5$),其质量就不能再视为分布在同一平面内了。这时,其偏心质量可根据转子的具体结构认为分布在几个不同的回转平面内,图 11-2 的曲轴即为一例。在这种情况下,即使转子的质心 S 在回转轴线上(图 11-3),但由于各偏心质量所产生的离心惯性力不在同一回转平面内,因



而将形成惯性力矩,造成不平衡。这种不平衡,只有在转子运动的情况下才能显示出来,所以又称为动不平衡。所谓刚性转子的动平衡,就是不仅要平衡各偏心质量产生的惯性力,而且还要平衡这些惯性力所形成的惯性力矩。

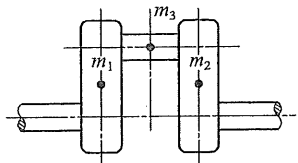


图 11-2

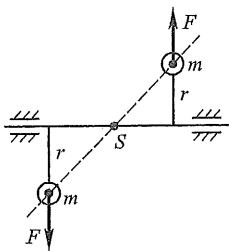
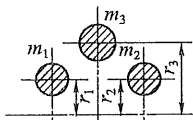


图 11-3

2. 动平衡的计算

结构上对其回转轴线不对称且轴向尺寸较大的转子(例如图 11-2 所示的曲轴),进行平衡时应先根据其结构确定出在各个不同的回转平面内的偏心质量的大小和位置,然后再根据这些偏心质量的分布情况,计算出为使该转子得到动平衡所应加的平衡质量的数量、大小及方位,并将这些平衡质量加于该转子上,以便达到转子动平衡的目的。其具体计算方法如下。

如图 11-4a 所示的长转子,具有偏心质量 m_1 、 m_2 及 m_3 ,分别位于不同轴向位置处,其回转半径为 r_1 、 r_2 及 r_3 ,方位如图所示。当转子以等角速度 ω 回转时,它们产生的惯性力 F_1 、 F_2 及 F_3 引起转子的动不平衡。下面研究这些惯性力及它们所构成的惯性力矩的平衡问题。

首先,考虑在任意两个轴向位置 P 和 Q 所在的横截面 I、II 处,分别施加平衡质量 m_{e1} 和 m_{e2} 来实现转子完全平衡。对于静平衡,所有惯性力的矢量和必须为零,由此可以得出类似于式(11-1)和式(11-3)的方程:

$$m_1 r_1 + m_2 r_2 + m_3 r_3 + m_{e1} r_{e1} + m_{e2} r_{e2} = 0 \quad (11-6)$$

一般情况下,对于存在 N 个偏心质量的转子有:

$$\sum_{i=1}^N m_i r_i + m_{e1} r_{e1} + m_{e2} r_{e2} = 0 \quad (11-7)$$

然而,由于惯性力还会引起附加力偶,因此,为了实现转子的动平衡,还必须满足:所有惯性力对任意一点的力矩之和为零。为了方便计算,我们将所有惯性力对点 P 求矩,即平衡质量 m_{e1} 的轴向位置处,从而可消除力矩平衡方程中有关 m_{e1} 的项。其他质量相对于点 P 的轴向距离由符号 l_i 表示,如图 11-4a 所示。根据力矩的定义可得平衡方程为

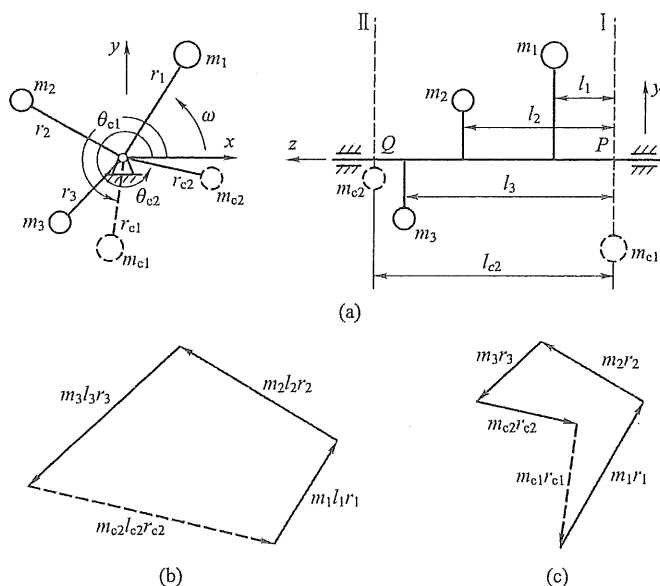


图 11-4

$$l_1 k \times m_1 \omega^2 r_1 + l_2 k \times m_2 \omega^2 r_2 + l_3 k \times m_3 \omega^2 r_3 + l_{e2} k \times m_{e2} \omega^2 r_{e2} = 0$$

式中, k 为 z 轴方向的单位矢量, 整理可得

$$k \times (m_1 l_1 \omega^2 r_1 + m_2 l_2 \omega^2 r_2 + m_3 l_3 \omega^2 r_3 + m_{e2} l_{e2} \omega^2 r_{e2}) = 0 \quad (11-8)$$

由于 k 垂直于矢量 r_i 所在的平面, 若使式 (11-8) 成立, 则须满足等号左边括号内的项为零。消去 ω^2 , 得到转子实现动平衡的另一条件为

$$m_1 l_1 r_1 + m_2 l_2 r_2 + m_3 l_3 r_3 + m_{e2} l_{e2} r_{e2} = 0 \quad (11-9)$$

同样可将式 (11-9) 推广到一般情况, 得

$$\sum_{i=1}^N m_i l_i r_i + m_{e2} l_{e2} r_{e2} = 0 \quad (11-10)$$

因此, 式 (11-7) 与式 (11-10) 构成了转子动平衡的条件。

对于具有三个偏心质量的情况, 其图解法如图 11-4b 和 11-4c 所示。按照适当的比例绘制三个已知矢量 (图 11-4b), 得到式 (11-9) 的解。其中, 用于封闭多边形的向量便是解向量 $m_{e2} l_{e2} r_{e2}$, 该向量方向为平衡质量 m_{e2} 在点 Q 所在平面 II 内的角度, 矢量的大小除以距离 l_{e2} 就是所需的平衡质量的质径积 $m_{e2} r_{e2}$ 。求得向量 $m_{e2} r_{e2}$ 后, 点 P 所在平面 I 的平衡质量可由式 (11-6) 确定, 如图 11-4c 所示。封闭该多边形的矢量是 $m_{e1} r_{e1}$, 该向量表明了平衡质量 m_{e1} 的大小和方向。



与静平衡计算一样,动平衡也可以通过解析法求得平衡质量的大小及方位。首先,将式(11-9)分别投影到 x 与 y 轴上,得

$$m_1 l_1 r_1 \cos \theta_1 + m_2 l_2 r_2 \cos \theta_2 + m_3 l_3 r_3 \cos \theta_3 + m_{e2} l_{e2} r_{e2} \cos \theta_{e2} = 0$$

$$m_1 l_1 r_1 \sin \theta_1 + m_2 l_2 r_2 \sin \theta_2 + m_3 l_3 r_3 \sin \theta_3 + m_{e2} l_{e2} r_{e2} \sin \theta_{e2} = 0$$

求解 $m_{e2} r_{e2}$ 和 θ_{e2} , 得

$$m_{e2} r_{e2} = \frac{1}{l_{e2}} \left[(m_1 l_1 r_1 \cos \theta_1 + m_2 l_2 r_2 \cos \theta_2 + m_3 l_3 r_3 \cos \theta_3)^2 + (m_1 l_1 r_1 \sin \theta_1 + m_2 l_2 r_2 \sin \theta_2 + m_3 l_3 r_3 \sin \theta_3)^2 \right]^{1/2} \quad (11-11)$$

$$\theta_{e2} = \arctan \left(\frac{-m_1 l_1 r_1 \sin \theta_1 - m_2 l_2 r_2 \sin \theta_2 - m_3 l_3 r_3 \sin \theta_3}{-m_1 l_1 r_1 \cos \theta_1 - m_2 l_2 r_2 \cos \theta_2 - m_3 l_3 r_3 \cos \theta_3} \right) \quad (11-12)$$

接下来,根据式(11-6)求解 $m_{e1} r_{e1}$ 和 θ_{e1} , 得

$$m_{e1} r_{e1} = \left[(m_1 r_1 \cos \theta_1 + m_2 r_2 \cos \theta_2 + m_3 r_3 \cos \theta_3 + m_{e2} r_{e2} \cos \theta_{e2})^2 + (m_1 r_1 \sin \theta_1 + m_2 r_2 \sin \theta_2 + m_3 r_3 \sin \theta_3 + m_{e2} r_{e2} \sin \theta_{e2})^2 \right]^{1/2} \quad (11-13)$$

$$\theta_{e1} = \arctan \left(\frac{-m_1 r_1 \sin \theta_1 - m_2 r_2 \sin \theta_2 - m_3 r_3 \sin \theta_3 - m_{e2} r_{e2} \sin \theta_{e2}}{-m_1 r_1 \cos \theta_1 - m_2 r_2 \cos \theta_2 - m_3 r_3 \cos \theta_3 - m_{e2} r_{e2} \cos \theta_{e2}} \right) \quad (11-14)$$

根据式(11-12)和式(11-14)中反正切函数的分子和分母的符号可以确定角度 θ_{e2} 和 θ_{e1} 的象限。

由以上分析的结果可知,对于任何动不平衡的刚性转子,无论其不平衡质量分布在多少个不同的回转平面内,只需要在任选的两个平衡基面内分别各加上或除去一个适当的平衡质量,即可得到完全平衡。因此,动平衡又称为双面平衡。

§11-3 刚性转子的平衡试验及平衡精度

一、静平衡试验

静平衡试验设备比较简单,图 11-5 是轨道式静平衡仪示意图。试验时,将转子放到已调好水平的轨道上,如果转子不平衡,则偏心引起的重力矩将使转子在轨道上滚动。当转子停止滚动时,转子质心 S 必处于轴心正下方。这时,在轴心的正上方任意半径处加一适量平衡质量,再轻轻拨动转子重复上述实验。这样经过反复几次试加平衡质量,直到转子在任何位置都能达到随意平衡时,即完成转子静平衡试验。

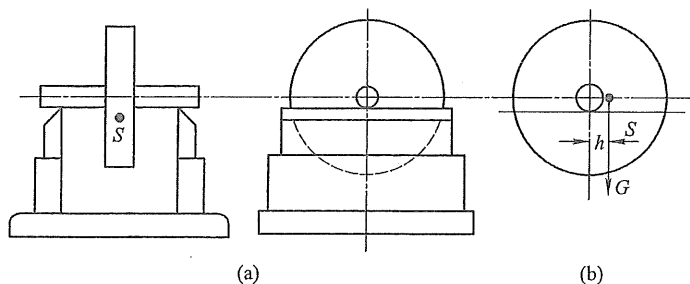


图 11-5

这种静平衡方法的设备简单,操作方便,其平衡精度主要取决于转子与轨道间的滚动摩擦阻力的大小。

二、刚性转子的动平衡试验

刚性转子的动平衡方法主要有动平衡机平衡和现场动平衡,两者均是通过测量转子本身或支架的振幅、相位来测定转子平衡基面上不平衡量的大小和方位的。

动平衡机主要由支承系统、驱动系统和测量系统三部分组成,主要结构如图 11-6a 所示。支承系统用以支撑转子和测试硬件,结构包括转子支撑滚轮、弹簧杆、底座,如图 11-6b 所示;驱动部分提供转子开展转动的动力,结构包括转子、传动带、导向轮、驱动轮、张紧轮(由电动机带动),如图 11-6c 所示。

下面介绍动平衡机平衡的结构原理和试验方法。动平衡测试时,将被平衡转子安放在左右两支撑滚轮间,经传送带由驱动电机带动,以平衡转速转动,并选择转子两端 I、II 为两平衡基面。转子转动时,不平衡质量所产生的离心惯性力将引起转子两端支撑滚轮的振动,振幅越大,表示不平衡量越大,传感器接收两端支撑滚轮的振动信号并送到测量解算电路。解算分析振动信号,结合事先输入的转子质量、尺寸、平衡平面轴向位置、配重半径等数据进行计算,最后得到两个平衡平面内的校正质量大小和相位结果,输出显示。操作者根据计算得到的校正质量数据,在被平衡转子的两个平衡平面上加校正质量,然后再次运转转子测量振动,检查平衡效果,直到达到规定的平衡精度。

三、转子的平衡精度

转子要完全平衡是不可能的,实际上,也不需要过高要求转子的平衡精度,而应以满足实际工作要求为度。为此,对不同工作要求的转子规定了不同的许用不平衡量,即转子残余不平衡量。

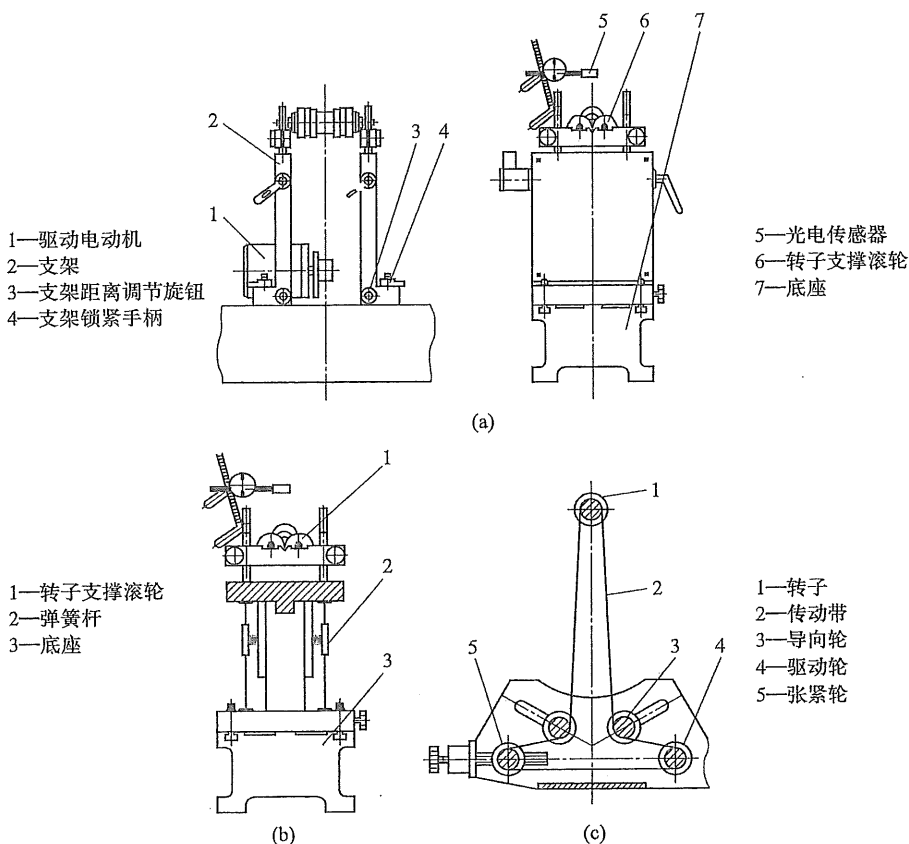


图 11-6

许用不平衡量有两种表示法,一是用质径积 $[mr]$ (单位为 $\text{g} \cdot \text{mm}$)表示,另一是用偏心距 $[e]$ (单位为 μm)表示。对于质量为 m 的转子,两者的关系为

$$[e] = \frac{[mr]}{m}$$

即 $[e]$ 可以理解为转子单位质量的不平衡量。一般用 $[mr]$ 来表示具体转子不平衡量大小,用 $[e]$ 来表示转子平衡精度。

表 11-1 给出了各类转子的平衡精度等级及许用不平衡量的推荐值。可以看出,在国家标准中各类旋转机械转子的平衡精度一般用 $A = \frac{[e]\omega}{1\,000} \text{ mm/s}$ 表示,其中 ω 为转子的工作转速(单位为 rad/s)。对于质量为 m 的单平衡面平衡的盘状转子,其许用不平衡量由平衡精度直接得到,为 $[mr] = m[e] = \frac{1\,000Am}{\omega}$;对于



双平衡面平衡的转子,由于是在两个平衡基面上分别进行平衡,因此需要把许用不平衡量 $[mr]=m[e]$ 分解到两个平衡基面上。设转子质心距平衡面 I 和 II 的距离分别为 a 和 b ,则分解到基面 I 和 II 的许用不平衡量分别为

$$[mr]_I = \frac{b}{a+b} [mr]$$

$$[mr]_{II} = \frac{a}{a+b} [mr]$$

表 11-1 刚性转子的许用不平衡量推荐值

平衡精度等级 G	$A = \frac{[e] \omega}{1\ 000}$ /(mm/s)	转子类型举例
G4000	4 000	刚性安装的具有奇数气缸的低速船用柴油机曲轴传动装置
G1600	1 600	刚性安装的大型两冲程发动机曲轴传动装置
G630	630	刚性安装的大型四冲程发动机曲轴传动装置,弹性安装的船用柴油机曲轴传动装置
G250	250	刚性安装的高速四缸柴油机曲轴传动装置
G100	100	六缸或六缸以上高速柴油机曲轴传动装置,汽车、机车用发动机整机(汽油机或柴油机)
G40	40	汽车轮、轮缘、轮组、传动轴,弹性安装的六缸或六缸以上高速四冲程发动机(汽油机或柴油机)曲轴传动装置,汽车、机车用发动机曲轴传动装置
G16	16	特殊要求的传动轴(螺旋桨轴、万向器轴),破碎机的零件,农用机械,汽车和机车发动机(汽油机或柴油机),有特殊要求的六缸或六缸以上发动机曲轴传动装置
G6.3	6.3	作业机械的零件,船用主汽轮机齿轮(商船用),离心机鼓轮,风扇,装配好的航空燃汽轮机,泵转子,机床和一般机械零件,普通电动机转子,有特殊要求的发动机部件
G2.5	2.5	燃汽轮机和汽轮机,包括船用主汽轮机(商船用);刚性汽轮发电机转子;透平压缩机;机床传动装置;有特殊要求的中型和大型电动机转子;小型电动机转子;透平驱动泵
G1	1	磁带记录仪和录音机的传动装置,磨床传动装置,有特殊要求的小型电动机转子
G0.4	0.4	精密磨床主轴、砂轮盘及电动机转子,陀螺仪



§11-4 挠性转子动平衡简介

一、挠性转子动平衡及其特点

在很多高速与大型回转机械中,转子的工作速度往往超过其本身的临界速度,这些转子在回转过程中将产生明显的变形——动挠度,因而引起或加剧其支承的振动。由于动挠度的出现,使转子的不平衡状态复杂化了,即除了由于质量分布不均造成的不平衡外,还增加了由于转子弹性变形造成的不平衡,而后者又随工作转速按复杂规律变化。

与刚性转子平衡一样,挠性转子平衡也是要消除或减少由于转子不平衡质量对支承产生的动压力。但与刚性转子相比,挠性转子的动平衡具有以下两个特点:

1) 转子的不平衡质量对支承引起的动压力和转子弹性变形的形状随转子的工作转速而变化。因此,在某一转速下平衡好的转子,不能保证在其他转速下也是平衡的。

2) 减小或消除支承动压力,不一定能减小转子的弯曲变形。而明显的弯曲变形将对转子的结构、强度和工作性能产生有害影响。

为此,挠性转子的平衡要解决以下两个问题:

1) 根据转子运转过程中测得的动挠度或对支承施加的动压力,找出不平衡量的分布规律。

2) 根据不平衡量的分布规律,确定所需平衡质量的大小、相位和沿轴向的安放位置,以消除或减少支承动压力和转子的动挠度,并保证在一定转速范围内平稳运转。

要同时解决上述两个问题,再用刚性转子双面平衡法就不够了,而应根据转子弹性变形的规律,采用多平衡面并在几种转速下进行平衡。因此,挠性转子的平衡也称为多面平衡或振型平衡。

二、挠性转子动平衡原理及方法简介

1. 挠性转子的平衡原理

挠性转子的平衡原理是建立在弹性轴(梁)横向振动理论的基础上的,其动平衡原理为:挠性转子在任意转速下回转时所呈现的动挠度曲线,是由无穷多阶振型组成的空间曲线,其前三阶振型是主要成分,振幅较大,其他高阶振型成分振幅很小,可以忽略不计。前三阶振型又都是由同阶不平衡量谐分量激起的,可



对转子进行逐阶平衡。即先将转子启动到第一临界转速附近,测量支承的振动或转子的动挠度,对第一阶不平衡量谐分量进行平衡。然后,再将转子依次启动到第二、第三临界转速附近,分别对第二、第三阶不平衡量谐分量进行平衡。

由于平衡是逐阶进行的,而且平衡面的数目和位置是根据振型选择的,因此不仅保证了转子在整个工作转速范围内振动被控制在许可范围内,而且可以有效地减小转子的动挠度和弯曲应力。

必须指出,平衡的目的是使转子在其工作转速范围内运转平稳。因此,只有工作在第三临界转速以上或接近第三临界转速的转子,才需要对第三阶不平衡量谐分量进行平衡。

2. 挠性转子的动平衡方法简介

根据上述平衡原理可以有多种具体的平衡方法对挠性转子进行动平衡。下面简要介绍振型平衡法。

振型平衡法的基本过程是根据测量或计算得到的振型,适当地选择平衡面的数目和轴向位置,对工作转速范围内的振型进行逐阶平衡。根据平衡面数目不同,振型平衡法又分为 N 法和 $N+2$ 法两种。

N 法即 N 平面法,要求设置的平衡面数等于振型的阶数 N 。即平衡一阶振型应选一个平衡面,平衡二阶振型应选两个平衡面。平衡面的轴向位置一般选在波峰处,此时平衡效果最显著,而所需配加的平衡质量最小。 N 法所用的平衡面少,操作比较简单,对于平衡精度要求不太高的情况,可选用该法。

$N+2$ 法即 $N+2$ 平面法,它要求对转子进行振型平衡之前,必须先进行低速刚性动平衡,然后再逐阶对振型进行平衡,设置的总平衡面数要等于振型的阶数 $N+2$ 。 $N+2$ 法的平衡效果很好,因为它不仅保证了振型平衡,还保证了刚性平衡,如果平衡精度要求较高时,可选用 $N+2$ 法。

§ 11-5 平面机构的平衡简介

设机构的总质量为 m , 机构质心 S 的加速度为 a_s , 则机构的总惯性力 $F = -ma_s$, 由于 m 不可能为零, 所以欲使总惯性力 $F = 0$, 必须使 $a_s = 0$, 也就是说机构的质心应作等速直线运动或静止不动。由于机构的运动是周期性重复的, 其质心不可能总是作等速直线运动, 因此欲使 $a_s = 0$, 唯一可能的方法是使机构的质心静止不动。因此, 在对机构进行平衡时, 就是运用增加平衡质量的方法使机构的质心 S 落在机架上并且固定不动。

下面简要介绍几种机构惯性力平衡的处理方法。



一、完全平衡法

完全平衡是使机构的总惯性力恒为零。为此,需使机构的质心 S 恒固定不动。为了达到完全平衡的目的,可以采取以下两种不同的措施。

1. 利用机构对称平衡

图 11-7 所示的机构,由于机构各构件的尺寸和质量对称,使惯性力在支承 A 处所引起的动压力完全得到平衡。可见,利用对称机构可得到很好的平衡效果,但其缺点是将使机构的体积大为增加。

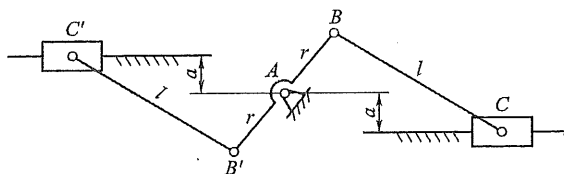


图 11-7

2. 利用平衡质量平衡

在进行机构的平衡时,为了方便,经常把构件质心处的质量用几个选定位置的质量来代替。工程中一般选用两个集中代换点处的质量代替原构件质心处的质量,并称之为质量代换。在图 11-8a 所示构件 AB 中,构件质量为 m ,质心在点 S 。若两个代换点分别取在 A 、 K 处(见图 11-8b),代换点的质量分别设为 m_A 和 m_K 。为保证代换前后的惯性力和惯性力偶矩不变,进行质量代换时必须满足以下几个条件:

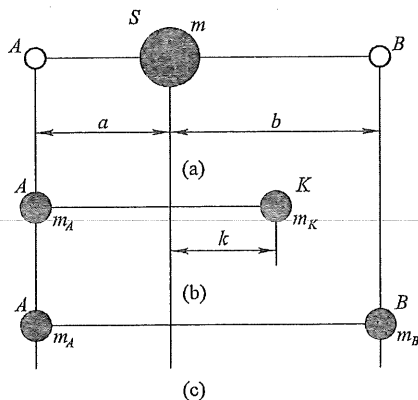


图 11-8



1) 代换点处的质量和等于质心处质量, 即代换前后质量不变, 应有

$$m_A + m_K = m$$

2) 代换前后构件质心位置不变, 应有

$$m_A a = m_K k$$

3) 代换前后构件对质心轴的转动惯量不变

$$m_A a^2 + m_K k^2 = J_s$$

由此可解出代换点的质量:

$$\left. \begin{aligned} m_A &= \frac{mk}{a+k} \\ m_K &= \frac{ma}{a+k} \\ k &= \frac{J_s}{ma} \end{aligned} \right\} \quad (11-15)$$

同时满足上述三个条件时, 能保证代换前后构件的惯性力和惯性力偶矩不变, 称之为动代换。动代换时, 由于选定一个代换点 A 后, 另一个代换点的位置 K 也随之确定, 这限制了动代换的应用。

工程中, 经常选用满足前两个条件的代换方法, 并称之为静代换。静代换只满足惯性力的平衡要求, 不满足力偶矩的平衡条件, 但两个代换点可任意选择, 给工程应用带来极大方便。一般情况下, 两个代换点常选在构件端点 A 、 B 处, 如图 11-8c 所示, 这样则有

$$\left. \begin{aligned} m_A + m_B &= m \\ m_A a &= m_B b \\ m_A &= m \frac{b}{a+b} \\ m_B &= m \frac{a}{a+b} \end{aligned} \right\}$$

在图 11-9 所示的铰链四杆机构中, 设构件 1、2、3 的质量分别为 m_1 、 m_2 、 m_3 , 其质心分别位于 S_1 、 S_2 及 S_3 。为了进行平衡, 设想将构件 2 的质量 m_2 用分别集中于 B 、 C 两点的两个质量 m_{2B} 及 m_{2C} 代换, 根据质量替代原理, 可得

$$m_{2B} = m_2 \frac{l_{CS_2}}{l_{BC}}$$

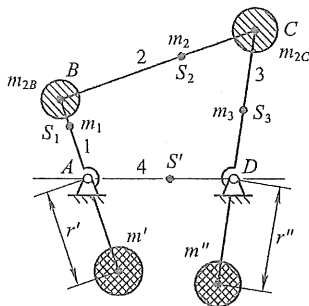


图 11-9



$$m_{2C} = m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_{BC}}$$

对构件 1, 在其延长线上加一平衡质量 m' 来平衡其上的集中质量 m_{2B} 和 m_1 , 使构件 1 的质心移到固定轴 A 处。因为欲使构件 1 的质心移到点 A, 就必须使

$$m_{2B}l_{AB} + m_1l_{AS_1} = m'r'$$

由此可得

$$m' = \frac{m_{2B}l_{AB} + m_1l_{AS_1}}{r'} \quad (11-16)$$

同理, 在构件 3 的延长线上加一平衡质量 m'' , 使其质心移到固定轴 D 处, 而平衡质量 m'' 为

$$m'' = \frac{m_{2C}l_{DC} + m_3l_{DS_3}}{r''}$$

加上平衡质量 m' 和 m'' 以后, 则可以认为在点 A 及点 D 分别集中了两个质量 m_A 及 m_D , 而

$$m_A = m_{2B} + m_1 + m'$$

$$m_D = m_{2C} + m_3 + m''$$

因而机构的总质心 S' 固定不动, 其加速度 $a_{S'} = 0$, 所以机构的惯性力得到平衡。

上面所讨论的机构平衡方法, 从理论上说, 机构的总惯性力得到了完全平衡, 但是其主要缺点是由于配置了几个平衡质量, 所以机构的质量将大大增加, 尤其是把平衡质量装在连杆上更为不便。因此, 实际上往往不采用这种方法, 而采用部分平衡的方法。

二、部分平衡法

1. 利用非完全对称机构平衡

在图 11-10 所示机构中, 当曲柄 AB 转动时, 在某些位置, 滑块 C 和 C' 的加速度方向相反, 它们的惯性力方向也相反, 故可以相互平衡。但由于运动规律不完全相同, 所以只能部分平衡。

2. 利用平衡质量平衡

对图 11-11 所示的曲柄滑块机构进行平衡时, 先运用前述的质量代换方法, 将连杆的质量 m_2 用集中于点 B 的质量 m_{2B} 和集中于点 C 的质量 m_{2C} 来代换; 将曲柄 1 的质量 m_1 用集中于点 B 的质量 m_{1B} 和集中于点 A 的质量 m_{1A} 来代换。显然, 机构产生的惯性力只有两部分, 即集中在点 B 的质量 ($m_B = m_{2B} + m_{1B}$) 所产生



的离心惯性力 F_B 和集中于点 C 的质量 ($m_C = m_{2C} + m_3$, m_3 为滑块 3 的质量) 所产生的往复惯性力 F_C , 对于曲柄上的惯性力, 只要在其延长线上 Q 处加一平衡质量 m' , 使其满足关系式 $m'r = m_B l_{AB}$ 就可以了。

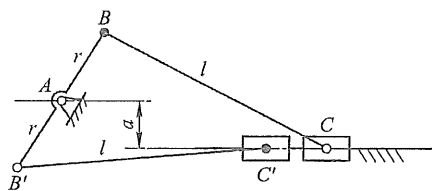


图 11-10

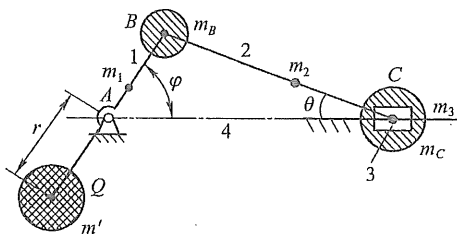


图 11-11

而往复惯性力 F_C , 因其大小随曲柄转角 φ 的不同而不同, 其平衡问题就不像平衡离心惯性力 F_B 那么简单了。

下面介绍往复惯性力的平衡方法。

由机构的运动分析得到的点 C 的位置表达式为

$$x_C = l_{AB} \cos \varphi + l_{BC} \cos \theta$$

为寻求 θ 角 (连杆 BC 与滑块滑道 AC 夹角) 与曲柄转角 φ 之间的关系, 现作如下变换。

由图 11-11 得

$$l_{AB} \sin \varphi = l_{BC} \sin \theta$$

因

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{l_{AB}}{l_{BC}} \sin \varphi \right)^2} = \sqrt{1 - s}$$

$$\text{式中, } s = \left(\frac{l_{AB}}{l_{BC}} \sin \varphi \right)^2。$$

对于曲柄滑块机构, $s < 1$, 可做如下展开:

$$\sqrt{1-s} = 1 - \frac{1}{2}s - \frac{1}{8}s^2 - \frac{1}{16}s^3 - \dots$$

当 s 较小时, 可通过略去高阶项, 仅取其前两项来近似, 得

$$\cos \theta \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{l_{AB}}{l_{BC}} \right)^2 \sin^2 \varphi$$

$$\text{又因 } \sin^2 \varphi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\varphi, \text{ 得}$$



$$\cos \theta = 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{l_{AB}}{l_{BC}} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{l_{AB}}{l_{BC}} \right)^2 \cos 2\varphi$$

进而得

$$x_C = l_{BC} - \frac{l_{AB}^2}{4l_{BC}} + l_{AB} \cos \varphi + \frac{l_{AB}^2}{4l_{BC}} \cos 2\varphi$$

通过求导可得点 C 的速度和加速度为

$$\begin{aligned} v_C &= -l_{AB} \omega \sin \varphi - \frac{\omega l_{AB}^2}{2l_{BC}} \sin 2\varphi \\ a_C &= -\omega^2 l_{AB} \left(\cos \varphi + \frac{l_{AB}}{l_{BC}} \cos 2\varphi \right) \end{aligned} \quad (11-17)$$

式中, φ 为主动件 1 的转角。

因而, 集中质量 $m_C = m_{2C} + m_3$ 所产生的往复惯性力为

$$F_C = -m_C a_C = m_C \omega^2 l_{AB} \left(\cos \varphi + \frac{l_{AB}}{l_{BC}} \cos 2\varphi \right) \quad (11-18)$$

由式(11-18)可见, F_C 有两部分, 即第一部分 $m_C \omega^2 l_{AB} \cos \varphi$ 和第二部分 $m_C \omega^2 \frac{l_{AB}^2}{l_{BC}} \cos 2\varphi$, 分别称为第一级惯性力和第二级惯性力。同样, 在舍去的部分中, 还有更高级的惯性力。但是, 由于第二级和第二级以上的各级惯性力均较第一级惯性力小得多, 所以通常只考虑第一级惯性力, 即取

$$F_C = m_C \omega^2 l_{AB} \cos \varphi \quad (11-19)$$

为了平衡惯性力 F_C , 可以在曲柄的延长线上 (相当于 Q 处) 再加上一平衡质量 m'' , 且使

$$m'' r = m_C l_{AB} \quad (11-20)$$

此平衡质量 m'' 所产生的离心惯性力 F'' 可分解为一水平分力 F''_h 和一垂直分力 F''_v :

$$\begin{cases} F''_h = -m'' \omega^2 r \cos \varphi \\ F''_v = -m'' \omega^2 r \sin \varphi \end{cases} \quad (11-21)$$

由于 $m'' r = m_C l_{AB}$, 故知 $F''_h = -F_C$, 即 F''_h 已将往复惯性力平衡。不过, 此时又多出一个新的不平衡惯性力 F''_v , 此垂直惯性力对机械的工作也很不利, 为减少此不利影响, 可取

$$\begin{aligned} F''_h &= \left(\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2} \right) F_C \\ m'' r &= \left(\frac{1}{3} \sim \frac{1}{2} \right) m_C l_{AB} \end{aligned} \quad (11-22)$$

即取

即只平衡往复惯性力 F_c 的一部分。这样,既可以减少往复惯性力 F_c 的不良影响,又使垂直方向产生的新的不平衡惯性力 F_v'' 不致太大。一般说来,这对机械的工作较为有利。



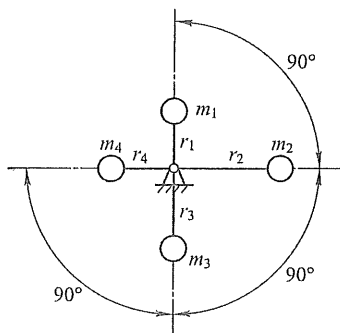
习题

11-1 解释下列概念:

静平衡;动平衡;平衡基面;质径积;平衡精度;挠性转子平衡;平面机构平衡。

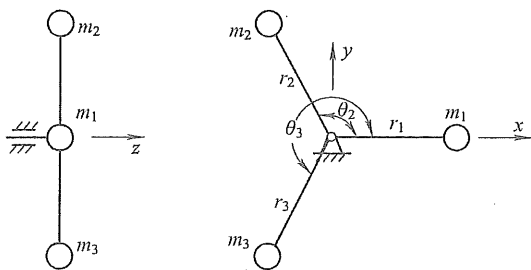
11-2 经过动平衡的转子是否一定是静平衡的? 经过静平衡的转子是否一定要再进行动平衡? 为什么? 讲清具体条件。

11-3 图示的盘状转子中,有四个偏心质量位于同一回转平面内,其大小及回转半径分别为 $m_1 = 5 \text{ kg}$, $m_2 = 7 \text{ kg}$, $m_3 = 8 \text{ kg}$, $m_4 = 6 \text{ kg}$, $r_1 = r_4 = 100 \text{ mm}$, $r_2 = 200 \text{ mm}$, $r_3 = 150 \text{ mm}$, 方位如图所示。又设平衡质量 m 的回转半径 $r = 250 \text{ mm}$, 试求平衡质量 m 的大小及方位。



题图 11-3

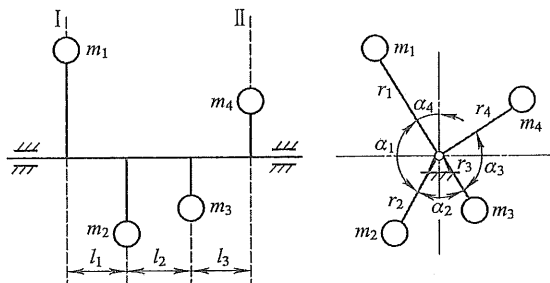
11-4 图示的三叶螺旋桨中,有三个偏心质量位于同一回转平面内,其大小及回转半径分别为 $m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$, $r_1 = 3 \text{ mm}$, $r_2 = 6 \text{ mm}$, $r_3 = 2 \text{ mm}$, 各偏心质量间的方位角为 $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 120^\circ$, $\theta_3 = 240^\circ$ 。利用解析法和图解法试求平衡质量 m_c 的大小及方位。



题图 11-4

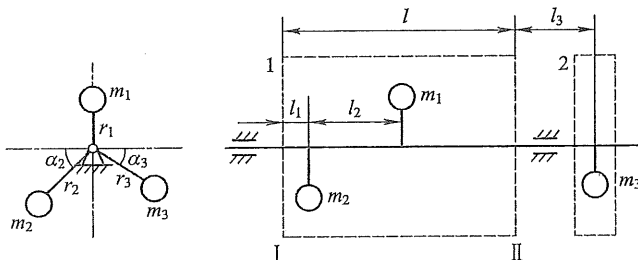


11-5 图示转子中,已知各偏心质量 $m_1=10\text{ kg}$ 、 $m_2=15\text{ kg}$ 、 $m_3=20\text{ kg}$ 、 $m_4=10\text{ kg}$,它们的回转半径分别为 $r_1=300\text{ mm}$ 、 $r_2=r_4=150\text{ mm}$ 、 $r_3=100\text{ mm}$,又知各偏心质量所在的回转平面间的距离为 $l_1=l_2=l_3=200\text{ mm}$,各偏心质量间的方位角为 $\alpha_1=120^\circ$ 、 $\alpha_2=60^\circ$ 、 $\alpha_3=90^\circ$ 、 $\alpha_4=30^\circ$ 。若置于平衡基面 I 及 II 中的平衡质量 m_{I} 和 m_{II} 的回转半径均为 400 mm ,试求 m_{I} 及 m_{II} 的大小和方位。



题图 11-5

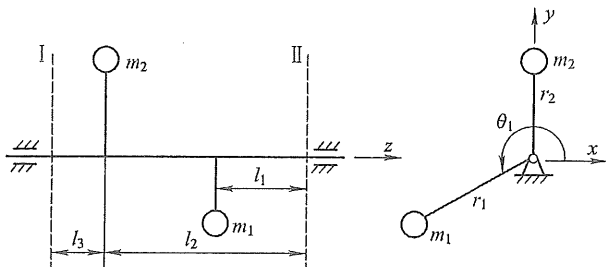
11-6 图示用去重法平衡同轴转子 1 及带轮 2,已知其上三个偏心质量和所在半径分别为 $m_1=0.3\text{ kg}$ 、 $m_2=0.1\text{ kg}$ 、 $m_3=0.2\text{ kg}$ 、 $r_1=90\text{ mm}$ 、 $r_2=200\text{ mm}$ 、 $r_3=150\text{ mm}$;各偏心质量的轴向位置和相位如图所示: $l_1=20\text{ mm}$ 、 $l_2=80\text{ mm}$ 、 $l_3=100\text{ mm}$ 、 $l=300\text{ mm}$ 、 $\alpha_2=45^\circ$ 、 $\alpha_3=30^\circ$ 。取转子两端面 I 和 II 为平衡基面,去重半径为 230 mm 。求应去除的不平衡质量的大小及方位。



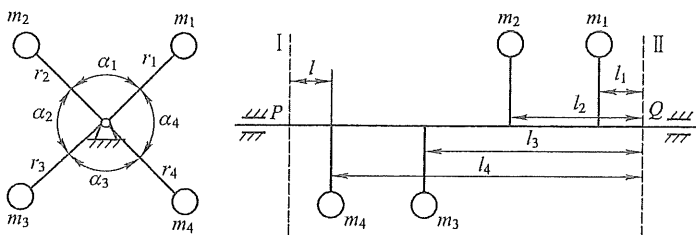
题图 11-6

11-7 图示转子中,已知其上两个偏心质量和所在半径分别为 $m_1=1.8\text{ kg}$ 、 $m_2=2.7\text{ kg}$ 、 $r_1=133\text{ mm}$ 、 $r_2=102\text{ mm}$ 。偏心质量的方位角为 $\theta_1=210^\circ$ 、 $\theta_2=90^\circ$ 。又知各偏心质量的轴向位置为 $l_1=178\text{ mm}$ 、 $l_2=401\text{ mm}$ 、 $l_3=102\text{ mm}$ 。取转子两端面 I 和 II 为平衡基面,在端面 I 内增加回转半径为 $r_{e1}=76\text{ mm}$ 的平衡质量 m_{e1} ,在端面 II 内增加回转半径为 $r_{e2}=89\text{ mm}$ 的平衡质量 m_{e2} ,通过解析法和图解法试求平衡质量 m_{e1} 和 m_{e2} 的大小及方位。

11-8 图示为四摆曲轴,已知其特性如下: $m_1=m_2=m_3=m_4=10\text{ kg}$ 、 $r_1=r_2=r_3=r_4=40\text{ mm}$ 。各偏心质量的相位和轴向位置如图所示: $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\alpha_4=90^\circ$ 、 $l_1=50\text{ mm}$ 、 $l_2=150\text{ mm}$ 、 $l_3=250\text{ mm}$ 、 $l_4=350\text{ mm}$ 、 $l=50\text{ mm}$ 。如选择两个端面 I 和 II 作为平衡基面,求所需加的平衡质径积的大小和方位。



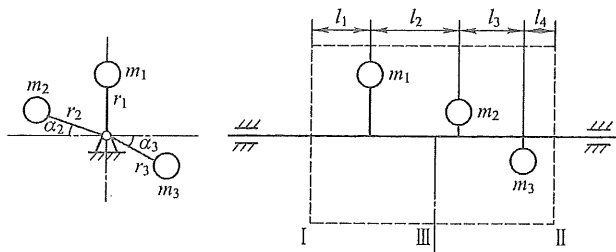
题图 11-7



题图 11-8

11-9 图示大型转子沿轴向有三个偏心质量,其质量和所在半径分别为 $m_1 = 4 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 2 \text{ kg}$ 、 $m_3 = 3 \text{ kg}$ 、 $r_1 = 160 \text{ mm}$ 、 $r_2 = 200 \text{ mm}$ 、 $r_3 = 150 \text{ mm}$ 。各偏心质量的相位和轴向位置如图示; $\alpha_2 = 15^\circ$ 、 $\alpha_3 = 30^\circ$ 、 $l_1 = 200 \text{ mm}$ 、 $l_2 = 400 \text{ mm}$ 、 $l_3 = 200 \text{ mm}$ 、 $l_4 = 150 \text{ mm}$ 。试确定:

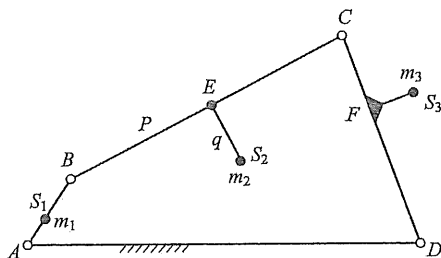
- 1) 如选择转子两个端面 I 和 II 作为平衡基面,求所需加的平衡质径积的大小和方位。
- 2) 如选端面 II 及转子中截面 III 作平衡基面,质径积的大小有何改变?



题图 11-9

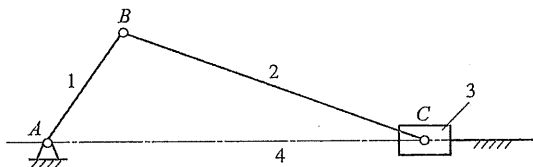
11-10 图示四杆机构中, $AB = 50 \text{ mm}$ 、 $BC = 200 \text{ mm}$ 、 $CD = 150 \text{ mm}$ 、 $AD = 250 \text{ mm}$ 、 $AS_1 = 20 \text{ mm}$ 、 $BE = 100 \text{ mm}$ 、 $ES_2 = 40 \text{ mm}$ 、 $CF = 50 \text{ mm}$ 、 $FS_3 = 30 \text{ mm}$; $m_1 = 1 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 2 \text{ kg}$ 、 $m_3 = 30 \text{ kg}$ 。试在 AB 、 CD 杆上加平衡质量实现机构惯性力的完全平衡。

11-11 如图示曲柄滑块机构中各构件尺寸为 $l_{AB} = 50 \text{ mm}$ 、 $l_{BC} = 200 \text{ mm}$ 、滑块 C 的质量为 $20 \sim 1000 \text{ kg}$ 、且忽略曲柄 AB 及连杆 BC 的质量。试问:



题图 11-10

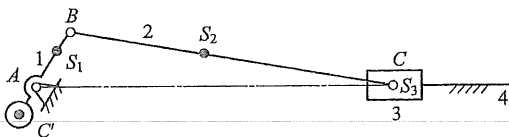
- 1) 如曲柄 AB 处于低转速状态下工作,且 C 处质量较小时应如何考虑平衡措施?
- 2) 如曲柄 AB 处于较高转速状态下工作,且 C 处质量较大时,又应如何考虑平衡措施?
- 3) 质量与速度二者之间何者对惯性力的产生起主要作用? 为什么?
- 4) 有没有办法使此机构达到完全平衡?



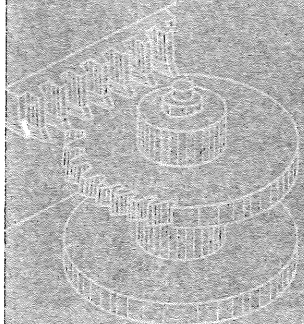
题图 11-11

11-12 在图示的曲柄滑块机构中, S_1 、 S_2 和 S_3 为曲柄、连杆和滑块的质心。已知各构件的尺寸和质量如下: $l_{AB} = 100 \text{ mm}$ 、 $l_{BC} = 500 \text{ mm}$ 、 $l_{AS_1} = 70 \text{ mm}$ 、 $l_{BS_2} = 200 \text{ mm}$ 、 $m_1 = 10 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 50 \text{ kg}$ 、 $m_3 = 120 \text{ kg}$ 。欲在曲柄 AB 上加一平衡质量 m 来平衡该机构的惯性力,试问:

- 1) m 应加于曲柄 AB 的什么方向上?
- 2) 如将 m 加于 C' 处,且 $l_{AC'} = 100 \text{ mm}$, m 为多少?
- 3) 此时可否全部平衡掉机构的惯性力?



题图 11-12



第十二章 机械的运动方案 及机构的创新设计

§12-1 概 述

在机械设计过程中,为了保证能够成功地创造出满足设计要求的装置、产品或系统所应当遵循的逻辑过程,称为设计过程。关于设计过程有不同的表述,但总体上大同小异,一般概括为产品规划与任务分解、方案设计、详细设计三个阶段。产品规划与任务分解阶段主要包括设计需求与设计约束条件的分析或分解,形成设计要求或设计任务书,以作为设计决策与评价的依据;方案设计阶段要根据产品的功能要求进行工艺动作的构思和分解,拟定执行构件的动作,提出机械运动方案和机构运动简图;详细设计阶段要完成产品的结构尺寸、强度、精度以及全部生产图纸设计并形成技术文件。

在机械的设计过程中,总体方案至关重要,其中机构运动方案设计尤为重要。机构运动方案设计就是根据设计要求,提出机器的基本功能和机构组成,通过类型和尺度综合及方案优选形成机构运动简图。机构运动方案设计是一个创新设计的过程,同一问题可以有多种不同的运动方案,各种运动方案可能又各具特色。确定运动方案是设计的最关键过程。

在机构运动方案确定后,才能进行具体的强度和结构设计及动力分析。当然,如果在后续设计过程中发现不能满足要求时,整个过程又要重复。

§12-2 机械运动方案设计原则

一、工艺参数的给定及运动参数的确定

一部机器在设计之初,一定要明确提出其工作任务、周边环境以及详细的工艺要求,即给出工艺参数。工艺参数是一部机器进行方案设计和机构设计的原始依据。

例如,设计牛头刨床的运动方案时,首先应给出主要的工艺参数——运动参数以及由此而确定的力参数。切削力的大小影响着机构的选取,因为某些机构无法承受大的作用力。运动参数应包括运动形式(直线运动、回转运动、曲线运



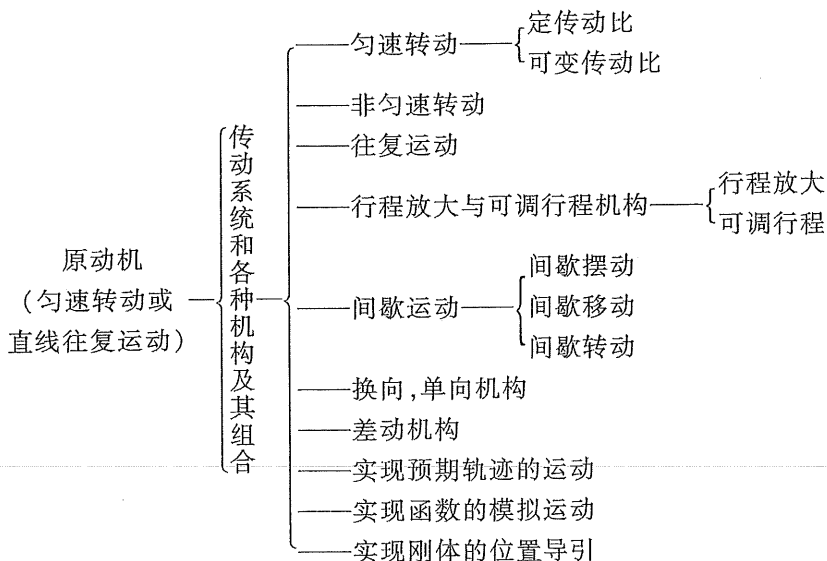
动)、运动特点(连续式、间歇式、往复式)、运动范围(极限尺寸、转角及位移)、运动速度(等速、不等速)等。运动参数是由机械的工艺要求决定的。

力的参数,如牛头刨床中的切削力的大小、起重与搬运机械中的最大载荷、锻压机械中的压头的压力等,也是由机械的工艺要求决定的。有时,某些参数需由设计者计算得到。根据运动参数、力参数,考虑出粗略的、大致的传动方案(注意对传动精度的要求),比较其繁简。

二、机械运动方案设计原则

通常一个设计要求可由多个方案来实现,每个方案所使用的机构也不尽相同,有时甚至迥异。在达到性能指标的前提下,应根据机构组合的复杂程度及其对精度所造成的影响,再根据经济性和易维修性等对不同方案进行比较和决策。重要的、复杂的机器方案设计常常要在结构设计基本完成后才能确定,因为此时强度、刚度、各机构或构件间是否干涉、经济性和易维修性等许多问题才可能充分显露出来。

一个机械系统一般是由原动机通过不同类型的传动机构和执行机构经适当组合而成,用以实现不同运动目的或达到所需的工艺要求。其运动形式如下。



机械运动方案设计的目的,是从运动学角度考虑绘制出其性能完全满足设计要求的机械运动简图。首先,选择好执行机构。一般情况下,不只一种机构可以实现所要求的运动。其次,选择好动力源。不同动力源对于同一部机器的设计有着非常显著的影响。最后,传动系统的设计。传动系统直接影响着执行机



构的工作性能,又是整个运动方案设计中最复杂的部分。没有哪一部机器的设计是全新的设计,但是也不能完全照搬已有的设计。通常以借鉴前人的经验、国内外各种有益的经验来进行一部机器的设计,很少进行全新的设计。因此,在设计中,没有一成不变的模式,但通常应考虑和遵循如下一些原则。

1. 传动链应尽可能短

影响一部机器传动链过长的因素主要有:

- 1) 一部电动机带动多条传动链,使中间传动环节过于复杂。
- 2) 动力源安装位置距执行机构过远。
- 3) 变换运动形式及转换方向的环节太多。

过长的传动链会引起传动精度和传动效率的降低,增加成本,或使故障率增加。因此,设计中应尽量避免过长的传动链。

2. 机械效率应尽可能高

某些传动机构的效率较高,而另一些传动机构的效率较低。如齿轮传动效率较高而蜗杆蜗轮传动和丝杠传动的效率均较低。一部机械的效率决定于组成机械的各机构的效率,因此合理地选择传动机构非常重要。尤其是在主传动中,因其传递功率较大,所以更应使用传动效率高的机构。但也并不能因为某机构传动效率低而完全不在主传动中采用,应全面比较其利弊后,再做决定。所占空间大小、成本高低、使用寿命长短等均应作为比较条件。对于辅助传动链,因传动功率较小,效率并非主要矛盾。

3. 传动比分配应尽可能合理

一部机器的总传动比一经确定之后,还应将其合理地分配给整个传动链中的各级传动机构。传动比的大小不应超出各种机构的常规范围,否则将造成机构尺寸增大,性能降低。带传动宜用于传动比 $i \leq 5$, 直齿圆柱齿轮传动比 $i \leq 8$, 链传动传动比 $i \leq 5$ 。多级齿轮传动视情况可选用大传动比减速器代之。当传动链为减速时,从电动机至执行机构间的各级传动比一般宜由小到大,这样有利于中间轴的高转速、低扭矩,使轴及轴上零件有较小的尺寸,使机构结构紧凑。

4. 传动机构的安排顺序应尽可能恰当

例如,带传动不宜传递大扭矩,因此多安排在传动链的高速端,如安排在电机轴一端,同时它还可起到减振的作用。凸轮机构能实现复杂的运动规律,但一般不能承受太大的载荷,所以安排在传动链的低速端。连杆机构不宜用于高速,常用于低速机械,或机械传动链的末端。斜齿圆柱齿轮运转平稳,用于传动链高速端较直齿圆柱齿轮有更大的优越性。

传动机构的安排顺序有极大的灵活性,它与机器的功用、运转速度、运动形式等都有密切的关系,所以其安排顺序绝非一成不变。



5. 机械的安全运转必须保证

机械运转必须满足其使用性能的要求,但设计中对安全问题绝不可忽视。起重机械在重物作用下不可倒转,为此,可使用自锁机构,或安装制动器完成此项功能。某些机械为防止过载损坏,可安装安全联轴器或采用过载打滑的摩擦传动机构。在封闭狭窄空间中工作的多自由度机器人,为防止出现意外的超作业空间运动,可在手臂的某些关键部位安装光电传感器,以限定其所达到的最远位置。

三、机械系统方案设计的主要步骤

机械系统是由若干执行机构组成的协调执行系统,用以完成工艺动作过程,达到实现机器总功能的要求。机构系统方案设计的主要步骤:

1. 总功能要求

组成机器的机械系统要实现多个功能要求,各个功能的集成构成了机器的总功能要求。

2. 工艺动作过程的分解与实现

工艺动作过程的分解是指将工艺动作过程分解为若干个执行动作。工艺动作过程的实现是寻求实现分解得到的若干执行动作的可行机构类型。

3. 执行机构系统的方案设计及评价和选择

由于实现某一执行动作的机构方案不是唯一的,因此执行机构系统可行方案一般有很多可选方案,在众多的可行方案中按照一定的评价方法进行评价和选择最优的方案。

4. 执行机构系统的尺寸参数设计

执行机械系统方案的确定中,一般先确定各执行机构的类型。选择机构类型实现机械的工艺动作过程应根据机械的运动循环图所表达的执行构件的运动规律及运动时间关系来进行各执行机构的尺寸参数设计,这是一个循环往复选择、设计的过程。

§ 12-3 原动机、传动机构及减速器的选择

一、原动机的类型及应用

选择动力源要考虑到各种动力源的性能及使用环境,目前机械设备中应用的动力源有电、液、气几种主要形式,如电动机、液压马达、气马达以及直线油缸、气缸等。电动机的应用最为广泛。

电动机中,有异步电动机、伺服电机及步进电机等。在一般的机械设备中,



交流异步电动机即能满足工作性能需要。交流异步电动机的机械特性曲线如图 12-1 所示,它能基本适应机械设备启动时大扭矩、低转速的要求。交流异步电动机的同步转速有 3 000 r/min、1 500 r/min、1 000 r/min、750 r/min 和 600 r/min 五种,它与磁极对数有关,同步转速高的电动机在输出相同的功率时,较同步转速低的电动机体积小、重量轻,因此在执行机构速度较高时应选择此类电动机。但如执行机构速度较低,应用高同步转速的电动机时必须配有大减速比的减速器,可能此时所占空间更大,耗资更高,这时,就必须有一个详细的分析和比较。一般地说,执行机构都要求低转速或低的直线运动速度,因此应用交流异步电动机时几乎都需要考虑减速环节。这一任务需要由传动机构的设计来完成。

在较精密的机械设备中,如数控机床、机器人均应用伺服电机作为原动机。伺服电机的机械特性曲线如图 12-2 所示,其最大优点为在非连续工作区可输出大的扭矩值,这种扭矩值几乎等于其额定扭矩的十倍。在机器人关节驱动中,这一特性显示出极佳的性能。伺服电机需有位置及速度反馈器件组成闭环反馈系统来工作。

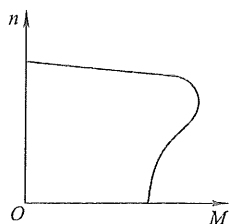


图 12-1

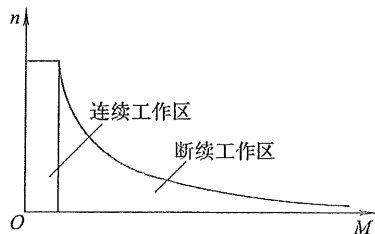


图 12-2

步进电机也是电驱动原动机中的一种。它靠依次接通定子上不同相的线圈来驱使电机转子转动。这种电动机可用给出脉冲的个数和频率计算其转角和转速,在精度要求不太高的开环控制中得到了较为广泛的应用。图 12-3 为步进电机频矩曲线。

伺服电机是一种依照电子指令信号,作位置、速度或转矩跟随控制的动力装置。一般可分为直流伺服电机、步进伺服电机、交流异步伺服电机三种类型。其中直流伺服电机与传统直流电动机相似,区别在于采用了细长、盘形或者杯形电枢,以减小转子转动惯量,图 12-4 为一种杯形电枢永磁直流伺服电机的结构简图。直流伺服电机主要有两种控制方式,其中磁场控制为通过励磁电压来实现对转子转速的控制,而电枢控制则使用改变电枢电压实现对转速的控制。相比磁场控制,电枢控制的直流伺服电机具有机械特性和调节特性线性度好、调节范

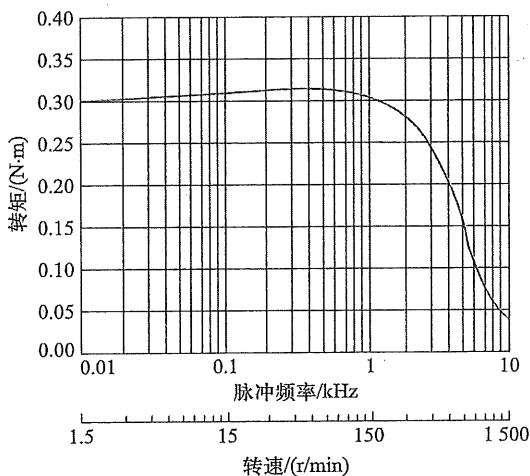


图 12-3

围广、系统相应迅速的优点。直流伺服电机常被应用于大型自动控制系统中,如电火花金属加工工艺、无静差调速系统、张力控制系统、磁带驱动系统等。

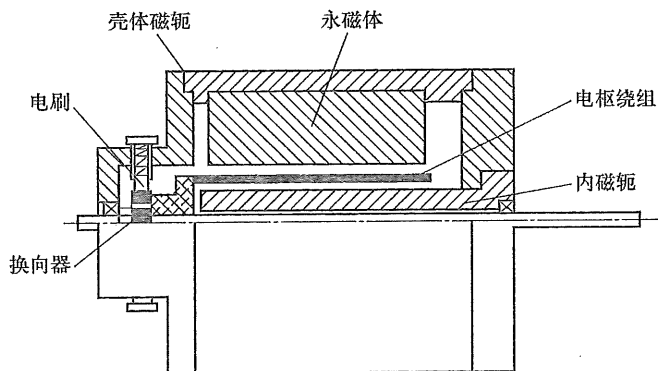


图 12-4

图 12-5 所示为步进伺服电机的实物图。步进伺服电机的控制精度由电机轴后端的旋转编码器保证,此编码器刻度越多,电机控制精度就越高。其中交流步进伺服电机相较传统步进电机,具有共振抑制功能、更好的过载能力、更稳定的转矩输出能力和更高的控制性能。由于交流步进伺服电机在响应速度、运行性能以及过载能力等方面的优势,在医疗仪器、服务机器人、工业自动化、信息通信、安防等领域中具有广阔的应用前景。

交流异步伺服电机的基本结构与交流测速发电机类似,其定子上除传统的

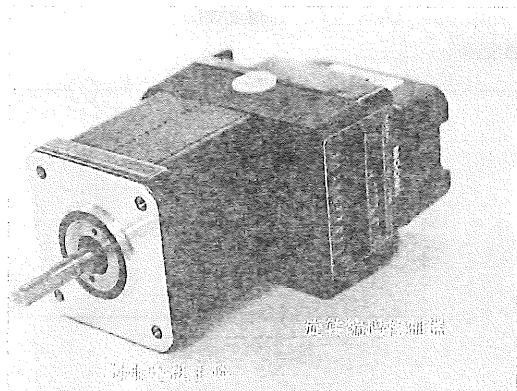


图 12-5

励磁绕组外还额外添加一相控制绕组。其工作原理为通过两相电机的不对称运行,产生椭圆形旋转磁场,通过调节控制绕组的幅值或相位,来达到改变合成电磁转矩及转速的目的。由于结构简单、运行可靠、维护方便等特征,交流异步伺服电机被作为执行元件广泛应用于自动控制系统、自动检测系统以及增量运动中,如火炮和雷达天线的定位、舰船方向舵和驾驶盘的自动控制、电子自动电位差计、电子自动平衡电桥、轧钢检测仪表、积分运算器、增量运动控制系统等。

一套完整的伺服电机系统,不仅包括伺服电机,同时还应有相匹配的伺服驱动器进行配合。伺服电机驱动器一般可以分成三种控制信号模式:位置伺服、速度伺服以及转矩伺服。图 12-6 所示为一般位置伺服驱动器的工作原理框图,该驱动器包含了位置控制单元、速度控制单元以及驱动单元三个主要的组成部分。其中速度控制单元一般使用鲁棒性较强的比例-积分-微分控制,而速度与位置控制则一般直接采用控制精度较高的反馈控制。

电动机的种类很多,有些电动机直接带有减速装置可供选用,多速电动机可实现电控变速,省去变速装置等。总之,原动机的选择对机械系统的设计及机械设备性能的好坏有着十分重要的影响,必须给以足够的重视。

在液压驱动中,液压马达及液压油缸有着广泛的应用。大型压力机、高精度磨床及大载荷搬运机器人都应用了液压驱动。大型液压马达、摆动油缸及各种控制阀的成本都很高,但在已有液压源的场所,设备又需要很大输出力(或力矩)时应用其作为原动机还是一种合理的设计方案。

气马达和气缸在小型、高运动节拍的机械设备和自动线上有着不少的应用,其控制阀及各种辅件都已系列化。

在机械系统总体方案设计中,如选定液动或气动动作动力源,则机械传动部分

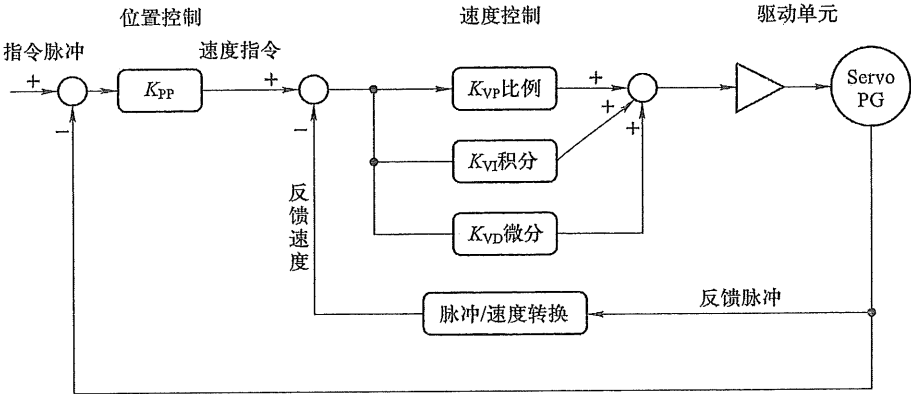


图 12-6

的设计会比应用电动机为原动机时少得多,但当某些环节中仍需机械传动时,其设计仍应遵循一般的设计原则。

二、传动机构及减速器

1. 传动机构

传动机构设计是机械运动方案设计的基础。为完成同一设计任务,虽然机械运动的可行方案是多种多样的,但各种方案所选用的基本传动机构却是有限的。因此,为了得到更好的方案,必须深刻地理解各种传动机构的基本特点和适用范围,表 12-1 给出几种常用传动机构的基本特性,可供设计时参考。

表 12-1 几种常用传动机构的基本特性

	齿轮机构	蜗杆蜗轮机构	带传动	链传动	连杆机构	凸轮机构	螺旋机构
优点	传动比准确,外廓尺寸小,效率高,寿命长,功率及速度范围广,适宜于短距离传动	传动比大,可实现反向自锁,用于空间交错轴传动,传动平稳	中心距变化范围广,可用于长距离传动,可吸振,能起到缓冲及过载保护作用	中心距变化范围广,可用于长距离传动,平均传动比准确,特殊链可用于传送物料	适用于宽广的载荷范围,可实现不同的运动轨迹,可用于急回、增力、加大或缩小行程等	能实现各种运动规律,机构紧凑	可改变运动形式:转动变移动,传力比较大



续表

	齿轮机构	蜗杆蜗轮机构	带传动	链传动	连杆机构	凸轮机构	螺旋机构
缺点	制造精度要求高	效率较低	有打滑现象,轴上受力较大	有振动冲击,有多边形效应	设计复杂,不宜高速运动	易磨损,主要用于运动的传递	滑动螺旋刚度较差,效率不高
效率	开式 0.92~0.96 闭式 0.96~0.99	开式 0.5~0.7 闭式 0.7~0.9 自锁 0.4~0.45	平带 0.92~0.98 V带 0.92~0.94 同步带 0.96~0.98	开式 0.9~0.93 闭式 0.95~0.97	在运动过程中效率随时发生变化	随运动位置和压力角不同,效率亦不同	滑动 0.3~0.6 滚动 0.85~0.98
速度	6级精度直齿 $v \leq 18$ m/s 6级精度非直齿 $v \leq 36$ m/s 5级精度直齿 $v \leq 200$ m/s 圆弧齿轮 $v \leq 100$ m/s	滑动速度 $v \leq 15 \sim 35$ m/s	V带 $v \leq 25$ m/s 同步带 $v \leq 50$ m/s	滚子链 $v \leq 15$ m/s 齿形链 $v \leq 30$ m/s	—	—	—
功率	渐开线齿轮 $\leq 50\,000$ kW 圆弧齿轮 $\leq 6\,000$ kW 锥齿轮 $\leq 1\,000$ kW	小于 750 kW 常用为 50 kW 以下	V带 ≤ 40 kW 同步带 $\leq 200 \sim 750$ kW	最大可达 3 500 kW,常用为 100 kW 以下	—	—	—
传动比	一对圆柱齿轮 $i \leq 8$ 常用 $i \leq 5$ 一对锥齿轮 $i \leq 8$ 常用 $i \leq 3$	开式 $i \leq 100$ 常用 $i \leq 15 \sim 60$ 闭式 $i \leq 60$ 常用 $i \leq 10 \sim 40$	平带 $i \leq 5$ V带 $i \leq 7$ 同步带 $i \leq 10$	滚子链 $i \leq 7 \sim 10$ 齿形链 $i \leq 15$	—	—	—



续表

	齿轮机构	蜗杆蜗轮机构	带传动	链传动	连杆机构	凸轮机构	螺旋机构
其他	主要用于传动	主要用于传动	常用于传动链的高速端	常用于传动链速度较低处	既可作为传动机构又可作为执行机构	主要用于执行机构	主要用于转变运动形式,可作为调整机构

2. 减速器

减速器是传动系统设计中常用的一种部件,它可以作为标准部件在工程设计中直接选取,也可以根据不同用途而专门设计。减速器有多种类型和结构形式,如圆柱齿轮减速器、蜗轮蜗杆减速器、少齿差减速器、谐波齿轮减速器、摆线针轮减速器等,这些都是在设计中经常被选用的减速器。

减速器一般与电动机通过联轴器直接相连,有些厂家还提供电动机与减速器组装在一起的产品。减速器的重要参数之一是减速比,确定减速比的主要依据是执行机构的速度要求。应当注意,有些减速器的减速比较大,它的反向传动是自锁的(如蜗杆蜗轮减速器),利用此特性可以使机械系统在断电情况下起安全保护作用。表 12-2 中给出了几种常用的圆柱齿轮减速器、锥齿轮减速器和蜗杆减速器的基本特性,供选用时参考。减速器的功率选择决定于执行机构的工作力的要求,减速器传动轴的布局方式、传动精度及工作情况在选择减速器时要加以认真考虑。

除了通用减速器以外,近些年由于机器人技术的快速发展,工业机器人领域中应用较为普遍的主要有谐波减速器与 RV 减速器两种类型。其中,谐波减速器是一种利用柔性构件的弹性变形波来进行动力传动变换的齿轮减速器。如图 12-7 所示,谐波减速器主要由谐波发生器、柔性轮和刚轮三部分组成。谐波减速器具有结构简单、传动精度高、传动比大、传动效率高(最高可达到 90%以上)的优点,在对控制精度要求较高的机器人、航天、医疗、制造设备等领域内有着广泛应用。

RV 减速器是一种在传统摆线针轮、行星齿轮传动装置上发展起来的新型传动装置,图 12-8 为一种 RV 减速器的基本结构图。RV 减速器主要由第一级渐开线圆柱齿轮行星减速机构和第二级摆线针轮行星减速机构两个部分构成。在正向减速过程中,与心轴相连的太阳轮带动行星齿轮旋转,通过偏心轴带动两组

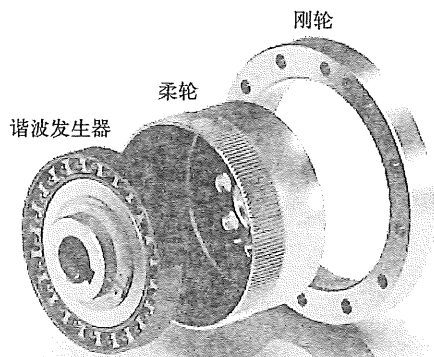


图 12-7

RV 齿轮分别进行同频同向但存在相差的偏心运动,由于两组 RV 齿轮旋转相位存在差值,则可以保证针轮与 RV 齿轮之间真正做到无隙。因此,RV 减速器具有更高的疲劳强度、刚度和寿命,体积较小,过载能力强,结构紧凑,振动小,能耗低,两级减速等优点,目前被广泛地应用于机器人领域。

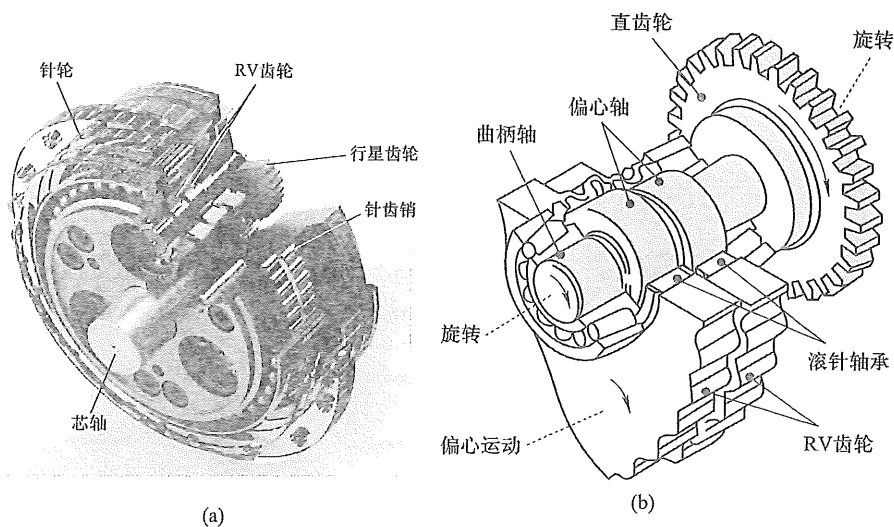
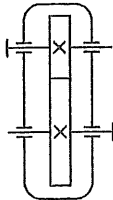
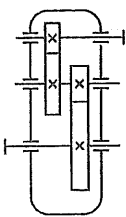
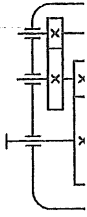
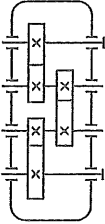
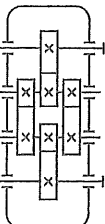
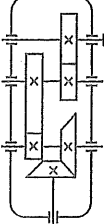
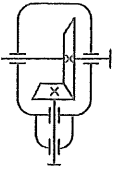


图 12-8



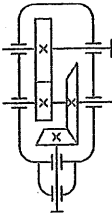
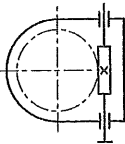
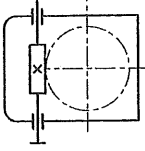
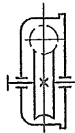
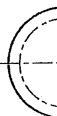
表 12-2 常用的齿轮及蜗杆蜗轮减速器的性能和特点

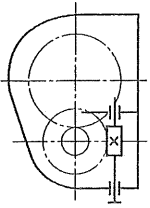
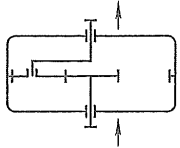
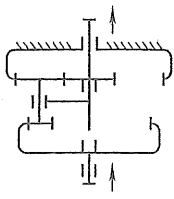
名称	运动简图	推荐传动比	特点及应用
单级圆柱齿轮 减速器		$i \leq 8 \sim 10$	齿轮可做成直齿、斜齿和人字齿。直齿轮用于速度较低 ($v \leq 8 \text{ m/s}$) 载荷较轻的传动;斜齿轮用于速度较高的传动;人字齿轮用于载荷较重的传动中。箱体通常用铸铁做成,单件小批生产时采用焊接结构。轴承一般采用滚动轴承,重载或特别高速时采用滑动轴承。其他形式的减速器与此类同
展开式 两级圆柱齿轮 减速器		$i = i_1 i_2$ $i = 8 \sim 60$	结构简单,但齿轮相对于轴承的位置不对称,因此要求轴有较大的刚度。高速级齿轮布置在远离转矩输入端,这样,轴在转矩作用下产生的扭转变形和轴在弯矩作用下产生的弯曲变形可部分地互相抵消,以减缓沿齿宽载荷分布不均匀的现象。用于载荷比较平稳的场合。高速级一般用斜齿,低速级可用直齿
分流式 两级圆柱齿轮 减速器		$i = i_1 i_2$	结构复杂,但由于齿轮相对于轴承对称布置,与展开式相比,载荷沿齿宽分布均匀,轴承受载较均匀。中间轴布除截面上的转矩只相当于轴所传递转矩的一半。 斜齿,低速级可

名称		运动简图	推荐传动比
圆柱齿轮减速器	展开式		调质齿轮 $i = 28 \sim 315$ 淬硬齿轮 $i = 28 \sim 180$ ($i = 22.5 \sim 100$ 较好)
	分流式		$i = 28 \sim 315$
圆锥-圆柱齿轮减速器	三级		$i = 35.5 \sim 160$ (淬硬齿轮 $i = 18 \sim 90$ 较好)
单级锥齿轮减速器			$i \leq 8 \sim 10$



续表

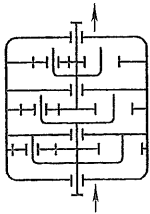
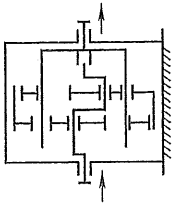
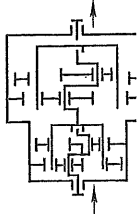
名称	运动简图	推荐传动比	特点及应用
两级圆锥-圆柱齿轮减速器		$i \leq i_1 i_2$ 直齿锥齿轮 $i \leq 8 \sim 22$ 斜齿或曲线齿锥齿轮 $i \leq 8 \sim 40$	特点同单级锥齿轮减速器, 锥齿轮在高速级, 应使锥齿轮尺寸不致太大, 否则加工困难
单级蜗杆减速器		$i \leq 10 \sim 80$	蜗杆在蜗轮下方, 啮合处的冷却和润滑都较好, 蜗杆轴承润滑也方便, 但当蜗杆圆周速度高时, 搅油损失大, 一般用于蜗杆圆周速度 $v < 10 \text{ m/s}$ 的场合
		$i \leq 10 \sim 80$	蜗杆在蜗轮上方, 蜗杆的圆周速度可高些, 但蜗杆轴承润滑不太方便
		$i \leq 10 \sim 80$	蜗杆在蜗轮侧面, 蜗轮轴垂直布置, 一般用于水平旋转机构的传动
		$i = i_1 i_2$	传动比大, 结构紧凑, 但效率低, 为使高速级和低速

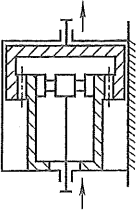
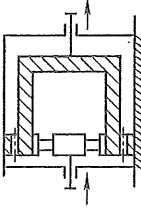
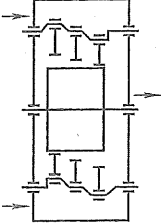
名称	运动简图	推荐传动比
齿轮- 蜗杆		$i = 15 \sim 480$
单级		$i = 2 \sim 12$
两级		$i = 25 \sim 2\,500$

行星
齿轮
减速
器



续表

名称	运动简图	推荐传动比	特点及应用
行星 齿轮 减速 器		$i = 100 \sim 1\ 000$	传动效率可以很高,单级高达 96%~99%;传动比范围广;传动功率从 12 W~50 000 kW;承载能力大;工作平稳;体积和重量比普通齿轮、蜗杆减速器小得多。结构较复杂,制造精度要求较高,广泛应用于要求结构紧凑的动力传动中
摆线 针轮 减速 器		$i = 11 \sim 87$	传动比大;传动效率较高;结构紧凑,相对体积小,重量轻;通用于中、小功率,适用性广,运转平稳,噪声低。结构复杂,制造精度较高,广泛应用于动力传动中
两级		$i = 121 \sim 7\ 569$	

名称		运动简图	推荐传动比
谐波 齿轮 减速 器	柔轮 固定		$i = 50 \sim 500$
	单级		$i = 50 \sim 500$
三环 减速 器	单级或 组合多级		单级 $i = 11 \sim 99$ 两级 $i_{\max} = 9\ 801$



§12-4 机构的运动协调及运动循环图

一、机构系统的协调设计

1. 机构系统的工艺动作设计

执行机构系统一般由一系列执行机构组成,是组成机器的重要组成部分。一台机器的功能是要完成一系列工艺动作过程,一个工艺动作过程又可以分解为若干道工序。根据机器总功能的要求,首先应选择机器的工作原理,机器完成同一种功能,可以应用不同的工作原理来实现。例如,印刷机可以采用平版印刷工作原理,也可以采用轮转式印刷工作原理。工作原理的选择与产品加工的数量、生产率、工艺要求、产品数量等有密切关系。在选定和构思机器的工作原理时,不应墨守成规。构思一个优良的工作原理可使机器的结构既简单又可靠,动作既巧妙又高效。

2. 机构系统的集成设计

机械系统的设计目标是实现所要求的功能。机械系统的设计包括确定功能要求、选择工作原理、构思工艺动作过程、分解工艺动作过程为若干执行动作、创新或选定执行机构、执行机构的集成等。机械运动系统的集成设计是指如何将确定的执行机构按工艺动作过程要求进行系统集成,使机械运动系统中各执行机构之间达到运动协调,使系统整体功能达到综合最优。

机械运动系统集成设计有如下基本原理。

(1) 合理地分解工艺动作过程

在机械总功能和工作原理确定后,工艺动作过程的类型一般比较有限。将工艺动作过程分解成若干执行动作时应充分考虑这些执行动作能否用比较简单的执行机构来完成。同时也应考虑前后两执行动作的衔接的协调和有效的配合。总之,分解工艺动作过程要符合下列原则:

1) 动作的可实现性。分解后的动作能被机构实现,因此设计人员应全面掌握各种机构的运动特性。

2) 动作实现机构的简单化。即所需实现的动作尽量采用简单机构,有利于机械运动系统设计和制造。

3) 动作的协调性。前后两执行机构产生的动作要相互协调和有效配合,尽量避免两执行机构产生运动会发生干涉和运动不匹配。

(2) 选择合适的执行机构

对于分解工艺动作过程后所得的若干执行动作要进行详细分析,包括它们



的运动规律要求、运动参数、动力性能、正反行程所需曲柄转角等。选择执行机构应符合下列要求:

- 1) 执行构件的运动规律与工艺动作的一致性;
- 2) 执行构件的位移、速度、加速度(包括角位移、角速度、角加速度)变化要有利于完成工艺动作;
- 3) 前后执行构件的工作节拍要基本一致,否则无法协调工作;
- 4) 执行机构的动力特性和负载能力要能满足工艺动作要求;
- 5) 机械运动系统内各执行机构应满足相容性,即输入和输出轴相容、运动相容、动力相容、精度相容等;
- 6) 机械运动系统尺寸紧凑性,即要求各执行机构的尺寸尽量紧凑。

3. 机构系统的协调设计

根据机械的工作原理和工艺动作分析所设计构思机械工艺路线方案是机械运动方案设计的重要依据。由机械工艺路线可以进行执行机构的选定和布局,此时必须考虑机械中的各执行机构的协调设计。需深入了解机械运动方案所采用各执行机构和传动系统的类型、工作原理和运动特点,同时要了解执行机构协调设计的目的和要求,掌握有关协调设计的基本方法。

当根据生产工艺要求确定了机械的工作原理和各执行机构的运动规律,并确定了各执行机构的形式及驱动方式后,还必须将各执行机构统一于一个整体,形成一个完整的执行机构系统。执行机构系统中的各机构必须以一定的次序协调动作,互相配合,以完成机械预期的功能和生产过程。

各执行机构之间的协调设计应满足以下几方面的要求。

(1) 满足各执行构件动作先后的顺序性要求

执行机构系统中各执行机构的执行构件的动作过程和先后顺序必须符合工艺过程所提出的要求,以确保系统中各执行机构最终完成的动作及物质、能量、信息传递的总体效果能满足所规定的总功能要求和技术要求。

(2) 满足各执行构件在时间上的同步性要求

为了保证各执行构件的动作不仅能够以一定的先后顺序进行,而且整个系统能够周而复始地循环协调工作,必须使各执行构件的运动循环时间间隔相同,或按工艺要求成一定的倍数关系。

(3) 各执行机构运动速度的协调配合

有些执行机构运动之间必须保持严格的速比关系。例如,滚齿或插齿按展成法加工齿轮时,刀具和齿坯的展成运动必须保持某一运动的转速比。

(4) 满足各执行机构在操作上的协同性设计

当两个或两个以上的执行机构同时作用于同一操作对象完成同一执行动作



时,各执行机构之间的运动必须协同一致。

(5) 各执行构件的动作安排要有利于提高生产率

为了提高生产率,应尽量缩短执行机构系统的运动循环周期。通常采用以下两种方法:

1) 尽量缩短各执行机构工作行程和空回行程的时间,特别是空回行程的时间。

2) 在前一个执行机构回程结束之前,后一个执行机构即开始工作行程,即在不发生相互干涉的前提下,充分利用两个执行机构的空间裕量。在系统中有多数执行机构的情况下,采用这种方法可取得明显效果。

(6) 各执行机构的布置要有利于系统的能量协调和效率的提高

当进行执行机构的系统协调设计时,不仅要考虑系统的运动和完成的工艺动作,还要考虑功率流向、能量分配和机械效率。

二、机构系统的运动循环图

一部机器的工作任务经常是由多个执行构件共同完成的,各执行构件间必然有一定的协同动作关系,如与主动件运动转角间的关系,执行件之间的时间节拍关系等。确定这种关系的最直观的方法就是采用运动循环图来描述。

车床就是一个最简单的例子。车床的主轴带动卡盘旋转,而光杠带动刀架作纵向运动完成切削任务,二者间通过齿轮传动,具有一定的速比关系。而在用丝杠驱动刀架进行螺纹切削时,二者的速比关系就更加严格。这实际上是一部机器中的不同执行构件在完成同一任务时的速度的协调。上述车床两个执行构件间速度的协调是依靠准确的齿轮传动比来保证的。

另一种情况是,某些机械的多个执行构件在完成同一任务时,需有准确而协调的运动时间和运动顺序的安排,以防止出现某一执行构件工作不到位或两个以上执行构件在同一空间中发生干涉。如牛头刨床工作台带动工件横向进给必须发生在刨刀返回原始位置等待下一次进行刨削之前,如果这一动作的时间顺序被破坏,必然会出现刀具与工件的碰撞干涉。这种协调称为执行构件间时序的协调。

速度的协调可通过机器内部速比的调整(如挂轮等)来实现,而时序的协调则通过执行构件动作的先后顺序来实现,可应用机械运动循环图(也称工作循环图)来表示。所谓运动循环图就是标明机械在一个运动循环中各执行构件间的运动配合与时序的关系。

运动循环图主要有三种表达形式:直线式、圆周式及直角坐标式。直线式运动循环图,在机械执行构件较少时,动作时序清晰明了,如图 12-9a 所示。圆周式运动循环图容易清楚地看出各执行构件的运动与机械原动件或定标件的相位

关系,它给凸轮机构的设计、安装、调试带来方便,其缺点是同心圆较多,看上去较杂乱,如图 12-9b 所示。直角坐标式运动循环图是用执行构件的位移线图表示其运动时序的,是将其工作行程、空回行程及停歇区段分别以上升、下降及水平直线表示,这种运动线图能清楚地表示出执行构件的位移情况及相互关系,如图 12-9c 所示。实际上,为了表示机械各执行构件的运动时序,尚有其他方法,如以线段代替直线式和圆周式运动循环图中的文字等。只要能更清楚地表示出所要求的运动时序关系,可以自己创造运动循环图。多执行构件的复杂机械的运动循环图可以进行拆分(不同执行构件分别组合),也可以采用多种形式来表示。

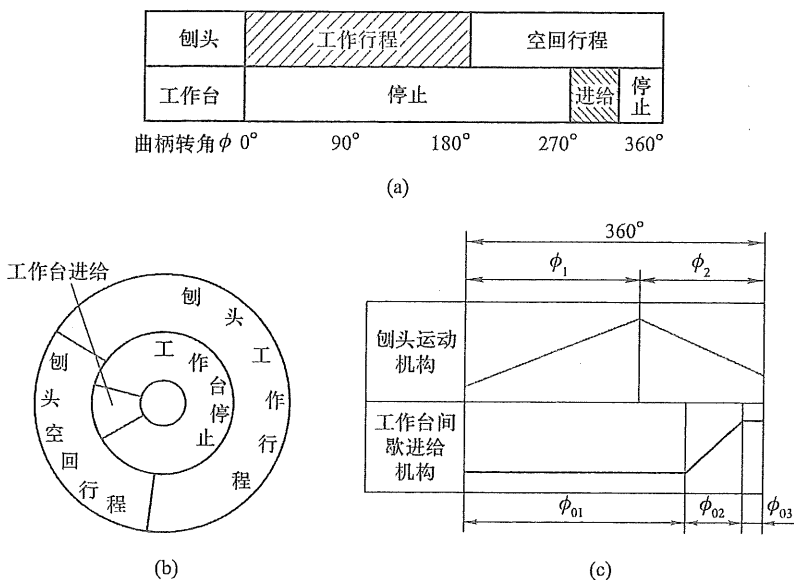


图 12-9

为了保证具有固定循环周期的机械完成工艺动作过程时各执行构件间的动作协调配合关系,在设计机械系统时,应编制用以表明在机械系统的一个循环中各执行构件运动配合关系的机械运动循环图。用它的运动位置(转角或位移)作为确定各个执行构件的运动先后次序的基准,表达整个机械系统工艺动作过程的时序关系。

1. 机械的运动循环周期

机器的运动循环是指完成其功能所需的总时间,通常用字母 T 表示。在机器的运动循环内,各执行机构必须实现复合工件的工艺动作要求和确定的运动规律,有一定的顺序的协调动作。执行机构完成某道工序的工作行程、空回行程



(回程)和停歇所需要时间的总和,称为执行机构的运动循环周期。

2. 机械系统运动循环图设计的步骤与方法

机械系统运动循环图是用来表示各执行机构之间有序的、既相互制约又相互协调配合的运动关系。机器的生产工艺动作顺序是通过拟定机器的运动循环图选用各执行机构来实现的。因此,机器的运动循环是设计机器控制系统和设计执行机构非常重要的依据。

常用机械运动循环图有直线式、圆周式和直角坐标式三种形式。

绘制机械运动循环图的步骤如下:

1) 分析加工工艺对执行构件的运动要求。一般以工艺过程开始点作为机器运动循环的起始点,确定最先开始运行的那个执行机构在循环图上的位置,其他执行机构也按照工艺动作先后顺序列出。

2) 确定执行构件的运动规律。主要确定执行构件的工作行程、回程、停歇与时间或主轴转角的对应关系,根据加工工艺要求确定各执行构件工作行程和空回行程的运动规律。尽量使各执行机构的动作重合,以便缩短机器的运动循环周期,提高生产率。

3) 根据上述要求和条件绘制机械运动循环图和反复修改机械运动循环图。

运动循环图的绘制应依机械中的主动件或选取其他有特征的构件为定标件,首先依其动作时间、转角或位移为起点,再行确定其他执行构件的动作时序。

现以牛头刨床为例讨论运动循环图的绘制方法。牛头刨床所进行工作的最终目的是刨削出合格的工件表面。其结构及传动系统简图如图 12-10 所示。为完成整个工件表面的刨削,夹紧工件的工作台必须有垂直于刀具运动方向的移动,且每次移动距离可调,以应对工件表面刨削的加工效率和工件不同粗糙度的要求。这一运动称为工作台的横向进给运动。为了使刀具能与被加工件接触,并刨削掉多余的金属表面层,工作台及刀架应能上下运动,称其为工作台及刀架的垂直进给运动。为刨削掉多余金属,刀具的前后往复移动称为切削运动。上述三种运动必须协调动作,有机配合才能完成工件的刨削任务。如在刀具完成了一次前进刨削返回后,工作台才能进行横向进给。工件的一层表面被刨削完成后,才能进行工作台或刀架的垂直进给。为实现以上三种运动,该牛头刨床由多种机构组成:实现切削运动的连杆机构 1,其中装有刨刀的滑枕为执行构件;实现工作台横向进给的棘轮机构 2 及丝杠传动机构 5;实现工作台及刀架垂直进给的丝杠传动机构 3 和 4,其中工作台及刨刀为执行构件。

图 12-9a、b、c 分别为牛头刨床的直线式、圆周式及直角坐标式运动循环图。它们都是以曲柄导杆机构中的曲柄为定标件的。曲柄回转一周为一个运动循环。由图 12-9a 可见,工作台的横向进给是在刨头空回行程开始一段时间以后

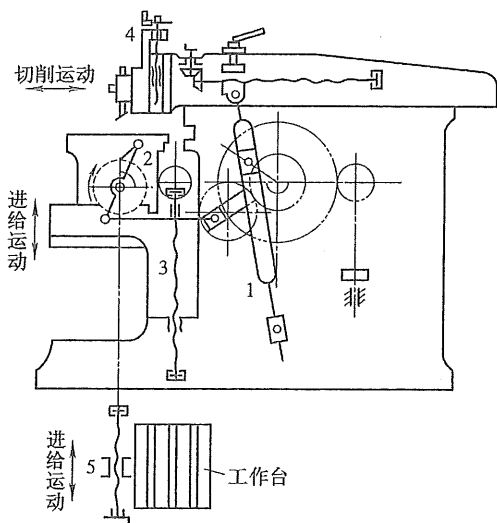


图 12-10

开始,在空回行程结束以前完成的。这种安排考虑了刨刀与移动的工件不发生干涉,也考虑了设计中机构容易实现这一时序的运动。

在机械运动方案设计中,运动循环图常常需要不断地修改。运动循环图标志着机械动作节奏的快慢。一部复杂的机械由于动作节拍相当多,所以对时间的要求相当严格,这就不得不使某些执行机构的动作同时发生,但又不能在空间上干涉,因此这期间就存在着反复调整与反复设计的过程。修改完善的运动循环图会大大提高机器的生产率。

通过运动循环图可以确定各执行机构的主动件在主动轴上的方位,可以决定同轴多个凸轮间的相位差。

在同一部机器中,如自动机械,运动循环图是传动系统设计的重要依据,在较复杂的自动机和多部机器参与工作的自动线上,运动循环图又是电控设计的重要依据,所以运动循环图的设计,在机械运动方案设计中显得十分重要。

为了实现各执行构件的动作配合及其时序关系,各执行构件之间的运动协调有两种方式,一种是采用各种机构及机构组合来完成,另一种是对定标件与执行件之间通过运动检测单元进行运动控制。

现代机械系统中,控制器均以工业控制机或可编程控制器为主控机。各种运动关系主要由各种检测元件来检测,并通过数据采集及转换器输送至控制器。对伺服电机则由专用驱动器来驱动,用伺服电机控制的机械系统的组成一般如图 12-11 所示。

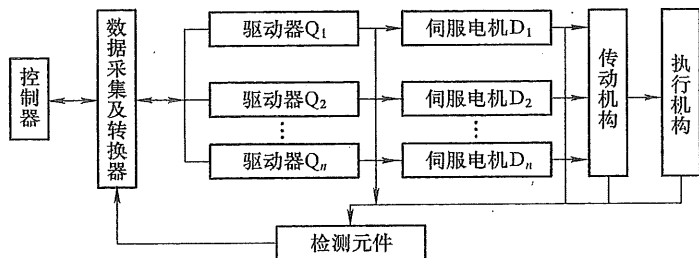


图 12-11

机械系统中的运动检测,最常见的是对回转运动或直线运动的检测。对回转运动常用角度编码器检测,通过对角位移的测量可以得到角位置、角速度和角加速度。对直线运动常用直线编码器检测,通过对线位移的测量可以得到位置、速度和加速度;有时还用接近开关或限位器等限制执行件的极限值。当然,机械系统中还会有其他种类的检测元件或传感器,在实际设计中要认真选取和比较。

§ 12-5 机械运动方案拟定及评价

一、按基本机构及其组合进行方案拟定

一般情况下,预定的机构运动要求不一定能由单一类型的机构来实现,而需要通过多个机构的组合方式来完成。基本机构的组合大致可以划分为三种基本形式,即串接式、并联式和复合式。

(1) 串接式

如图 12-12a 所示,主动件 1 的运动 $\varphi(t)$ 依次通过基本机构 I (凸轮机构) 和 II (连杆机构),使从动件 2 获得某一运动规律 $\psi(t)$,在这种机构的组合中前一机构的从动件往往是后一机构的主动件。

(2) 并联式

如图 12-12b 所示,主动件 1 的运动 $\varphi(t)$ 同时传给基本机构 I (连杆机构 ABCD) 和 II (齿轮 1 和 2 组成的齿轮机构),并将它们产生的运动 $\varphi_1(t)$ 和 $\varphi_2(t)$ 通过具有两个自由度的差动轮系 III (包括中心轮 2、3、行星轮 E 和系杆 H) 使从动件齿轮 3 获得合成的运动规律 $\psi(t)$ 。

(3) 复合式

组成复合式组合机构时,基本机构有机结合,相互依存。基本机构 I 或 II 中

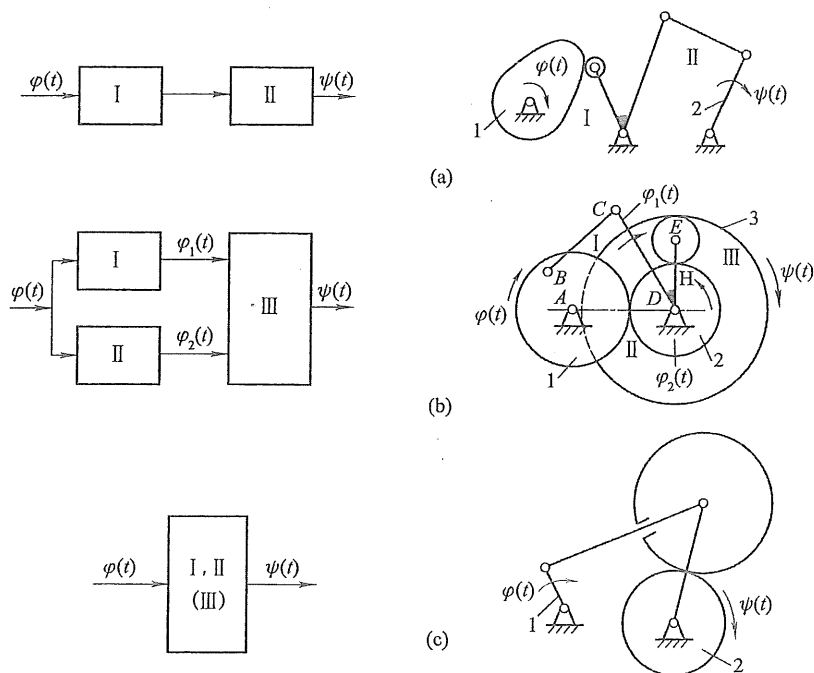


图 12-12

运动件的运动 $\varphi(t)$ 通过机构 I、II 中部分构件组成的差动机构 III, 使运动叠加后传给从动件 2, 其运动规律为 $\psi(t)$, 如图 12-12c 中的齿轮连杆机构。

二、按运动功能进行机构方案拟定

每种基本机构都具有基本的运动特性, 可以完成某种基本功能。在机构运动方案设计时, 把这些基本运动功能组合起来, 形成能实现机器某种分功能的子系统或实现总体功能的机械系统, 这就是按机构的运动功能来进行机构的运动方案设计。机构的运动功能有时也表明其传力功能, 如运动的缩小往往可实现传力的增大。图 12-13 给出了 6 种基本功能及其表示的符号。

图 12-14 描述了设计拟定机器运动方案的全过程: 明确总的功能要求; 把总功能逐项分解为各分功能; 给各分功能选择合适的机构形式; 对机构系统各执行机构进行协调设计, 画出机构系统的运动循环图; 对各机构进行尺度综合判断所选机构是否满足功能要求, 最后画出机构系统的运动简图。上述过程并不总是单方向、直线式进行的, 有时要经过多次反复, 以便对各种运动方案进行评价、检验和判断才能拟定出一个综合评价优的运动方案。

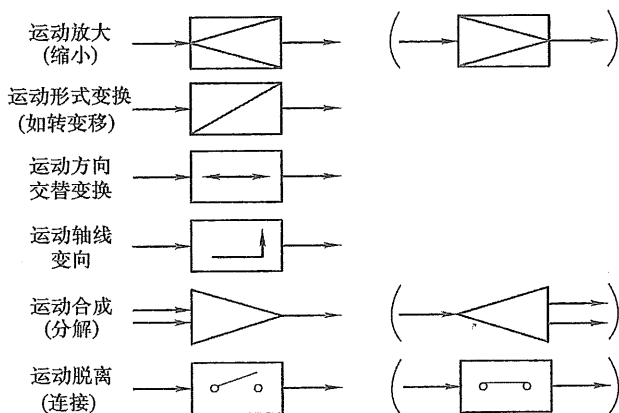


图 12-13

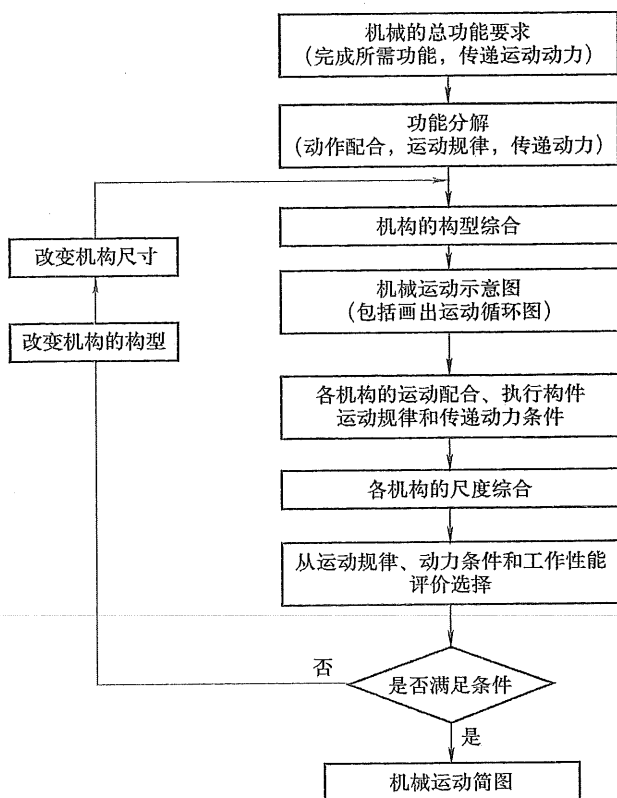


图 12-14



一种基本功能可用不同机构来实现,同种机构当其参数不同时,也可实现不同的功能。表 12-3 给出了同一种基本功能要求可以由不同机构实现的示例。

表 12-3 同一种基本功能要求可以由不同机构实现的示例

传动原理	基本功能 基本机构			
推拉传动	凸轮机构			
	螺旋机构			
	连杆机构			
	齿轮传动			



续表

传动原理	基本功能 基本机构			
摩擦传动	挠性体传动			
	摩擦轮传动			
流体传动				

有些机械要求实现的功能往往需要几种基本机构组合完成,如要求将转动变为移动,在产生较大的力的同时使运动轴线变向。实现这一功能可以有如图 12-15 所示的 6 种功能变换方案。在实际设计中究竟采用哪种方案,应根据具体情况分析判定。

这种方法的关键是按功能选择相应的机构,然后将这些机构进行组合形成整体方案。

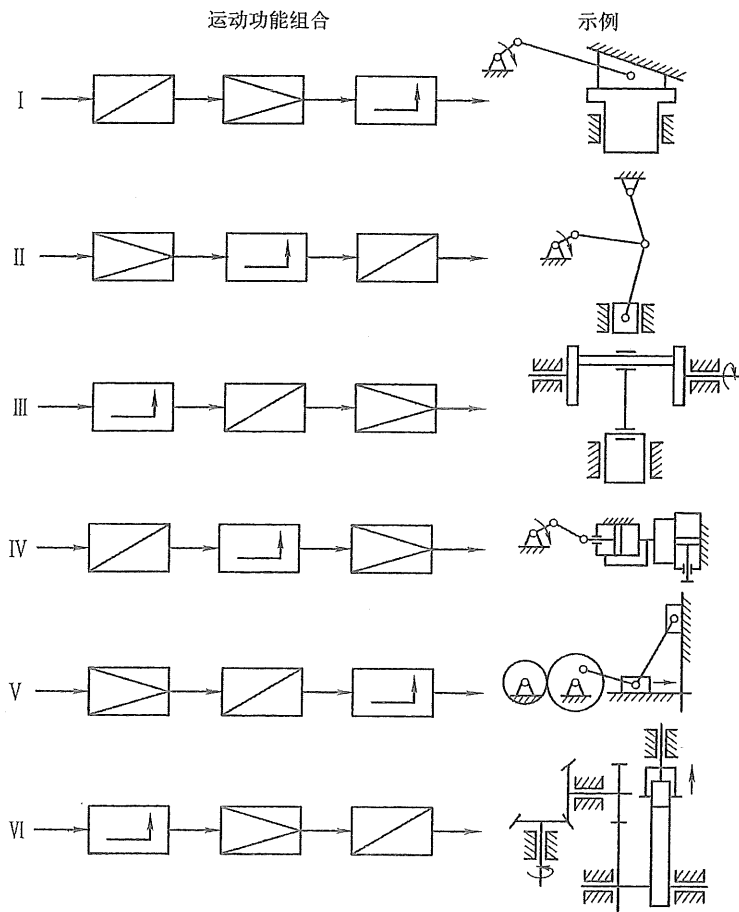


图 12-15

三、功能分解

机器的功能是多种多样的,但每一种机器都要完成若干个工艺动作,仔细地剖析、确定这些独立的或相关的工艺动作,就是把总功能分解为分功能的过程。然后把这些工艺动作,即分功能,用功能图来描述,使机器的总功能及各分功能一目了然。实现这些工艺动作需要采用和设计合理的执行机构来完成。根据上述要求可画出如图 12-16 及图 12-17 所示的四工位专用机床的执行动作要求图和树状功能图。

机器工艺动作过程分解一般采用以下原则:动作最简化原则、动作可实现性原则和动作数最小原则。

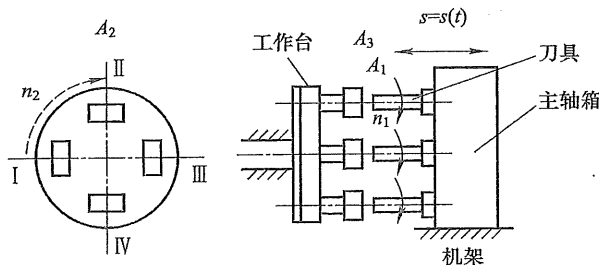


图 12-16

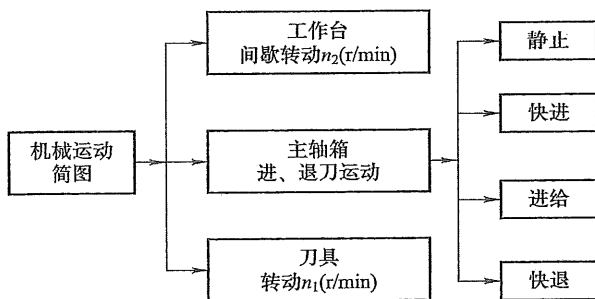


图 12-17

例如,设计一台四工位专用机床,它可以分解为下列几个工艺动作:

- 1) 安置工件的工作台要求进行间歇转动 $n_2(\text{r/min})$ 。
- 2) 安装刀具的主轴箱能实行静止、快进、进给、快退的动作。
- 3) 刀具以转动 $n_1(\text{r/min})$ 来切削工件。

四、机械运动方案的评价

实现同一工作任务,且满足工艺要求和性能指标时,可以设计出多种机械运动方案来。必须再经过充分、细致的分析比较和评价,以决定取舍。最后,保留的设计方案应是最优方案。每一部机器都是由原动机、执行机构及传动机构组成的,因此需分别对原动机及各机构进行评价,然后经综合可获得对一部机器整机的评价。建立评价体系是量化评价的方法之一。机械运动方案评价体系可由五个评价指标组成,它们是:① 机构的功能;② 机构的工作性能;③ 机构的动力性能;④ 经济性;⑤ 机构紧凑性。评价时,分别对五个指标及更为细致的子项给出分值,然后对整机进行比较。详细内容参见文献[29]。

假定某个机械运动方案均满足上述指标①、②的要求,则应对各方案重点进行③、④、⑤项指标的比较。运转平稳、加速度小、无冲击和噪声,这对大型机械



是十分重要的评价指标,尤其对未获得在基座上平衡的连杆机构更是如此。机械的结构简单、尺寸紧凑、重量轻、传动链短、工作可靠是又一重要的评价指标。制造难易、调整与维修的方便性直接影响着机构及机械的经济性,这也是不可忽视的评价指标。

综合考虑各方面评价指标,才能在诸多机械运动方案的设计中选出最优者。

§ 12-6 机构运动方案设计实例

一、印刷机送纸机构的运动方案设计

要求:在摆放好的一叠纸张中,依序由上至下将纸张一张张送至印辊前某处待印刷。印刷量为 30 张/min。不允许有同时送两张纸的情况发生。

1. 任务的分析及运动参数的确定

从直接要求看,任务很简单,完成一张张纸张的送出即可。但实际上进行运动方案设计之前,有许多问题必须考虑清楚,甚至应最后确定,如:

1) 纸张送至多远的距离,不同的距离应采用不同的传送方式和传送机构,送纸的时间节拍如何?

2) 如何将最上面的第一张纸与第二张纸分开,是采用摩擦移位分离,采用吸附,还是其他方式。此处有气源吗?为使第一、二张纸分离开,是否需要当第一张纸提起时,压住第二张以下的纸张,通过什么机构来压?与提纸机构如何配合?

3) 驱动送纸机构是用电驱动还是液、气驱动,如果是采用电动机,电动机的位置摆放到哪里?有多长的传动距离?除送纸机构外,它还带动什么机构,如翻页机构、印刷机构等,这些机构之间应如何配置才最有利于印刷机的工作?如何实现电动机至送纸机构的传动?

4) 送纸机构的执行构件应该按什么样的轨迹运动,应不应有严格的速度和加速度要求等。

在设计任务到来之后,许多与设计相关的问题,如周边环境、运动要求、特殊要求(纸张要分离等)都必须了解并分析清楚,同时应考虑出粗略的实施办法。在设计之初,任务分析十分重要。有时由于疏忽而忽略了某一点,哪怕是不甚重要的要求,也会给追加设计带来不小的麻烦,甚至会使已形成的设计方案推倒重来。

运动参数分两种,一种是由用户明确提出的,如印刷量为 30 张/min,当然送纸也应是 30 张/min;另一种是经分析后确定的,如提纸移动轨迹,用户不曾给出,而设计者则必须根据工作任务要求(工艺要求)自行确定执行构件的运动轨迹。



因为后者的运动参数不是不可改变的,只要能满足工艺要求,可选用不同的执行机构,它们将会实现不同的运动规律。图 12-18a、b、c 中的运动轨迹均可满足送纸要求。

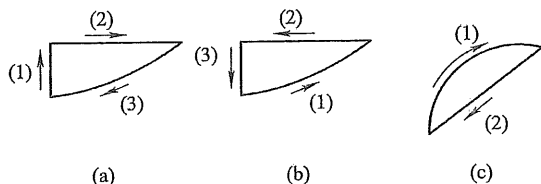


图 12-18

2. 动力源的选择

印刷机构所需的驱动力不大,且在印刷环境中不应有油液出现,否则将会使印刷品油污,因此该印刷机应选用电动机驱动。整个印刷机设备较庞大,为保证各机构协调一致工作,应由一台电动机驱动多个机构,所以送纸机构距电动机安装位置较远(约 2.5 m),传动系统设计较复杂。选择小型异步电动机中同步转速为 1 500 r/min 的一种,它的满载转速为 1 430 r/min。整个传动链的减速比为

$$i = n_{\text{电动机}} / n_{\text{执行机构}} = (1\,430 \text{ r/min}) / (30 \text{ r/min}) = 48$$

这种数值的传动比对于有多个减速环节的较长的传动链是合适的。如选用同步转速更低的电动机,则电动机尺寸将会加大。

因纸张重量很轻,所以通常采用真空吸盘提起纸张。气动节拍快,能实现快吸快放。而且气动元器件小巧,节省空间,与液压比较又不会出现油污。在印刷车间里总是有气源存在的,所以送纸机构中采用气吸附的方式是合理的。

3. 执行机构的确定

实现任意给定轨迹的问题是一个十分复杂的综合性问题。连杆机构虽然结构简单、制造方便,但它只能精确实现几个预定点的位置,而且计算较烦琐。凸轮机构可以实现任意给定运动规律,但它只能实现单一的移动或转动。

平面运动需两个参变量来描述,故实现任意轨迹,即应由具有两个自由度机构中的连杆上的点来实现。由于凸轮机构可以实现任意运动规律,因此两自由度的连杆机构由双联动凸轮驱动而构成的组合机构可以实现平面任意轨迹。在联动凸轮-连杆机构中,双联动凸轮作为主动件给连杆机构输入两个已知的运动,如果拆掉联动凸轮,那么余下各连杆所构成的运动链的自由度应为 2,即运动链满足下式:

$$3(n-1) - 2P = 2$$

式中: n 为运动链构件数; P 为运动链中低副数。



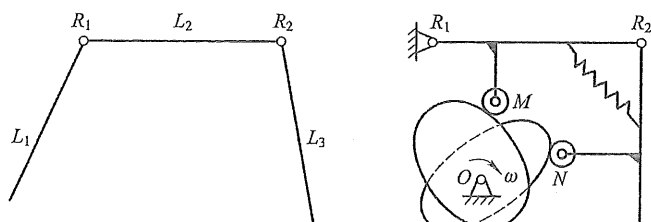
对平面机构来说,低副只有两种,即移动副 P 和转动副 R 两种。可得自由度为 2 的运动链为

$n=3$	$P=2$	三杆
$n=5$	$P=5$	五杆
$n=7$	$P=8$	七杆
$n=9$	$P=11$	九杆
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

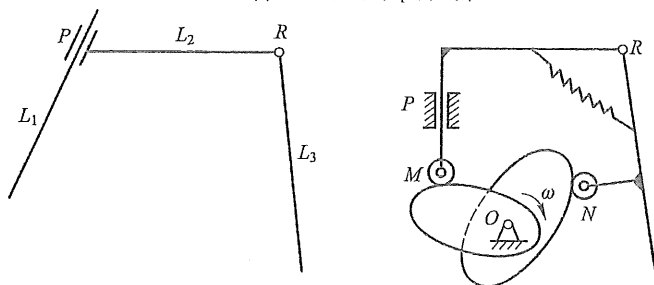
由于在实际应用中构件数都较少,下面就前三种情况进行讨论。

(1) 三杆运动链

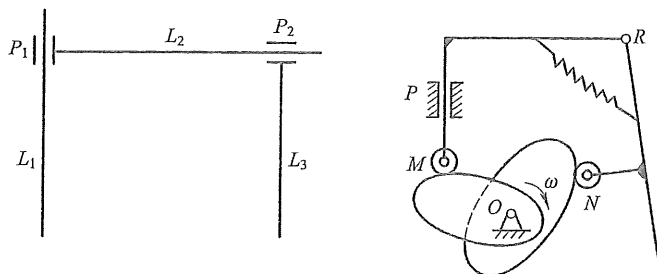
三杆运动链由三个构件和两个运动副组成。三杆运动链的特征为只存在开式链形式,一般有 RR 、 PR 与 PP 三种形式。如图 12-19 为三杆运动链图谱。



(a) RR 运动链 (L_1 为机架)



(b) PR 运动链 (L_1 为机架)



(c) PP 运动链 (L_1 为机架)

图 12-19



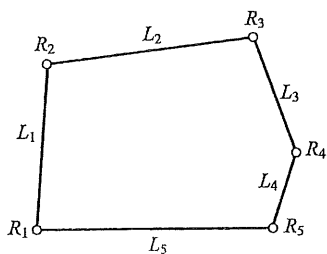
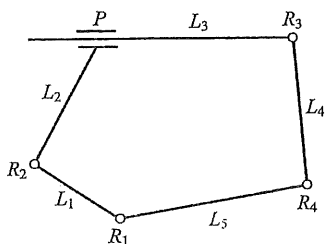
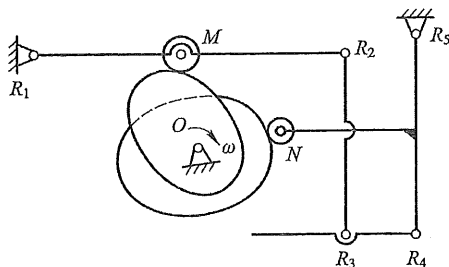
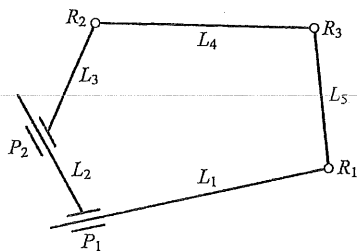
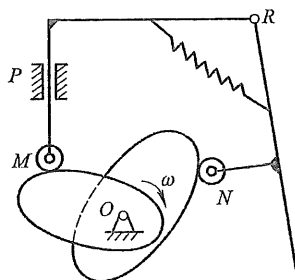
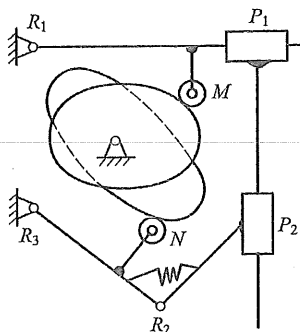
(2) 五杆运动链

由机构学知道,运动链环数与构件数、运动副数的关系为

$$L = P - n + 1$$

对于 $n = 5$ 、 $P = 5$ 的运动链, $L = 1$ 。可组成的运动链的可能类型有 5R、4R-P、3R-2P、2R-3P、R-4P。

同时,若各运动副之间排列顺序不同,可产生不同的运动链;每种运动链取不同的构件作为机架又可构成更多种机构形式。如图 12-20 所示为五杆运动链图谱。

(a) 5R (L_5 为机架)(b) 4R-P (L_5 为机架)(c) 3R-2P (L_5 为机架)

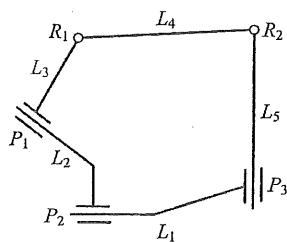
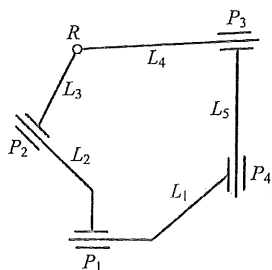
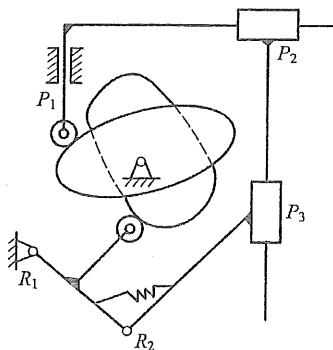
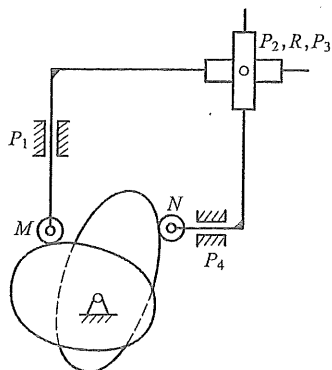
(d) 2R-3P (L_3 为机架)(e) R-4P (L_1 为机架)

图 12-20

(3) 七杆运动链

同理,将 $n=7$ 、 $P=8$ 代入 $L=P-n+1$ 式中得 $L=2$,这说明七杆运动链应由双环构成。下面应用图论有关知识得到不同运动链图谱。图 12-21 所示为七杆运动链图谱。

根据图 12-18 的运动轨迹分析,并参考已在使用的印刷机械,采用连杆机构或凸轮-连杆组合机构易实现上述运动轨迹。另外,此送纸机构应该由回转运动产生送纸运动轨迹,而电动机恰恰能给出连续回转,所以采用电动机带动凸轮-连杆机构是合适的。凸轮的运动规律易于调整,所以末端执行器的轨迹易于实现。再者,压脚必须与吸纸动作紧密配合,同步性好,利用凸轮机构来协调这些运动,不会出现配合失误的现象。因此,最后选用了图 12-22 的执行机构的设计方案。

在上述机械运动方案设计中,可以提出多种设计方案,如图 12-23a、b 所示。

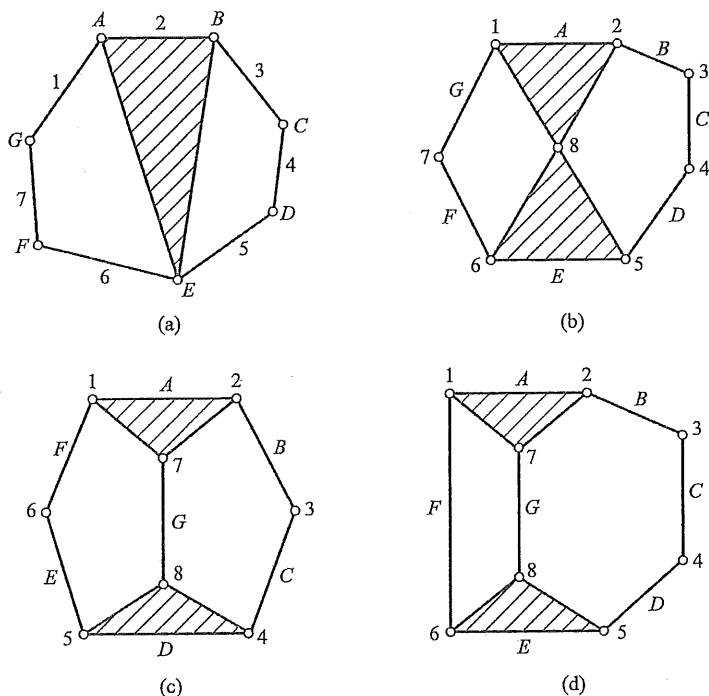


图 12-21

通过计算机仿真,可以发现其运动性能(轨迹、速度,甚至加速度)的优劣。图 12-23a 方案可实现图 12-18b 所示的轨迹。

4. 绘制机构的运动循环图

以图 12-22 机构为例,凸轮轴 O 上安装有三个凸轮:凸轮 1 及凸轮 2 与七杆机构 4 组成组合机构①,凸轮 3 与四杆机构 5 组成组合机构②。凸轮 1 主要负责运动轨迹的上升段,凸轮 2 主要负责运动轨迹的水平段,凸轮 1、2 共同负责运动轨迹的返回段。凸轮 3 控制四杆机构 5 的压脚完成对第二张以下纸张的压紧功能。

机构①与②之间具有确定的运动配合关系,即在最上面的一张纸被机构①

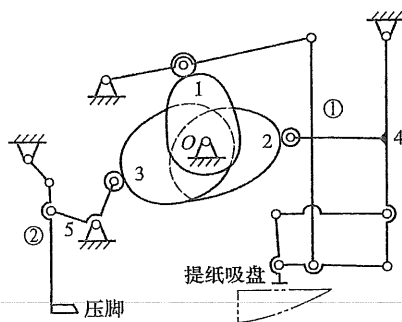


图 12-22

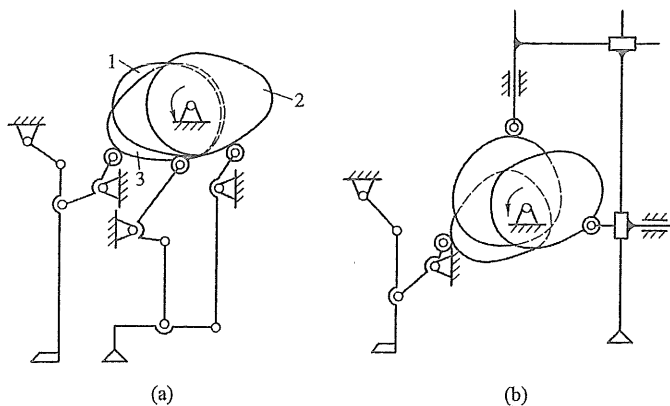


图 12-23

吸起时,同时机构②的压脚压住下面的一叠纸张,以防被吸起的纸将下面的纸带走。机构①中凸轮 1 与凸轮 2 之间也有准确的角度相位关系,其值依执行构件的运动轨迹确定。

以轴 O 回转一周为一个运动循环,以凸轮 1 的推程起点为绘制运动循环图的起点,可得到如图 12-24 的直线式运动循环图。

凸轮1	推程	远休止	回程	近休止
凸轮2	近休止	推程	回程	近休止
凸轮3	近休止	推程	远休止	回程

图 12-24

每个凸轮中推程、回程及休止角度的大小取决于运动轨迹及完成某一轨迹段的动作时间。当运动轨迹和动作时间调整后,相应的凸轮转角应随之发生变化。

从图 12-22 中还可以看出,凸轮在轴 O 上的安装相位角与各自的从动件所在空间位置有关,与运动循环图中的角度值并非一致。各凸轮在轴 O 上的相位安装错误,将会破坏执行构件原已设定的运动规律及运动配合关系。

5. 机械传动系统的设计

遵循机械运动方案设计的准则,考虑该机器的特点,其传动系统设计如图 12-25 所示。分配总传动比 $i=48$,三角带传动比 $i_{\text{带}}$ 取为 2.5,两对圆柱齿轮的传动比可分别取为 3 及 3.2。二级锥齿轮用于转换传动轴的方向,带动其他机构。其中,第一对锥齿轮传动比取为 2,第二对锥齿轮传动比取为 1,则



$$i = i_{\text{带}} i_1 i_2 i_3 i_4 = 2.5 \times 3 \times 3.2 \times 2 \times 1 = 48$$

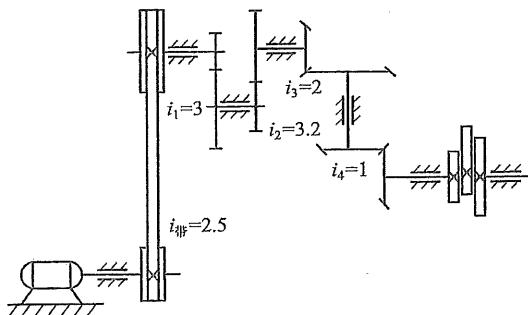


图 12-25

如果该传动链很短,且传动功率不很大,也可不用多级齿轮传动,而只应用蜗杆传动,或前面介绍的少齿差传动、谐波传动,那时,带传动也不必将传动比取为 2.5,而改取为 1 就可以了。由此可以看出,机械运动方案的设计极具灵活性,不同的设计者会对同一机械给出迥然不同的设计方案。有时电控系统的加入会使机械传动本身大大简化。

二、自动称药机的运动方案设计

要求:依次向空弹壳内装入一定数量的两种药粉,并将其自动送至托弹盘中,空弹壳的摆入与托弹盘的移走为人工操作。生产率 6 发/min。

1. 任务的分析及运动参数的确定

该设计有四种物料流(输入实物):空弹壳、药粉 I、药粉 II 及托弹盘。这四种物料应有序适时流入。该设备必须具有两组送药、两组称量装置及两组落药机构,药粉可同时称量,但落药必须有序。落药只能发生在空弹壳进入落药斗下方以后,否则药将落空,散落在机器上。装好两种药的弹壳依序进入具有五列、每列装六发弹的托弹盘中。然后,托弹盘移走。以上的动作是严格有序的,并且 6 发/min 的时间节拍必须保证。也就是说 10 s 必须完成一个运动(工作)循环。

重要的运动参数有三个,它们最初都是以时间表示的,在具体进行运动方案设计时应转化为执行机构的运动。

1) 运动循环时间, $t_{\text{循环}}$ 为 10 s。它包括送入空弹壳时间 $t_{\text{送弹}}$ 、落第一种药时间 $t_{\text{落药1}}$ 、落第二种药时间 $t_{\text{落药2}}$ 、送出盛满药的弹壳时间 $t_{\text{出弹}}$ 。另外,尚应加入保障动作完成的少量附加时间 $t_{\text{附加}}$ 。所以有 $t_{\text{循环}} = t_{\text{送弹}} + t_{\text{落药1}} + t_{\text{落药2}} + t_{\text{出弹}} + t_{\text{附加}}$ 。

2) 两种药的分别称药时间 $t_{\text{称药1}}$ 和 $t_{\text{称药2}}$,这两个时间可以与送弹时间重合。

3) 托弹盘的移动时间。这是一个与以上时间不能重合的独立时间,但它是



每六发弹装满一列时移动一次,所以占用时间较短。

2. 运动方案的设计

(1) 广泛的调研

一个好的运动方案的设计,一定是在充分了解设计任务之后,并经过广泛的调研、综合而得出的。一部复杂的机器的设计必须经过这一步骤。

调研的内容:

- 1) 药的称量方式和种类:容积法还是称重法?
- 2) 送药方式:拨轮送药、推板送药,还是振动送药?
- 3) 空弹壳的传送采用传送带、链条还是其他方式?
- 4) 空弹壳到位如何进行检测:机械式的还是电子式的?
- 5) 如何实现托弹盘装满一列六发盛药弹时的移动,采用哪种机构?
- 6) 落药斗门的开启与关闭要求时间短、节拍快,如何实现?
- 7) 动力源采用电、液还是气?

经过调研的每一项内容都必须在分析后得出结论,最后取一种答案。否则有两三种供选择的答案也是可以的,然后经专家和有经验的技术人员认真研究,决定取舍。绝不能只立足于局部考虑问题,必须统观全局,对整部机器设计有利。

(2) 动力源的选择与执行机构的确定

在称药机中应用液压作为动力源是不合适的,这是因为,第一有污染,第二没有大的动力需要传递。在非连续动作、节拍又很快的地方,宜采用气动力源。落药斗门的开闭、托弹盘的移动传送带均可采用气压驱动。送药机构用步进电机带有特殊槽形的拨料轮的旋转实现送药,电驱动易于控制,与气动马达比较,造价低。空弹壳的移动用翼片滚子链拨动,以步进电机驱动,因移动速度较低,在电动机与链轮中间通过谐波减速器减速。称药机的传动简图如图 12-26 所示。其中,① 为称量部分;② 为主输送机部分;③ 为副输送机部分。

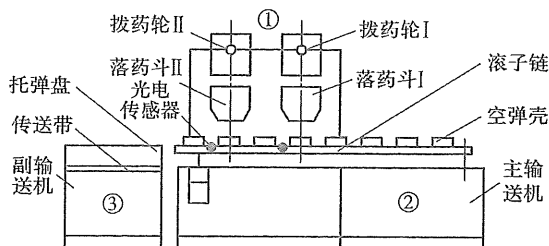


图 12-26



空弹壳移动至落药斗门下方通过光电检测装置实现定位,这较使用槽轮机构要优越得多,因为当空弹由于某种原因不能连续进入落药位置时,前者可以容易地检测出弹壳缺位,而后者则不可能有此功能。因此,在较复杂的机械设备中,加入电控及电测参与协调工作有可能大大简化纯机械设备的复杂性。

(3) 运动循环图的设计与绘制

在自动称药机中有多个执行构件,它们是主输送机中的滚子链、副输送机中的传送带、拨药轮 I、拨药轮 II、落药斗门开闭机构 I 及 II。它们的动作是有序的,但为提高生产率,某些执行构件的动作又必须在时间上重合或部分重合。这种循环图的绘制需要经过对机构的充分了解甚至实验后,认定其确实可以在某一时间段内完成这一动作,方可绘入循环图中,否则只能另选机构代替,或改变循环图中的时间分配。在设计中循环图可进行修改和完善。

自动称药机的运动循环图如图 12-27 所示。一个运动循环时间为 10 s。动作的起始点可选在空弹壳的初始移动位置上。

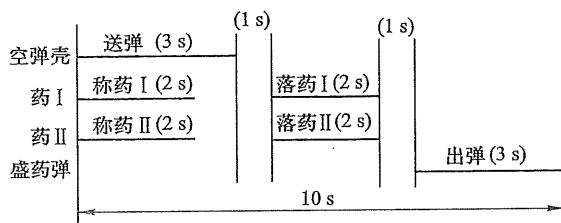


图 12-27

从图 12-27 可以看出,送弹时间与称药 I、称药 II 时间是重合的。落药 I 与落药 II 的时间也可以是重合的。这种时间的重合,大大缩短了完成整个运动循环的时间,提高了生产率。但这又给方案设计提出了要求,即弹壳的到位(到落药斗下)必须是两发分别同时到达落药斗下,即两个落药斗的设计要有相对位置保证。

通过上述两个机械运动方案设计实例可见,要想得到一个理想的设计方案,必须掌握多方面的知识,了解多方面的信息,集思广益,善于比较,才能根据实际需要提出诸多方案,并选择出最优者。

三、纹版自动冲孔机的方案设计

1. 设计任务与总功能分析

1) 总体功能。微机控制纹版自动冲孔系统,由扫描系统、微机图像处理系统、冲孔机三部分组成。光学扫描系统,从织物的意向图(或小样图)中获得图



像信息,经微机图像系统处理后,控制冲孔机在纹版上冲出各种排列的孔。然后把一批冲成各种排列孔的纹版送至提花织机,就可织出所需图案的织物。本题目的是设计冲孔机。

2) 纹版规格。厚度为 0.8~1 mm 的纸板,纸板的规格如图 12-28 所示,每块纹版上最多能冲 16 排孔,每排最多能冲 98 个孔,孔径为 0.3 mm。

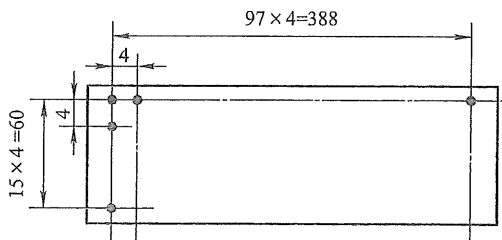


图 12-28

3) 生产率为 15 块/min。

4) 执行动作为分纸、递纸、步进送纸、冲孔、集纸。

5) 控制。冲孔指令由微机发出,每排冲针为 98 个,由微机提供信息,控制每个冲针的动作(冲孔或不冲孔)。纹版作间歇步进运动,冲完 16 排孔。这些冲成不同排列孔的纹版,就代表着所需的图案信息。

6) 结构与环境。冲孔机的结构要紧凑、动作要稳定可靠、精确。该机与光学扫描系统、微机控制系统设置在环境洁净的室内。

2. 纹版冲孔机的功能分解

根据总体功能的要求,把工艺动作用图 12-29 所示的纹版冲孔功能图来描述。

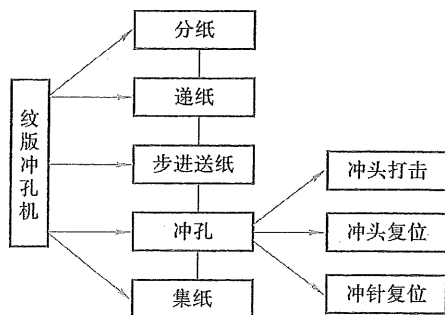


图 12-29



3. 纹版自动冲孔机的功能原理

- 1) 根据树状功能图,确定完成这些分功能的技术原理。
- 2) 选择原动机的形式及运动参数。确定执行构件的运动形式。
- 3) 确定传动链。仔细分析电动机的运动参数与各执行构件的运动形式、运动参数;考虑总体布局,通过减速器、离合器、运动分支和变向,把电动机的转动通过传动机构转化为执行机构所要实现的运动形式。

把上述的传动链构思用运动转换功能图来表示,如图 12-30 所示。

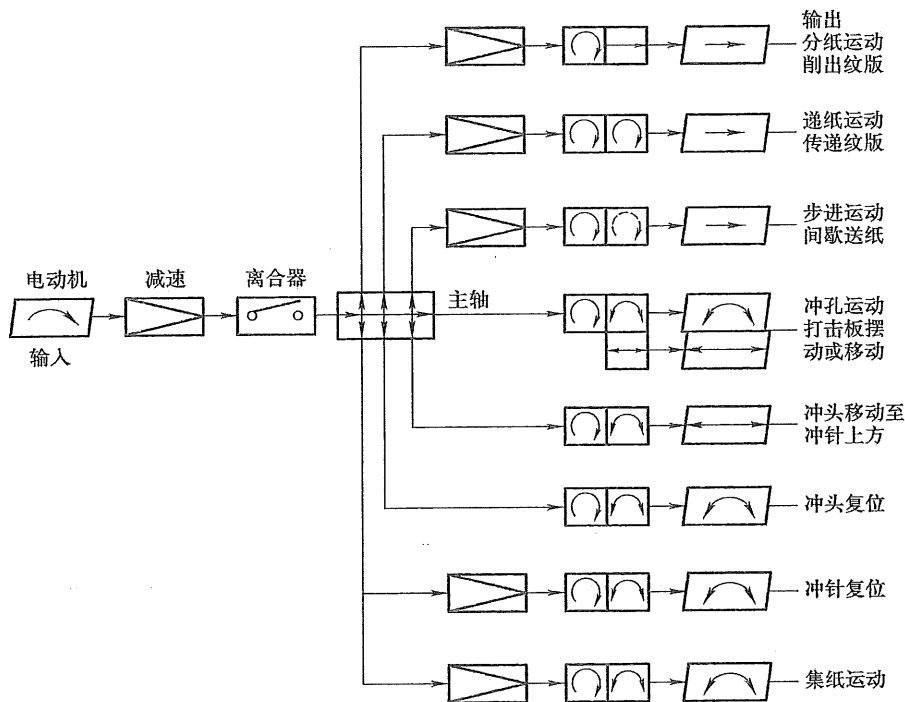


图 12-30

4. 纹版自动冲孔机的运动循环图

根据表 12-4 纹版自动冲孔机的功能原理和图 12-30 所示纹版自动冲孔机运动的功能原理图,把每一个矩形框中的基本运动进行功能转换,以主轴转角 φ 为横坐标,各执行机构中执行构件的运动为纵坐标,形成纹版自动冲孔机中,分纸、递纸、步进、冲孔集纸动作之间相互协调配合的运动循环图,如图 12-31 所示。



表 12-4 纹版自动冲孔机的功能原理

分功能			分功能解 (匹配机构或载体)			
			1	2	3	4
减速	A		带传动 (平带、V带)	链传动	齿轮传动	蜗杆传动
离合	B		电磁离合器	—	—	—
减速	C		同步带传动	链传动	齿轮传动	摆线针轮传动
分纸:把纹版从库中分离出来	D		摆动从动件盘形凸轮机构+摇杆滑块机构	摆动从动件圆柱凸轮机构+摇杆滑块机构	移动从动件盘形凸轮机构	移动从动件圆柱凸轮机构
递纸:传送纹版	E		摩擦叶轮机构使纹版移动	链传动机构使纹版移动	带传动使纹版移动	
间歇送纹版	F		槽轮机构+摩擦滚轮机构	棘轮机构+摩擦滚轮机构	不完全齿轮机构+摩擦滚轮机构	圆柱凸轮间隙运动机构
冲孔运动:打击板摆动或移动	G		曲柄摇杆机构	曲柄滑块机构	六杆摇杆机构	六杆摇杆机构
冲头(滑块)移动至冲针上方	H		曲柄滑块机构	—	—	—
冲头(滑块)复位	I		摆动从动件盘形凸轮机构+四杆摇杆机构	—	—	—



续表

分功能			分功能解(匹配机构或载体)			
			1	2	3	4
冲针复位	J		摆动从动件盘形凸轮机构+四杆摇杆机构	—	—	—
集纸运动	K		曲柄摇杆机构	摆动从动件盘形凸轮机构	摆动从动件圆柱凸轮机构	—

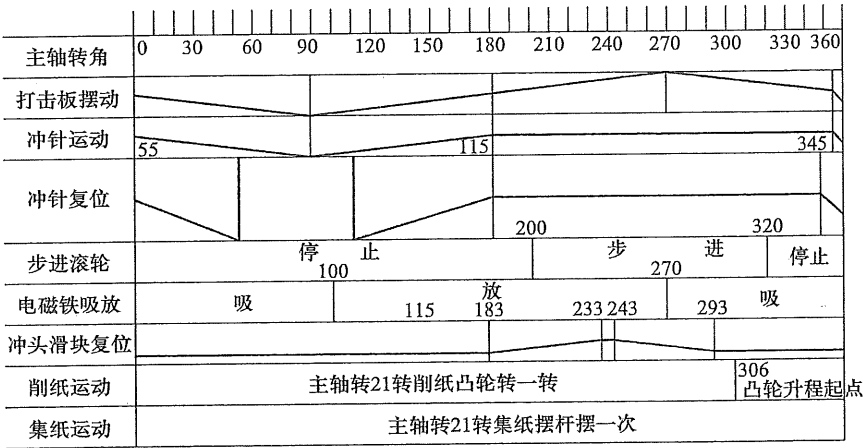


图 12-31

5. 纹版自动冲孔机的运动方案设计

图 12-32 为方案 I 的运动方案设计机构简图。

1) 分纸运动。由图 12-32 中 1 凸轮滑块机构把纹版从库中逐张削出。

2) 递纸运动。由图 12-32 中 2 递纸机构的摩擦滚轮把纹版传送至步进机构处。

3) 步进送纸。由图 12-32 中 3 槽轮机构带动摩擦滚轮, 接住递纸滚轮送来的纹版, 使之作间歇移动, 移距为 4 mm。

4) 冲孔运动。由图 12-32 中 5 冲孔曲柄摇杆机构控制冲头上下摆动; 由图中 8 电磁铁控制的曲柄滑块机构控制冲头或在冲针上方或不在冲针上方, 这两个机构的组合运动使冲头打击冲针或不打击冲针, 以达到冲孔或不冲孔的目的。



而电磁铁吸、放的信号是由微机控制系统提供的。

5) 冲针复位运动。由图 12-32 中 6 冲针复位凸轮连杆机构带动梳子板摆动使冲针向上运动复位。

6) 冲头复位运动。由图 12-32 中 7 冲头复位凸轮连杆机构带动镶齿摆动, 向左摆动把冲头推至冲针上方而复位。起到类似计算器清零的作用, 以防止发生误冲孔的动作。

7) 集纸运动。由图 12-32 中 9 集纸曲柄摇杆机构的摇杆接住已冲好孔的纹版, 通过摆动把纹版按顺序堆放起来。该机构的曲柄亦与原动机通过传动链相连接。

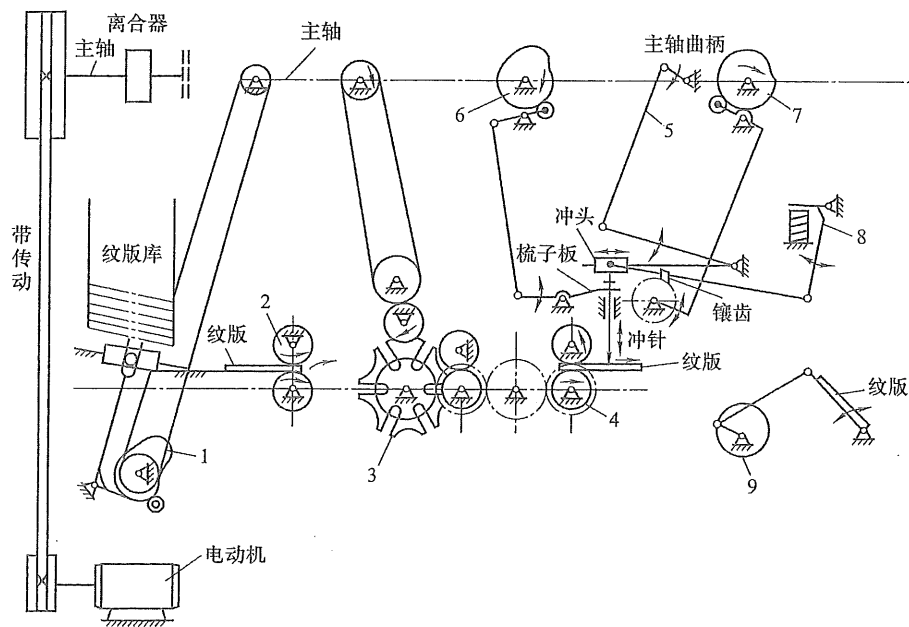


图 12-32

- 1—凸轮滑块机构; 2—递纸机构; 3—槽轮机构; 4—步进滚轮; 5—冲孔曲柄摇杆机构;
6—冲针复位凸轮连杆机构; 7—冲头复位凸轮连杆机构;
8—电磁铁驱动曲柄滑块机构; 9—集纸曲柄摇杆机构

四、产品包装生产线的方案设计

1. 设计任务与总功能分析

某产品包装生产线功能描述如图 12-33 所示。输送线 1 上为已包装产品,



其尺寸为 $600\text{ mm} \times 200\text{ mm} \times 200\text{ mm}$ (长 $\times$ 宽 $\times$ 高)。采取步进式输送方式,将产品送至托盘 A 上(托盘 A 上平面与输送线 1 的上平面同高)后,托盘 A 上升 5 mm 、顺时针回转 90° ,把产品推入输送线 2;托盘 A 逆时针回转 90° ,然后下降 5 mm ,回复原始位置。原动机转速为 $1\,430\text{ r/min}$,产品输送数量分三挡可调,输送线 1 每分钟分别输送 7、14、21 件小包装产品。

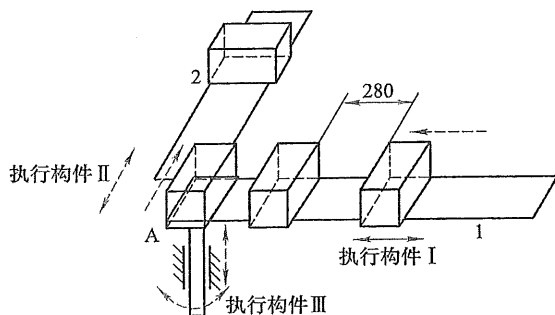


图 12-33

2. 绘制包装生产线初始机械运动循环图

该生产线需要四个工艺动作完成其功能。第一个工艺动作是产品在输送线 1 上的推送动作,由执行构件 I 实现;第二个工艺动作是产品向输送线 2 的推送动作,由执行构件 II 实现;第三个工艺动作是产品在托盘上的升降动作,由执行构件 III 实现;第四个工艺动作是产品在托盘上的回转动作,由执行构件 III 实现。根据包装生产线的功能描述和功能简图,可以绘制出执行构件 I、执行构件 II、执行构件 III 的初始机械运动循环图见表 12-5。

表 12-5 初始机械运动循环图

构件 I	进	退				
	停	停	停	进	退	停
构件 II	停	升	停	停	停	降
	停	停	-90°	停	$+90^\circ$	停

注: -90° 表示顺时针转 90° ; $+90^\circ$ 表示逆时针转 90° 。

3. 机械运动传递路径规划

每一个工艺动作都需要有一条由原动机到其执行构件的运动传递路径。四个工艺动作的运动传递路径如图 12-34 所示。运动链 I 可以看作主运动链,运动链 II、运动链 III、运动链 IV 可以看作副运动链。

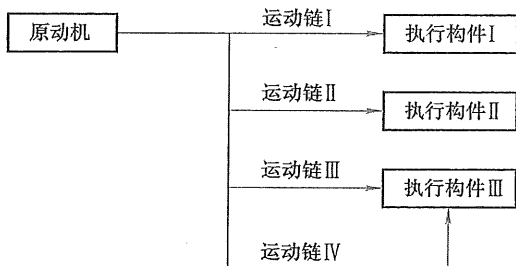


图 12-34

4. 机械运动功能系统图

机械系统中的运动链是由各种机构组成的,每种机构都承担着运动传递、运动变换(大小、方向、运动特性的变换)的功能。决定运动链运动功能的因素是原动机的运动特性、执行机构的运动特性及执行构件的运动特性。各条运动链运动功能的设计应首先从主运动链开始;每条运动链的运动功能设计,从运动链的两端开始。包装生产线的机械运动功能系统图如图 12-35 所示。

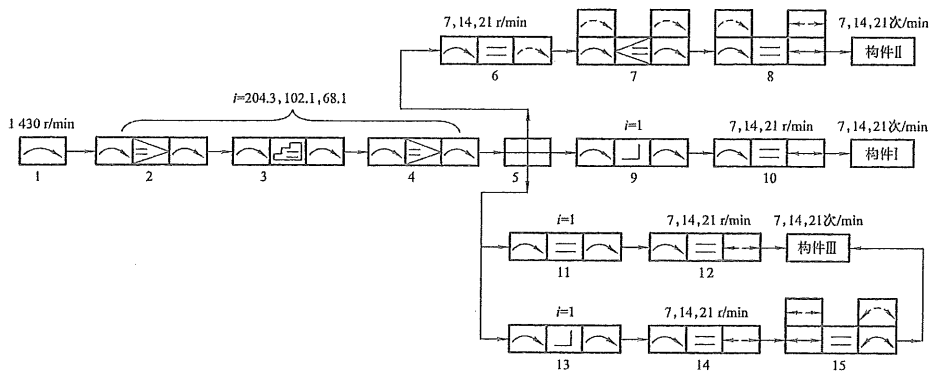


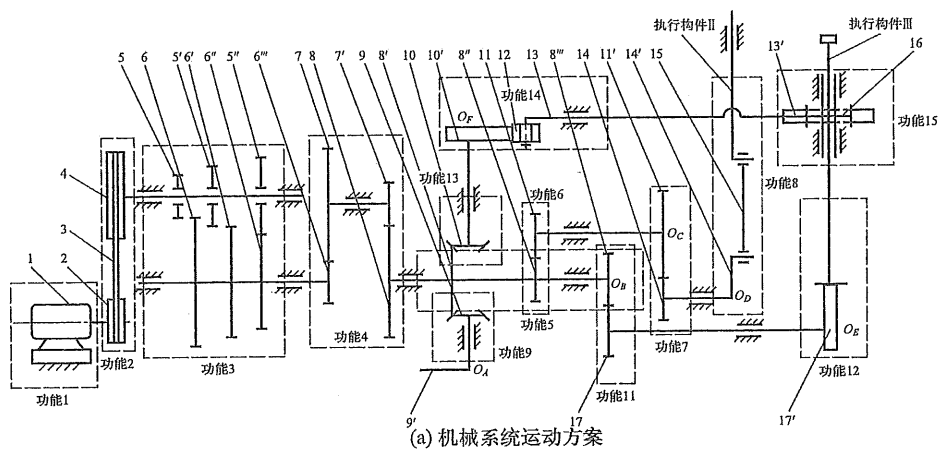
图 12-35

5. 机械系统运动方案

根据图 12-35 所示的机械运动功能系统图,选择合适的机构逐一替代图 12-35 中的各个“运动功能单元表达符号”,便可形成图 12-36 所示的包装生产线的机械系统运动方案。

6. 实际机械运动循环图

对包装生产线的机械系统运动方案进行运动分析,可以绘制出实际的机械运动循环图(表 12-6)。通过对实际机械运动循环图进行分析,可以判断该机械系统运动方案能否实现其功能描述的运动功能。



1—电动机；2、4—带轮；3—皮带；5、5'、5''、6、6'、6''、6'''、7、7'、8、8''、8'''、11'、14、16、17—齿轮；
8'、9、10—锥齿轮；8''、11—不完全齿轮；9'、14'—曲柄；10'、17'—凸轮；12—滚子；13—推杆；
13'—齿条；15、20—连杆；18—滑块；19—摇杆

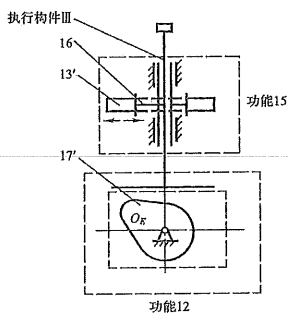
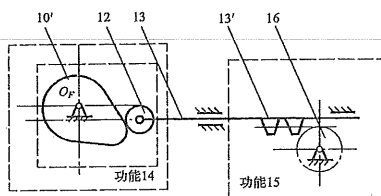
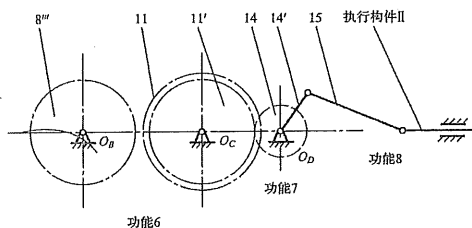
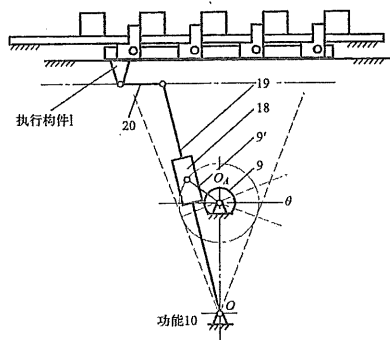


图 12-36

表 12-6 实际机械运动循环图

构件 I	进		退				
	180°	180°+ θ	360°				
曲柄 9'	180°	180°+ θ	360°				
构件 II	停	停	停	停	进	退	停
曲柄 14'	停	停	停	停	180°	360°	停
不完全 齿轮 11	停	停	停	停	动	动	停
不完全 齿轮 8"	180°	180°+ θ	216°+4 θ /5	252°+3 θ /5	288°+2 θ /5	324°+ θ /5	360°
构件 III	停	停	升	停	停	停	降
	停	停	停	-90°	停	+90°	停
凸轮 17'	180°	180°+ θ	216°+4 θ /5	252°+3 θ /5	288°+2 θ /5	324°+ θ /5	360°
凸轮 10'	180°	180°+ θ	216°+4 θ /5	252°+3 θ /5	288°+2 θ /5	324°+ θ /5	360°

注: -90°表示顺时针转 90°; +90°表示逆时针转 90°。

§ 12-7 机构的创新设计

机构的创新设计是在新构思的基础上进行的设计,这不仅需要熟练掌握各种机构的基本知识,还需要丰富的想象与灵感。只有开阔视野,不拘泥于传统的方法,充分吸收和应用各学科的新技术,才能创造出新机构。机构的创新设计可包括对原有机机构的创新应用、新机构的构思和原动机的创新发展三个方面。随着科学技术的不断发展,机构的创新设计将会不断被赋予新的内容。

一、机构的创新应用

在某些特定的应用场合下,对原有的机构做非常规的应用,是机构的创新设计之一。

如图 12-37 所示的惯性振动蛙式夯土机就是机构的创新应用例证。蛙式夯土机由电动机 1 经两级带传动 2 及 3 带动轴 5 与其上的不平衡重块 6 同时回转。在轴 5 上的不平衡重块 6 回转至某段位置区间时,带动夯土机夯头 4 抬起并向前移动后夯实地面。构思者巧妙地利用了回转体转动时产生的不平衡惯性力,带动夯土机分别完成夯土及蛙式跳跃移动两个不同动作。

管道机器人通常总是工作在直径很小的油、气、水管中的,机器人爬行时需



多轮同时支撑于管壁内。要用同一动力同时带动三四个管道机器人的驱动行走轮运动,实现起来非常困难。设计者突破蜗杆传动的常规应用,提出由一个蜗杆带动三个蜗轮同步驱动三组运动轮转动的结构紧凑、运动精确的轮式行走机构。图 12-38 中的蜗杆 1 在电动机带动下驱动均布的三个蜗轮 2 同步回转,每个蜗轮都带动一组行走轮(图中未画出),以完成机器人在管内的爬行。这是蜗杆蜗轮机构创新应用的一个例证。

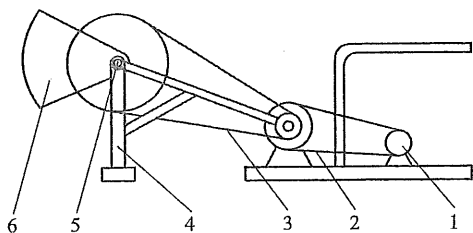


图 12-37

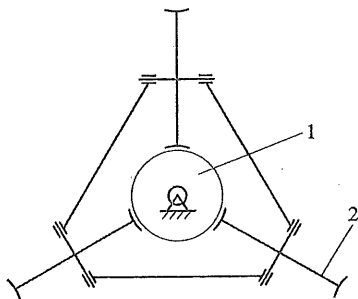


图 12-38

二、新机构的构思

1. 原有机构的发展

机构的创新构思也体现在原有机构的不断发展上。以减速机构为例,通常人们要求减速机构应有高的效率、小的尺寸和大的传动比。单级的齿轮减速机构,传动比一般不大于 10,减速比大的场合,就需要采用多级齿轮减速机构,这势必增大机构的尺寸。为了增大齿轮传动的传动比,20 世纪 40 年代发明了少齿差行星传动(见第八章 § 8-5),其关键技术是使内、外齿轮的齿数差减小,甚至减少到 1,从而使传动比可以达到 100 甚至更多。少齿差行星传动的运动输出需要一种特殊输出机构,其效率不能太高,特别是由于其内齿轮的啮合角必须很大(为避免啮合干涉),使行星轮轴承受力加大而成为薄弱环节。因此,少齿差传动不能用于大功率传动。

为了克服少齿差传动的缺点,且保留其内啮合的优点,我国在 1980 年创造了一种称为三环传动的少齿差传动。这种传动不同于一般的少齿差传动(图 12-39a),其构思是使外齿轮 1 的轴线 O_1 固定,而用一个平行双曲柄机构 $O_1^H O_2^H O_2^H O_1^H$ 带动内齿轮 2(环板),使之作曲线平动(图 12-39b),从而带动外齿轮 1 绕固定轴线 O_1 回转。这样,可以有两个轴承支承环板,而且其尺寸不受限制,这就解决了少齿差传动中的行星轮轴承的薄弱环节问题。同时,因外齿轮 1



轴线固定,可直接输出,省去了输出机构。但由于平行双曲柄机构存在死点,会使机构运动不确定。因此,实际应用时,是由两根相互平行的、各自相位角相差 120° 的三个偏心轴颈(曲柄 $O_1^H O_2^H$)的高速轴带动三个环板内齿轮2,同时与一个宽齿外齿轮1啮合传动,故称为三环传动。三环传动可以传送很大的载荷,因而可用于冶金、矿山等重型机械中。

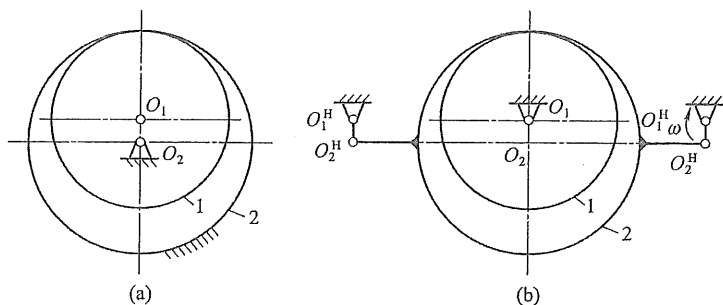


图 12-39

由上例可见,新机构创新的构思方向往往在于克服旧机构的缺点,或是由旧机构转化而来的。

与少齿差传动构思相同的是摆线针轮传动和谐波传动。前者是用摆线针轮代替了渐开线齿轮,其优点是实现了齿面的滚动接触,并且理论上有一半轮齿参与啮合,从而提高了传动效率和承载能力。后者是用波发生器的转动使柔轮在刚轮内爬行,由于柔轮与刚轮齿数差小(一般为2),且借助柔轮易于变形的特点,使两轮互相接触的齿数很多,从而提高其承载能力。由以上例子可以看出,机构的创新往往是在原机构的基础上发展起来的。

随着生产中提出新的要求,这种发展是层出不穷的。例如,就少齿差传动来说,在机器人传动中,过去常采用谐波传动,但由于其刚性较差,又发展了RV传动,其刚性极佳,回差很小,成为机器人应用中的最佳选择。

2. 新机构的创造

图 12-40 是一种利用纤维连杆将正逆旋转变换成直线往复运动的执行元件。它是人们根据绳梯扭曲能变短这一事实琢磨出来的,巧妙地将简单原理应用于实际机构中,因该机构具有传递柔软运动的特点,它被用于假手的研制中。这是新机构创造中的形象思维,是建立在崭新的设想上的。它需要对某事物反复思考,需要经验和灵感,一旦新机构构思完成,再经仔细设计与完善并应用到实践中,将给生活与生产带来进步。

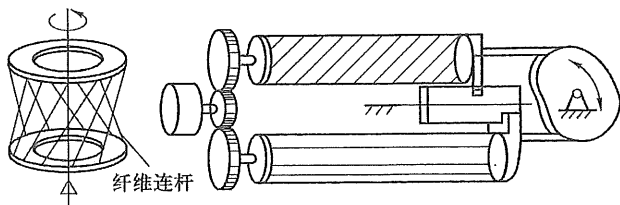


图 12-40

3. 组合机构

将几个机构采用并联封闭的形式组合后形成的机构称为组合机构。此时,机构的输出特性发生很大变化,这是机构创新设计的一个重要方面。目前,组合机构已有多种应用。

(1) 齿轮-连杆组合机构

齿轮-连杆组合机构种类很多,它由定传动比的齿轮机构与变传动比的连杆机构组合而成,可实现复杂多变的轨迹和运动输出,应用较广泛。

图 12-41 所示是实现复杂运动规律的齿轮-连杆机构,常用于包装机械中。图中,啮合点 M_{BC} 与 M_{CD} 分别为两对啮合齿轮的相对瞬心,由三心定理, M_{BC} 、 M_{CD} 连线与固定铰链 A 、 D 中心连线的交点 P_{s1} 为输出齿轮 5 与主动齿轮 1 的相对瞬心。因此,主、从动轮传动比 i_{s1} 为

$$i_{s1} = \frac{\omega_5}{\omega_1} = \pm \frac{e}{f}$$

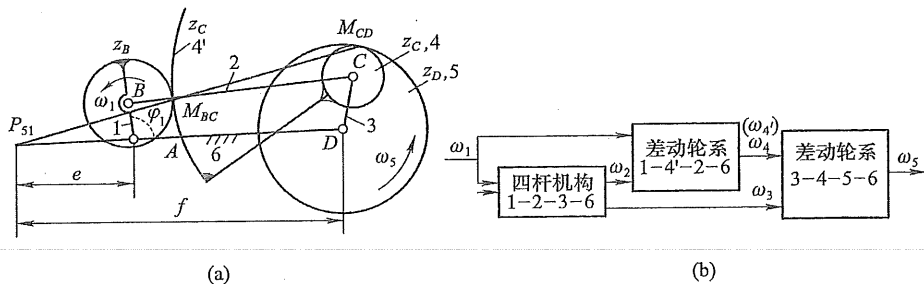


图 12-41

当 P_{s1} 位于机架上两固定铰链中心 A 、 D 之间时,主、从动轮转向相反,传动比 i_{s1} 取负值;否则取正值。当 P_{s1} 与 A 点重合时, $e=0$,由上式知, $\omega_5=0$ 。改变机构尺寸参数,可使 P_{s1} 点始终在 AD 之外,或瞬时与 A 点重合,或在 A 点左右移动,可得到齿轮 5 单向变速转动,或瞬时停歇变速转动或具有反向转动的变速转动,以适应不同的运动要求。图 12-42 为该机构不同的传动比图线。



图 12-43 为一种实现预定轨迹的齿轮-连杆机构,该机构为相啮合两齿轮上各有一转动副与杆组(RRR 杆组)相连接。两曲柄(齿轮)相对位置不同时,杆组内副点 M 的轨迹会各不相同,当曲柄 A_0A 对应曲柄 B_0B_I 时,内副点 M 形成轨迹 m_I-m_I ,当曲柄 A_0A 对应曲柄 B_0B_{II} 时,形成轨迹 $m_{II}-m_{II}$ 。改变两曲柄(齿轮)的转速比,可使轨迹周期变化,从而可得到更为复杂的轨迹曲线。

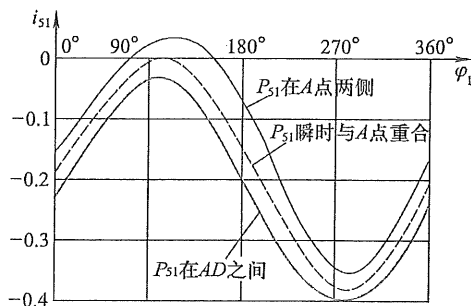


图 12-42

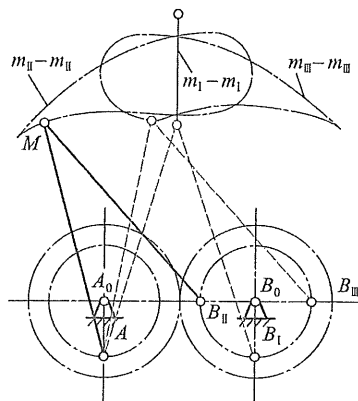


图 12-43

图 12-44 为一种实现复杂轨迹曲线的齿轮-连杆组合机构。机构运动时,从动轮上点 M 画出的轨迹形状取决于连杆机构的尺寸、齿轮传动比和点 M 在从动轮 5 上的位置。由于点 M 的轨迹既不是单纯的连杆曲线,也不是单纯的摆线,一般称其为齿轮-连杆曲线,它比连杆曲线复杂多样且易通过改变机构参数来改变曲线的形状。为使设计更有效,可先制定出轨迹图谱,选择轨迹相近的机构参数作为合理的设计初始值后,再进一步调整参数(如采用优化设计等方法),使轨迹进一步精确。

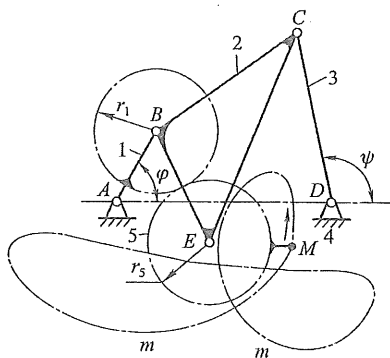


图 12-44

此外,一些齿轮-连杆机构可用来实现某些特殊的轨迹。图 12-45 所示的齿轮-连杆机构,当齿数比 $u = \frac{z_5}{z_2} = \frac{r_5}{r_2} = 4$ 、 $AM = \frac{r_2}{3}$ 时,行星轮 2 上定点 M 的轨迹为图



示的正方形。滑块 4 在行程 $s = \frac{16}{3}r_2$ 两端有停歇时刻。

(2) 凸轮-连杆组合机构

凸轮-连杆组合机构的形式很多。这类组合机构容易精确实现从动件预定的运动轨迹或运动规律。

图 12-46 所示为凸轮-导杆滑块组合机构。其中, A 处的滑槽是主动件, 它带动杆 1 回转, 其上滚子 4 将在凸轮槽中滚动。设计合适的凸轮廓线可使从动件滑块 3 精确实现预定的运动规律。该机构也可看作可变曲柄长度的对心曲柄滑块机构。据此, 对图 12-41a 所示的齿轮-连杆机构的主动曲柄 1 的长度 L_{AB} 也可由凸轮廓线约束, 使之成为可变长度曲柄, 则输出齿轮 5 的运动更精确, 更复杂多变, 这时的机构成为凸轮-齿轮-连杆组合机构。

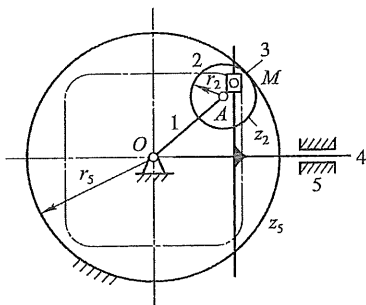


图 12-45

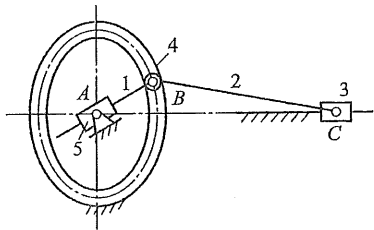


图 12-46

组合机构的形式是多种多样的, 上面仅就常见的几种做了简单介绍。

(3) 其他形式机构的组合

另一类机构的组合, 是引进了非刚性构件或气体、液体等中间介质, 由于这些中间介质的运动规律可以由电、液控制, 因此将机构组合与程序控制有机地结合在一起, 在现代工业中已有广泛的应用。

1) 带有挠性件的机构组合 图 12-47 所示的机构由链传动机构与滑块机构组合而成, 可使滑块 5 在很长的行程内实现往复等速运动。因滑块在换向点作简谐运动, 反向冲击小, 换向平稳。

2) 具有气体、液体等中间介质的机构组合 图 12-48 所示为挖掘机机构, 三个摆动液压缸分别安装于前一机构的某一杆件上, 推动后一机构的某杆件运动, 形成开式链机构。缸 I 工作时, 使杆 1 绕点 A 摆动, 缸 II 使杆 2 绕杆 1 上的点 F 转动, 而缸 III 则驱动平行曲柄机构 HJK 运动, 从而使挖掘头 4 实现挖掘运动。

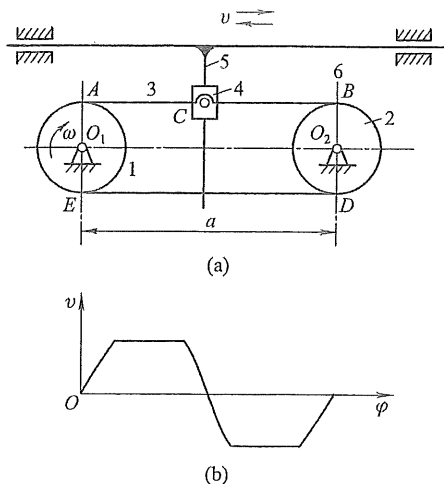


图 12-47

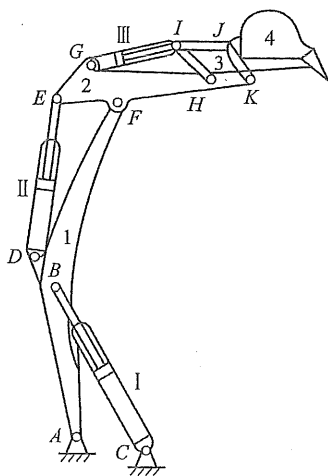


图 12-48

三、原动机的创新发展

由于电子技术、材料科学的发展,目前新型驱动器的研究和开发已取得了重大成果,对提高装置和设备的自动化起着重要作用,其中一些新型的驱动原理也给机构设计与应用带来了新思想。在机构设计中应该吸收这些新成果,紧跟时代发展的步伐,设计出新颖合理的机械装置来。以下简单介绍几种新型驱动器。

1. 新型电动机

今天的一些电动机已与传统的形式有很大的不同,交流变频调速技术的应用大大简化了机械变速机构。直线电动机可直接输出直线运动,采用这种电动机将不再需要诸如滚珠丝杠等直线传动机构,并且具有非常高的传动定位精度(μm 级)。例如,使用直线驱动器的电子打字机运行稳定、机构简单、不需要调整。直接驱动电动机,不需要经齿轮等减速机构,而可直接用于机器人的关节驱动,大大简化了机械的结构。即使是传统的电动机,随着高磁性材料和化学加工方法的应用,其尺寸也越来越小。如使用照相刻蚀、电镀方法制作的盒式录像机驱动用新型无刷直流电动机厚度仅为 4 mm,其中 4 层绕组总厚度为 0.7 mm,永久磁铁厚度为 1 mm。此外,还可采用硅技术(IC 制造技术)制作微型电动机。

2. 新材料驱动器

由于新材料的出现,产生了许多新型驱动原理与新型驱动器,它们给机构设计带来了新思想。

利用压电陶瓷开发的压电驱动器可用于驱动细小管道中运动的微型机器人。



用压电陶瓷开发的超声波驱动器没有铁心和线圈,并且响应快,力矩大,不需要减速装置就可低速运行,它可广泛用于摄像机、机器人、汽车电器等的驱动中。

形状记忆合金(SMA)随着温度的变化产生一定变形,利用这一特性开发的 SMA 驱动器已用于房间空调挡板的自动控制、门扉驱动及小型机器人的关节驱动。

超导材料在临界温度下呈退磁状态,在临界温度以上呈磁性状态,因此它可直接将热能转变为机械能。用其开发的超导驱动器所需要的温差小,驱动效率高。

此外,利用高分子材料凝胶受到各种刺激发生机化作用开发的高分子凝胶驱动器,其本身还具有传感特性,并且在运动过程中与生物体肌肉一样,有很好的柔顺性,可用作生物驱动器。利用光致伸缩、光吸收而产生磁化变化的新材料开发的光驱动器,可实现真空中非接触驱动,适于制造真空中对晶片类物体柔性抓取的机械手。

3. 多自由度驱动器

多自由度机械需要多个主动件,每个主动件都需要一个驱动器,有时多个驱动器间还需要有一些机构作运动协调处理。多自由度驱动器在多自由度装置中应用,可以减少驱动器的数目,省去一些作运动协调的机构,降低装置的复杂程度,减小体积,提高运动精度。如专门设计的光盘读写头二自由度驱动器,可实现驱动光盘旋转并准确移动读写头到所期望的轨道位置。

四、机构创新设计案例分析

案例 1 摩托车尾部悬挂装置的创新设计

下面以摩托车尾部悬挂装置的设计为例,进一步说明机构的再生运动链及创新设计。

(1) 原始机构

选择如图 12-49 所示越野摩托车后轮悬架机构为原始机构,图 12-49b 中 1 为机架、2 为支承臂、3 为摆动杆、4 为浮动杆、5 和 6 分别为减振器的活塞和气缸。

(2) 设计约束

对悬挂系统中的连杆的功能和相互位置关系提出以下约束条件,作为新机构类型的创新设计依据:

- 1) 必须有一个减振器 S ;
- 2) 必须有一个固定杆作为机架 G ;
- 3) 必须有一个安装后轮的摆动杆 S_w ;
- 4) 机架 G 、减振器 S 和摆动杆 S_w 必须是不同的构件;
- 5) 摆动杆 S_w 必须与机架 G 相邻。

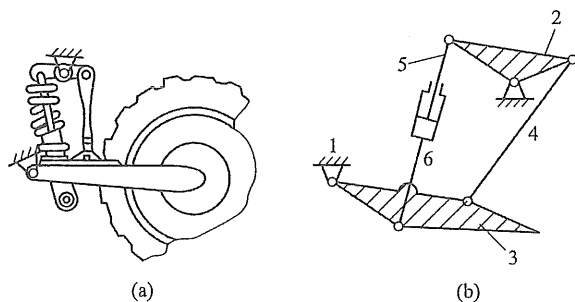


图 12-49

(3) 一般化运动链

将原始机构的机架释放得到原始机构转化出的两种基本的一般化运动链, 即斯蒂芬孙运动链和瓦特运动链。将两种运动链中的连杆按应用功能进行组合分配。

1) 两种运动链取不同的构件为机架, 构成非同构形式的 5 种运动链形式, 如图 12-50 所示为满足机架设置要求的再生运动链;

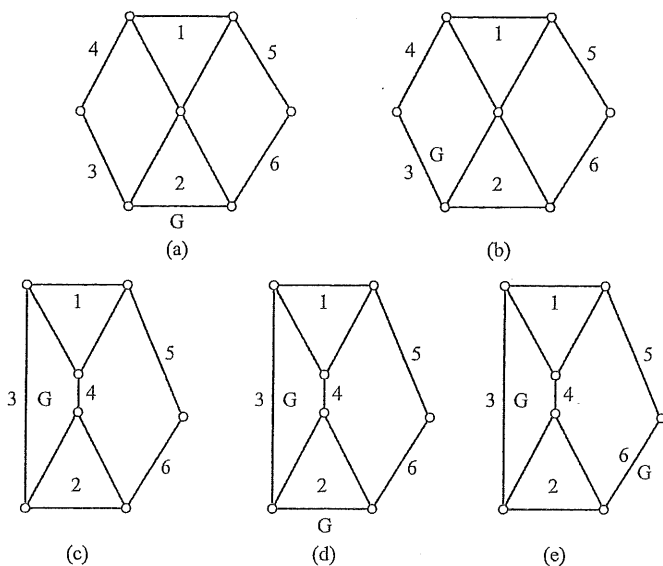


图 12-50

2) 由于只有 II 级杆组才可以构成减振器, 而在图 12-50e 中没有可以作为减振器的 II 级杆组, 故在安排上架架 G 和减振器 S 后, 运动链的非同构形式只有如图 12-51 所示的 4 种满足减振器设置要求的再生运动链形式;

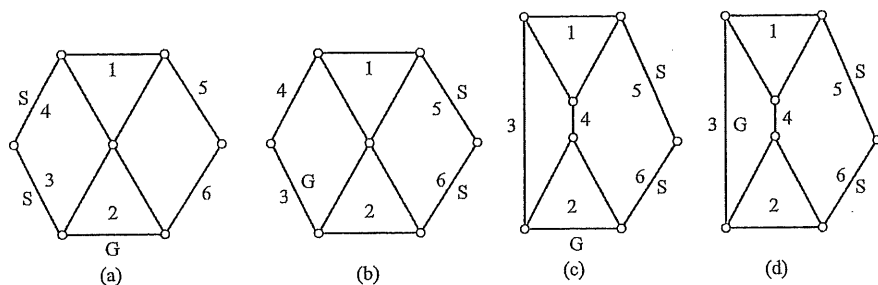


图 12-51

3) 将图 12-51 所示的 4 种运动链形式分别取不同的构件为摆动杆 S_w , 可以构成如图 12-52 所示的 10 种非同构的结构形式, 从而获得 10 种后轮悬挂机构的可行性方案。

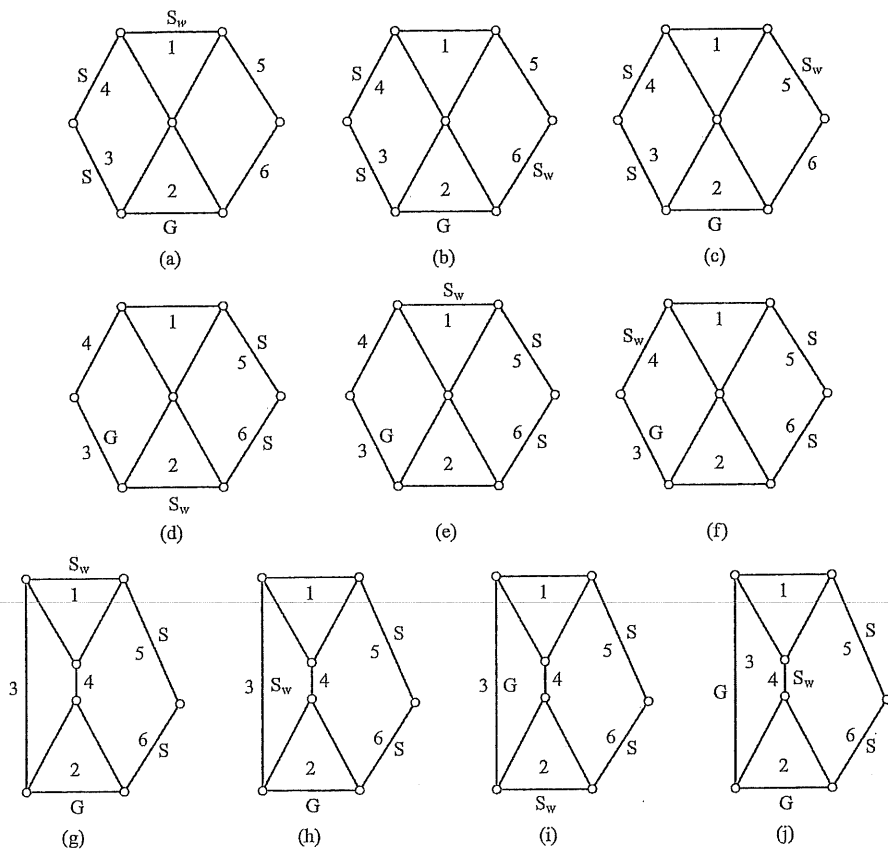


图 12-52



(4) 新机构

对于实际设计问题,其约束是多变的。考虑摆动杆 S_w 必须与机架 G 相邻的约束条件。如图 12-52 所示的 10 种方案中只有图 12-52a、b、d、f、h、i 能满足实际要求,于是用一般化过程反推得到图 12-53 所示的 6 种满足运动链条件的新机构。

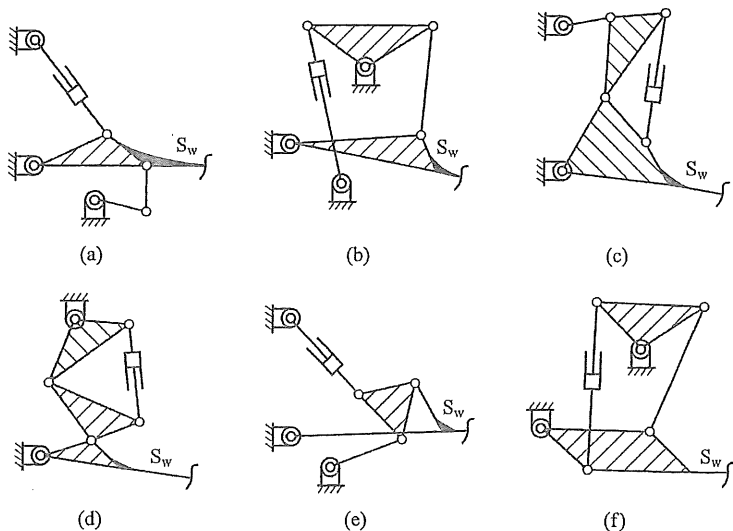


图 12-53

案例 2 飞剪机剪切机构的创新设计

(1) 飞剪机的功能和设计要求

1) 功能。在轧钢过程中,能够横向剪切运行中的轧件的剪切机称为飞剪机(简称飞剪),将飞剪机安置在连续轧制线上,用于剪切轧件的头、尾或将轧件剪切成规定尺寸。

2) 设计要求。① 剪刀在剪切轧件时要随着轧件一起运动,即剪刀应同时完成剪切与移动两个动作,且剪刀在轧件运行方向的瞬时分速度应与轧件运行速度相等或稍大于轧件运行速度(不超过 3%)。如果小于轧件的运行速度则剪刀将阻碍运行,会使轧件弯曲,甚至产生轧件缠刀事故。反之,如果剪切时剪刀在轧件运动方向的瞬时速度比轧件送行速度大很多,则轧件中将产生较大的拉应力,影响轧件的剪切质量并增加飞剪机的冲击载荷。② 为保证剪切质量和节省能量,两个剪刀应具有较好的剪刀间隙,且在剪切过程中,剪刀最好作平面平移运动,即剪刀垂直于轧件表面。③ 剪刀不得阻碍轧件的连续运动,即剪刀在空行程时应脱离轧件。

3) 性能要求和原始数据。① 最大剪切力为 300 000 N;② 侧向推力为

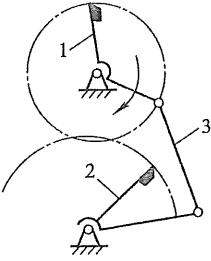
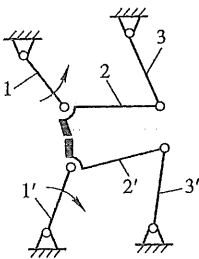
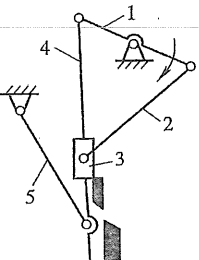


95 000 N;③ 最大剪切截面为 20 mm×230 mm;④ 最低剪切温度为 900 ℃;⑤ 剪切材料为碳素钢;⑥ 剪切时轧件速度:切头时为 0.4 m/s,切尾时为 0.8~1.3 m/s;⑦ 剪刀尺寸:开口度为 205 mm,重叠量为 10 mm。

(2) 飞剪机剪切机构的选型

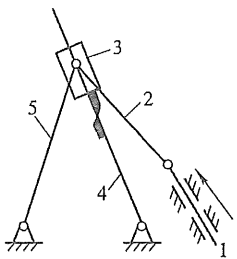
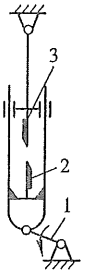
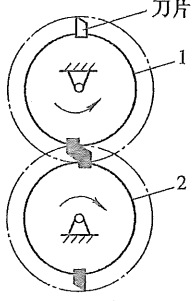
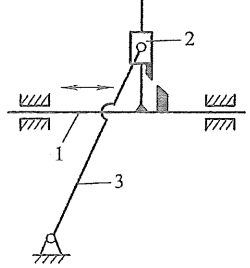
生产中使用的飞剪机剪切机构类型很多,如圆盘式、滚筒式、曲柄杠杆式、摆式等,其结构特点、运动特性及适用范围各不相同,就剪切机构而言,可以是一个基本机构,也可以是组合机构。表 12-7 给出了几种飞剪机剪切机构,在机构选型时进行分析、比较、评价选优。

表 12-7 几种飞剪机剪切机构

序号	结构简图与名称	机构组成、特点及应用
1	 四连杆式剪切机构	上剪刀与曲柄 1 固接,下剪刀与摇杆 2 固接。剪切时上剪刀随主动件曲柄 1 作整周转动,下剪刀随从动件摇杆 2 作往复摆动。该方案结构简单,剪切速度高,但由于剪切过程中剪刀的间隙变化,所以剪切质量不好,且下剪刀空行程时将阻碍轧件运动
2	 双四杆式剪切机构	由两套完全对称的铰链四杆机构组成,曲柄 1 与 1' 同步运动。上、下剪刀分别与连杆 2 和 2' 固接。如果曲柄 1、1' 与摇杆 3、3' 的长度设计得相差不大,剪刀能近似地作平面平行运动,故剪刀在剪切时刀刃垂直于轧件,使剪切断面较为平直,剪切时刀刃的重叠量也容易保证。该方案的缺点是结构较复杂,机构运动质量较大,动力特性不够好,故刀刃的运动速度不宜太快
3	 摆式剪切机构	构件 1 为主动件,通过连杆 2、导杆 4 及摆杆 5 使滑块 3 既相对于导杆移动,又随导杆一起摆动。上、下剪刀分别装在滑块 3 与导杆 4 上。该机构可始终保持相同的剪刀间隙,故剪切断面质量较好。如果将摆杆 5 制成弹簧杆,可保证剪切时剪刀随轧件一起运动,剪切结束靠弹簧力返回原始位置。该剪切机构能够剪切截面较大的钢坯

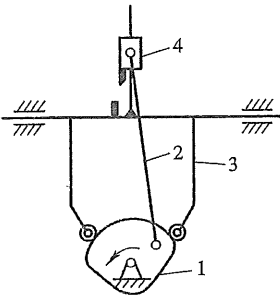
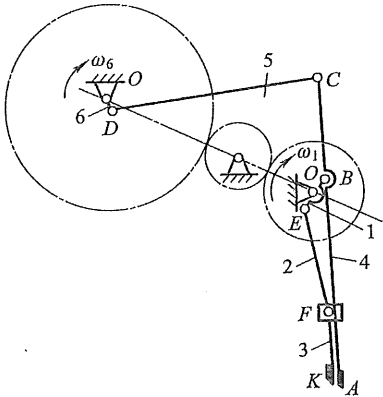
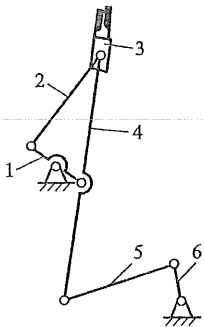


续表

序号	结构简图与名称	机构组成、特点及应用
4	 杠杆摆动式剪切机构	构件 1 为主动件,作往复移动,上、下剪刀分别安装在构件 3 与构件 4 上。当主动件运动时,通过连杆 2 带动摆杆 5 往复摆动。由于构件 2、5 与滑块 3 铰接,使其沿构件 4 滑动且带动构件 4 往复摆动。该机构无剪刀间隙变化,但由于主动件作往复移动,使剪刀的轨迹为非圆周的复杂运动轨迹,另外,由于往复运动的惯性,限制了剪切速度,一般用于速度较低的情况
5	 偏心轴式摆动剪切机构	偏心轴 1 为主动件,上、下剪刀分别安装在构件 3 与构件 2 上。偏心轴转动时,上、下剪刀靠拢进行剪切。该剪切机构主要用于剪切钢坯的头部,剪切断面较平直
6	 滚筒式剪切机构	上、下剪刀分别安装在滚筒 1、2 上。滚筒旋转时,刀片作圆周运动。当剪刀在图示位置相遇时,对轧件进行剪切。由于这种剪切机构的剪刀作简单的圆周运动,可以剪切运动速度较高的轧件,但由于上、下剪刀之间的间隙变化,剪切断面质量较差,仅适用于剪切线材或截面尺寸较小的轧件
7	 移动式剪切机构	含有两个移动副,移动导杆 1 为主动件,上、下剪刀分别安装在导杆 1 与滑块 2 上。当移动导杆运动时,上剪刀在前进过程中与下剪刀相遇将轧件剪断。该剪切机构剪刀无间隙变化,故剪切度量较好,但由于下剪刀装在移动导杆上,故其运动轴迹为直线

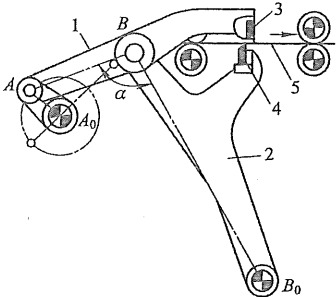
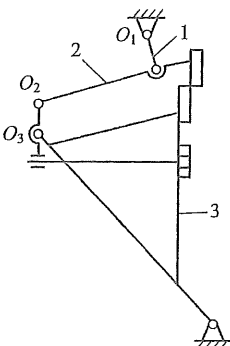


续表

序号	结构简图与名称	机构组成、特点及应用
8	 凸轮移动式剪切机构	该机构的执行构件与移动式剪切机构相同,只是主动件采用了等宽凸轮,凸轮机构的从动件则为移动导杆。与移动式剪切机构相比,由于主动件为连续的回转运动,避免了往复运动的惯性,剪切速度可相对提高,其他性能两者大致相同
9	 偏心摆式剪切机构	偏心轴 1 为主动件,偏心 OE 通过连杆 2 与上刀台 3 相连,另一偏心 OB 与下刀架 4 相连,下刀架 4 上装下刀台。偏心轴 6 由偏心轴 1 通过齿轮机构带动,其运动与偏心轴 1 同步。通过连杆 2、5 分别带动上刀台 3 与下刀架 4 作相同的摆动,同时又有相对移动,以完成剪切运作。为得到不同的剪切速度,还可将连杆 5 制成弹簧杆
10	 轨迹可调摆式剪切机构	构件 1 为主动件,下剪刀与滑块 3 固接,上剪刀固接于导杆 4 上。构件 6 为调节构件,可以通过其位置调节剪刀的运动轨迹和剪切位置,以使飞剪在最有利的条件下工作。剪切机工作时,杆 6 不动

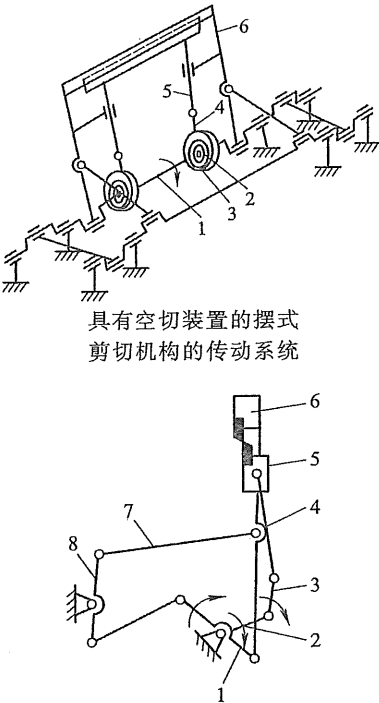


续表

序号	结构简图与名称	机构组成、特点及应用
11	 曲柄摇杆式剪切机构	主体机构为曲柄摇杆机构,分别在连杆 1 和摇杆 2 上安装上刀片 3 和下刀片 4。由于连杆 1 和摇杆 2 两运动构件的相对运动将钢带 5 切断
12	 剪刀间隙可调剪切机构	为实现剪切不同厚度的钢板,在上刀架 2 与下刀架 3 之间设置一偏心轴 O_2O_3,其中铰链点 O_2 固接于上刀架上,O_3 固接于下刀架上。通过下刀架上的固定螺栓,使偏心轴转动,以达到调整剪刀间隙的目的。当调整完毕后,O_2O_3 不能相对于下刀架运动,即与下刀架固接



续表

序号	结构简图与名称	机构组成、特点及应用
13	 具有空切装置的摆式剪切机构的传动系统 具有空切装置的摆式剪切机构简图	构件 6、5 分别为上、下刀架,下刀架 5 在上刀架 6 的滑槽中上下滑动。上刀架 6 与剪切机构的主轴 1 铰接,刀架 5 与连杆 4 铰接,通过外偏心套 3 和内偏心套 2 装在主轴 1 上,内、外偏心套各自独立运动。只有当内、外偏心套转到最上位置,且主轴 1 上的偏心也在同一时刻转到最下位置时,上、下剪刀才能相遇进行剪切。如果内、外偏心套和主轴 1 的转速相同,则刀架每摆动一次就剪切一次。若外偏心套的转速为主轴 1 转速的 $1/2$ 时,则刀架每摆动两次剪切一次

(3) 飞剪机剪切机构方案评价

考虑满足基本运动形式的要求,即切头、切尾的速度要求及开口度和重叠量的要求。对 13 种方案进行分析、比较,筛选出满足要求的双四杆式剪切机构、摆式剪切机构、偏心摆式剪切机构为初选方案,进一步可以用模糊综合评价法进行评价选优。



习题

12-1 在机械运动方案设计中,为什么要强调对执行构件的运动类型的充分了解?

12-2 机械运动方案设计中的运动循环图的作用是什么?为什么运动循环图要有修改和完善过程?

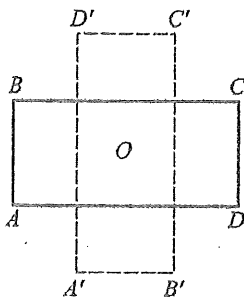
12-3 按本章对牛头刨床的运动要求,根据所掌握的牛头刨床的工作情况,自拟工艺参

数,进行两种运动方案设计(可忽略力的影响)。

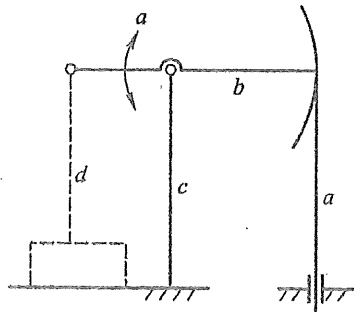
12-4 根据图 12-18b 的运动轨迹,应用所学过的机构的基本知识,设计两种机构运动方案,并阐述其优缺点。

12-5 至少提出两种机械运动方案,实现图示厚度为 5 mm 的矩形(400 mm×200 mm)钢板从位置 $ABCD$ 到位置 $A'B'C'D'$ 的翻转及搬运。搬运前后中心 O 可以重合,也可以不重合。

12-6 图示油田抽油机,为实现抽油唧筒 a 的上下运动(假定为 2 m),虚线 d 处应采用何种机构运动方案。



题图 12-5



题图 12-6

12-7 设计一汽车司机前窗玻璃的雨刷机构。已知车窗尺寸为 $600\text{ mm} \times 400\text{ mm}$ (长 $\times$ 高)。要求:

- 1) 扇形清擦,只供司机向车窗外观察。
- 2) 全部窗玻璃的清擦。

12-8 给出一机械升降平台的运动方案设计。升降平台用于摄影记者在高空摄像,最高升高高度为 10 m,要求能随时在任何高度停止。(必须保证记者人身安全。)

12-9 如何实现图示圆盘的精确转位与定位。要求转位角为 90° , 即圆盘上的 $a、b、c、d$ 点依次达到箭头指向的 A 处。

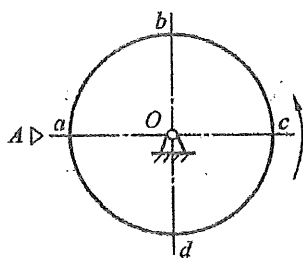
12-10 冲压机的功能描述如图所示。原动机转速为 $1\,430\text{ r/min}$, 冲头每分钟实现冲压次数为 15、25、40, 分 3 挡可以调节, 冲头行程为 200 mm , 卷状钢带料间歇送料, 每分钟送料长度为 300 mm 。设计要求:

- 1) 画出机械系统运动循环图；
- 2) 画出机械系统运动功能系统图；
- 3) 选定电动机转速、设计机械系统运动方案；
- 4) 确定机械系统传动部分运动尺寸、执行机构运动尺寸并对机械系统进行运动分析。

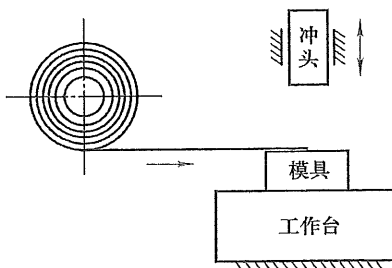
12-11 产品包装生产线如图所示,输送线 1 上为小包装产品,其尺寸为 $400\text{ mm} \times 200\text{ mm} \times 200\text{ mm}$ (长 $\times$ 宽 $\times$ 高),小包装产品送至 A 处达到 2 包时,被送到下一个工位进行包装。原动机转速为 $1\,430\text{ r/min}$,每分钟向下一工位可以分别输送 14、22、30 件小包装产品。设计要求:



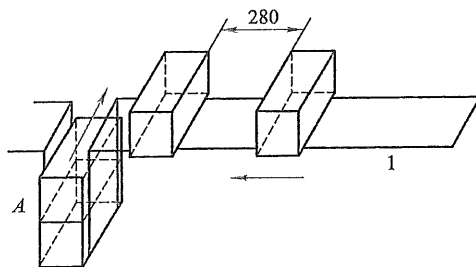
- 1) 画出机械系统运动循环图；
- 2) 画出机械系统运动功能系统图；
- 3) 选定电动机转速、设计机械系统运动方案；
- 4) 确定机械系统传动部分运动尺寸、执行机构运动尺寸并对机械系统进行运动分析。



题图 12-9



题图 12-10



题图 12-11

附录 I 常用 II 级杆组的运动分析与力分析数学模型

一、常用 II 级杆组运动分析数学模型

1. RPR II 级组的运动分析

图 I-1 是由两个构件与两个外转动副和一个内移动副组成的 RPR II 级组。

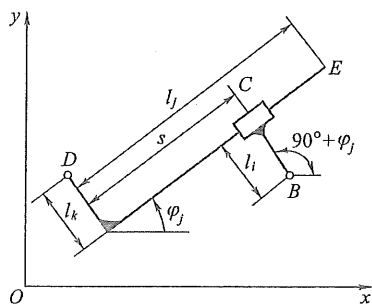


图 I-1

已知两构件尺寸 l_i, l_j, l_k 及两外转动副 B, D 的参数 $(x_B, y_B, \dot{x}_B, \dot{y}_B, \ddot{x}_B, \ddot{y}_B; x_D, y_D, \dot{x}_D, \dot{y}_D, \ddot{x}_D, \ddot{y}_D)$ 。

求内移动副的运动参数 $(x_C, y_C, \dot{x}_C, \dot{y}_C, \ddot{x}_C, \ddot{y}_C)$ 及构件上 E 点的参数 $(x_E, y_E, \dot{x}_E, \dot{y}_E, \ddot{x}_E, \ddot{y}_E)$ 、构件 l_j 的角位移 φ_j 、角速度 ω_j 、角加速度 α_j 。

(1) 位置方程

l_j 杆角位移:

$$\varphi_j = \arctan \frac{B_0 s + A_0 C_0}{A_0 s - B_0 C_0} \quad (\text{I-1})$$

式中: $A_0 = x_B - x_D$

$B_0 = y_B - y_D$



$$C_0 = l_i + l_k$$

$$s = \sqrt{A_0^2 + B_0^2 - C_0^2}$$

内移动副 C 的位置:

$$\begin{cases} x_C = x_B - l_i \sin \varphi_j = x_D + l_k \sin \varphi_j + s \cos \varphi_j \\ y_C = y_B + l_i \cos \varphi_j = y_D - l_k \cos \varphi_j + s \sin \varphi_j \end{cases} \quad (\text{I-2})$$

导杆上点 E 的位置:

$$\begin{cases} x_E = x_C + (l_j - s) \cos \varphi_j \\ y_E = y_C + (l_j - s) \sin \varphi_j \end{cases} \quad (\text{I-3})$$

(2) 速度方程

$$\omega_j = \dot{\varphi}_j = [(\dot{y}_B - \dot{y}_D) \cos \varphi_j - (\dot{x}_B - \dot{x}_D) \sin \varphi_j] / G_4 \quad (\text{I-4})$$

$$\dot{s} = [(\dot{x}_B - \dot{x}_D)(x_B - x_D) + (\dot{y}_B - \dot{y}_D)(y_B - y_D)] / G_4 \quad (\text{I-5})$$

式中: $G_4 = (x_B - x_D) \cos \varphi_j + (y_B - y_D) \sin \varphi_j$

点 C 和点 E 的速度:

$$\begin{cases} \dot{x}_C = \dot{x}_B - \dot{\varphi}_j l_i \cos \varphi_j \\ \dot{y}_C = \dot{y}_B - \dot{\varphi}_j l_i \sin \varphi_j \end{cases} \quad (\text{I-6})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_E = \dot{x}_D - \dot{\varphi}_j (l_j \sin \varphi_j - l_k \cos \varphi_j) \\ \dot{y}_E = \dot{y}_D + \dot{\varphi}_j (l_j \cos \varphi_j + l_k \sin \varphi_j) \end{cases} \quad (\text{I-7})$$

(3) 加速度方程

$$\alpha_j = \ddot{\varphi}_j = (G_6 \cos \varphi_j - G_5 \sin \varphi_j) / G_4 \quad (\text{I-8})$$

$$\ddot{s} = [G_5(x_B - x_D) + G_6(y_B - y_D)] / G_4 \quad (\text{I-9})$$

式中: $G_5 = \ddot{x}_B - \ddot{x}_D + \dot{\varphi}_j^2(x_B - x_D) + 2\dot{s}\dot{\varphi}_j \sin \varphi_j$

$G_6 = \ddot{y}_B - \ddot{y}_D + \dot{\varphi}_j^2(y_B - y_D) - 2\dot{s}\dot{\varphi}_j \cos \varphi_j$

点 C 和点 E 的加速度:

$$\begin{cases} \ddot{x}_C = \ddot{x}_B - \ddot{\varphi}_j l_i \cos \varphi_j + \dot{\varphi}_j^2 l_i \sin \varphi_j \\ \ddot{y}_C = \ddot{y}_B - \ddot{\varphi}_j l_i \sin \varphi_j - \dot{\varphi}_j^2 l_i \cos \varphi_j \end{cases} \quad (\text{I-10})$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_E = \ddot{x}_D - \ddot{\varphi}_j (l_j \sin \varphi_j - l_k \cos \varphi_j) - \dot{\varphi}_j^2 (l_j \cos \varphi_j + l_k \sin \varphi_j) \\ \ddot{y}_E = \ddot{y}_D + \ddot{\varphi}_j (l_j \cos \varphi_j + l_k \sin \varphi_j) - \dot{\varphi}_j^2 (l_j \sin \varphi_j - l_k \cos \varphi_j) \end{cases} \quad (\text{I-11})$$

2. RPP II 级组的运动分析

如图 I-2 所示的是由两个构件与一个外转动副 B 及两个移动副 (C 、 D) 组成的 RPP II 级组。

已知杆长 $BC = l_i$ 、外转动副参数 ($x_B, y_B, \dot{x}_B, \dot{y}_B, \ddot{x}_B, \ddot{y}_B$)、参考点 K 的参数 ($x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k, \ddot{x}_k, \ddot{y}_k$)、滑块 D 的导路与 x 轴夹角 φ_j 、滑块 C 和 D 两导路之间的

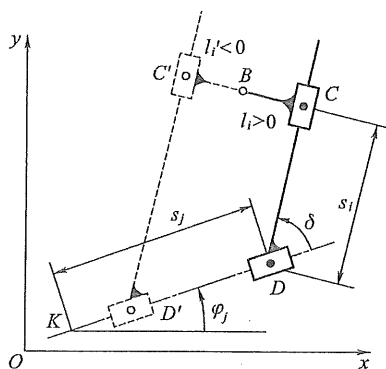


图 I-2

夹角 δ 。

求滑块 C 的参数 ($s_i, \dot{s}_i, \ddot{s}_i, x_C, y_C, \dot{x}_C, \dot{y}_C, \ddot{x}_C, \ddot{y}_C$) 和滑块 D 的参数 ($s_j, \dot{s}_j, \ddot{s}_j, x_D, y_D, \dot{x}_D, \dot{y}_D, \ddot{x}_D, \ddot{y}_D$)。

(1) 位置方程

内移动副 C 的位置方程:

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_B + l_i \sin(\varphi_j + \delta) \\ y_C &= y_B - l_i \cos(\varphi_j + \delta) \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-12})$$

$$\left. \begin{aligned} s_i &= (B_2 \cos \varphi_j - B_1 \sin \varphi_j) / B_3 \\ s_j &= [B_1 \sin(\varphi_j + \delta) - B_2 \cos(\varphi_j + \delta)] / B_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-13})$$

式中: $B_1 = x_B - x_k + l_i \sin(\varphi_j + \delta)$

$B_2 = y_B - y_k - l_i \cos(\varphi_j + \delta)$

$B_3 = \sin(\varphi_j + \delta) \cos \varphi_j - \cos(\varphi_j + \delta) \sin \varphi_j = \sin \delta$

外移动副 D 的位置方程:

$$\left. \begin{aligned} x_D &= x_k + s_j \cos \varphi_j \\ y_D &= y_k + s_j \sin \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-14})$$

(2) 速度方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{s}_i &= (B_5 \cos \varphi_j - B_4 \sin \varphi_j) / B_3 \\ \dot{s}_j &= [B_4 \sin(\varphi_j + \delta) - B_5 \cos(\varphi_j + \delta)] / B_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-15})$$

式中: $B_4 = \dot{x}_B - \dot{x}_k + \dot{\varphi}_j [l_i \cos(\varphi_j + \delta) + s_i \sin(\varphi_j + \delta) + s_j \sin \varphi_j]$

$B_5 = \dot{y}_B - \dot{y}_k + \dot{\varphi}_j [l_i \sin(\varphi_j + \delta) - s_i \cos(\varphi_j + \delta) - s_j \cos \varphi_j]$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_C &= \dot{x}_B + \dot{\varphi}_j l_i \cos(\varphi_j + \delta) \\ \dot{y}_C &= \dot{y}_B + \dot{\varphi}_j l_i \sin(\varphi_j + \delta) \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-16})$$



$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_D &= \dot{x}_k + \dot{s}_j \cos \varphi_j - s_j \dot{\varphi}_j \sin \varphi_j \\ \dot{y}_D &= \dot{y}_k + \dot{s}_j \sin \varphi_j + s_j \dot{\varphi}_j \cos \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-17})$$

(3) 加速度方程

$$\left. \begin{aligned} \ddot{s}_i &= (B_7 \cos \varphi_j - B_6 \sin \varphi_j) / B_3 \\ \ddot{s}_j &= [B_6 \sin(\varphi_j + \delta) - B_7 \cos(\varphi_j + \delta)] / B_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-18})$$

式中:

$$\begin{aligned} B_6 &= \ddot{x}_B - \ddot{x}_k + \ddot{\varphi}_j [l_i \cos(\varphi_j + \delta) + s_i \sin(\varphi_j + \delta) + s_j \sin \varphi_j] - \\ &\quad \dot{\varphi}_j^2 [l_i \sin(\varphi_j + \delta) - s_i \cos(\varphi_j + \delta) - s_j \cos \varphi_j] + \\ &\quad 2\dot{\varphi}_j [\dot{s}_i \sin(\varphi_j + \delta) + \dot{s}_j \sin \varphi_j] \\ B_7 &= \ddot{y}_B - \ddot{y}_k + \ddot{\varphi}_j [l_i \sin(\varphi_j + \delta) - s_i \cos(\varphi_j + \delta) - s_j \cos \varphi_j] + \\ &\quad \dot{\varphi}_j^2 [l_i \cos(\varphi_j + \delta) + s_i \sin(\varphi_j + \delta) + s_j \sin \varphi_j] - \\ &\quad 2\dot{\varphi}_j [\dot{s}_i \cos(\varphi_j + \delta) + \dot{s}_j \cos \varphi_j] \\ \ddot{x}_C &= \ddot{x}_B + \ddot{\varphi}_j l_i \cos(\varphi_j + \delta) - \dot{\varphi}_j^2 l_i \sin(\varphi_j + \delta) \\ \ddot{y}_C &= \ddot{y}_B + \ddot{\varphi}_j l_i \sin(\varphi_j + \delta) + \dot{\varphi}_j^2 l_i \cos(\varphi_j + \delta) \end{aligned} \quad (\text{I-19})$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_D &= \ddot{x}_k + \ddot{s}_j \cos \varphi_j - s_j \ddot{\varphi}_j \sin \varphi_j - 2\dot{s}_j \dot{\varphi}_j \sin \varphi_j - s_j \dot{\varphi}_j^2 \cos \varphi_j \\ \ddot{y}_D &= \ddot{y}_k + \ddot{s}_j \sin \varphi_j + s_j \ddot{\varphi}_j \cos \varphi_j + 2\dot{s}_j \dot{\varphi}_j \cos \varphi_j - s_j \dot{\varphi}_j^2 \sin \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-20})$$

3. PRP II 级组的运动分析

图 I-3 是由两构件和两个外移动副 (B、D) 及一个内转动副 C 组成的 PRP II 级组。

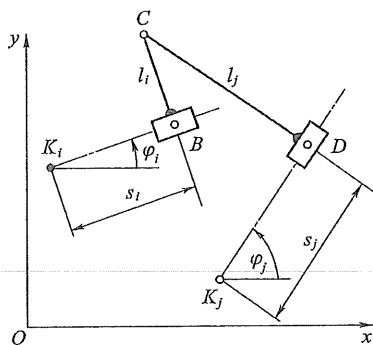


图 I-3

已知两杆长 l_i, l_j , 两移动副导路有关参数 ($\varphi_i, \varphi_j, \dot{\varphi}_i, \dot{\varphi}_j, \ddot{\varphi}_i, \ddot{\varphi}_j$), 参考点 K_i, K_j 的运动参数 ($x_{Ki}, y_{Ki}, \dot{x}_{Ki}, \dot{y}_{Ki}, \ddot{x}_{Ki}, \ddot{y}_{Ki}, x_{Kj}, y_{Kj}, \dot{x}_{Kj}, \dot{y}_{Kj}, \ddot{x}_{Kj}, \ddot{y}_{Kj}$)。

求滑块相对于参考点的位移 s_i, s_j , 速度、加速度和内转动副 C 的位置、速度、



加速度。

(1) 位置方程

两外移动副相对参考点的位置

$$\left. \begin{aligned} s_i &= (C_1 \sin \varphi_j - C_2 \cos \varphi_j) / C_3 \\ s_j &= (C_1 \sin \varphi_i - C_2 \cos \varphi_i) / C_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-21})$$

式中: $C_1 = x_{Kj} - x_{Ki} + l_i \sin \varphi_i - l_j \sin \varphi_j$

$$C_2 = y_{Kj} - y_{Ki} - l_i \cos \varphi_i - l_j \cos \varphi_j$$

$$C_3 = \sin \varphi_j \cos \varphi_i - \cos \varphi_j \sin \varphi_i$$

$$= \sin(\varphi_j - \varphi_i)$$

运动副 B、C、D 的位置:

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_{Ki} + s_i \cos \varphi_i - l_i \sin \varphi_i \\ y_C &= y_{Ki} + s_i \sin \varphi_i + l_i \cos \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-22})$$

$$\left. \begin{aligned} x_B &= x_{Ki} + s_i \cos \varphi_i \\ y_B &= y_{Ki} + s_i \sin \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-23})$$

$$\left. \begin{aligned} x_D &= x_{Kj} + s_j \cos \varphi_j \\ y_D &= y_{Kj} + s_j \sin \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-24})$$

(2) 速度方程

$$\left. \begin{aligned} \dot{s}_i &= (C_4 \sin \varphi_j - C_5 \cos \varphi_j) / C_3 \\ \dot{s}_j &= (C_4 \sin \varphi_i - C_5 \cos \varphi_i) / C_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-25})$$

式中: $C_4 = \dot{x}_{Kj} - \dot{x}_{Ki} + \dot{\varphi}_i(l_i \cos \varphi_i + s_i \sin \varphi_i) - \dot{\varphi}_j(l_j \cos \varphi_j + s_j \sin \varphi_j)$

$$C_5 = \dot{y}_{Kj} - \dot{y}_{Ki} + \dot{\varphi}_i(l_i \sin \varphi_i - s_i \cos \varphi_i) - \dot{\varphi}_j(l_j \sin \varphi_j - s_j \cos \varphi_j)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_C &= \dot{x}_{Ki} + \dot{s}_i \cos \varphi_i - \dot{\varphi}_i(s_i \sin \varphi_i + l_i \cos \varphi_i) \\ \dot{y}_C &= \dot{y}_{Ki} + \dot{s}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i(s_i \cos \varphi_i - l_i \sin \varphi_i) \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-26})$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_B &= \dot{x}_{Ki} + \dot{s}_i \cos \varphi_i - s_i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \\ \dot{y}_B &= \dot{y}_{Ki} + \dot{s}_i \sin \varphi_i + s_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-27})$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_D &= \dot{x}_{Kj} + \dot{s}_j \cos \varphi_j - s_j \dot{\varphi}_j \sin \varphi_j \\ \dot{y}_D &= \dot{y}_{Kj} + \dot{s}_j \sin \varphi_j + s_j \dot{\varphi}_j \cos \varphi_j \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-28})$$

(3) 加速度方程

$$\left. \begin{aligned} \ddot{s}_i &= (C_6 \sin \varphi_j - C_7 \cos \varphi_j) / C_3 \\ \ddot{s}_j &= (C_6 \sin \varphi_i - C_7 \cos \varphi_i) / C_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-29})$$

式中: $C_6 = \ddot{x}_{Kj} - \ddot{x}_{Ki} + \ddot{\varphi}_i(l_i \cos \varphi_i + s_i \sin \varphi_i) - \ddot{\varphi}_j(l_j \cos \varphi_j + s_j \sin \varphi_j) - \dot{\varphi}_i^2(l_i \sin \varphi_i - s_i \cos \varphi_i) - \dot{\varphi}_j^2(s_j \cos \varphi_j - l_j \sin \varphi_j) +$



$$\begin{aligned}
 & 2(\dot{s}_i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i - \dot{s}_j \dot{\varphi}_j \sin \varphi_j) \\
 C_7 = & \ddot{\gamma}_{Kj} - \ddot{\gamma}_{Ki} + \ddot{\varphi}_i (l_i \sin \varphi_i - s_i \cos \varphi_i) - \ddot{\varphi}_j (l_j \sin \varphi_j - s_j \cos \varphi_j) + \\
 & \dot{\varphi}_i^2 (l_i \cos \varphi_i + s_i \sin \varphi_i) - \dot{\varphi}_j^2 (l_j \cos \varphi_j + s_j \sin \varphi_j) - \\
 & 2(\dot{s}_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i - \dot{s}_j \dot{\varphi}_j \cos \varphi_j) \\
 \ddot{x}_C = & \ddot{x}_{Ki} + \dot{s}_i \cos \varphi_i - \ddot{\varphi}_i (s_i \sin \varphi_i + l_i \cos \varphi_i) + \dot{\varphi}_i^2 (l_i \sin \varphi_i - s_i \cos \varphi_i) - 2\dot{s}_i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i \Big\} \\
 \ddot{y}_C = & \ddot{y}_{Ki} + \dot{s}_i \sin \varphi_i + \ddot{\varphi}_i (s_i \cos \varphi_i - l_i \sin \varphi_i) - \dot{\varphi}_i^2 (l_i \cos \varphi_i + s_i \sin \varphi_i) + 2\dot{s}_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i \Big\}
 \end{aligned} \quad (I-30)$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_B = & \ddot{x}_{Ki} + \dot{s}_i \cos \varphi_i - s_i \ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i - \dot{\varphi}_i (2\dot{s}_i \sin \varphi_i + s_i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i) \Big\} \\
 \ddot{y}_B = & \ddot{y}_{Ki} + \dot{s}_i \sin \varphi_i + s_i \ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i + \dot{\varphi}_i (2\dot{s}_i \cos \varphi_i - s_i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i) \Big\}
 \end{aligned} \quad (I-31)$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_D = & \ddot{x}_{Kj} + \dot{s}_j \cos \varphi_j - s_j \ddot{\varphi}_j \sin \varphi_j - \dot{\varphi}_j (2\dot{s}_j \sin \varphi_j + s_j \dot{\varphi}_j \cos \varphi_j) \Big\} \\
 \ddot{y}_D = & \ddot{y}_{Kj} + \dot{s}_j \sin \varphi_j + s_j \ddot{\varphi}_j \cos \varphi_j + \dot{\varphi}_j (2\dot{s}_j \cos \varphi_j - s_j \dot{\varphi}_j \sin \varphi_j) \Big\}
 \end{aligned} \quad (I-32)$$

二、常用 II 级杆组力分析数学模型

1. RPR II 级组的力分析

如图 I-1 所示 RPR II 级杆组, 为受力分析拆成杆件 (图 I-4)。

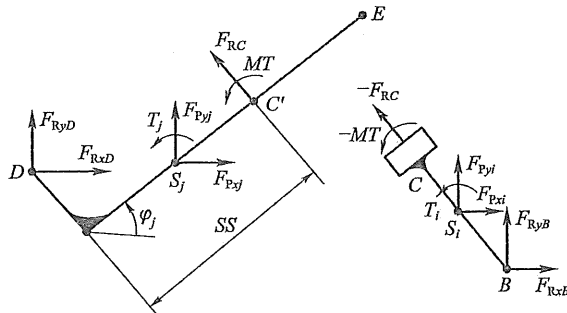


图 I-4

已知条件和合外力、力矩的计算与另两种杆组类同, 此处省略。下面只给出力分析的数学模型:

$$\begin{aligned}
 & \sum \mathbf{F} = 0 \\
 & \left. \begin{aligned} F_{RxB} + F_{RC} \sin \varphi_j + F_{Pxi} &= 0 \\ F_{RyB} - F_{RC} \cos \varphi_j + F_{Pyi} &= 0 \\ F_{RxD} - F_{RC} \sin \varphi_j + F_{Pxj} &= 0 \\ F_{RyD} + F_{RC} \cos \varphi_j + F_{Pyj} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (I-33)
 \end{aligned}$$



$$\sum M_B = 0, \sum M_D = 0$$

$$\left. \begin{aligned} F_{Pyi}(x_{Si}-x_B) - F_{Pxi}(\gamma_{Si}-\gamma_B) + M_{fi} - MT &= 0 \\ F_{RC}SS - F_{Pxj}(\gamma_{Sj}-\gamma_D) + F_{Pyj}(x_{Sj}-x_D) + M_{gj} + MT &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-34})$$

由式 (I-34) 得

$$\left. \begin{aligned} MT &= F_{Pyi}(x_{Si}-x_B) - F_{Pxi}(\gamma_{Si}-\gamma_B) + M_{fi} \\ F_{RC} &= [F_{Pxj}(\gamma_{Sj}-\gamma_D) - F_{Pyj}(x_{Sj}-x_D) - M_{gj} - MT] / SS \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-35})$$

从而得

$$\left. \begin{aligned} F_{RxB} &= -F_{RC} \sin \varphi_j - F_{Pxi} \\ F_{RyB} &= F_{RC} \cos \varphi_j - F_{Pyi} \\ F_{RxD} &= F_{RC} \sin \varphi_j - F_{Pxj} \\ F_{RyD} &= -F_{RC} \cos \varphi_j - F_{Pyj} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-36})$$

2. RPP II 级组的力分析

图 I-2 所示为 RPP II 级杆组, 静力分析拆成杆件 (图 I-5) 为对象, 列出力平衡方程如下:

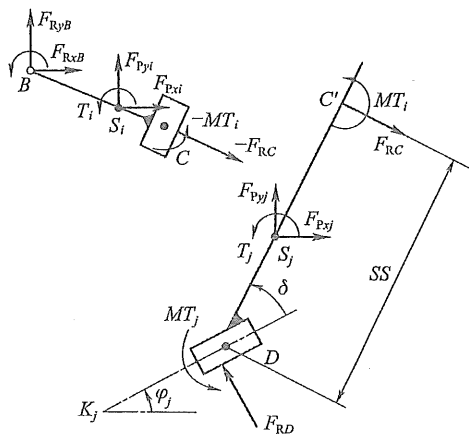


图 I-5

$$\sum \mathbf{F} = 0$$

$$\left. \begin{aligned} F_{RxB} - F_{RC} \sin(\varphi_j + \delta) + F_{Pxi} &= 0 \\ F_{RyB} + F_{RC} \cos(\varphi_j + \delta) + F_{Pyi} &= 0 \\ F_{RC} \sin(\varphi_j + \delta) - F_{RD} \sin \varphi_j + F_{Pxj} &= 0 \\ F_{RD} \cos \varphi_j - F_{RC} \cos(\varphi_j + \delta) + F_{Pyj} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I-37})$$



$$\sum M_B = 0, \sum M_D = 0$$

$$\left. \begin{aligned} F_{Pxi}(\gamma_B - \gamma_{Si}) - F_{Pyi}(x_B - x_{Si}) + M_{fi} - MT_i &= 0 \\ F_{Pyj}(x_{Sj} - x_D) - F_{Pxj}(\gamma_{Sj} - \gamma_D) - F_{RC}SS + M_{\bar{g}} + MT_i + MT_j &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (I-38)$$

解方程组 (I-37) 得

$$\left. \begin{aligned} F_{RC} &= -(F_{Pxj} \cos \varphi_j + F_{Pyj} \sin \varphi_j) / B_3 \\ F_{RD} &= -[(F_{Pxj} \cos(\varphi_j + \delta) + F_{Pyj} \sin(\varphi_j + \delta)) / B_3] \end{aligned} \right\} \quad (I-39)$$

式中: $B_3 = \sin(\varphi_j + \delta) \cos \varphi_j - \cos(\varphi_j + \delta) \sin \varphi_j = \sin \delta$

$$\left. \begin{aligned} F_{Rx B} &= F_{RC} \sin(\varphi_j + \delta) - F_{Pxi} \\ F_{Ry B} &= -F_{RC} \cos(\varphi_j + \delta) - F_{Pyi} \end{aligned} \right\} \quad (I-40)$$

解方程 (I-38) 得

$$\left. \begin{aligned} MT_i &= F_{Pxi}(\gamma_B - \gamma_{Si}) - F_{Pyi}(x_B - x_{Si}) + M_{fi} \\ MT_j &= F_{Pxj}(\gamma_{Sj} - \gamma_D) - F_{Pyj}(x_{Sj} - x_D) + F_{RC}SS - M_{\bar{g}} - MT_i \end{aligned} \right\} \quad (I-41)$$

3. PRP II 级组的力分析

图 I-3 所示 PRP 杆组静力分析如图 I-6 所示, 对于构件 i, j 列出如下力平衡方程:

$$\sum F = 0$$

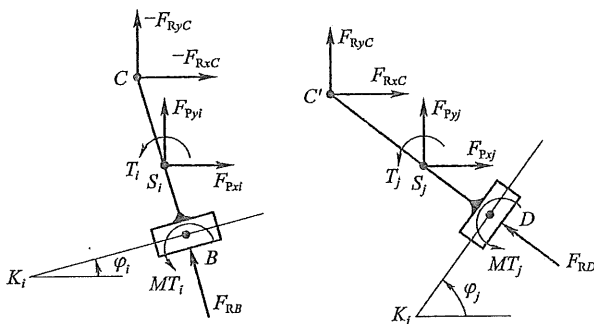


图 I-6

$$\left. \begin{aligned} -F_{RB} \sin \varphi_i - F_{RxC} + F_{Pxi} &= 0 \\ F_{RB} \cos \varphi_i - F_{RyC} + F_{Pyi} &= 0 \\ F_{RxC} - F_{RD} \sin \varphi_j + F_{Pxj} &= 0 \\ F_{RyC} + F_{RD} \cos \varphi_j + F_{Pyj} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (I-42)$$

$$\sum M_C = 0, \sum M'_C = 0$$



$$\left. \begin{aligned} F_{pxi}(\gamma_c - \gamma_{si}) - F_{pyi}(x_c - x_{si}) + M_{fi} + MT_i &= 0 \\ F_{pxj}(\gamma_c - \gamma_{sj}) - F_{pyj}(x_c - x_{sj}) + M_{fj} + MT_j &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I}-43)$$

解方程组 (I-42) 得

$$\left. \begin{aligned} F_{RB} &= -[(F_{pxi} + F_{pxj}) \cos \varphi_j + (F_{pyi} + F_{pyj}) \sin \varphi_j] / C_3 \\ F_{RD} &= [(F_{pxi} + F_{pxj}) \cos \varphi_i + (F_{pyi} + F_{pyj}) \sin \varphi_i] / C_3 \end{aligned} \right\} \quad (\text{I}-44)$$

式中: $C_3 = \sin \varphi_j \cos \varphi_i - \cos \varphi_j \sin \varphi_i = \sin(\varphi_j - \varphi_i)$

$$\left. \begin{aligned} F_{RxC} &= F_{pxi} - F_{RB} \sin \varphi_i \\ F_{RyC} &= F_{pyi} + F_{RB} \cos \varphi_i \end{aligned} \right\} \quad (\text{I}-45)$$

由式 (I-43) 得

$$\left. \begin{aligned} MT_i &= F_{pyi}(x_c - x_{si}) - F_{pxi}(\gamma_c - \gamma_{si}) - M_{fi} \\ MT_j &= F_{pyj}(x_c - x_{sj}) - F_{pxj}(\gamma_c - \gamma_{sj}) - M_{fj} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I}-46)$$

附录 II 位移矩阵与坐标变换

1. 刚体旋转矩阵

刚体的总位移可以用刚体的角位移和刚体上任何适当参考点的线位移的总和来表示。在坐标轴相互垂直的固定坐标系 xyz 中, 刚体绕不同轴的旋转次序对刚体的最终位置是有影响的, 即刚体的旋转次序是不可互换的。令刚体绕 x 、 y 、 z 轴分别旋转 γ 、 β 和 α 的角位移表示如下。

刚体上一个定长矢量 M 绕 z 轴旋转 α , 如图 II-1 所示, 自 M_1 到 M_2 , 从图上可以看出:

$$\left. \begin{aligned} M_{2x} &= M_{1x} \cos \alpha - M_{1y} \sin \alpha \\ M_{2y} &= M_{1x} \sin \alpha + M_{1y} \cos \alpha \\ M_{2z} &= M_{1z} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II}-1)$$

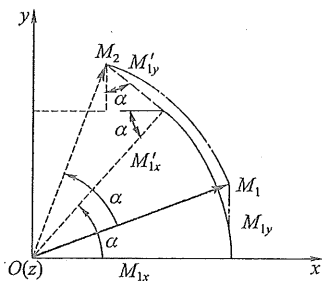


图 II-1



写成矩阵形式如下:

$$\begin{bmatrix} M_{2x} \\ M_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{1x} \\ M_{1y} \end{bmatrix} = R_\alpha \begin{bmatrix} M_{1x} \\ M_{1y} \end{bmatrix} \quad (\text{II}-2)$$

式中, $R_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ 称为刚体平面旋转矩阵。

对于刚体平面运动中的旋转,经常写成如下简洁形式:

$$M_2 = R_\alpha M_1 \quad (\text{II}-3)$$

对于刚体的三维旋转,当绕 z 轴转过 α 时得

$$\begin{bmatrix} M_{2x} \\ M_{2y} \\ M_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \end{bmatrix} \quad (\text{II}-4)$$

同理,刚体绕 y 轴旋转 β 时得

$$\begin{bmatrix} M'_{2x} \\ M'_{2y} \\ M'_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \end{bmatrix} \quad (\text{II}-5)$$

同理,刚体绕 x 轴旋转 γ 时得

$$\begin{bmatrix} M''_{2x} \\ M''_{2y} \\ M''_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \end{bmatrix} \quad (\text{II}-6)$$

刚体依次绕 z 轴转过 α , 绕 y 轴转过 β , 再绕 x 轴转过 γ 的最后位置,按式 (II-3) 格式书写如下:

$$M_2 = R_{\gamma,x} R_{\beta,y} R_{\alpha,z} M_1 = R_{\alpha\beta\gamma} M_1 \quad (\text{II}-7)$$

$$R_{\alpha\beta\gamma} = \begin{bmatrix} C_\alpha C_\beta & -S_\alpha C_\beta & S_\beta \\ S_\alpha C_\gamma + C_\alpha S_\beta S_\gamma & C_\alpha C_\gamma - S_\alpha S_\beta S_\gamma & -C_\beta S_\gamma \\ S_\alpha S_\gamma - C_\alpha S_\beta C_\gamma & C_\alpha S_\gamma + S_\alpha S_\beta C_\gamma & C_\beta C_\gamma \end{bmatrix}$$

式中, $C_\alpha = \cos \alpha$; $S_\alpha = \sin \alpha$; 依此类推。

2. 刚体位移矩阵

如图 II-2 中的一个刚体(用 p, q 两点表示)自第一个位置 $p_1 q_1$ 位移到第二个位置 $p_2 q_2$ 时,按式 (II-2) 的表示方法可以写成

$$\begin{bmatrix} q_{2x} & -p_{2x} \\ q_{2y} & -p_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1x} & -p_{1x} \\ q_{1y} & -p_{1y} \end{bmatrix} \quad (\text{II}-8)$$

写成简洁形式为



$$(q_2 - p_2) = R_\theta(q_1 - p_1) \quad (\text{II-9})$$

所以 $q_2 = R_\theta(q_1 - p_1) + p_2 \quad (\text{II-10})$

式(II-9)和式(II-10)为矩阵相乘或相加,它很适合于计算机计算,对于平面运动,它是一个 2×2 的矩阵,它还可以改写成如下形式:

$$q_2 = R_\theta q_1 - R_\theta p_1 + p_2 \quad (\text{II-11})$$

也可以把它写成 3×3 的矩阵:

$$\begin{bmatrix} q_{2x} \\ q_{2y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & (p_{2x} - p_{1x} \cos \theta + p_{1y} \sin \theta) \\ \sin \theta & \cos \theta & (p_{2y} - p_{1x} \sin \theta - p_{1y} \cos \theta) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{1x} \\ q_{1y} \\ 1 \end{bmatrix}$$

因此,可以写成简单形式:

$$\begin{bmatrix} q_2 \\ 1 \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} q_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II-12})$$

式中, D 是刚体平面位移矩阵。

$$D = \begin{bmatrix} R_\theta & (p_2 - R_\theta p_1) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & (p_{2x} - p_{1x} \cos \theta + p_{1y} \sin \theta) \\ \sin \theta & \cos \theta & (p_{2y} - p_{1x} \sin \theta - p_{1y} \cos \theta) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{II-13})$$

3. 坐标变换

为描述机构的运动,人为地在构件(刚体)上设置了不同的坐标系,构件在不同坐标系下的状态关系称为坐标变换。

图 II-3 中,两坐标系的相应坐标轴之间的夹角为 φ , 矢量 $\overrightarrow{OM}$ 在动坐标系 Ox_1y_1 中的坐标值为 (x_1, y_1) , 在固定坐标系 Oxy 中的坐标值为 (x, y) , 当由动坐标系变换到固定坐标系时,按图中关系可得:

$$x = x_1 \cos \varphi - y_1 \sin \varphi$$

$$y = x_1 \sin \varphi + y_1 \cos \varphi$$

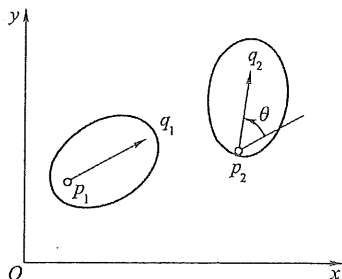


图 II-2

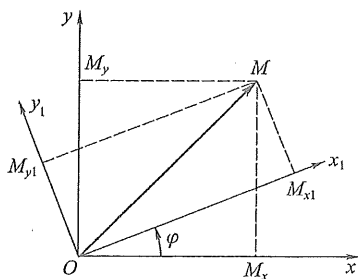


图 II-3



即

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\varphi \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II}-14)$$

当由固定坐标系变换到动坐标系时,存在如下关系:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (\text{II}-15)$$

故有

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\varphi^{-1}$$

式中, $\mathbf{T}$ 称为坐标变换矩阵,是位移矩阵(或称旋转矩阵)的逆阵。

一般而言,若两坐标系的原点并不重合,如图 II-4 所示,两坐标原点距离为 s 时,要把点 M 的位置从一个坐标系变换到另一个坐标系中, $M(M_x, M_y)$ 与 $M_1(M_{x1}, M_{y1})$ 的关系为

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\varphi \begin{bmatrix} M_{x1} \\ M_{y1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \end{bmatrix} \quad (\text{II}-16)$$

而

$$\begin{bmatrix} M_{x1} \\ M_{y1} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\varphi^{-1} \begin{bmatrix} M_x - s_x \\ M_y - s_y \end{bmatrix} \quad (\text{II}-17)$$

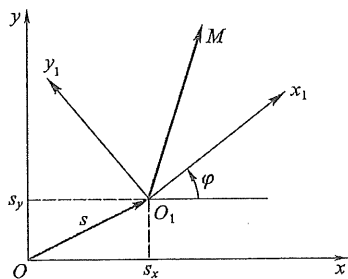


图 II-4

参考文献

- [1] 邓宗全,于红英,王知行.机械原理[M].3版.北京:高等教育出版社,2015.
- [2] 孙桓,葛文杰.机械原理[M].9版.北京:高等教育出版社,2021.
- [3] 郑文纬,吴克坚.机械原理[M].7版.北京:高等教育出版社,1997.
- [4] 王德伦,高媛.机械原理[M].北京:机械工业出版社,2011.
- [5] 张春林,赵自强.机械原理[M].北京:机械工业出版社,2012.
- [6] 邹慧君.机械设计原理[M].上海:上海交通大学出版社,1995.
- [7] 曹龙华.机械原理[M].北京:高等教育出版社,1986.
- [8] 朱友民,江裕金.机械原理[M].重庆:重庆大学出版社,1986.
- [9] 哈尔滨工业大学机械原理教研室.机械原理[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1964.
- [10] 王知行,李瑰贤.机械原理电算程序设计[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1992.
- [11] 《机械工程手册》编委会.机构选型与运动设计机械工程手册:第4卷[M].北京:机械工业出版社,1979.
- [12] 王知行,褚悦.用数值比较法实现平面连杆机构的函数综合[J].机械设计,1997,14(10):7-9.
- [13] 王知行,陈照波,江鲁.利用连杆转角曲线进行平面连杆机构轨迹综合的研究[J].机械工程学报,1995,31(1):42-47.
- [14] 伏尔默 J.凸轮机构[M].郭连声,等,译.北京:机械工业出版社,1983.
- [15] 牧野洋.自动机械机构学[M].胡茂松,译.北京:科学出版社,1980.
- [16] 王知行,李瑰贤.关于滚子直动从动件盘形凸轮基本尺寸的讨论[J].机械工程学报,1986,22(4):88-93.
- [17] 华大年.按许用压力角设计最小尺寸摆动从动杆平面凸轮的解析法[J].机械工程学报,1982,18(4):74-79.
- [18] 常勇,吴从炘,李延平.关于《按许用压力角设计最小尺寸摆动从动杆平面凸轮的解析法》一文的两点注记[J].黑龙江商学院学报:自然科学版,1989,5(2):49-54.
- [19] 刘远伟,常勇,彭建军.基于接触强度的最小尺寸凸轮机构设计[J].机械设



- 计, 1997, 14(10): 10-13.
- [20] 昂里奥 G. 齿轮的理论与实践[M]. 王兆义, 译. 北京: 机械工业出版社, 1986.
- [21] 王知行. 渐开线齿轮变位系数选择的新方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 1978, 10(3): 129-147.
- [22] 张少名. 行星传动[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1988.
- [23] 唐锡宽, 金德闻. 机械动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1983.
- [24] 柯热夫尼柯夫 С И, 耶西品柯 Я И, 腊斯金 Я М. 机构: 上册[M]. 孟宪源, 译. 北京: 机械工业出版社, 1981.
- [25] 杨廷力. 机械系统基本理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 1996.
- [26] 弗尔梅 J, 等. 连杆机构[M]. 石则昌, 等, 译. 北京: 机械工业出版社, 1989.
- [27] 洪允楣. 机构设计的组合与变异方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982.
- [28] 《常见机构的原理及应用》编写组. 常见机构的原理及应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 1978.
- [29] 邹慧君. 机械运动方案设计手册[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1994.
- [30] 孟宪源. 现代机构手册: 上册[M]. 北京: 机械工业出版社, 1994.
- [31] 朱景梓. 变位齿轮移距系数的选择[M]. 北京: 高等教育出版社, 1964.
- [32] 《现代机械传动手册》编辑委员会. 现代机械传动手册[M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.
- [33] 和田忠太. 机构设计的构思[M]. 毕传湖, 等, 译. 北京: 机械工业出版社, 1986.
- [34] Anthony E. Machine Design[M]. Ohio: A Bell & Howell Company Columbus, 1975.
- [35] Suh C H, Radcliffe C W. Kinematics and Mechanisms Design[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1978.
- [36] 曹惟庆. 连杆机构的分析与综合[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
- [37] Chris M, Jimmie B. CAD CAM From principles to practice[M]. Harlow: Addison Wesley Publishing Company, 1996.
- [38] 徐灏. 机械设计手册: 第3卷[M]. 北京: 机械工业出版社, 1992.
- [39] 赵卫军. 机械原理[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2003.
- [40] 列维茨卡娅 О Н, 等. 机械原理教程[M]. 董师予, 等, 译. 北京: 人民教育出版社, 1981.
- [41] Wang Zhixing, Yu Hongying. Study on rigi-body guidance synthesis of planar linkage[J]. Mechanism and Machine, 2002(37): 673-684.



- [42] 黄锡恺.机械原理[M].2版.北京:高等教育出版社,1958.
- [43] 申永胜.机械原理教程[M].3版.北京:清华大学出版社,2015.
- [44] 马履中.机械原理与设计[M].北京:机械工业出版社,2011.
- [45] 邹慧君,张春林,李杞仪.机械原理[M].2版.北京:高等教育出版社,2006.
- [46] 潘存云,唐进元.机械原理[M].长沙:中南大学出版社,2011.
- [47] 李瑞琴.机械原理教程[M].2版.北京:国防工业出版社,2011.
- [48] 张策.机械原理与设计[M].2版.北京:机械工业出版社,2011.
- [49] 祝毓琥.机械原理[M].北京:高等教育出版社,1986.
- [50] 华大年.机械原理[M].2版.北京:高等教育出版社,1994.
- [51] 黄真,赵永生,赵铁石.高等空间机构学[M].北京:高等教育出版社,2006.
- [52] 王玉杰.基于轮系单元的轮系传动比计算方法及应用[J].装备制造技术, 2013(8):133-134.
- [53] 哈尔滨汽轮机厂.20万千瓦汽轮机的结构[M].北京:水利电力出版社,1992.
- [54] 熊嘉豪,张广宇,孙启凡.工业机器人紧密减速器的应用及现状[J].科技风, 2021(07):171-172.
- [55] 闻邦椿.机械设计手册:第2卷[M].5版.北京:机械工业出版社,2010.
- [56] 计时鸣,黄希欢.工业机器人技术的发展与应用综述[J].机电工程, 2015, 32(01):1-13.
- [57] 闻邦椿.机械设计手册:减速器和变速器[M].北京:机械工业出版社,2020.
- [58] 秦大同,龚仲华.现代机械设计手册:减速器和变速器[M].北京:化学工业出版社,2019.
- [59] 孙冠群,李璟,蔡慧.控制电机与特种电机[M].2版.北京:清华大学出版社,2016.
- [60] 闻邦椿.现代机械设计师手册:上册[M].北京:机械工业出版社,2012.
- [61] 机械设计手册编辑委员会.机械设计手册:第2卷[M].新版.北京:机械工业出版社,2004.
- [62] 秦大同,谢里阳.现代机械设计手册:第2卷[M].北京:化学工业出版社,2011.
- [63] 成大先.机械设计手册:第1卷[M].6版.北京:化学工业出版社,2016.
- [64] 王启义.中国机械设计大典:第4卷[M].南昌:江西科学技术出版社,2002.
- [65] 孙桓,陈作模.机械原理[M].6版.北京:高等教育出版社,2000.
- [66] 陈明.机械原理课程设计[M].武汉:华中科技大学出版社,2014.



- [67] 吕庸厚,沈爱红.组合机构设计与应用创新[M].机械工业出版社,2008.
- [68] 邓宗全.空间折展机构设计[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2013.
- [69] 陈定方.现代机械设计师手册[M].北京:机械工业出版社,2015.
- [70] 楼鸿棣,邹慧君.高等机械原理[M].北京:高等教育出版社,2000.
- [71] 闻邦椿,韩清凯,姚红良.产品的结构性能及动态优化设计[M].北京:机械工业出版社,2008.
- [72] 高志,刘莹.机械创新设计[M].北京:清华大学出版社,2009.
- [73] 李艳.基于 TRIZ 的印刷机械创新设计理论和方法[M].北京:机械工业出版社,2014.
- [74] Neil Sclater.机械设计实用机构与装置图册[M].邹平,译.北京:机械工业出版社,2015.
- [75] 李瑞琴.机构系统创新设计[M].北京:国防工业出版社,2008.
- [76] 邹慧君.机构系统设计与应用创新[M].北京:机械工业出版社,2008.
- [77] 于靖军,裴旭,宗光华.机械装置的图谱化创新设计[M].北京:科学出版社,2014.
- [78] 张春林,曲继方,张美麟.机械创新设计[M].北京:机械工业出版社,2001.
- [79] 杨家军.机械创新设计技术[M].北京:科学出版社,2008.
- [80] 张春林.机械创新设计[M].北京:机械工业出版社,2013.
- [81] 张有枕,张莉彦.机械创新设计[M].北京:清华大学出版社,2011.
- [82] 张美麟.机械创新设计[M].北京:化学工业出版社,2005.
- [83] 王树才,吴晓.机械创新设计[M].武汉:华中科技大学出版社,2014.
- [84] 邱丽芳,唐进元,高志.机械创新设计[M].3版.北京:高等教育出版社,2020.
- [85] 徐起贺.机械创新设计[M].北京:机械出版社,2016.
- [86] 徐灏.新编机械设计师手册[M].北京:机械工业出版社,1995.
- [87] 孟宪源.现代机构手册[M].北京:机械工业出版社,1994.
- [88] 卜炎.机械传动装置设计手册[M].北京:机械工业出版社,1999.
- [89] 辛一行.现代机械设备设计手册:第一卷[M].北京:机械工业出版社,1996.
- [90] 黄继昌,等.实用机械机构图册[M].北京:人民邮电出版社,1996.
- [91] 邹慧君,郭为忠.机械原理[M].2版.北京:高等教育出版社,2016.
- [92] 邹慧君,颜鸿森.机械创新设计理论和方法[M].北京:高等教育出版社,2012.
- [93] 沈允钢.机构设计的组合与变异方法[M].北京:机械工业出版社,1982.
- [94] 张启先.空间机构的分析与综合[M].北京:机械工业出版社,1987.

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》,其为人将承担相应的民事责任和行政责任;构成犯罪的,将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序,保护读者的合法权益,避免读者误用盗版书造成不良后果,我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为,希望及时举报,我社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581999 58582371

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社法律事务部

邮政编码 100120

防伪查询说明

用户购书后刮开封底防伪涂层,使用手机微信等软件扫描二维码,会跳转至防伪查询网页,获得所购图书详细信息。

防伪客服电话 (010) 58582300