

“十二五”国家重点图书出版规划项目配套教材

机械设计基础考研指导书 ——机械原理

焦映厚 闫辉 主编

JIXIE SHEJI JICHU KAOYAN ZHIDAO SHU
——JIXIE YUANLI



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

“十二五”国家重点图书出版规划项目配套教材

机械设计基础考研指导书 ——机械原理

焦映厚 闫 辉 主编

哈尔滨工业大学出版社

内 容 简 介

本书是为高等学校本科生复习和考研而编写的“机械原理”课程复习指导书,主要帮助学生解决学习本课程的基本要求、重点和难点等问题。特别是针对“机械原理”课程解题方法和思路较难掌握的特点,本书每章“例题精选与答题技巧”部分列举了大量例题,并给出了详细的解答。为学生指明了解题的要点、思路和方法。

本书主要内容包括:第1章平面机构的结构分析;第2章连杆机构分析和设计;第3章凸轮机构及其设计;第4章齿轮机构及其设计;第5章轮系;第6章其他常用机构;第7章机械的运转及其速度波动的调节;第8章机械的平衡。各章均包括基本要求、内容提要(重点和难点)、例题精选与答题技巧、思考题与习题。

本书附录中给出了哈尔滨工业大学1999~2017年硕士研究生入学考试机械原理试题及2011~2017年硕士研究生入学考试机械原理试题参考答案,供学生复习之用。本书内容全面、重难点突出、例题量大,具有较强的指导性,是一本有效的“机械原理”课程复习和考研指导书。

图书在版编目(CIP)数据

机械设计基础考研指导书. 机械原理/焦映厚, 闫辉主编. —哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社, 2017. 10
ISBN 978-7-5603-7011-8

I. ①机… II. ①焦… ②闫… III. ①机械设计-研究生-入学考试-自学参考资料 ②机构学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①TH

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 261531 号

策划编辑 黄菊英
责任编辑 范业婷
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨久利印刷有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 17.75 字数 410 千字
版 次 2017 年 10 月第 1 版 2017 年 10 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-7011-8
定 价 38.80 元



(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前 言

“机械原理”是高等工科学学校机械类专业普遍开设的一门重要技术基础课,也是机械类专业硕士研究生入学考试的重要考试科目之一。随着招生规模的不断扩大和选考“机械原理”或“机械设计基础”考生人数的逐年增加,每年都有大量考生要求举办该科目的考试辅导班,并要求购买历年来考研试题或相关复习资料。为了帮助考生系统地复习本门课程,结合几年的教学经验和体会,在参阅大量相关参考书的基础上,编写了这本《机械设计基础考研指导书——机械原理》。本书可有效地指导和帮助本科生与考研究生的同学复习本课程。

考虑到本课程的特点和考生的实际要求,本书与所使用的教材和考研指定参考书配合使用,期望起到辅助和指导的作用。编写本书的目的是帮助考生明确本门课程的基本要求、重点和难点,特别是帮助考生解决基本内容自认为比较熟悉或已掌握,但是一作题就感觉较难,甚至有些题目感觉无从下手的问题。针对这一情况,本书在每一章节的“试题精选与答题技巧”部分列举了大量例题,指出了解题要点和详细的解题过程,力图使备考者融会贯通、深刻全面地掌握本门课程的知识点和解题难点,扩大其解题思路,培养分析和解决问题的能力。同时在每章的最后给出了部分思考题和习题,以便考生复习时试作。

本书主要是针对报考哈尔滨工业大学硕士研究生的考生编写的,同时也兼顾了本专科生期末复习备考。要指出的是,近年来随着机械原理课程教学体系改革的深入进行,各高等学校使用教材的不同,同一门课程讲课范围和考试重点还有一些差别。请读者在使用中给予关注。

本书主要与高等教育出版社出版的《机械原理》(王知行等主编)和《机械原理》(孙桓等主编)两本教材配合使用。书中每章内容分为四部分:一、基本要求;二、内容提要(重点和难点);三、试题精选及答题技巧;四、思考题与习题。书后附录部分给出了哈尔滨工业大学 1999 ~ 2017 年硕士研究生入学考试机械原理试题及 2011 ~ 2017 年硕士研究生入学考试机械原理试题参考答案,供学生复习之用。

在本书的编写过程中,李瑰贤教授提供了大量有关参考书,作者真诚地向

李老师表示感谢。

特别是在本书的编写和出版过程中,得到了哈尔滨工业大学国家机械基础教学基地的立项支持;同时得到了陈明教授、陈照波教授、李明章副教授等同志的鼓励、支持和帮助,在此一并表示深深的谢意。

由于作者水平有限,书中一定存在不妥和遗漏之处,恳请读者批评指正。

作者
2017年8月

目 录

第1章 平面机构的结构分析

- 1.1 基本要求 (1)
- 1.2 内容提要 (1)
- 1.3 例题精选与答题技巧 (4)
- 1.4 思考题与习题 (10)

第2章 连杆机构分析和设计

- 2.1 基本要求 (13)
- 2.2 内容提要 (13)
- 2.3 例题精选与答题技巧 (21)
- 2.4 思考题与习题 (41)

第3章 凸轮机构及其设计

- 3.1 基本要求 (46)
- 3.2 内容提要 (46)
- 3.3 例题精选与答题技巧 (52)
- 3.4 思考题与习题 (60)

第4章 齿轮机构及其设计

- 4.1 基本要求 (65)
- 4.2 内容提要 (65)
- 4.3 例题精选与答题技巧 (69)
- 4.4 思考题与习题 (98)

第5章 轮系

- 5.1 基本要求 (102)
- 5.2 内容提要 (102)
- 5.3 例题精选与答题技巧 (105)
- 5.4 思考题与习题 (117)

第6章 其他常用机构

- 6.1 基本要求 (121)
- 6.2 内容提要 (121)
- 6.3 例题精选与答题技巧 (123)
- 6.4 思考题与习题 (125)

第7章 机械的运转及其速度波动的调节

- 7.1 基本要求 (127)

7.2	内容提要	(127)
7.3	例题精选与答题技巧	(129)
7.4	思考题与习题	(142)
第8章 机械的平衡		
8.1	基本要求	(146)
8.2	内容提要	(146)
8.3	例题精选与答题技巧	(148)
8.4	思考题与习题	(163)
附录 哈尔滨工业大学 1999 ~ 2017 年硕士研究生入学考试试题及部分参考答案		
1999	年硕士研究生入学考试试题	(166)
2000	年硕士研究生入学考试试题	(168)
2001	年硕士研究生入学考试试题	(171)
2002	年硕士研究生入学考试试题	(174)
2003	年硕士研究生入学考试试题	(177)
2004	年硕士研究生入学考试试题	(180)
2005	年硕士研究生入学考试试题	(184)
2006	年硕士研究生入学考试试题	(188)
2007	年硕士研究生入学考试试题	(192)
2008	年硕士研究生入学考试试题	(195)
2009	年硕士研究生入学考试试题	(201)
2010	年硕士研究生入学考试试题	(204)
2011	年硕士研究生入学考试试题	(209)
2011	年硕士研究生入学考试试题参考答案	(214)
2012	年硕士研究生入学考试试题	(222)
2012	年硕士研究生入学考试试题参考答案	(227)
2013	年硕士研究生入学考试试题	(231)
2013	年硕士研究生入学考试试题参考答案	(236)
2014	年硕士研究生入学考试试题	(241)
2014	年硕士研究生入学考试试题参考答案	(246)
2015	年硕士研究生入学考试试题	(254)
2015	年硕士研究生入学考试试题参考答案	(260)
2016	年硕士研究生入学考试试题	(266)
2016	年硕士研究生入学考试试题参考答案	(268)
2017	年硕士研究生入学考试试题	(272)
2017	年硕士研究生入学考试试题参考答案	(274)
参考文献		(278)

第1章 平面机构的结构分析

1.1 基本要求

- (1) 掌握组成机构的零件、构件、运动副、运动链及机构的基本概念和联系。掌握运动副的常用类型及特点。
- (2) 掌握常用机构构件和运动副的简图符号及机构运动简图的绘制方法。
- (3) 掌握机构自由度的意义和机构具有确定运动的条件;掌握平面机构自由度的计算公式,并正确识别出机构中存在的复合铰链、局部自由度和虚约束,并做出正确处理。
- (4) 掌握机构的组成原理和结构分析方法,重点掌握用基本杆组法进行机构的结构分析。

1.2 内容提要

1.2.1 本章重点

有关机构组成中的构件、运动副、运动链及机构等概念;机构具有确定运动的条件,机构运动简图的绘制和平面机构自由度的计算;机构的组成分析和机构的级别判别。

1. 机构组成的基本概念及机构具有确定运动的条件

构件是机构运动的单元体,是组成机构的基本要素。而零件是制造的单元体。实际的构件可以是一个零件,也可以是由若干个零件固连在一起组成的一个独立运动的整体,是机构运动的单元体。

运动副是由两构件直接接触而又能产生一定相对运动的可动连接,也是组成机构的又一基本要素。把两构件参与接触而构成运动副的部分,称为运动副元素。运动副可按其接触形式,分为高副(即点或线接触的运动副)和低副(面接触的运动副);又可按所能产生相对运动的形式,分为转动副、移动副、螺旋副及球面副等。由于两构件构成运动副之后,它们之间能产生何种相对运动是决定于该运动副所引入约束的情况,所以运动副常根据其所引入约束的数目,分为Ⅰ级副、Ⅱ级副、Ⅲ级副、Ⅳ级副、Ⅴ级副五类,如表1.1所示。

运动链是由两个或两个以上构件通过运动副连接而构成的相对可动的系统。如果运动链中构件构成首末封闭的系统,则称为闭式链,否则称为开式链。

表 1.1 常用运动副及其简图

名称	图 形	简图符号	副级	自由度	名称	图 形	简图符号	副级	自由度
球面高副			I	5	圆柱套简副			IV	2
柱面高副			II	4	转动副			V	1
球面低副			III	3	移动副			V	1
球销副			IV	2	螺旋副			V	1

如果将运动链中的一个构件固定作为参考系,则这种运动链就成为机构。从结构功能来理解,机构是一种用来传递运动和力的可动装置;从机器的特征来看,机构是具有相对运动规律的构件组合;而从机构组成来看,机构是具有固定构件的运动链。机构中的固定构件,称为机架;按给定已知运动规律独立运动的构件,称为原动件;而其余活动构件,称为从动件。从动件的运动规律决定于原动件的运动规律和机构的结构。

机构的自由度是机构具有确定位置时所必须给定的独立运动参数数目。在机构中引入独立运动参数的方式,通常是使其原动件按给定的某一运动规律运动,所以,可以认为机构的自由度也就是机构应当具有的原动件数目。机构的自由度 F 、机构原动件的数目和机构的运动有着密切的关系:① 若机构自由度 $F \leq 0$,则机构不能动;② 若 $F > 0$,且与原动件数相等,则机构各构件间的相对运动是确定的,因此,机构具有确定运动的条件是:机构的原动件数等于机构的自由度;③ 若 $F > 0$,而原动件数小于 F ,则构件间的运动是不确定的;④ 若 $F > 0$,而原动件数大于 F ,则构件间不能运动或产生破坏。

2. 机构运动简图的绘制

为了便于研究机构的运动,可以撇开构件、运动副的外形和具体构造,而只用简单的线条和符号代表构件和运动副,并按比例定出各运动副的位置,表示机构的组成和传动情况。这样绘制出能够准确表达机构运动特性的简明图形,就称为机构运动简图。机构运动简图与原机构具有完全相同的运动特性,就可以根据运动简图对机构进行运动分析和动力分析。

有时,只是为了表明机构的运动状态或各构件的相互关系,也可以不按比例来绘制运动简图,通常把这样的简图称为机构示意图。

表 1.2 中给出了绘制机构运动简图时的常用机构示意图代表符号(摘自 GB 4460—2013)。

表 1.2 常用机构示意图代表符号

	两运动构件形成的运动副		两构件之一为机架时所形成的运动副	
转动副				
移动副				
构件	二副元素构件		三副元素构件	
凸轮及其他机构	凸轮机构		棘轮机构	
齿轮机构	带传动			
	外齿轮		内齿轮	圆锥齿轮

绘制机构运动简图时应注意的问题：

(1) 必须搞清楚机械的实际构造和运动情况。首先确定机构的原动件和执行构件，两者之间为传动部分，由此确定组成机构的所有构件，然后确定构件间运动副的类型。

(2) 恰当地选择投影面。一般选择与多数构件的运动平面相平行的面为投影面，必要时也可以就机械的不同部分选择两个或两个以上的投影面，然后展开到同一平面上。

(3) 做完上述准备工作之后，便可选择适当的比例尺，根据机构的运动尺寸定出各运动副之间的相对位置，然后用规定的符号画出各类运动副，并将同一构件上的运动副符号用简单线条连接起来，这样便可绘制出机构的运动简图。总之，绘制机构运动简图要以正确、简单、清晰为原则。

3. 机构自由度的计算

平面机构自由度的计算公式

$$F = 3n - 2P_L - P_H \quad (1.1)$$

式中 n ——机构中活动构件的数目；

P_L ——机构中低副的数目；

P_H ——机构中高副的数目。

在计算机构自由度时,应特别注意处理好以下三种情况:

(1) 复合铰链。由两个以上构件在同一处构成的重合转动副,称为复合铰链。由 m 个构件汇集而成的复合铰链应当包含 $(m-1)$ 个转动副。

(2) 局部自由度。在一些机构中某些构件所产生的不影响整个机构运动的局部运动的自由度,称为局部自由度。在计算机构自由度时,局部自由度应当舍弃不计。即在计算自由度时,可以将产生局部自由度的构件视为焊成一体,然后进行计算。

(3) 虚约束。在运动副所加的约束中,有些约束所起的限制作用可能是重复的,这种不起独立限制作用的约束,称为虚约束。计算机构自由度时,应在计算结果中加上虚约束数;或先将产生虚约束的构件和运动副去掉,然后再进行计算。

1.2.2 本章难点

本章难点是机构自由度计算中有关虚约束的识别和处理问题。

常见的虚约束有以下几种情况:

(1) 当两构件组成多个移动副,且其导路互相平行或重合时,则只有一个移动副起约束作用,其余都是虚约束。

(2) 当两构件构成多个转动副,且轴线互相重合时,则只有一个转动副起作用,其余转动副都是虚约束。

(3) 如果机构中两活动构件上某两点的距离始终保持不变,此时若用具有两个转动副的附加构件来连接这两个点,则将会引入一个虚约束;必须注意,为使两动点间的距离始终保持不变,除要求它们具有相同的轨迹之外,还必须有相同的运动规律。

(4) 机构中对运动起重复限制作用的对称部分也往往会引入虚约束。

1.3 例题精选与答题技巧

【例 1.1】 图 1.1(a) 所示为牛头刨床设计方案草图。设计思路为:动力由曲柄 1 输入,通过滑块 2 使摆动导杆 3 做往复摆动,并带动滑枕 4 做往复移动,以达到刨削的目的。试问图示的构件组合是否能达到此目的? 如果不能,该如何修改?

解题要点:

① 增加一个低副和一个活动构件;

② 用一个高副代替低副。

【解】 首先根据图 1.1(a) 所示方案草图计算自由度,即

$$\begin{aligned} n &= 4 & P_L &= 6 & P_H &= 0 \\ F &= 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 6 = 0 \end{aligned}$$

说明如果按此方案设计不能成为机构,是不能运动的。必须做修改,以达到设计的目的。

修改方案如图 1.1(b) ~ 1.1(i) 所示。

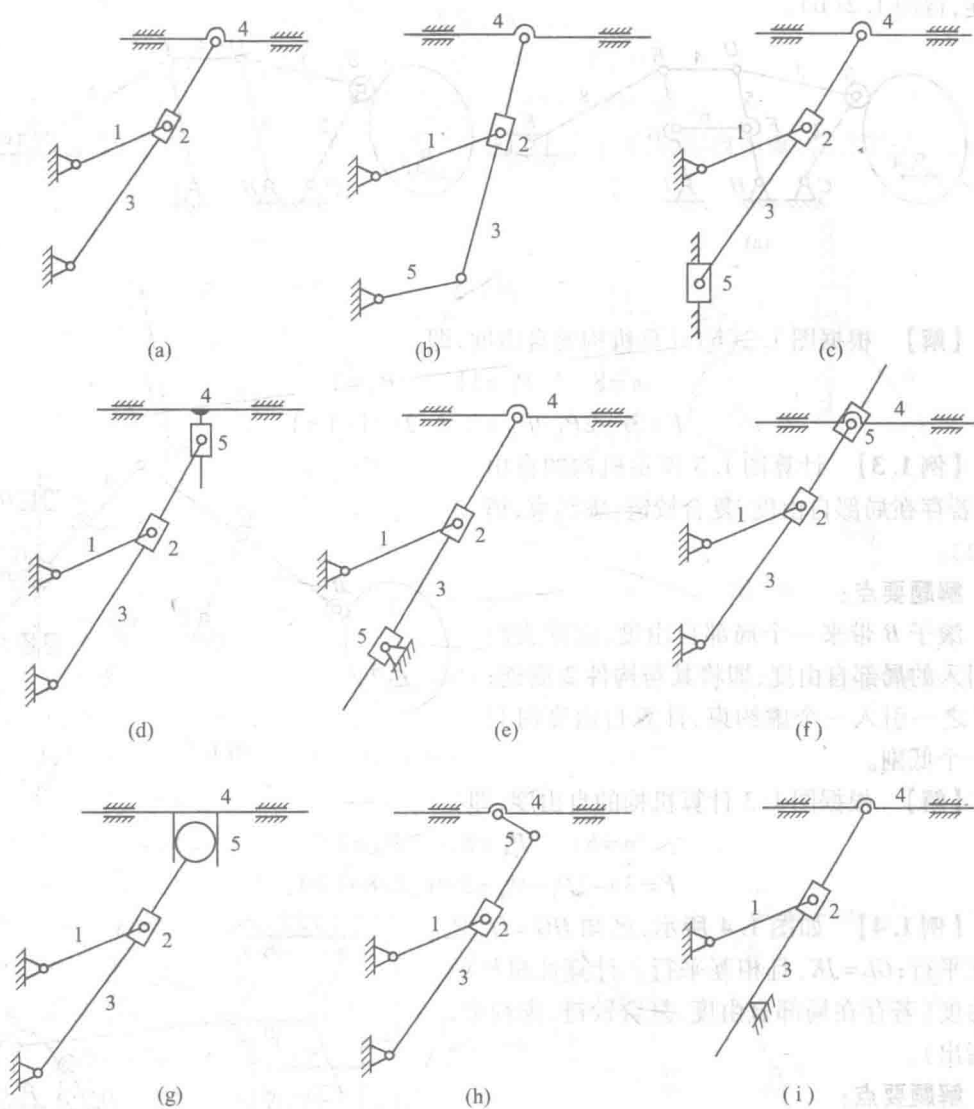


图 1.1

【例 1.2】如图 1.2(a) 所示, 已知 $DE=FG=HI$, 且相互平行; $DF=EG$, 且相互平行; $DH=EI$, 且相互平行。计算此机构的自由度 (若存在局部自由度、复合铰链、虚约束, 请指出)。

解题要点:

这是同时具有复合铰链、局部自由度和虚约束的典型例题。计算自由度时, 要注意 D 、 E 为复合铰链; 滚子绕自身几何中心 B 的转动自由度为局部自由度; 由于 $DFHIGE$ 的特殊几何关系, 构件 FG 的存在只是为了改善平行四边形 $DHIE$ 的受力状况等目的, 对整个机构的受力不起约束作用, 故 FG 杆及其两端的转动副所引入的约束为虚约束。在计算机构自由度时, 除去 FG 杆及其带来的约束、除去滚子引入的局部自由度, 并将其与杆 2

固连,得图 1.2(b)。

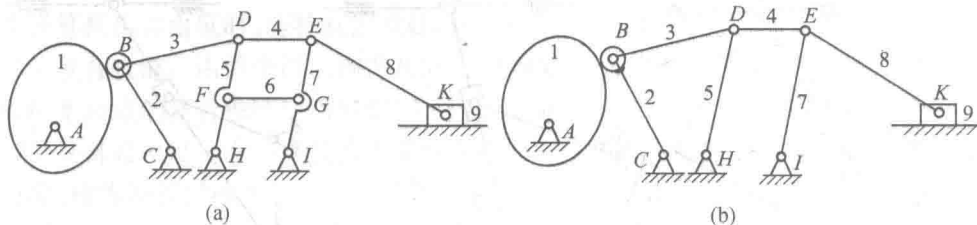


图 1.2

【解】 根据图 1.2(b) 计算机构的自由度,即

$$n=8 \quad P_L=11 \quad P_H=1$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3 \times 8-2 \times 11-1=1$$

【例 1.3】 计算图 1.3 所示机构的自由度(若存在局部自由度、复合铰链、虚约束,请指出)。

解题要点:

滚子 B 带来一个局部自由度,应除去滚子引入的局部自由度,即将其与构件 2 固连; H、I 之一引入一个虚约束,计算自由度时只算一个低副。

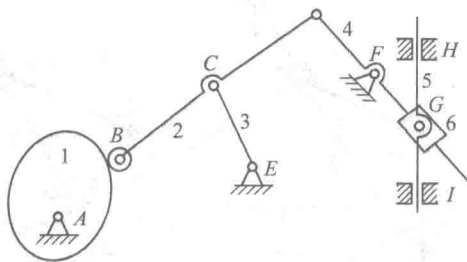


图 1.3

【解】 根据图 1.3 计算机构的自由度,即

$$n=6 \quad P_L=8 \quad P_H=1$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3 \times 6-2 \times 8-1=1$$

【例 1.4】 如图 1.4 所示,已知 $HG=IJ$,且相互平行; $GL=JK$,且相互平行。计算此机构的自由度(若存在局部自由度、复合铰链、虚约束,请指出)。

解题要点:

滚子 C 带来一个局部自由度,应除去滚子引入的局部自由度,即将其与构件 2 固连;虚线框部分可以看成虚约束,计算自由度时应不予考虑;G 为复合铰链。

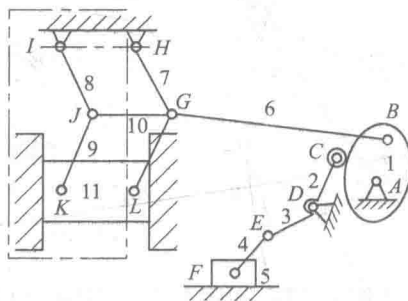


图 1.4

【解】 根据图 1.4 计算机构的自由度

$$n=8 \quad P_L=11 \quad P_H=1$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3 \times 8-2 \times 11-1=1$$

【例 1.5】 计算如图 1.5 所示机构的自由度(若存在局部自由度、复合铰链、虚约束,请指出)。

解题要点:

注意 C 为复合铰链。

【解】 根据图 1.5 计算机构的自由度,即

$$n=7 \quad P_L=10 \quad P_H=0$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3 \times 7-2 \times 10=1$$

【例 1.6】 计算如图 1.6 所示机构的自由度(若存在局部自由度、复合铰链、虚约束,请指出)。

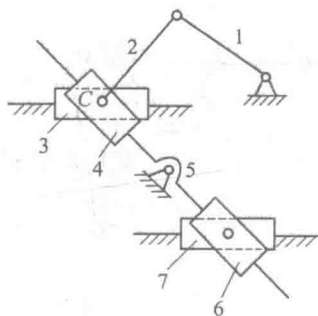


图 1.5

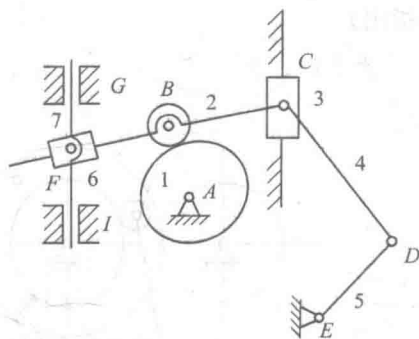


图 1.6

解题要点:

C 为复合铰链;G、I 之一为虚约束;滚子 B 带来一个局部自由度,应除去滚子引入的局部自由度,即将其与构件 2 固连。

【解】 根据图 1.6 计算机构的自由度,即

$$n=7 \quad P_L=9 \quad P_H=1$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3 \times 7-2 \times 9-1=2$$

【例 1.7】 计算如图 1.7 所示机构的自由度,GI=HI=IJ(若存在局部自由度、复合铰链、虚约束,请指出)。

解题要点:

D 为复合铰链;HI 或滑块 9 之一为虚约束;滚子 B 带来一个局部自由度,应除去滚子引入的局部自由度,即将其与构件 2 固连。

【解】 根据图 1.7 计算机构的自由度,即

$$n=8 \quad P_L=11 \quad P_H=1$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3 \times 8-2 \times 11-1=1$$

【例 1.8】 计算如图 1.8 所示机构的自由度,△ECF≌△HDG,且 FCDG 为平行四边形(若存在局部自由度、复合铰链、虚约束,请指出)。

解题要点:

G 为复合铰链;CD 为虚约束;滚子 B 带来一个局部自由度,应除去滚子引入的局部自由度,即将其与构件 2 固连。

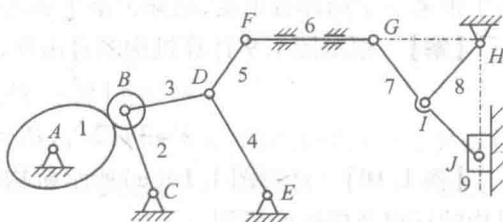


图 1.7

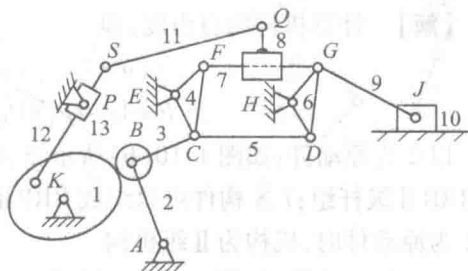


图 1.8

【解】 根据图 1.8 计算机构的自由度,即

$$n=12 \quad P_L=17 \quad P_H=1$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 12-2\times 17-1=1$$

【例 1.9】 如图 1.9 所示,已知 $AD\parallel BE\parallel CF$, 并且 $AD=BE=CF$; $LN=MN=NO$, 构件 1、2 为齿轮, 且齿轮 2 与凸轮固连。试计算其自由度 (若存在局部自由度、复合铰链、虚约束, 请指出)。

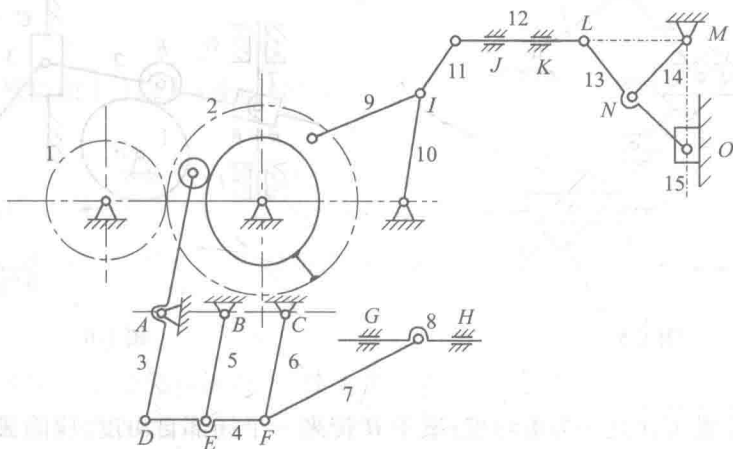


图 1.9

解题要点:

F 、 I 为复合铰链; BE 、 MN 或滑块 15 之一为虚约束, G 、 H 之一及 J 、 K 之一为虚约束; 滚子带来一个局部自由度, 应除去滚子引入的局部自由度, 即将其与构件 3 固连。

【解】 根据图 1.9 计算机构的自由度, 即

$$n=13 \quad P_L=18 \quad P_H=2$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 13-2\times 18-2=1$$

【例 1.10】 计算图 1.10(a) 所示机构的自由度, 分别以构件 2、4、8 为原动件, 确定机构的杆组及机构的级别。

解题要点:

正确区分 II 或 III 级杆组。

【解】 计算机构的自由度, 即

$$n=7 \quad P_L=10 \quad P_H=0$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 7-2\times 10-0=1$$

以 2 为原动件: 如图 1.10(b) 所示, 3、4 构件可以组成 RRP II 级杆组; 5、6 构件可以组成 RRR II 级杆组; 7、8 构件可以组成 RRP II 级杆组。该机构的基本杆组最高级为 II 级, 故以 2 为原动件时, 机构为 II 级机构。

以 4 为原动件: 如图 1.10(c) 所示, 2、3 构件可以组成 RRR II 级杆组; 5、6 构件可以组成 RRR II 级杆组; 7、8 构件可以组成 RRP II 级杆组。该机构的基本杆组最高级为 II 级, 故以 4 为原动件时, 机构为 II 级机构。

以8为原动件:如图1.10(d)所示,6,7构件可以组成RRRⅡ级杆组;2,3,4,5构件可以组成Ⅲ级杆组;该机构的基本杆组最高级为Ⅲ级,故以8为原动件时,机构为Ⅲ级机构。

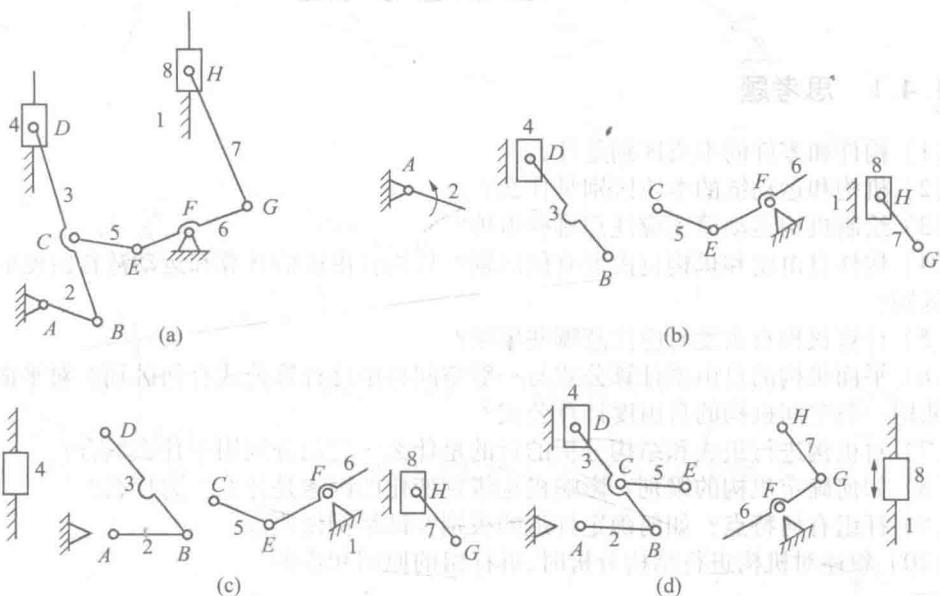


图 1.10

【例 1.11】 计算图 1.11(a)所示机构的自由度,并确定机构的杆组及机构的级别。

解题要点:

正确区分Ⅱ级或Ⅲ级杆组。

【解】 计算机构的自由度,即

$$n=9 \quad P_L=13 \quad P_H=0$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3\times 9-2\times 13-0=1$$

如图 1.11(b)所示,2,3 构件可以组成 RRRⅡ级杆组;4,5,6,7 构件可以组成Ⅲ级杆组;8,9 构件可以组成 RRRⅡ级杆组;该机构的基本杆组最高级为Ⅲ级,故机构为Ⅲ级机构。

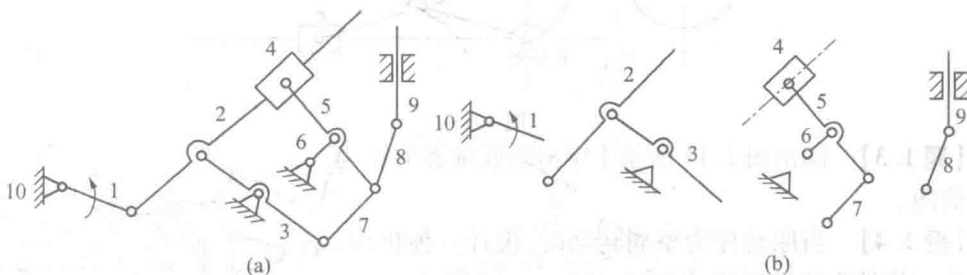


图 1.11

1.4 思考题与习题

1.4.1 思考题

- (1) 构件和零件的本质区别是什么?
- (2) 机构和运动链的本质区别是什么?
- (3) 绘制机构运动简图应注意哪些事项?
- (4) 构件自由度和机构自由度有何区别? 机构自由度的计算和运动链自由度的计算有何区别?
- (5) 计算机构自由度时应注意哪些事项?
- (6) 平面机构的自由度计算公式与一般空间自由度计算公式有何区别? 对平面机构能否使用一般空间机构的自由度计算公式?
- (7) 对机构进行组成和结构分析的目的是什么? 它们分别用于什么场合?
- (8) 如何确定机构的级别? 影响机构级别变化的因素是什么? 为什么?
- (9) 杆组有何特点? 如何确定杆组的级别? 试举例说明。
- (10) 叙述对机构进行结构分析时,拆杆组的原则和步骤。

1.4.2 习题

【题 1.1】 试验算如图 1.12 所示机构的运动是否确定? 如果机构的运动不确定,请提出使此机构具有确定运动的修改方案。

【题 1.2】 计算图 1.13 所示机构的自由度,机构中 $CD=DE=DF$, $EC \perp CF$ 。若机构中有复合铰链、局部自由度、虚约束,请在图中标出。

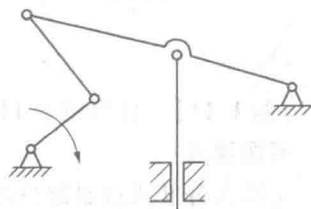


图 1.12

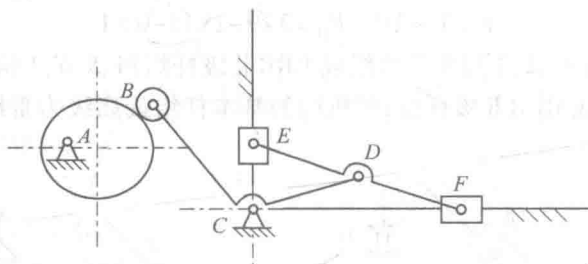


图 1.13

【题 1.3】 画出图 1.14 所示十字滑块联轴器的机构运动简图。

【题 1.4】 当原动件为整周转动时,设计一种机构,使其执行构件为往复摆动,如图 1.15(a)、(b)所示。

当原动件为整周转动时,设计一种机构使其执行构件为往复直线运动,如图 1.15(c)、(d)所示。

【题 1.5】 如图 1.16 所示机构中,已知 ML 与 ON 平

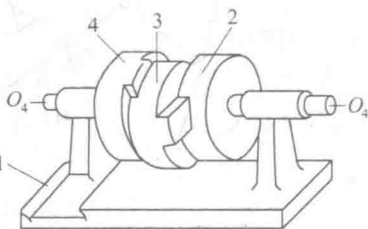


图 1.14

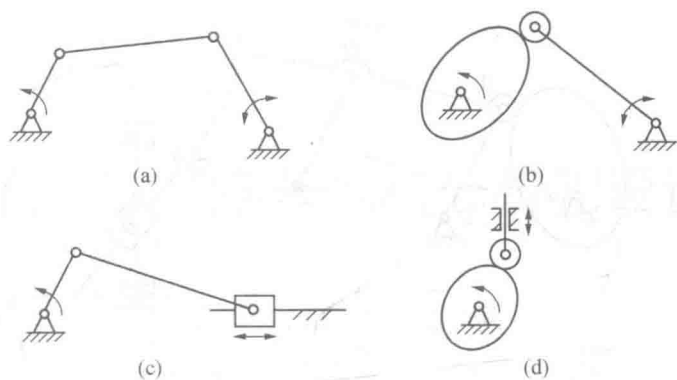


图 1.15

行且相等, ON 与 PQ 平行且相等, $HI = HG = HJ$, 求该机构的自由度。若有复合铰链、局部自由度及虚约束, 请说明。

【题 1.6】 计算图 1.17 所示平面机构的自由度, 若存在复合铰链、局部自由度及虚约束, 请指出。

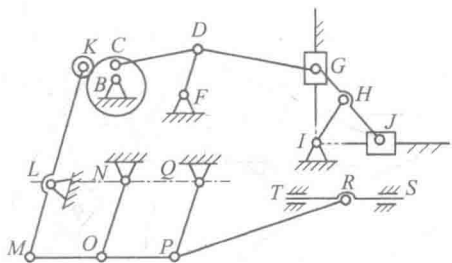


图 1.16

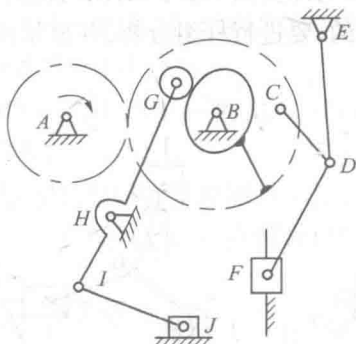


图 1.17

【题 1.7】 计算图 1.18 所示平面机构的自由度, 若存在复合铰链、局部自由度及虚约束, 请指出。

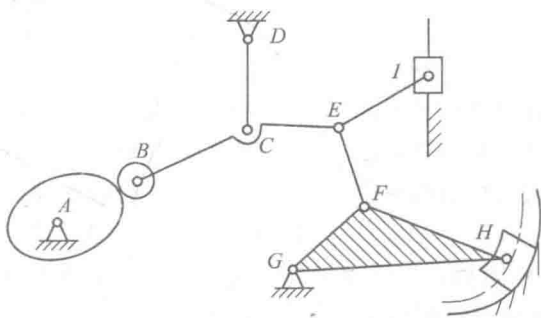


图 1.18

【题 1.8】 计算图 1.19 所示平面机构的自由度, $BC \parallel DE \parallel GF$, 且分别相等。若存在复合铰链、局部自由度及虚约束, 请指出。

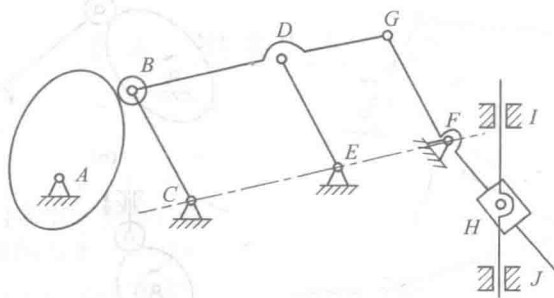


图 1.19

【题 1.9】 计算图 1.20 所示平面机构的自由度(若存在复合铰链、局部自由度及虚约束,请明确指出),并判断该机构的运动是否确定(标有箭头的构件是原动件)。若运动是确定的,要进行杆组分析,并显示出拆杆组过程,指出各级杆组级别、数目以及机构的级别。

【题 1.10】 计算图 1.21 所示平面机构的自由度(若存在复合铰链、局部自由度及虚约束,请明确指出),并判断该机构的运动是否确定(标有箭头的构件是原动件)。若运动是确定的,要进行杆组分析,并显示出拆杆组过程,指出各级杆组级别、数目以及机构的级别。

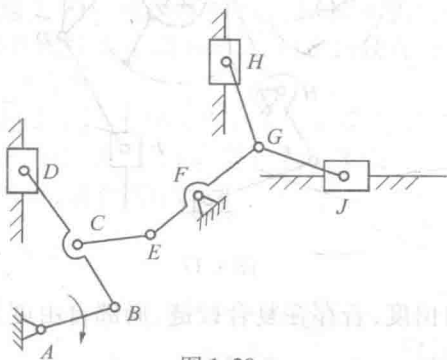


图 1.20

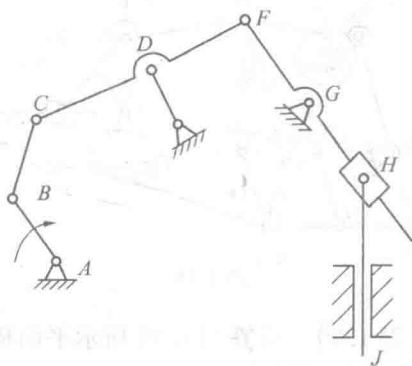


图 1.21

第2章 连杆机构分析和设计

2.1 基本要求

- (1) 掌握平面四杆机构的基本形式、特点及其演化方法。
- (2) 熟练掌握和推导铰链四杆机构的曲柄存在条件,灵活运用并判断铰链四杆机构的类型;掌握曲柄滑块机构及导杆机构等其他四杆机构的曲柄存在条件的推导过程。
- (3) 掌握平面四杆机构的压力角、传动角、急回运动、极位夹角、行程速比系数等基本概念;掌握连杆机构最小传动角出现的位置及计算方法;掌握极位夹角与行程速比系数的关系式;掌握死点在什么情况下出现及死点位置在机构中的应用。
- (4) 掌握速度瞬心的概念及如何确定机构中速度瞬心的数目;掌握“三心定理”,并应用“三心定理”确定机构中速度瞬心的位置及对机构进行速度分析。
- (5) 了解建立 I 级机构、RRR 杆组、RRP 杆组、RPR 杆组、PRP 杆组、RPP 杆组的运动分析数学模型;掌握相对运动图解法及杆组法对机构进行运动分析。
- (6) 掌握移动副、转动副中摩擦力的计算和自锁问题;掌握计及摩擦时平面连杆机构受力分析的方法;掌握计算机械效率的几种方法;掌握从机械效率的观点研究机械自锁条件的方法和思想。
- (7) 掌握平面四杆机构的运动特征及其设计的基本问题;掌握按给定行程速比系数设计四杆机构的方法。

2.2 内容提要

2.2.1 本章重点

本章重点是铰链四杆机构的曲柄存在条件,灵活运用并判断铰链四杆机构的类型;平面四杆机构最小传动角出现的位置及计算方法;用速度瞬心法对机构进行速度分析;以及考虑摩擦时平面连杆机构受力分析的方法;按给定行程速比系数设计四杆机构的方法。

1. 平面四杆机构的基本形式及其演化形式

平面四杆机构的基本形式是平面铰链四杆机构。在此机构中,与机架相连的构件,称为连架杆;能做整周回转的连架杆,称为曲柄,而不能做整周回转的连架杆,称为摇杆;与机架不相连的中间构件,称为连杆。能使两构件做整周相对转动的转动副,称为周转副;而不能做整周相对转动的转动副,称为摆转副。平面铰链四杆机构又根据两连架杆运动形式不同,分为曲柄摇杆机构、双曲柄机构和双摇杆机构。

平面四杆机构的演化形式是在平面铰链四杆机构的基础上,通过一些演化方法演化而成其他形式的四杆机构。平面四杆机构的演化方法有:

- ① 改变构件的形状及运动尺寸。
- ② 改变运动副尺寸。
- ③ 取不同构件为机架。

2. 有关四杆机构的一些基本知识

(1) 铰链四杆机构的曲柄存在条件:

- ① 最短杆和最长杆长度之和小于或等于其他两杆长度之和。
- ② 最短杆是连架杆或机架。

最短杆与最长杆的长度之和小于或等于其他两杆长度之和,此条件称为杆长条件。

如果铰链四杆机构满足杆长条件,则有最短杆参与的转动副都是周转副,那么,以与最短杆相邻的构件为机架,将获得曲柄摇杆机构;以最短杆为机架,将获得双曲柄机构;以与最短杆相对的构件为机架,将获得双摇杆机构。

如果铰链四杆机构不满足杆长条件,则该机构中没有周转副,故无论以哪个构件为机架,均只能获得双摇杆机构。应用上述条件,若将偏置(或对心)曲柄滑块机构和导杆机构中的移动副视为转动中心位于垂直导路无穷远处的转动副,也可推导出曲柄滑块机构和导杆机构的曲柄存在条件。

(2) 急回运动及行程速比系数 K 。

如图 2.1 所示,当连杆机构(如曲柄摇杆机构)的主动件(曲柄)为等速回转时,从动件(摇杆)空回行程的平均速度大于从动件(摇杆)工作行程的平均速度,这种运动性质称为急回运动。

为了衡量摇杆急回作用的程度,通常

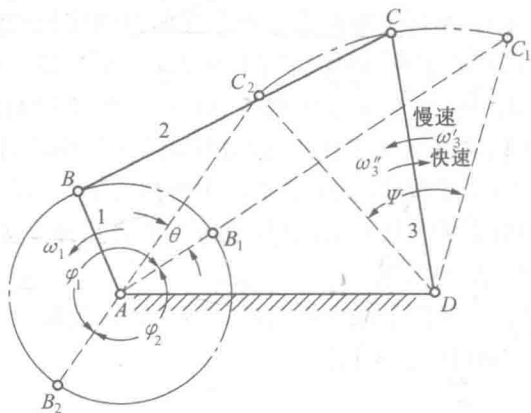


图 2.1

把从动件往复摆动平均速度的比值称为行程速比系数,其急回运动的程度用行程速比系数 K 来衡量,即

$$K = \frac{\text{从动件快速行程平均速度}}{\text{从动件慢速行程平均速度}} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta} \quad (2.1)$$

故极位夹角为

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} \quad (2.2)$$

行程速比系数 K 随极位夹角 θ 增大而增大, θ 值越大,急回运动特性越明显。

(3) 四杆机构的压力角、传动角及死点。如图 2.2 所示,主动件曲柄通过连杆作用于从动件上的力 F 的作用线与其作用点速度方向所夹的锐角 α 称为机构在此位置的**压力角**。而把压力角 α 的余角 γ (即连杆与从动件摇杆所夹的锐角)称为机构在此位置的**传动角**。

角。传动角常用来衡量机构的传动性能。机构的传动角 γ 越大, 压力角 α 越小, 力 F 的有效分力就越大, 机构的效率就越高。所以为了保证所设计的机构具有良好的传动性能, 通常应使最小传动角 $\gamma_{\min} \geq 40^\circ$, 在传递力矩较大的情况下, 应使 $\gamma_{\min} \geq 50^\circ$ 。在具体设计铰链四杆机构时, 一定要校验最小传动角 $\gamma_{\min}$ 是否满足要求。当连杆和摇杆的夹角 δ 为锐角时, $\gamma = \delta$; 若 δ 为钝角时, $\gamma = 180^\circ - \delta$ 。 δ 角是随曲柄转角 φ 的变化而改变的。当机构在任意位置时, 有

$$\cos \delta = \frac{b^2 + c^2 - a^2 - d^2 + 2ad \cos \varphi}{2bc} \quad (2.3)$$

δ 角是随各杆长和原动件转角 φ 变化而变化的。因为 $\gamma = \delta$ (锐角) 或 $\gamma = 180^\circ - \delta$ (δ 为钝角), 所以在曲柄转动一周过程中 ($\varphi = 0^\circ \sim 360^\circ$), 只有 δ 为 $\delta_{\min}$ 或 $\delta_{\max}$ 时, 才会出现最小传动角。此时正是 $\varphi = 0^\circ$ 和 $\varphi = 180^\circ$ 位置, 所对应的 δ 为 $\delta_{\min}$ 和 $\delta_{\max}$, 从而得

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta_{\min} &= \frac{b^2 + c^2 - (d-a)^2}{2bc} \\ \cos \delta_{\max} &= \frac{b^2 + c^2 - (a+d)^2}{2bc} \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

可能出现最小传动角的两个位置为

$$\left. \begin{aligned} \gamma'_{\min} &= \delta_{\min} \\ \gamma''_{\min} &= 180^\circ - \delta_{\max} \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

比较 $\gamma'_{\min}$ 和 $\gamma''_{\min}$, 找出其中较小的角度。

机构的死点位置就是指从动件的传动角 $\gamma = 0^\circ$ 时机构所处的位置。对于传动机构, 在死点位置时, 驱动从动件的有效回转矩为零, 可见机构出现死点对于传动是很不利的。在实际设计中, 应该采取措施, 使其能顺利地通过死点位置。

3. 平面连杆机构的运动分析

(1) 速度瞬心法。在理论力学中, 已给出做平面运动的两个刚体的速度瞬心的概念, 若把刚体视为构件, 就可以得到机械原理中瞬心的定义: 相对做平面运动的两构件上瞬时相对速度等于零的点或者说绝对速度相等的点 (即等速重合点), 称为速度瞬心。又把绝对速度为零的瞬心称为绝对瞬心; 不等于零的瞬心称为相对瞬心, 并用符号 P_{ij} 表示构件 i 与构件 j 的瞬心。

机构中速度瞬心数目的计算公式为

$$K = \frac{m(m-1)}{2} \quad (2.6)$$

式中 K ——机构中的瞬心数;

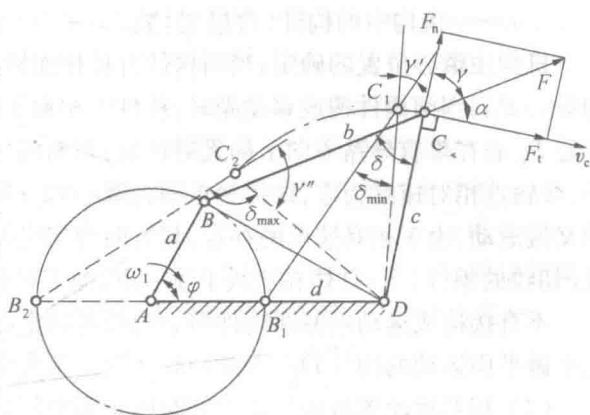


图 2.2

m ——机构中的构件(含机架)数。

机构中瞬心位置的确定:当两构件直接相连构成转动副时,其转动中心即为该两构件的瞬心 P_{12} ;当两构件构成移动副时,构件 1 相对于构件 2 的速度均平行于移动副导路,故瞬心 P_{12} 必在垂直导路方向上的无穷远处;当两构件以平面高副相连接时,两构件做纯滚动,接触点相对速度为零,该接触点即为瞬心 P_{12} ;若当两构件在接触的高副处既做相对滑动又做滚动,由于相对速度的存在,其方向沿切线方向,则瞬心 P_{12} 必位于过接触点的公法线(切线的垂线)上,具体在法线上哪一点,尚需根据其他条件再做具体分析确定。

不直接构成运动副的两构件瞬心的位置确定方法——三心定理。所谓三心定理就是三个做平面运动的构件的三个瞬心必在同一条直线上。

(2) 相对运动图解法。首先判断属于哪类问题:

① 同一构件上两点间的速度和加速度的关系。

② 两构件上重合点间的速度和加速度的关系。

然后逐步列出相应的速度、加速度矢量方程式,标出各矢量的大小和方向。当一矢量方程式中有两个未知量时,即可用作图法求解。

③ 比例尺。机构运动分析的图解法包括作机构位置图、速度及加速度矢量多边形,因此所用比例尺为

$$\text{长度比例尺} \quad \mu_l = \frac{\text{实际长度}}{\text{图示长度}} \quad \text{m/mm}$$

$$\text{速度比例尺} \quad \mu_v = \frac{\text{实际速度}}{\text{图示长度}} \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm}$$

$$\text{加速度比例尺} \quad \mu_a = \frac{\text{实际加速度}}{\text{图示长度}} \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})/\text{mm}$$

其含义是将一个物理量(长度、速度、加速度)用一定长度的线段在图上表示出来,不同于机械制图时所用的比例尺。

④ 速度影像、加速度影像。当已知同一构件上两点的速度和加速度时,可利用“速度影像”和“加速度影像”很方便地求得该构件上其他任一点的速度和加速度。利用影像法求解时,需注意以下两点:第一,每个构件都与其速度图、加速度图存在影像关系,但整个机构与速度图和加速度图却无影像关系,即不同构件上的点之间不存在影像关系;第二,同一构件上速度图和加速度图上各点的角标字母的顺序必须与构件上对应点的角标字母的顺序一致。

⑤ 综合法。对复杂Ⅳ级机构进行速度分析时,由于未知数多于 3,运用相对运动图解法无法求解,所以往往需要先运用速度瞬心法确定出某速度的方向,再用相对运动图解法求解。这是一种综合运用瞬心法和相对运动图解法的解题方法。

(3) 解析法。用解析法对机构进行运动分析的关键是建立机构的位置方程式。建立机构位置方程式常用的方法有:矢量分析法、复数矢量法和矩阵法等。位置方程列出后,将其对时间求导一次、二次,即可求得机构的速度方程式和加速度方程式。方程的求解可归结为线性方程组和非线性方程组的求解,在计算机上很容易实现。

杆组法的理论依据为机构组成原理,其基本思路是将一个复杂的机构按照机构组成

原理分解为一系列比较简单的单杆构件和基本杆组。在用计算机对机构进行运动分析时,就可以根据机构组成情况的不同,直接调用已编好的单杆构件和常见杆组运动分析的子程序,从而使主程序的编写大为简化。至于单杆构件和常见杆组运动分析的子程序已有比较完善、成熟的软件,无须使用者自己编写,读者根据具体情况调用即可。

在用杆组法对机构进行分析时,位置分析是关键,在位置分析的基础上分别对时间求一阶、二阶导数,就可得到速度和加速度分析的结果。在调用各杆组运动分析的子程序时,需特别注意:首先要根据机构的初始位置判断该杆组的装配形式,然后分析位置模式系数,给位置模式系数 M 赋值(+1 或-1)。具体分析方法参见文献[1]的相应章节。

4. 平面连杆机构的力分析和机械效率

(1) 作用在机械上的力。

驱动力:凡是驱使机械运动的力,统称为驱动力。该力与其作用点的速度方向相同或夹角为锐角,常称驱动力为输入力,所做的功(正值)为输入功。

阻力:凡是阻碍机械运动的力,统称为阻力。该力与其作用点速度方向相反或成钝角,所做的功为负值。阻力又可分为有益阻力和有害阻力。所谓有益阻力是为了完成有益工作而必须克服的生产阻力,还可以称为有效阻力。所谓有害阻力是指机械在运转过程中所受到的非生产性无用阻力。应该说明的是摩擦力和重力,既可作为做正功的驱动力,有时又可作为做负功的阻力。

(2) 机械中的摩擦和总反力。

① 移动副的摩擦和总反力。如图 2.3 所示, v_{12} 为构件 1 相对构件 2 的移动速度,移动副中摩擦力的大小为

$$F_{21} = f N_{21}$$

式中 f ——摩擦系数。当外载荷 Q 一定时,移动副中摩擦力可简化统一形式为

$$F_{21} = f_v Q$$

式中 f_v ——当量摩擦系数。

常见移动副的接触形式及当量摩擦系数分别为:

(a) 平面接触: $f_v = f$ 。

(b) 槽面接触: $f_v = f / \sin \theta$ (θ 为半槽形角)。

(c) 圆柱面接触: $f_v = kf$ (k 的大小取决于两元素的接触情况)。

如图 2.3 所示,总反力 R_{21} 与正压力 N_{21} 之间的夹角 α ,称为摩擦角。即

$$\tan \varphi = f \quad \text{或} \quad \tan \varphi_v = f_v$$

总反力 R_{21} 的作用线方向可根据以下两点确定:

(a) R_{21} 与接触面公法线偏斜—摩擦角 φ 或 φ_v 。

(b) R_{21} 与接触面公法线偏斜方向同构件 1 相对于构件 2 的速度 v_{12} 方向相反。

② 转动副的摩擦和总反力。如图 2.4 所示,轴承 2 对轴颈 1 的总摩擦力

$$F_{21} = f N_{21} = f_v Q$$

其对轴颈产生的摩擦力矩为

$$M_f = F_{21} r = f_v Q r = R_{21} \rho$$

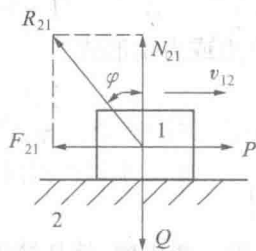


图 2.3

式中 $f_v = kf = (1 - \pi/2)f$;

$\rho = f_v r$, r 为轴承半径。

若以轴颈中心 O 为圆心, 以 ρ 为半径作圆, 则称该圆为摩擦圆, ρ 称为摩擦圆半径。转动副中总反力 R_{21} 的作用线方向可根据以下三点确定:

(a) 在不考虑摩擦的情况下, 由力的平衡条件初步确定总反力的方向。

(b) 总反力总是切于摩擦圆。

(c) 总反力 R_{21} 对轴颈中心之矩方向必与轴颈 1 相对轴承 2 的转动速度 ω_{12} 方向相反。

(3) 机械的效率和自锁。输出功和输入功的比值反映了输入功在机械中的有效利用程度, 称为机械效率, 通常以 η 表示, 机械效率有以下三种表达形式。

① 功形式

$$\eta = \frac{W_r}{W_d} = 1 - \frac{W_f}{W_d}$$

② 功率形式

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = 1 - \frac{N_f}{N_d}$$

③ 力或力矩形式

$$\eta = \frac{\text{理想驱动力(矩)}}{\text{实际驱动力(矩)}} = \frac{P_0}{P} = \frac{M_0}{M}$$

$$\eta = \frac{\text{实际工作阻力(矩)}}{\text{理想工作阻力(矩)}} = \frac{G}{G_0} = \frac{M_c}{M_{c_0}}$$

对于一些机械, 就其结构情况分析是可以运动的, 但由于摩擦的存在, 却会出现无论驱动力如何增大, 也无法使其运动的现象, 这种现象称为机械的自锁。机械自锁的实质是作用力在构件上的驱动力的有效分力总是小于由其所引起的最大摩擦力。

机械自锁条件的判定, 可根据具体情况视方便选择以下方法:

① 根据机构中运动副的自锁条件来确定。对于单自由度的机构, 若机构中某一运动副发生自锁, 那么该机构也必发生自锁。运动副的自锁条件为:

(a) 移动副的自锁条件为驱动力作用于摩擦角之内, 即 $\beta \leq \varphi$, 其中 β 为传动角。

(b) 转动副的自锁条件为驱动力作用于摩擦圆之内, 即 $a \leq \rho$, 其中 a 为驱动力臂长。

(c) 螺旋副的自锁条件为螺纹升角 γ 小于或等于螺旋副的摩擦角或当量摩擦角, 即 $\alpha \leq \varphi_v$ 。

② 根据机械效率小于或等于零来确定机械是否自锁, 即机械的自锁条件是 $\eta \leq 0$ 。

根据自锁的实质来确定, 即根据作用在构件上的驱动力的有效分力总是小于或等于由其所引起的最大摩擦力来确定。

(4) 机构动态静力分析。研究机构进行力分析有以下两个目的: 一是确定机构运动副中的约束反力; 二是为保证原动件按给定运动规律运动时需加在机械上的平衡力(或

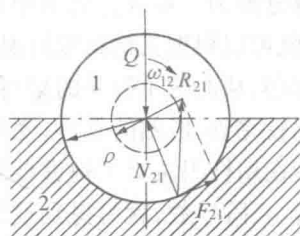


图 2.4

平衡力矩)。

对于低速轻型的机械,惯性力影响不大,可在不计惯性力的条件下对机械进行力分析,称之为静力分析。

但对于高速及重型机械,惯性力的影响很大,不允许忽略。对力进行分析时,可根据理论力学中的达朗贝尔原理将各构件在运动过程中所产生的惯性力(或力矩)视为一般外力(或力矩)加于产生惯性力的各构件上,然后仍按静力分析方法对机构进行力分析计算,这种力分析方法称之为动态静力分析法。

机构动态静力分析可按以下步骤进行:

① 已知机构结构及各构件的尺寸、质量、转动惯量以及质心的位置。若设计新的机械,也必须先估算以上参数。

② 根据运动分析求得运动副和质心等点的位置、速度和加速度以及各构件的角速度和角加速度。

③ 计算出各构件的惯性力和运动副约束反力。若考虑摩擦时,还应分析计算各运动副中考虑摩擦时的约束反力。

④ 根据机构或构件的力系平衡原理,在已知以上各种力的基础上,可求出机构所需的平衡力(或力矩)。平衡力(或力矩)若作用在原动件上,就是驱动力(或驱动力矩);若作用在从动件上,就是阻力(或阻力矩)。

机构动态静力分析法有图解法和解析法。解析法又分为矢量方程法、矩阵法和杆组法等。这些方法可在现已出版的《机械原理》教材中查阅。

5. 平面连杆机构的设计

(1) 连杆机构设计的基本问题。连杆机构设计的基本问题是根据所要求的运动条件、几何条件确定机构的形式和各构件的尺寸参数。一般可归纳为以下三类:

① 实现预定的运动规律要求。

② 实现预定的连杆位置要求。

③ 实现预定的轨迹要求。

设计连杆机构的方法有图解法、解析法和实验法。

(2) 用图解法设计四杆机构。

① 两个基本求解问题。

用图解法设计四杆机构是根据设计要求、通过作图确定未知铰链位置来求各杆长度,而铰链的位置是根据四杆机构各铰链之间相对运动的几何关系来确定的。在铰链四杆机构 $ABCD$ 中,设 B 、 C 为两个活动铰链中心, A 、 D 为两个固定铰链中心,它们之间的运动几何关系为:活动铰链(如 B)所占据的各点位 $B_i (i=1, 2, \dots, N)$ 必位于以固定铰链 A 为圆心,以 AB 杆的长度为半径的圆上。反之,固定铰链 A 也一定位于活动铰链 B 的各点位 $B_i (i=1, 2, \dots, N)$ 所在圆弧的圆心上。由此可知,四杆机构的四个铰链位置的确定可归结为以下两类问题:

(a) 求固定铰链中心位置。作活动铰链中心各位置点连线的中垂线,其交点即为固定铰链中心。

(b) 求活动铰链中心的位置。根据相对运动原理,把某一运动构件作为转化机架,而

与其对应的另一构件(包含有固定铰链)即变为连杆,从而可得原固定铰链的几个对应位置,其圆心即为该位置处所求的活动铰链中心。这种方法称为反转法或机构转化法。

② 按预定连杆位置设计四杆机构。

(a) 已知连杆 BC 的预定位置 $B_iC_i (i=1, 2, \dots, N)$, 要求设计该四杆机构。若 $N=2$, 有无穷多解; 若 $N=3$, 则有唯一解; 若 $N=4$, 一般无解, 但可以在连杆上找到一些点, 这些点的四个点位在同一圆上(这样的点称为圆点), 圆点可作为活动铰链中心, 其圆心(称为圆心点)即为固定铰链中心。至于 $N=5$, 实际应用较少, 不再讨论。

(b) 已知连杆标线 EF 的预定位置 $E_iF_i (i=1, 2, 3)$ 和固定铰链中心 A, D , 要求设计此四杆机构。此时, 可采用机构转化法, 即把原连杆 EF 某一位置作为机架, 原机架 AD 作为相对连杆来进行求解。

③ 按两连架杆对应位置设计四杆机构。若已知四杆机构的机架长度 d , 要求当主动连架杆 AB 转过角度 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, N)$ 时, 从动连架杆 CD 相应转过 $\varphi_i (i=1, 2, \dots, N)$, 设计此四杆机构。此时可采用反转法, 选其中一个连架杆的某一位置为转化机架, 另一连架杆变为相对连杆, 即可按上述预定连杆位置的方法设计四杆机构。

④ 按行程速比系数 K 设计四杆机构。已知曲柄摇杆机构摇杆的长度 $\overline{CD}$ 、摆角 ψ 及行程速比系数 K , 设计此四杆机构。

先作出摇杆的两极位 $\overline{C_1D}$ 和 $\overline{C_2D}$, 求极位夹角 $\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$, 作 $\angle C_2C_1P = 90^\circ - \theta$ 和 $\angle C_1C_2P = 90^\circ$ 的 $\text{Rt}\triangle PC_1C_2$ 的外接圆, 即得 A 所在的圆。至于点 A 在该圆上的位置则由其他附加条件来确定。在点 A 的位置确定之后, 由式 $a = (\overline{AC_2} - \overline{AC_1})/2$ 和式 $b = (\overline{AC_2} + \overline{AC_1})/2$ 求得曲柄的长度 a 和连杆的长度 b 。

(3) 用解析法设计四杆机构。解析法设计四杆机构的关键是建立已知运动参数与未知几何参数间的关系式, 求解该方程组, 即可设计出四杆机构。

2.2.2 本章难点

1. 用图解法设计四杆机构中活动铰链位置的求解(其求解方法为反转法)

掌握反转法应注意以下两点:

(1) 搞清反转法的原理。其原理与取不同构件为机架的演化方法, 即“倒置”原理是完全一样的, 都是相对运动原理。利用机构转化法, 对转化后的机构进行设计与对原机构设计的结果是完全一样的, 这样就可以将活动铰链位置的求解问题转化为固定铰链的求解问题。

(2) 反转法的作图方法。为了不改变反转前后机构的相对运动, 作图时, 必须将原机构的每一位置的各构件之间的相对位置视为刚化, 并用作全等四边形或全等三角形的方法, 求出转化后机构的各构件的相对位置。

2. 两构件上的重合点之间的速度和加速度分析(特别是哥氏加速度大小和方向的确定)

3. 平面机构中运动副总反力作用线的确定和机械自锁条件的确定

确定运动副总反力作用线时, 先根据机构运动情况, 确定机构中组成运动副的两构件

间的相对运动关系,在不考虑摩擦的情况下,根据力的平衡条件,初步确定总反力的方向,特别要注意遵循二力构件的两作用力大小相等、方向相反且共线;三力构件的三个作用力应交汇一点的原则。再根据移动副和转动副中总反力作用线的确定方法进行判定。

2.3 试题精选与答题技巧

【例 2.1】如图 2.5 所示,已知四杆机构各构件的长度: $a=240\text{ mm}$, $b=600\text{ mm}$, $c=400\text{ mm}$, $d=500\text{ mm}$ 。试问:

(1) 当取构件 4 为机架时,是否存在曲柄? 如存在,则哪一构件为曲柄?

(2) 如选取别的构件为机架时,能否获得双曲柄或双摇杆机构? 如果可以,应如何得到?

解题要点:

根据铰链四杆机构曲柄存在条件进行分析。在铰链四杆机构中,其杆长条件是机构有曲柄的根本条件。即最短杆与最长杆长度之和小于或等于其他两杆长度之和;这时如满足杆长条件,以最短或与最短杆相邻的杆为机架,机构则有曲柄,否则无曲柄;如不满足杆长条件,无论取哪个构件为机架,机构均无曲柄,机构为双摇杆机构。

【解】(1) 现在 $a+b=840\text{ mm}<c+d=900\text{ mm}$ 条件成立。取构件 4 为机架时,最短杆 a 为曲柄。

(2) 当取最短杆 a 为机架时,得双曲柄机构;若选最短杆的对杆 c 为机架时,则得双摇杆机构。

【例 2.2】试根据铰链四杆机构的演化原理,由曲柄存在条件推导如图 2.6 所示偏置导杆机构成为转动导杆机构的条件。

解题要点:

如图 2.2 所示,机构是由铰链四杆机构演化而来,本题关键在于铰链四杆机构曲柄存在条件的灵活运用。

【解】因为导杆与滑块组成移动副,所以转动副中心 D 在无穷远处,即

$$l_{CD} \rightarrow \infty \quad l_{AD} \rightarrow \infty \quad \text{且} \quad l_{AB} > l_{CD}$$

要使机构成为转动导杆机构,则各杆长度应满足下列条件

$$l_{AB} + l_{AD} \leq l_{BC} + l_{CD}$$

$$l_{AB} + (l_{AD} - l_{CD}) \leq l_{BC}$$

$$a + e \leq b$$

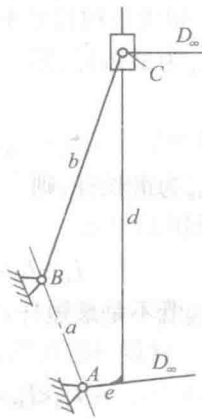


图 2.6

【例 2.3】如图 2.7 所示铰链四杆机构中,已知 $l_{BC}=500\text{ mm}$, $l_{CD}=350\text{ mm}$, $l_{AD}=300\text{ mm}$, AD 为机架。

(1) 若此机构为曲柄摇杆机构,且 AB 为曲柄,求 L_{AB} 的最大值。

(2) 若此机构为双曲柄机构,求 l_{AB} 的最小值。

(3) 若此机构为双摇杆机构,求 l_{AB} 的取值范围。

解题要点:

在铰链四杆机构有曲柄的条件中,其杆长条件是机构有曲柄的根本条件。若满足杆长条件,以最短杆或与最短杆相邻的杆为机架,机构则有曲柄,否则无曲柄;若不满足杆长条件,无论取哪个构件为机架,机构均无曲柄,即为双摇杆机构。

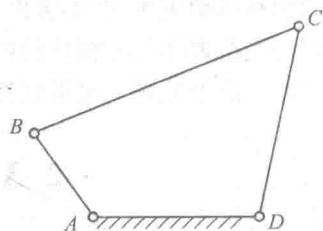


图 2.7

【解】 (1) 因 AD 为机架, AB 为曲柄,故 AB 为最短杆,有

$$l_{AB} \leq l_{CD} + l_{AD} - l_{BC} = 350 \text{ mm} + 300 \text{ mm} - 500 \text{ mm} = 150 \text{ mm}$$

则 $l_{AB\max} = 150 \text{ mm}$

(2) 因 AD 为机架, AB 及 CD 均为曲柄,故 AD 杆必为最短杆,有下列两种情况。

若 BC 为最长杆,则 $l_{AB} < l_{BC} = 500$, 且

$$l_{AD} + l_{BC} \leq l_{AB} + l_{CD}$$

故 $l_{AB} \geq l_{AD} + l_{BC} - l_{CD} = 300 \text{ mm} + 500 \text{ mm} - 350 \text{ mm} = 450 \text{ mm}$

得 $450 \text{ mm} \leq l_{AB} \leq 500 \text{ mm}$

若 AB 为最长杆,则 $l_{AB} > l_{BC} = 500 \text{ mm}$, 且

$$l_{AD} + l_{AB} \leq l_{BC} + l_{CD}$$

故 $l_{AB} \leq l_{BC} + l_{CD} - l_{AD} = 500 \text{ mm} + 350 \text{ mm} - 300 \text{ mm} = 550 \text{ mm}$

得 $500 \text{ mm} < l_{AB} \leq 550 \text{ mm}$

综合以上两种情况可知

$$l_{AB\min} = 450 \text{ mm}$$

(3) 如果机构尺寸不满足杆长条件,则机构必为双摇杆机构。

若 l_{AB} 为最短杆,则

$$l_{AB} + l_{BC} > l_{CD} + l_{AD}$$

故 $l_{AB} > l_{CD} + l_{AD} - l_{BC} = 350 \text{ mm} + 300 \text{ mm} - 500 \text{ mm} = 150 \text{ mm}$

若 l_{AB} 为最长杆,则

$$l_{AD} + l_{AB} > l_{BC} + l_{CD}$$

故 $l_{AB} > l_{BC} + l_{CD} - l_{AD} = 500 \text{ mm} + 350 \text{ mm} - 300 \text{ mm} = 550 \text{ mm}$

若 l_{AB} 既不是最短杆,也不是最长杆,则

$$l_{AD} + l_{BC} > l_{AB} + l_{CD}$$

故 $l_{AB} < l_{AD} + l_{BC} - l_{CD} = 300 \text{ mm} + 500 \text{ mm} - 350 \text{ mm} = 450 \text{ mm}$

若要保证机构成立,则应有

$$l_{AB} < l_{BC} + l_{CD} + l_{AD} = 500 \text{ mm} + 350 \text{ mm} + 300 \text{ mm} = 1150 \text{ mm}$$

故当该机构为双摇杆机构时, l_{AB} 的取值范围为

$$150 \text{ mm} < l_{AB} < 450 \text{ mm} \quad \text{和} \quad 550 \text{ mm} < l_{AB} < 1150 \text{ mm}$$

【例 2.4】 如图 2.8 所示铰链四杆机构中,已知杆长度 $l_{AB} = 20 \text{ mm}$, $l_{BC} = 60 \text{ mm}$, $l_{CD} = 85 \text{ mm}$, $l_{AD} = 50 \text{ mm}$ 。要求:

- (1) 试确定该机构是否有曲柄。
- (2) 判断此机构是否存在急回运动,若存在,试确定其极位夹角,并估计行程速比系数。
- (3) 若以构件 AB 为原动件,试画出该机构的最小传动角和最大传动角的位置。
- (4) 回答:在什么情况下此机构有死点位置?

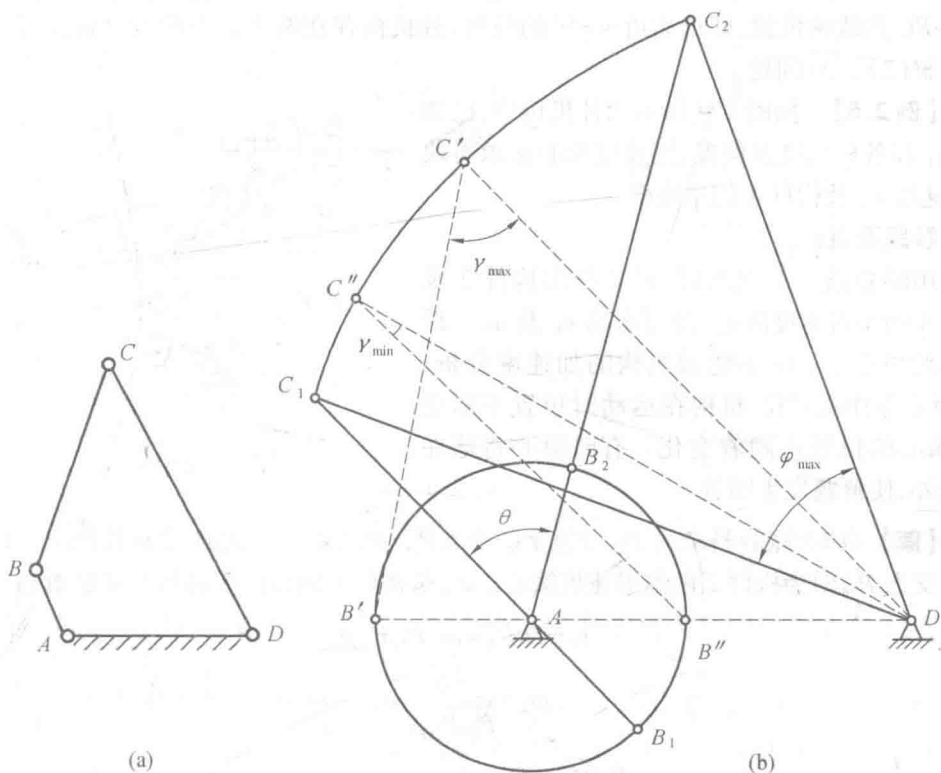


图 2.8

解题要点:

本题机构分析表明,四杆机构的分析常常涉及机构的类型、急回运动、传动角及死点位置这四个方面的问题。机构类型的判别关键是确定机构是否存在曲柄;机构急回运动分析关键是确定机构的极位夹角 θ 和传动角 γ 大小。除用作图法外,还可以用解析法进行精确求解,但是比较烦琐。

【解】 (1) $(l_{AB}+l_{CD}=20\text{ mm}+85\text{ mm}=105\text{ mm}) < (l_{AD}+l_{BC}=60\text{ mm}+50\text{ mm}=110\text{ mm})$, 且连架杆 AB 为最短杆,故该机构有曲柄,且 AB 杆为曲柄。此机构为曲柄摇杆机构。

(2) 取 $\mu_l=1\text{ mm/mm}$,作摇杆 CD 的两个极限位置,机构位置图 AB_1C_1D 和 AB_2C_2D 如图 2.8(b) 所示,图中 $\angle C_1AC_2=\theta$ 为极位夹角,且由图量得 $\theta=59^\circ$,故此机构有急回运动,可求得

$$K = (180^\circ + \theta) / (180^\circ - \theta) = (180^\circ + 59^\circ) / (180^\circ - 59^\circ) \approx 1.98$$

(3) 若曲柄 AB 为原动件,则机构在曲柄 AB 与机架 AD 共线的两位置时,存在最小传动角和最大传动角。用作图法求出机构在 $AB'C'D$ 和 $AB''C''D$ 这两个位置时的 $\gamma_{\max}$ 及 $\gamma_{\min}$ 。由图可知

$$\gamma_{\max} \approx \angle B'C'D = 55^\circ$$

$$\gamma_{\min} \approx \angle B''C''D = 15^\circ$$

(4) 若以曲柄 AB 为主动件, 则从动件摇杆 CD 与连杆 BC 所夹的锐角为机构的传动角 γ (即 $\angle BCD$)。因不存在 $\gamma = 0^\circ$ 的位置, 故机构无死点位置。若以摇杆 CD 为主动件, 则从动件曲柄 AB 与连杆 BC 所夹的锐角为机构的传动角 γ 。此时, 机构存在曲柄 AB 与连杆 BC 共线两位置, 即传动角 $\gamma = 0^\circ$ 的位置, 故机构存在两个死点位置。请读者试用解析法解(2)、(3)问题。

【例 2.5】 如图 2.9 所示六杆机构中, 已知 ω_1 、 φ_1 和各杆长度及位置, 用速度瞬心法求滑块 5 的速度 v_F 及构件 4 的角速度 ω_4 。

解题要点:

用瞬心法求解此题时, 只要找出构件 2 及构件 4 的绝对速度瞬心, 便可求出 v_F 及 ω_4 。瞬心法的缺点有: ① 不能做机构的加速度分析; ② 瞬心靠作图来找, 机构在运动时位置不断变化, 瞬心的位置也随着变化。有时瞬心将落在图纸外, 使解题发生困难。

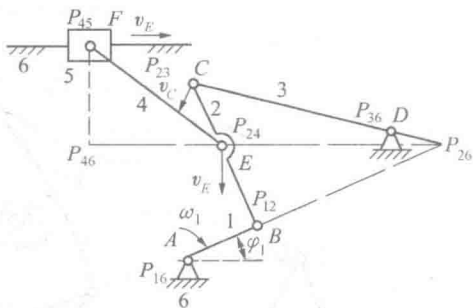


图 2.9

【解】 (1) 很容易求出 P_{16} 、 P_{12} 、 P_{24} 、 P_{23} 、 P_{36} 、 P_{45} , 由三心定理并延长 $\overline{P_{16}P_{12}}$ 、 $\overline{P_{23}P_{36}}$, 两线交点 P_{26} 即为构件 2 的绝对速度瞬心。 P_{12} 是构件 1 和构件 2 的相对速度瞬心, 则

$$v_B = \omega_1 l_{AB} = \omega_2 \overline{P_{12}P_{26}\mu_l}$$

$$\omega_2 = \frac{l_{AB}}{\overline{P_{12}P_{26}\mu_l}} \omega_1$$

$$v_E = \omega_2 \overline{P_{24}P_{26}\mu_l} = \frac{\overline{P_{24}P_{26}}}{\overline{P_{12}P_{26}}} l_{AB} \omega_1 \quad (\text{方向向下}) (\mu_l \text{ 为机构比例尺})$$

(2) 构件 4 上 E 、 F 两点的绝对速度方向已知, 分别作 v_E 、 v_F 的垂线, 两垂线相交于点 P_{46} , 便是构件 4 的绝对速度瞬心。构件 4 的角速度 ω_4 为

$$\omega_4 = \frac{v_E}{\overline{P_{24}P_{26}\mu_l}} = \frac{\overline{P_{24}P_{26}}}{\overline{P_{24}P_{26}P_{12}P_{26}\mu_l}} \omega_1 l_{AB}$$

$$v_F = \omega_4 \overline{P_{45}P_{46}\mu_l} = \frac{\overline{P_{24}P_{26}P_{45}P_{46}}}{\overline{P_{24}P_{26}P_{12}P_{26}}} \omega_1 l_{AB}$$

【例 2.6】 (1) 找出图 2.10(a) 中六杆机构的所有速度瞬心位置。

(2) 求角速度比 ω_4/ω_2 ?

(3) 求角速度比 ω_5/ω_2 ?

(4) 已知 ω_2 , 求点 C 的速度。

解题要点:

当用速度瞬心法求两构件之角速度比或某点速度比时, 用到的仅为几个与求解有关的速度瞬心, 故在题目中不要求找出所有的速度瞬心时, 则用到哪个速度瞬心就找哪个速

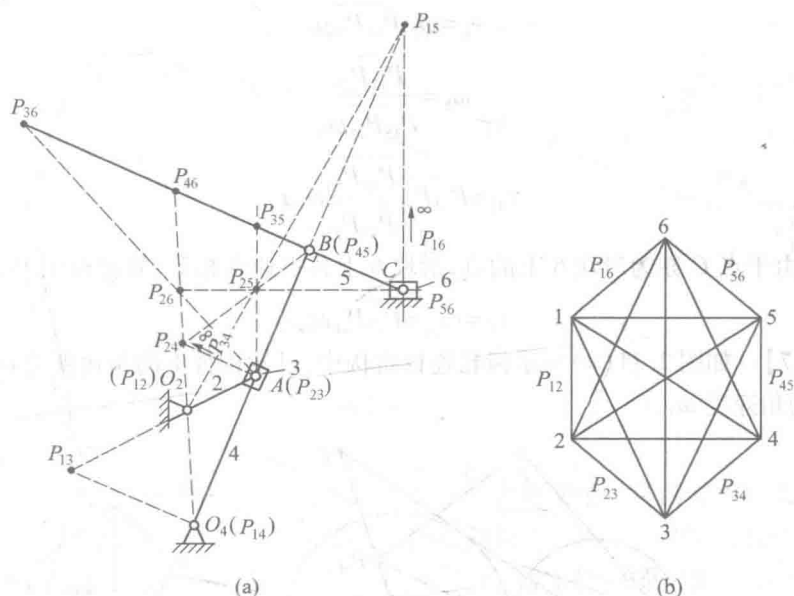


图 2.10

度瞬心,此外求构件上某点的速度时,可能有多种求解方法。在进行分析时应力求简便;构件间的速度瞬心与构件所处的位置有关,瞬心法求出的构件间的角速比或构件的速度具有瞬时性,当机构运动至下一位置后,构件间的瞬心位置将发生相应变化,构件间的角速度比及构件上某点的速度也发生相应变化。

【解】 (1) 找速度瞬心位置时,首先分析此六杆机构的速度瞬心数 $N=15$ 。它们是 P_{16} 、 P_{15} 、 P_{14} 、 P_{13} 、 P_{12} 、 P_{26} 、 P_{25} 、 P_{24} 、 P_{23} 、 P_{36} 、 P_{35} 、 P_{34} 、 P_{46} 、 P_{45} 、 P_{56} 。为确保找对以上速度瞬心,可利用图 2.10(b)所示的速度瞬心多边形。多边形各顶点上的数字代表机构中各构件的编号,两顶点之间的连线代表一个速度瞬心。各速度瞬心位置可用所学知识定出;两构件直接组成转动副时,转动副中心即为两构件的速度瞬心;两构件组成移动副时,瞬心位于垂直于导路的无穷远处;两构件不直接构成运动副时,可运用“三心定理”。求速度瞬心位置,如图 2.10(a)所示。

(2) 求 ω_4/ω_2 。即因 P_{24} 为构件 2 与构件 4 上的等速重合点,故有

$$\omega_2 \overline{P_{12}P_{24}\mu_l} = \omega_4 \overline{P_{14}P_{24}\mu_l}$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_2} = \frac{\overline{P_{12}P_{24}}}{\overline{P_{14}P_{24}}}$$

(3) 求 ω_5/ω_2 。找出构件 2 与构件 5 的等速重合点,即 P_{25} ,则

$$\omega_2 \overline{P_{12}P_{25}\mu_l} = \omega_5 \overline{P_{15}P_{25}\mu_l}$$

$$\frac{\omega_5}{\omega_2} = \frac{\overline{P_{12}P_{25}}}{\overline{P_{15}P_{25}}}$$

(4) 求 C 的速度。 C 为杆 5 上的点,故

$$v_C = \omega_5 \overline{P_{15}P_{56}}\mu_l$$

$$\omega_5 = \frac{\overline{P_{12}P_{25}}}{\overline{P_{15}P_{25}}}\omega_2$$

$$v_C = \overline{P_{12}P_{25}} \frac{\overline{P_{15}P_{56}}}{\overline{P_{15}P_{25}}}\omega_2\mu_l$$

故

另外,由于点C亦为滑块6上的点,滑块6上各点速度相等,故也可用 P_{26} 求得

$$v_C = v_{P_{26}} = \overline{P_{12}P_{26}}\omega_2\mu_l$$

【例 2.7】 如图 2.11(a) 所示齿轮连杆机构中,已知构件 1 的角速度为 ω_1 ,求图示位置构件 3 的角速度 ω_3 。

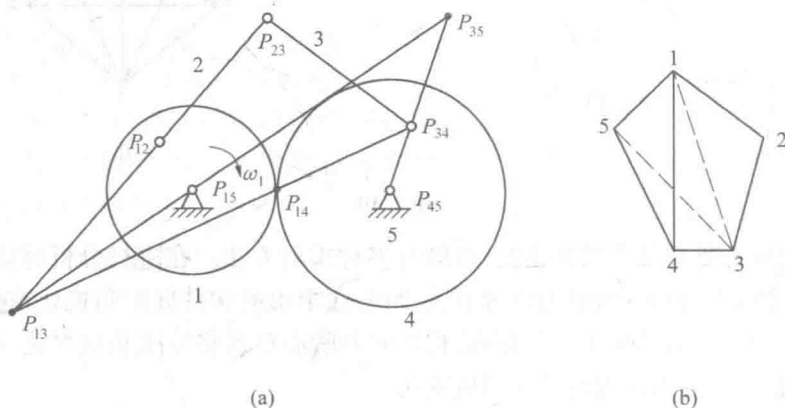


图 2.11

解题要点:

此题为含有高副机构的速度分析题。在确定组成高副的两构件的速度瞬心位置时,应分析在接触点处是否为纯滚动。若是纯滚动,则接触点即为瞬心;若不是纯滚动,则速度瞬心在过接触点的公法线上。只要找出绝对速度瞬心 P_{35} 、 P_{15} 和相对速度瞬心 P_{13} ,即可根据瞬心的概念求出 ω_3 。

【解】 先标出直接可确定的速度瞬心位置 P_{12} 、 P_{15} 、 P_{23} 、 P_{34} 、 P_{45} 、 P_{14} 。先需求出速度瞬心 P_{35} 、 P_{13} ,作出速度瞬心多边形,如图 2.11(b) 所示。 P_{13} 在 $P_{12}P_{23}$ 及 $P_{14}P_{34}$ 连线或延长线的交点上; P_{35} 在 $P_{34}P_{45}$ 及 $P_{15}P_{13}$ 连线或延长线的交点上。

由速度瞬心的概念可知,在等速重合点 P_{13} 处,有

$$v_{P_{13}} = \omega_1 \overline{P_{13}P_{15}}\mu_l = \omega_3 \overline{P_{13}P_{35}}\mu_l$$

则有

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{\overline{P_{13}P_{15}}}{\overline{P_{13}P_{35}}}$$

【例 2.8】 在图 2.12(a) 所示机构中,已知各杆长度和构件 1 的角速度 ω_1 (常数), $l_{BC} = 2l_{CD}$ 。试用相对运动图解法求图示位置构件 2 的角速度 ω_2 和角加速度 ε_2 及构件 5 的速度 v_5 和加速度 a_5 。

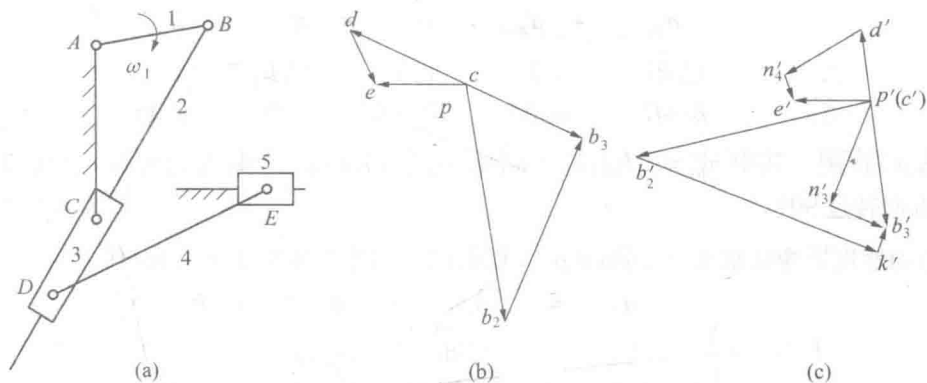


图 2.12

解题要点:

此题是一道用相对运动图解法进行机构运动分析的典型题。灵活应用扩大构件法可简化解题过程。应用速度及加速度影像法时要注意其条件,即同一构件上的点才存在影像关系,并注意在速度图及加速度图中字母的顺序与机构图中保持一致。同时应特别注意加速度分析中加速度方向的判断。

【解】 此题有两种分析方法。一是构件2和3组成移动副,把点C作为重合点,由于点C在构件3上的点C₃的速度为0,所以 $v_C = v_{C_2C_3}$ 。再根据点B和点C₂同为构件2上的点可求出 v_{C_2} ,然后求出 v_{D_2} 、 v_{D_3} (v_{D_4})和 v_{E_5} 。加速度和角加速度的求解思路与上述相仿。二是把构件3扩大至点B,使点B成为构件2和3的重合点。求出点B₃的速度或加速度后用影像法求点D的速度或加速度,再由点D的速度或加速度求出点E的速度或加速度。第二种方法较简洁,下面用第二种方法求解。

(1) 速度分析。扩大构件3至点B,则点B可看成构件2和3的重合点,于是有

	v_{B_3}	=	v_{B_2}	+	$v_{B_3B_2}$
大小	?		$\omega_1 l_{AB}$		?
方向	$\perp BC$		$\perp AB$		$// BC$

由于上式中只有两个未知数,故可用图解法求解。选 μ_v 作图(图2.12(b))求得 $v_{B_3} = \mu_v \overline{Pb_3}$,用影像法求得 $v_D = \mu_v \overline{Pb_3}$ 。又由同一构件上两点间速度关系可得

	v_E	=	v_D	+	v_{ED}
大小	?		已知		?
方向	水平		$\perp DC$		$\perp DE$

继续作出速度图,如图2.12(b)所示。

$$\omega_2 = \omega_3 = v_{B_3} / l_{BC} = pb_3 \mu_v$$

顺时针方向

$$\omega_4 = v_{ED} / l_{ED} = de \mu_v / l_{ED}$$

顺时针方向

$$v_5 = v_E = pe \mu_v$$

(2) 加速度分析

$$\begin{array}{cccccc}
 a_{B_3}^n & + & a_{B_3}^t & = & a_{B_2} & + & a_{B_3B_2}^k & + & a_{B_3B_2}^r \\
 \text{大小} & & \text{已知} & & ? & & \text{已知} & & \text{已知} & & ? \\
 \text{方向} & & B \rightarrow C & & \perp BC & & B \rightarrow A & & \perp BC & & // BC
 \end{array}$$

选 μ_a 作图。其中 $a_{B_2} = \omega_1^2 l_{AB}$; $a_{B_3}^n = \omega_3^2 l_{BC}$; $a_{B_3B_2}^k = 2\omega_3 v_{B_3B_2}$ 。其方向为由 $v_{B_3B_2}$ 的矢量沿 ω_3 的方向转过 90° 。

由加速度影像法求出 a_D , 即 $\overline{p'd'}\mu_a$ 。根据同一构件上加加速度的关系, 有

$$\begin{array}{cccccc}
 a_E & = & a_D & + & a_{ED}^n & + & a_{ED}^t \\
 \text{大小} & & ? & & \text{已知} & & \omega_4^2 l_{BD} & & ? \\
 \text{方向} & & \text{水平} & & \text{已知} & & E \rightarrow D & & \perp ED
 \end{array}$$

图 2.12(c) 所示为加速度图。

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \overline{a_{B_3}^t} / l_{BC} = \overline{n_3' b_3'} / l_{BC} \quad \text{顺时针方向}$$

$$a_5 = a_E = \overline{p'e'}\mu_a \quad \text{方向如图 2.12(c) 所示}$$

【例 2.9】如图 2.13(a) 所示六杆机构中, 已知: $l_{AB} = 140 \text{ mm}$, $l_{BC} = l_{CD} = 420 \text{ mm}$, $L_1 = L_3 = 420 \text{ mm}$, $L_2 = 180 \text{ mm}$, $\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$, $\overline{BS_2} = \overline{S_2C}$ 。试用相对运动图解法求机构在图示位置时:

- (1) 点 B、C、E、 S_2 的速度和加速度。
- (2) 构件 2 和构件 3 的角速度和角加速度。

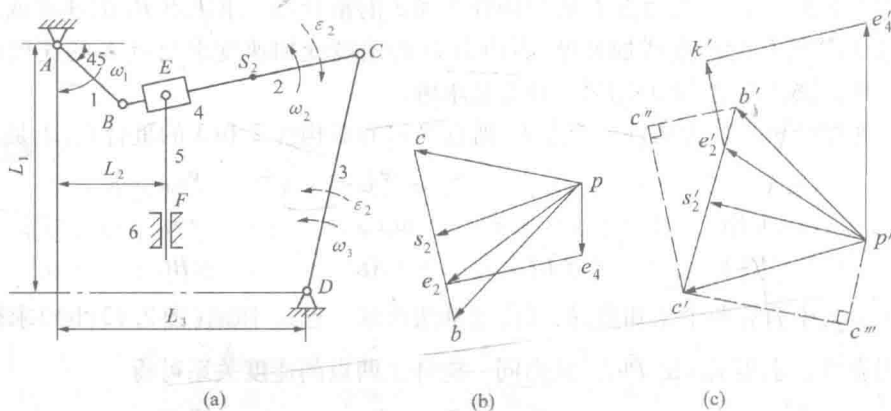


图 2.13

解题要点:

应用相对运动图解法对平面杆机构进行运动分析。

【解】选取比例尺 $\mu_l = 0.01 \text{ m/mm}$ 作机构运动简图, 如图 2.13(a) 所示。

(1) 求点 B、C、E、 S_2 的速度和加速度。

① 速度分析。

$$v_B = \omega_1 l_{AB} = 20 \text{ rad/s} \times 0.14 \text{ m} = 2.8 \text{ m/s}$$

	v_C	=	v_B	+	v_{CB}
大小	?		已知		?
方向	$\perp CD$		$\perp AB$		$\perp BC$

选取 $\mu_v = 0.1 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm}$ 作速度多边形,如图 2.13(b)所示,再应用速度影像法求得点 E_2 和点 S_2 的速度,然后根据下式

	v_{E_4}	=	v_{E_2}	+	$v_{E_4E_2}$
大小	?		已知		?
方向	$// EF$		已知		$// EC$

作图,于是由图 2.13(b)可求得

$$v_C = \mu_v \overline{pc} = 0.1 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm} \times 26 \text{ mm} = 2.6 \text{ m/s} \quad (\text{沿} \overline{pc} \text{方向})$$

$$v_E = \mu_v \overline{pe_4} = 0.1 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm} \times 10.5 \text{ mm} = 1.05 \text{ m/s} \quad (\text{沿} \overline{pe_4} \text{方向})$$

$$v_{S_2} = \mu_v \overline{ps_2} = 0.1 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm} \times 23.7 \text{ mm} = 2.37 \text{ m/s} \quad (\text{沿} \overline{ps_2} \text{方向})$$

② 加速度分析

$$a_B = a_B^n = \omega_1^2 l_{AB} = 20^2 \times 0.14 = 56 \text{ m/s}^2$$

a_c	=	a_C^n	+	a_C^t	=	a_B	+	a_{CB}^n	+	a_{CB}^t
大小		已知		?		已知		已知		?
方向		$C \rightarrow D$		$\perp CD$		$B \rightarrow A$		$C \rightarrow B$		$\perp CB$

式中

$$a_{CB}^n = v_{CB}^2 / l_{BC} = \mu_v^2 (\overline{bc})^2 / l_{BC} = [0.1 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm}]^2 \times (26 \text{ mm})^2 / 0.42 \text{ mm} = 16.1 \text{ m/s}^2$$

$$a_C^n = v_C^2 / l_{CD} = (2.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 / 0.42 = 16.1 \text{ m/s}^2$$

选取 $\mu_a = 2 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2})/\text{mm}$ 作加速度多边形,如图 2.13(c)所示,再用加速度影像法求得 e'_2 和 s'_2 。又根据

a_E	=	a_{E_4}	=	a_{E_2}	+	$a_{E_4E_2}^k$	+	$a_{E_4E_2}^r$
大小		?		已知		已知		?
方向		$// EF$		已知		已知		$// EC$

$$\text{式中 } a_{E_4E_2}^k = 2\omega_2 v_{E_4E_2} = 2\mu_a^2 \frac{\overline{bc}}{l_{BC}} e_2 e_4 = 2 \times (0.1 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm})^2 \times \frac{26 \text{ mm}}{0.42 \text{ mm}} \times 21.3 \text{ mm} = 26.4 \text{ m/s}^2$$

其方向为将 $v_{E_4E_2}$ 沿 ω_2 的方向(顺时针方向)转过 90° 的方向,其图形如图 2.13(c)所示。由图可求得

$$a_C = \mu_a \overline{p'c'} = 2 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm} \times 28 \text{ mm} = 56 \text{ m/s}^2 \quad (\text{沿} \overline{p'c'} \text{方向})$$

$$a_E = \mu_a \overline{p'e'_4} = 2 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm} \times 32.7 \text{ mm} = 65.4 \text{ m/s}^2 \quad (\text{沿} \overline{p'e'_4} \text{方向})$$

$$a_{S_2} = \mu_a \overline{p's'_2} = 2 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm} \times 24 \text{ mm} = 48 \text{ m/s}^2 \quad (\text{沿} \overline{p's'_2} \text{方向})$$

(2) 求构件 2 和构件 3 的角速度和加速度。由图 2.13(a)和图 2.13(c)可求得

$$\omega_2 = \frac{v_{CB}}{l_{BC}} = \frac{\mu_v \overline{bc}}{l_{BC}} = \frac{0.1 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1})/\text{mm} \times 26 \text{ mm}}{0.42 \text{ mm}} = 6.2 \text{ rad/s} \quad (\text{逆时针})$$

$$\omega_3 = \frac{v_C}{l_{BC}} = \frac{2.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{0.42 \text{ mm}} = 6.2 \text{ rad/s} \quad (\text{逆时针})$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^n}{l_{BC}} = \frac{\mu_a \overline{c''c'}}{l_{BC}} = \frac{2 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) / \text{mm} \times 25.2 \text{ mm}}{0.42 \text{ mm}} = 120 \text{ rad/s} \quad (\text{顺时针})$$

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^t}{l_{CD}} = \frac{\mu_a \overline{c''c'}}{l_{CD}} = \frac{2 (\text{m} \cdot \text{s}^{-1}) / \text{mm} \times 24.8 \text{ mm}}{0.42 \text{ mm}} = 118.1 \text{ rad/s} \quad (\text{逆时针})$$

【例 2.10】 在图 2.14 中,已知各构件的尺寸及机构的位置,各转动副处的摩擦圆如图中虚线圆所示,移动副及凸轮高副处的摩擦角为 φ ,凸轮顺时针转动,作用在构件 4 上的工作阻力为 Q 。试求该图示位置时:

- (1) 各运动副的反力(各构件的重力和惯性力均忽略不计)。
- (2) 需施加于凸轮 1 上的驱动力矩 M_1 。
- (3) 机构在图示位置的机械效率 η 。

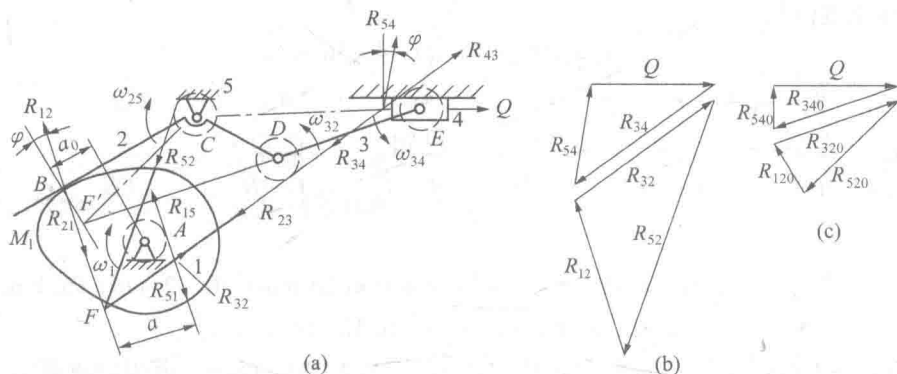


图 2.14

解题要点:

考虑摩擦时进行机构力的分析,关键是确定运动副中总反力的方向。为了确定总反力的方向,应先分析各运动副元素之间的相对运动,并标出它们相对运动的方向;然后再进行各构件的受力分析,先从二力构件开始,再分析三力构件。

【解】 选取长度比例尺 $\mu_l (\text{m/mm})$ 作机构运动简图。

(1) 确定各运动副中总反力的方向。如图 2.14(a) 所示,根据机构的运动情况和力的平衡条件,先确定凸轮高副处的总反力 R_{12} 的方向,该力方向与接触点 B 处的相对速度 $v_{B_2B_1}$ 的方向成 $90^\circ + \varphi$ 角。再由 R_{51} 应切于运动副 A 处的摩擦圆,且对 A 之矩的方向与 ω_1 方向相反,同时与 R_{12} 组成一力偶与 M_1 平衡,由此定出 R_{51} 的方向;由于连杆 3 为二力构件,其在 D、E 两转动副所受两力 R_{23} 及 R_{43} 应切于该两处摩擦圆,且大小相等方向相反并共线,可确定出 R_{23} 及 R_{43} 的作用线,也即已知 R_{32} 及 R_{34} 的方向线;总反力 R_{52} 应切于运动副 C 处的摩擦圆,且对 C 之矩的方向应与 ω_{25} 方向相反,同时构件 2 受到 R_{12} 、 R_{52} 及 R_{32} 三个力,且应汇交于一点,由此可确定出 R_{52} 的方向线;滑块 4 所受总反力 R_{54} 应与 v_{45} 的方向成角 $90^\circ + \varphi$ 角,同时又受到 R_{34} 、 R_{54} 及 Q 三个力,也应汇交于一点,由此可确定出 R_{54} 的方

向线。

(2) 求各运动副中总反力的大小。分别取构件 2、4 为分离体,列出力平衡方程式。

$$\text{构件 2} \quad R_{12} + R_{32} + R_{52} = 0$$

$$\text{构件 4} \quad R_{34} + R_{54} + Q = 0$$

而

$$R_{34} = -R_{43} = R_{23} = -R_{32}$$

根据上述 3 个力平衡方程式,选取力比例尺 μ_F (N/mm),并作力多边形,如图 2.14(b)所示。由图可知总反力 $R_i = \overline{R_i} \mu_F$, 其中 $\overline{R_i}$ 为多边形中第 i 个力的图上长度(mm)。

(3) 求需施加于凸轮 1 上的驱动力矩 M_1 。由凸轮 1 的平衡条件可得

$$M_1 = R_{21} \mu_l a = \mu_F \overline{R_{21} \mu_l a} \text{ N} \cdot \text{m}$$

式中 a —— R_{21} 与 R_{51} 两方向线的图上距离(mm)。

(4) 求机械效率 η 。由机械效率 η 公式($\eta = M_0/M$)先求理想状态下施加于凸轮 1 上的驱动力矩 M_{10} ,选取力比例尺 μ_F ,作出机构在不考虑摩擦状态下,即 $f=0, \varphi=0, \rho=0$,各运动副反力的力多边形,如图 2.14(c)所示。由图可得,正压力 R_{210} 的大小为

$$R_{210} = \overline{R_{210}} \mu_F \text{ N}$$

再由凸轮 1 的力平衡条件可得

$$M_{10} = R_{210} a_0 \mu_l = \overline{R_{210} \mu_l a_0} \text{ N} \cdot \text{m}$$

式中 a_0 —— R_{210} 与 R_{510} 两方向线的图上距离(mm)。

故该机构在图示位置的瞬时机械效率为

$$\eta = M_{10}/M = \overline{R_{210} \mu_l a_0} / (\overline{R_{21} a})$$

【例 2.11】在图 2.15(a)所示夹具中,已知:偏心盘半径 R ,其回转轴颈直径 d ,楔角 λ ,尺寸 a 、 b 及 l ,各接触面间的摩擦系数 f ,轴颈处当量摩擦系数 f_v 。试求:

(1) 当工作面需夹紧力 Q 时,在手柄上需加的力 P 。

(2) 夹具在夹紧时的机械效率 η 。

(3) 夹具在驱动力 P 作用下不发生自锁,而在夹紧力 Q 为驱动力时要求自锁的条件。

解题要点:

(1) 按各构件间的相对运动关系,确定各运动副总反力的作用线位置 and 方向。

(2) 明确机械效率的概念和计算方法。

(3) 只要将正行程导出的力分析计算式中的摩擦角 φ 和摩擦圆半径 ρ 变号,就可得到反行程时力的分析计算式。

(4) 整个机构中,只要有一个运动副发生自锁,整个机构就自锁,因此,一个机构就可能有多自锁条件。

(5) 在确定机构反行程的自锁条件时,还要考虑机构正行程不自锁的要求。

【解】(1) 求当工作面需夹紧力 Q 时,在手柄上需加的力 P 。

先作各运动副处总反力作用线。因已知摩擦系数 f 和当量摩擦系数 f_v ,故摩擦角 $\varphi = \arctan f$,摩擦圆半径 $\rho = f_v r = f_v d/2$ 。分析各构件在驱动力 P 作用下的运动情况,并作出各运动副处总反力 R_{12} (R_{21})、 R_{41} 、 R_{42} 、 R_{23} (R_{32})、 R_{43} 的作用线,如图 2.15(a)所示,其中总反力 R_{41} 的作用线与竖直方向的夹角 β 可由式

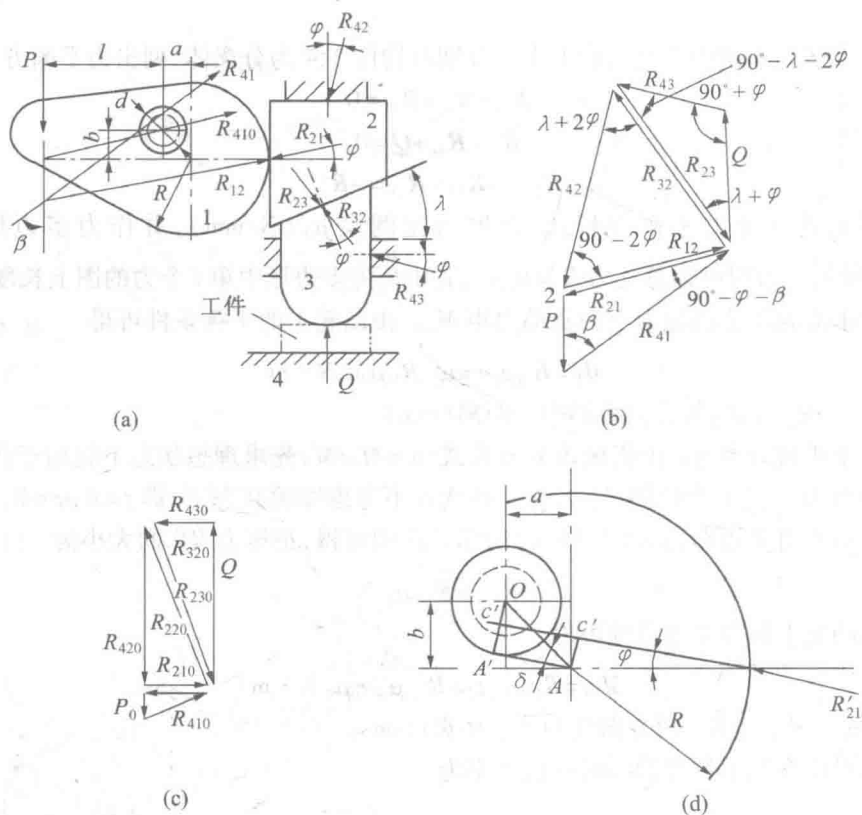


图 2.15

$$[b + (l + a + R) \tan \varphi] \sin \beta - l \cos \beta + p = 0 \quad (1)$$

求出。

为了求驱动力 P , 分别取楔块 2、3 及杠杆 1 为示力体, 并列出各构件力的平衡方程式。

$$\text{杠杆 1} \quad P + R_{41} + R_{21} = 0$$

$$\text{楔块 2} \quad R_{12} + R_{42} + R_{32} = 0$$

$$\text{楔块 3} \quad Q + R_{43} + R_{23} = 0$$

根据上述 3 个力平衡方程式, 分别作出力多边形, 如图 2.15(b) 所示。

由正弦定理可得

$$\begin{aligned} P &= \frac{R_{21} \sin(90^\circ - \varphi - \beta)}{\sin \beta} = \frac{R_{21} \cos(\varphi + \beta)}{\sin \beta} \\ R_{23} &= \frac{R_{21} \cos 2\varphi}{\sin(\lambda + 2\varphi)} \\ Q &= \frac{R_{23}}{\cos \varphi} \cos(\lambda + 2\varphi) \\ P &= \frac{Q \cos(\varphi + \beta) \tan(\lambda + 2\varphi) \cos \varphi}{\sin \beta \cos(2\varphi)} \quad (2) \end{aligned}$$

(2) 求夹具在夹紧时的机械效率 η 。在理想状态下, $f=0, f_v=0$, 故 $\varphi=0, \rho=0$, 代入式(1), 求得

$$\beta_0 = \arctan(l/b)$$

代入式(2)的理想状态下, 驱动力为

$$P_0 = Q \tan \lambda / \tan \beta_0$$

故夹具在夹紧时的机械效率为

$$\eta = P_0/P = \tan \lambda \sin \beta \cos 2\varphi / [\tan \beta_0 \cos(\varphi + \beta) \tan(\lambda + 2\varphi) \cos \varphi]$$

(3) 求夹具在驱动力 P 作用下(正行程)不发生自锁的条件。由式(2)可得夹紧力 Q 为

$$Q = \frac{P \sin \beta \cos 2\varphi}{\cos(\varphi + \beta) \tan(\lambda + 2\varphi) \cos \varphi}$$

由图 2.15(a)可知, $\varphi + \beta < 90^\circ$, 若要求在驱动力 P 作用下机构不发生自锁, 则工作阻力 $Q > 0$, 故 $\lambda + 2\varphi < 90^\circ$, 即夹具不发生自锁的条件为 $\lambda < 90^\circ - 2\varphi$ 。

(4) 求夹具在夹紧力 Q 为驱动力时(反行程)自锁的条件。因在机构的反行程中, 各构件间的相对运动与正行程时恰好相反, 各运动副处总反力 R'_{12} (R'_{21})、 R'_{23} (R'_{32})、 R'_{42} 、 R'_{43} 的作用线与正行程时对称于各接触面的公法线, 而 R'_{41} 也切于摩擦圆的另一侧, 所以只要令正行程导出的驱动力 P 和 Q 的关系式中的摩擦角 φ 和摩擦圆半径 ρ 变号, 同时, 驱动力 P 改为阻力 P' , 便可得机构在反行程夹紧力 Q 与 P' 的关系式

$$P' = \frac{Q \cos(\beta' - \varphi) \tan(\lambda - 2\varphi) \cos \varphi}{\sin \beta' \cos 2\varphi}$$

而式中 β' 则可由式

$$[b - (l + a + R) \tan \varphi] \sin \beta' - l \cos \beta' - \rho = 0$$

求得。

若要求夹具在反行程自锁, 则

$$P' \leq 0$$

故有

$$\lambda \leq 2\varphi$$

实际上, 该机构在反行程时, 若 R'_{21} 切于或通过摩擦圆时, 如图 2.15(d)所示, 则机构也可能发生自锁。设 AO 连线与水平线的夹角为 δ , 若 R'_{21} 切于或通过摩擦圆时, 则

$$\overline{OC'} \leq \rho$$

$$\overline{OC'} = \overline{OA'} - \overline{CA} = \overline{OA} \sin(\delta - \varphi) - R \sin \varphi$$

即

$$\sqrt{a^2 + b^2} \sin(\delta - \varphi) - R \sin \varphi \leq \rho$$

可得

$$\delta \leq \varphi + \arcsin \frac{\rho + R \sin \varphi}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

故反行程时该机构的自锁条件为

$$\lambda \leq 2\varphi \quad \text{或} \quad \arctan \frac{b}{a} = \delta \leq \varphi + \arcsin \frac{\rho + R \sin \varphi}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

综合正行程不自锁条件和反行程自锁条件, 可得当 $\varphi \leq 22.5^\circ$ (即 $f < 0.4$) 时, 应满足

$$\lambda \leq 2\varphi \quad \text{或} \quad \lambda < 90^\circ - 2\varphi$$

$$\arctan \frac{b}{a} \leq \varphi + \arcsin \frac{\rho + R \sin \varphi}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

当 $\varphi > 22.5^\circ$ (即 $f > 0.4$) 时, 应满足

$$\lambda < 90^\circ - 2\varphi \quad \text{和} \quad \arctan \frac{b}{a} = \delta \leq \varphi + \arcsin \frac{\rho + R \sin \varphi}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

【例 2.12】设计一铰链四杆机构, 如图 2.16(a) 所示, 已知其摇杆 CD 的行程速比系数 $K=1$, 摇杆的长度 $l_{CD}=150 \text{ mm}$, 摇杆的极限位置与机架所成的角度 $\varphi'=30^\circ$ 和 $\varphi''=90^\circ$, 求曲柄的长度 l_{AB} 和连杆的长度 l_{BC} 。

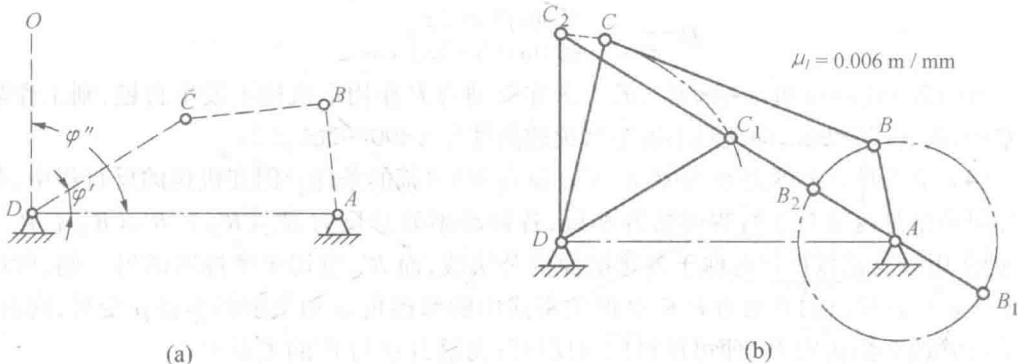


图 2.16

解题要点:

按照所给条件, 正确作出机构的位置图。曲柄与连杆的两个极限位置重叠为一直线的位置。

【解】用图解法, 其步骤为: 取比例尺 $\mu_l = 0.006 \text{ m/mm}$, 按已知条件作出摇杆 CD 的两个极限位置 DC_1 和 DC_2 , 如图 2.16(b) 所示。

因极位夹角 $\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} = 180^\circ \times \frac{1-1}{1+1} = 0$, 所以 $\overline{AC_2}$ 与 $\overline{AC_1}$ 重合为一直线, 故连接 C_1C_2 , 使其延长线与 $\overline{DA} (\perp \overline{DC_2})$ 交于点 A , 则点 A 即为要求的固定铰链中心。由图可得

$$l_{AC_2} = l_{BC} + l_{AB} = \overline{AC_2} \mu_l = 50 \text{ mm} \times 0.006 \text{ m/mm} = 0.3 \text{ m} = 300 \text{ mm}$$

$$l_{AC_1} = l_{BC} - l_{AB} = \overline{AC_1} \mu_l = 25 \text{ mm} \times 0.006 \text{ m/mm} = 0.15 \text{ m} = 150 \text{ mm}$$

所以

$$l_{BC} = 225 \text{ mm} \quad l_{AB} = 75 \text{ mm}$$

$$l_{AD} = \overline{AD} \mu_l = 44 \times 0.006 \text{ m} = 0.264 \text{ m} = 264 \text{ mm}$$

请读者用解析法解题, 并比较与图解法结果的差别。

【例 2.13】设计如图 2.17(a) 所示一曲柄滑块机构, 已知: 滑块的行程速比系数 $K=1.5$, 滑块的冲程 $l_{C_1C_2}=50 \text{ mm}$, 导路的偏距 $e=20 \text{ mm}$, 求曲柄的长度 l_{AB} 和连杆的长度 l_{BC} 。

解题要点:

按照所给条件, 正确作出机构的位置图。注意曲柄滑块机构存在急回运动的两个位

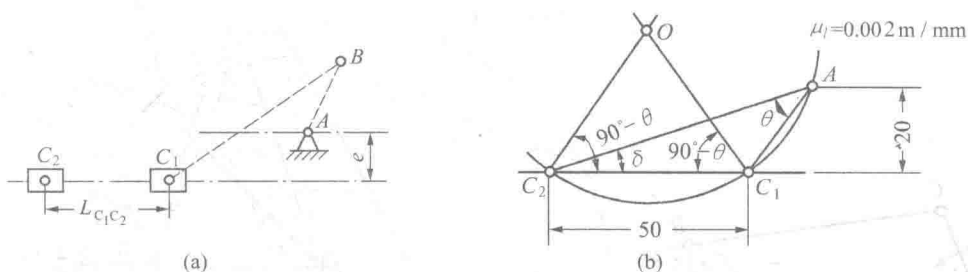


图 2.17

置。

【解】 用图解法,其步骤为
极位夹角

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} = 180^\circ \times \frac{1.5-1}{1.5+1} = 36^\circ$$

取比例尺 $\mu_l = 0.002 \text{ m/mm}$, 如图 2.17(b) 所示, 按滑块的冲程作线段 $\overline{C_1C_2}$ 。过点 C_1 作 $\angle OC_1C_2 = 90^\circ - \theta = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$; 过点 C_2 作 $\angle OC_2C_1 = 90^\circ - \theta = 54^\circ$, 则得 OC_1 与 OC_2 的交点 O 。以点 O 为圆心, 以 OC_1 或 OC_2 为半径作圆弧, 它与直线 $\overline{C_1C_2}$ 的平行线 (距离为 $e = 20 \text{ mm}$) 相交于点 A (应该有两个交点, 现只取一个交点), 即为固定铰链中心。

由图 2.17(b) 可得

$$l_{AC_2} = l_{BC} + l_{AB} = \overline{AC_2} \mu_l = 34 \text{ mm} \times 0.002 \text{ m/mm} = 0.068 \text{ m} = 68 \text{ mm}$$

$$l_{AC_1} = l_{BC} - l_{AB} = \overline{AC_1} \mu_l = 12.5 \text{ mm} \times 0.002 \text{ m/mm} = 0.025 \text{ m} = 25 \text{ mm}$$

所以

$$l_{BC} = 46.5 \text{ mm} \quad l_{AB} = 21.5 \text{ mm}$$

请读者用解析法解题, 并比较与图解法结果的差别。

【例 2.14】 如图 2.18 所示, 设已知碎矿机的行程速比系数 $K = 1.2$, 颚板长度 $l_{CD} = 300 \text{ mm}$, 颚板摆角 $\varphi = 35^\circ$, 曲柄长度 $l_{AB} = 80 \text{ mm}$, 求连杆的长度 l_{BC} , 并验算最小传动角 $\gamma_{\min}$ 是否在允许范围内。

解题要点:

按照所给条件, 正确作出机构的位置图。注意机构存在急回运动的两个位置。

【解】 用图解法, 其步骤为

极位夹角

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} = 180^\circ \times \frac{1.2-1}{1.2+1} = 16^\circ 21'$$

取比例尺 $\mu_l = 0.01 \text{ m/mm}$, 按已知的颚板长度 l_{CD} 和颚板摆角 φ 作出颚板 CD 的两个极限位置 DC_1 和 DC_2 , 如图 2.18(b) 所示。

连接 C_1C_2 。过点 C_2 作 $\overline{C_2M} \perp \overline{C_2C_1}$; 过点 C_1 作 $\overline{C_1N}$, 并使 $\angle C_1C_2N = 90^\circ - \theta = 73^\circ 39'$, 则直线 $\overline{C_2M}$ 与 $\overline{C_1N}$ 相交于 P 。

作 $\triangle PC_2C_1$ 的外接圆。以 C_2 为圆心, 以长 $2l_{AB}/\mu_l = 16 \text{ mm}$ 为半径作圆弧 S_2 。在圆弧

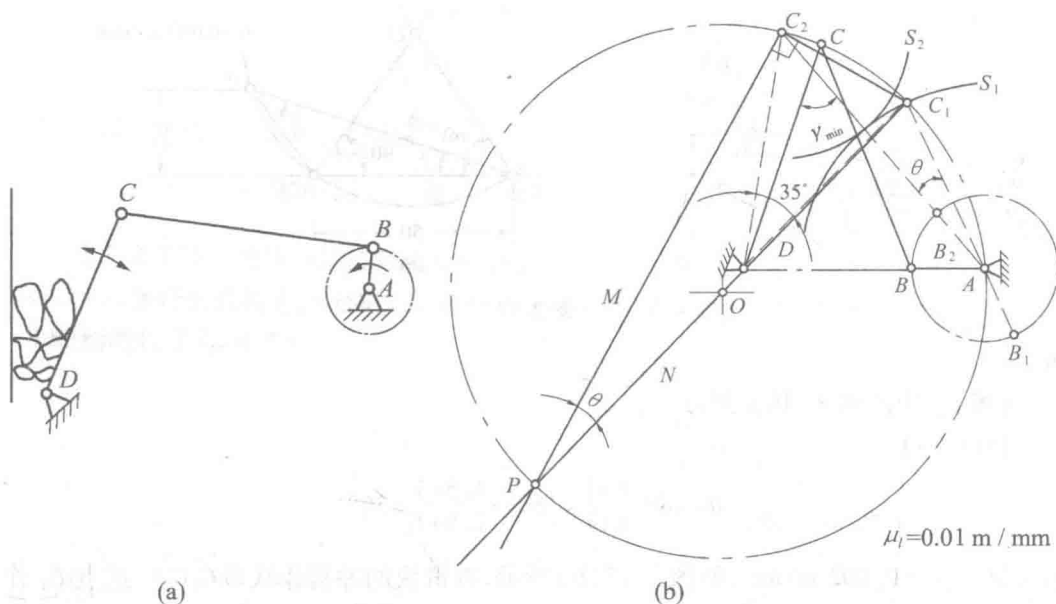


图 2.18

C_2PC_1 上取试一点 A 为圆心, 并以 AC_1 为半径作另一圆弧 S_1 , 如果圆弧 S_1 恰巧与圆弧 S_2 相切, 则点 A 即为所求的固定铰链支点。

由图可得连杆长度为

$$l_{BC} = \overline{BC} \mu_l = 30.5 \text{ mm} \times 0.01 \text{ m/mm} = 0.305 \text{ m} = 305 \text{ mm}$$

当机构位于图示 $ABCD$ 位置时, 具有最小转动角, 量得 $\gamma_{\min} = 44^\circ$, 在允许范围内。请读者用解析法试作。

【例 2.15】 在图 2.17(a) 所示曲柄滑块机构中, 已知滑块的行程速比系数 K 、滑块的冲程和导路的偏距分别以 H 和 e 表示, 所求的曲柄长、连杆长度分别以 a 、 b 表示, 试证:

$$a = \frac{1}{2} H \left[1 - 2 \frac{e}{H} \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$b = \frac{1}{2} H \left[1 + 2 \frac{e}{H} \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right]^{\frac{1}{2}}$$

解题要点:

关键在于找出机构中参数之间的几何关系。

【解】 由滑块的行程速比系数 K , 可求得机构的极位夹角为

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$$

如图 2.17(b) 所示, 在 $\triangle AC_1C_2$ 中, 因

$$AC_1 = b - a$$

$$\sin \delta = \frac{e}{b+a}$$

由正弦定理得

$$\frac{AC_1}{\sin \delta} = \frac{H}{\sin \theta}$$

将前面的两关系代入,得

$$b^2 - a^2 = \frac{He}{\sin \theta} \quad (1)$$

又由余弦定理得

$$H^2 = (b+a)^2 + (b-a)^2 - 2(b^2 - a^2) \cos \theta$$

即

$$b^2 + a^2 = \frac{H^2}{2} + \frac{He \cos \theta}{\sin \theta} \quad (2)$$

由式(1)与式(2)解得

$$a = \frac{H}{2} \left[1 - 2 \frac{e}{H} \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$b = \frac{H}{2} \left[1 + 2 \frac{e}{H} \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} \right]^{\frac{1}{2}}$$

【例 2.16】 在图 2.17(a) 所示曲柄滑块机构中,如已知偏置曲柄滑块机构,已知滑块的冲程 H 、曲柄长 a 、连杆长 b ,试证偏距

$$e = \left[(b-a)^2 - \left(\frac{4ab-H^2}{2H} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

解题要点:

关键在于找出机构中参数之间的几何关系。

【解】 如图 2.17(b) 所示,因

$$\sqrt{(b-a)^2 - e^2} + H = \sqrt{(b+a)^2 - e^2}$$

展开得

$$(b-a)^2 - e^2 + 2H\sqrt{(b-a)^2 - e^2} + H^2 = (b+a)^2 - e^2$$

$$\sqrt{(b-a)^2 - e^2} = \frac{4ab - H^2}{2H}$$

$$(b-a)^2 - e^2 = \left(\frac{4ab - H^2}{2H} \right)^2$$

即

$$e = \left[(b-a)^2 - \left(\frac{4ab - H^2}{2H} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

【例 2.17】 在如图 2.19 所示的牛头刨床的摆动导杆机构中,已知中心距 $l_{AC} = 300 \text{ mm}$,刨头的冲程 $H = 450 \text{ mm}$,刨头的空回行程最大速度 $v_{\text{空}(\max)}$ 与工作行程最大速度 $v_{\text{工}(\max)}$ 之比 $K = v_{\text{空}(\max)} / v_{\text{工}(\max)} = 2$,试求曲柄 AB 和导杆 CD 的长度。

解题要点:

关键在于正确写出刨头的空回行程最大速度 $v_{\text{空}(\max)}$ 和工作行程最大速度 $v_{\text{工}(\max)}$ 的表达式。

【解】 如图 2.19 所示的摆动导杆机构,当曲柄做匀速转动时,做往复摆动的导杆有两个极限位置 E 和 F 。

设 ω_E 为回程时导杆摆动的最大角速度, ω_F 为工作行程时导杆摆动的最大角速度。

因

$$v_{\text{回}(\max)} = l_{CD} \omega_E$$

$$v_{\text{工}(\max)} = l_{CD} \omega_F$$

所以

$$K = \frac{v_{\text{回}(\max)}}{v_{\text{工}(\max)}} = \frac{\omega_E}{\omega_F} = \frac{\frac{v_B}{l_{AC} - l_{AB}}}{\frac{v_B}{l_{AC} + l_{AB}}} = \frac{l_{AC} + l_{AB}}{l_{AC} - l_{AB}} = 2$$

即
则

$$l_{AC} = 3l_{AB}$$

$$l_{AB} = \frac{1}{3} l_{AC} = \frac{1}{3} \times 300 \text{ mm} = 100 \text{ mm}$$

又因

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{l_{AB}}{l_{AC}} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3}$$

而

$$l_{CD} \sin \frac{\varphi}{2} = \frac{H}{2}$$

故

$$l_{CD} = \frac{H}{2} \frac{1}{\sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{450 \text{ mm}}{2} \times 3 = 675 \text{ mm}$$

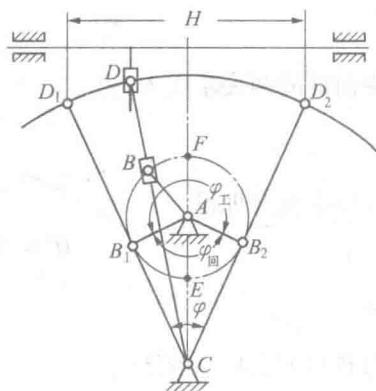


图 2.19

【例 2.18】 图 2.20 所示一铰链四杆机构 $ABCD$ 的固定铰链 A 和 D , 主动件 AB 的三个位置和连杆上点 K 所对应的三个位置(尺寸从图中量取)。

- (1) 确定连杆上铰链 C 的位置。
- (2) 验算其主动件是否为曲柄。
- (3) 指出最小传动角 $\gamma_{\min}$ 的位置, 并确定其数值。
- (4) 它属于何种机构, 说明之。

解题要点:

本题为满足连杆预定轨迹点位置要求的四杆机构设计问题。此类题的求解正是利用了已知连杆上的两点(即点 B 及点 K) 的预定位置, 即为已知连杆 BK 的预定位置来进行设计的, 因给定了连杆轨迹预定的 3 个点, 也就是给定了连杆的 3 个预定位置, 故仅有一解。

【解】 (1) 先取 $\mu_l = 1 \text{ mm/mm}$ 作原图, 如图 2.20(b) 所示。分别连线 B_1K_1 、 B_2K_2 、 B_3K_3 , 即得连杆的 3 个预定位置。此题关键是在连杆 BK 上求出铰链 C 的位置, 故用反转法设计, 作图如下:

视 B_1K_1 为机架, AD 为连杆, 分别作 $\triangle B_1K_1D' \cong \triangle B_2K_2D$ 和 $\triangle B_1K_1D'' \cong \triangle B_3K_3D$, 求得点 D' 和点 D'' 。再分别作连线 $D'D'$ 和连线 DD'' 的中垂线, 即得 d_{23} 线及 d_{13} 线, 两线交点即为点 C_1 。连接 B_1C_1 及 C_1D , 即得所设计铰链四杆机构 $ABCD$ 在 1 位置时的机构运动简图。

- (2) 用作图法验证, 此主动件 AB 能做整周转动, 故 AB 为曲柄。

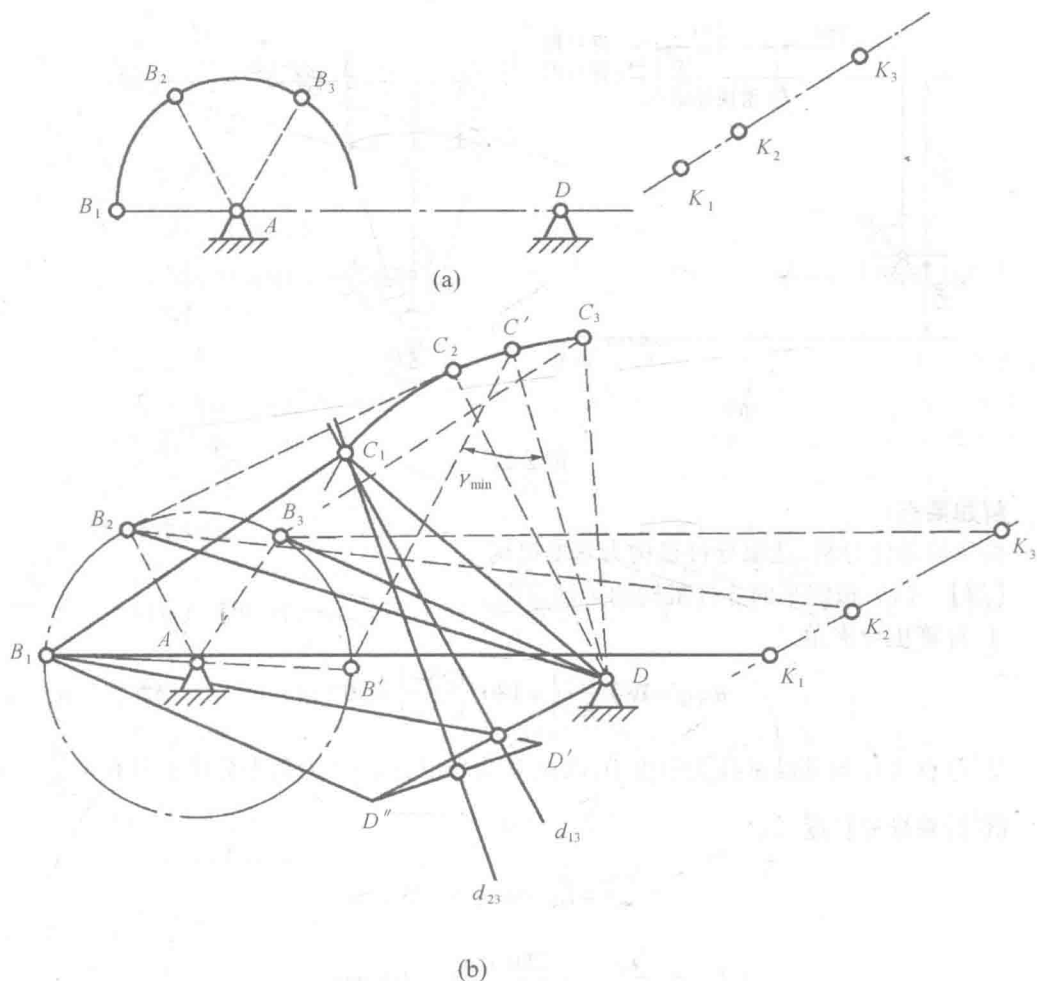


图 2.20

(3) 因曲柄 AB 为主动件, 当 AB 杆与机架 AD 共线时, 存在最小传动角 $\gamma_{\min}$, 故作 AB_1C_1D 和 $AB'C'D$ 两位置, 并经比较知, 机构在 $AB'C'D$ 位置时, 其传动角为最小, 由图可知, $\gamma_{\min} = \angle B'C'D = 44^\circ$ 。

(4) 此机构属于曲柄摇杆机构。因为由图 2.20(a) 可知

$$l_{AB} + l_{AD} = 18.5 \text{ mm} + 50 \text{ mm} = 68.5 \text{ mm}$$

$$l_{BC} + l_{CD} = 44.5 \text{ mm} + 42 \text{ mm} = 86.5 \text{ mm}$$

则

$$l_{AB} + l_{AD} < l_{BC} + l_{CD}$$

且杆 AB 为最短杆, 故为曲柄摇杆机构。

【例 2.19】 设计一平面连杆机构, 给定条件为: 主动曲柄绕轴心 A 做等速回转, 从动件滑块做往复移动, 其行程 $E_1E_2 = 250 \text{ mm}$, 行程速比系数 $K = 1.5$, 其他参数如图 2.21(a) 所示。

(1) 拟定平面连杆机构的运动简图。

(2) 确定该机构的几何尺寸。

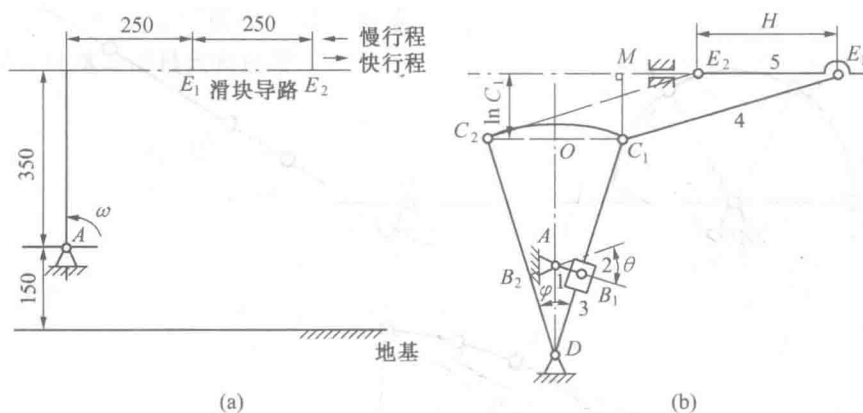


图 2.21

解题要点:

按所给条件分析,选取导杆机构为基本机构。

【解】 (1) 拟定平面连杆机构的运动简图。

① 计算机位夹角

$$\theta = \varphi = 180^\circ \frac{K+1}{K-1} = 180^\circ \frac{1.5-1}{1.5+1} = 36^\circ$$

② 过点 A 作地基面垂线交于点 D, 以点 D 为顶点, 以 AD 为角平分线 $\angle ADC_1 = \frac{\theta}{2}$ 。

③ 计算导杆长度

$$l_{C_1O} = \frac{l_{E_1E_2}}{2} = l_{DC_1} \sin \frac{\varphi}{2} = 125 \text{ mm}$$

$$l_{DC_1} = \frac{l_{E_1E_2}}{2 \sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{250 \text{ mm}}{2 \times \sin 18^\circ} = 404 \text{ mm}$$

④ 过点 A 作 AB_1 垂直于 C_1D 交于点 B_1 , 在摆杆 B_1 处装一滑块, 再连接 C_1E_1 , 得一导杆机构, 图 2.21(b) 所示 $E_1C_1DAB_1$ 便是所求的平面连杆机构的运动简图。

(2) 确定机构的几何尺寸

$$l_{AB} = l_{AD} \sin \frac{\varphi}{2} = 150 \text{ mm} \times \sin 18^\circ = 46.35 \text{ mm}$$

$$l_{DO} = l_{DC_1} \cos \frac{\varphi}{2} = 404 \text{ mm} \times \cos 18^\circ = 384 \text{ mm}$$

$$l_{MC} = (350 \text{ mm} + 150 \text{ mm}) - l_{DO} = 500 \text{ mm} - 384 \text{ mm} = 116 \text{ mm}$$

$$l_{C_1E_1} = \sqrt{l_{C_1M}^2 + l_{ME_1}^2} = \sqrt{l_{C_1M}^2 + (250 \text{ mm} + 250 \text{ mm} - l_{C_1O})^2} =$$

$$\sqrt{(116 \text{ mm})^2 + (500 \text{ mm} - 125 \text{ mm})^2} = 392.53 \text{ mm}$$

2.4 思考题与习题

2.4.1 思考题

- (1) 平面四杆机构的基本形式是什么？它有哪些演化方法？
- (2) 铰链四杆机构的曲柄存在条件是什么？曲柄滑块机构及导杆机构等其他四杆机构的曲柄存在条件是什么？
- (3) 什么是连杆机构的压力角、传动角、急回运动、极位夹角、行程速比系数？平面四杆机构最小传动角出现在什么位置？如何计算平面四杆机构的最小传动角？极位夹角与行程速比系数的关系如何？“死点”在什么情况下出现？如何利用和避免“死点”位置？
- (4) 机构运动分析包括哪些内容？对机构进行运动分析的目的是什么？什么叫速度瞬心？相对速度瞬心和绝对速度瞬心有什么区别？如何确定机构中速度瞬心的数目？什么是“三心定理”？对机构进行运动分析时，速度瞬心法的优点及局限是什么？
- (5) 用相对运动图解法及杆组法对连杆机构进行运动分析的依据及基本思路是什么？
- (6) 何谓摩擦角和摩擦圆？移动副中总反力是如何决定的？何谓当量摩擦系数和当量摩擦角？机械效率的计算方法有哪些？从机械效率的观点来看，机械的自锁条件是什么？
- (7) 平面连杆机构设计的基本问题有哪些？按给定行程速比系数设计平面四杆机构的方法是什么？

2.4.2 习题

【题 2.1】 如图 2.22 所示导杆机构中，已知 $l_{AB} = 40 \text{ mm}$ ，偏距 $e = 10 \text{ mm}$ 。试问：

- (1) 欲使其为曲柄摆动导杆机构， l_{AC} 的最小值为多少？
- (2) 若 l_{AB} 不变，而 $e = 0$ ，欲使其为曲柄转动导杆机构， l_{AC} 的最大值为多少？
- (3) 若 l_{AB} 为原动件，试比较在 $e > 0$ 和 $e = 0$ 两种情况下，曲柄摆动导杆机构的传动角，哪个是常数，哪个是变数，哪种情况传力效果好？



图 2.22

【题 2.2】 如图 2.23 所示偏置曲柄滑块机构。

- (1) 试判定机构是否具有急回特性？并说明理由。
- (2) 若滑块的工作行程方向朝右，试从急回特性和压力角两个方面判定图 2.23 所示曲柄的转向是否正确？并说明理由。

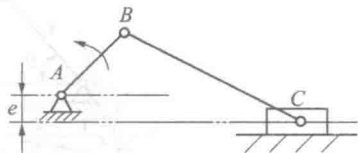


图 2.23

【题 2.3】 如图 2.24 所示曲柄滑块机构：

- (1) 设曲柄为主动件，滑块朝右运动为工作行程。试

确定曲柄的合理转向,并简述其理由。

(2) 若滑块为主动件,试用作图法确定该机构的死点位置。

(3) 当曲柄为主动件时,画出极位夹角 θ 和最小传动角 $\gamma_{\min}$ 。

【题 2.4】 如图 2.25 所示齿轮-连杆组合机构中,构件 3 带动齿轮 2(行星齿轮)绕固定齿轮 1(中心轮)转动,试用速度瞬心图解法求图示位置构件 2 与 4 的传动比 $i_{24} = \omega_2 / \omega_4$ 。

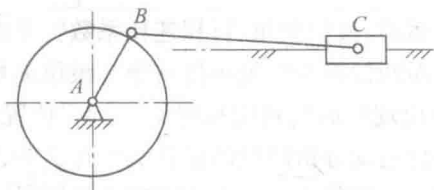


图 2.24

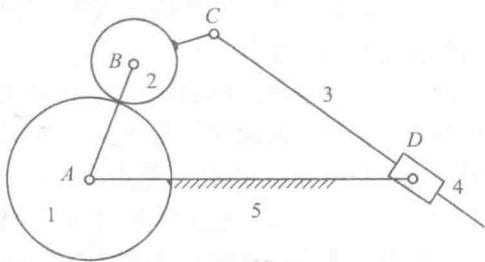


图 2.25

【题 2.5】 如图 2.26 所示六杆机构中,已知构件 1 的角速度为 ω_1 。试用速度瞬心法求图示位置滑块的速度 v_5 。

【题 2.6】 如图 2.27 所示机构中,已知各构件尺寸和原动件的角速度 ω_1 (常数)。试求机构在图示位置时构件 3 的角速度 ω_3 和角加速度 ε_3 。

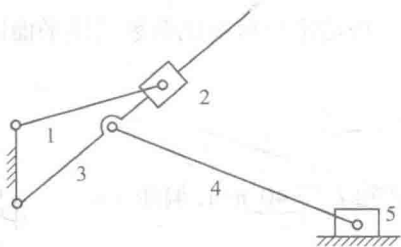


图 2.26

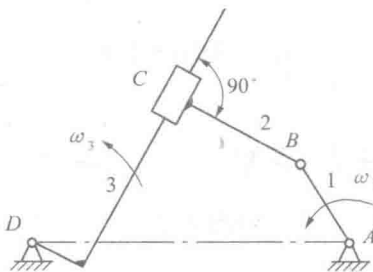


图 2.27

【题 2.7】 如图 2.28 所示曲柄滑块机构中,已知:机构的尺寸及轴颈的直径,各轴颈的当量摩擦系数 f_v ,滑块与导路之间的摩擦系数 f 及驱动力 P (回程时 P 的方向向右)。如不计各构件的载荷及惯性力。试求 $\theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 时,连杆内所受力作用线。

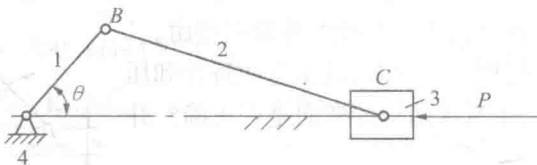


图 2.28

【题 2.8】 在图 2.29 所示的我国古代发明的差动起重辘轳中,已知:鼓轮的直径 D_1

和 D_2 , 滑车的直径 $D_3 = (D_1 + D_2)/2$; 手柄的长度 l , 鼓轮轴承和滑轮轴承的摩擦圆半径 ρ_1, ρ_3 。设不考虑绳的内摩擦, 试求该起重机的滑轮效率 η 及反行程的自锁条件。其中 Q 为载荷, P 为作用在 C 处的切向驱动力, 其方向为铅直向下。

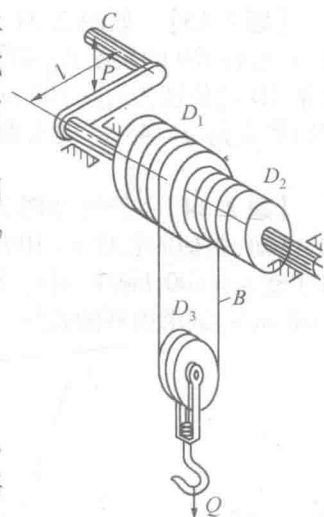


图 2.29

【题 2.9】 图 2.30 所示为气动夹紧机构, P 为活塞作用于滑块 2 上的水平推力, Q 为工作阻力, α 为滑块的倾角, φ 为各摩擦面间的摩擦角。设 Q 、 α 、 φ 均已知, 试求:

- (1) P 应为多大。
- (2) 该机构的效率 η 。
- (3) 该机构的反向自锁条件。

【题 2.10】 如图 2.31 所示为一曲柄摇杆机构 $ABCD$ 。已知 AD 和 CD 的长度分别为 $l_{AD} = 500 \text{ mm}$ 、 $l_{CD} = 400 \text{ mm}$, 摇杆 CD 的摆角为 $\varphi = 50^\circ$, 行程速比系数 $K = 1.2$ 。试确定其他构件的长度, 并校验是否满足曲柄存在条件及最小传动角 $\gamma_{\min}$ 是否大于 40° ? 注: 作图线应全部保留。

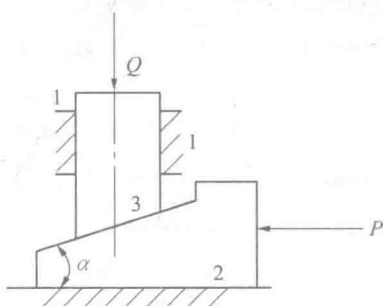


图 2.30

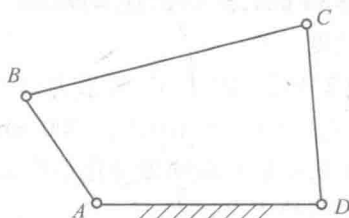


图 2.31

【题 2.11】 如图 2.32 所示为一双销四槽槽轮机构。已知中心距 $a = 200 \text{ mm}$, 主动件 1 以 $n_1 = 100 \text{ r/min}$ 等速转动, 在 $\theta_1 = 30^\circ$ 时, 试求槽轮 2 的角速度、角加速度。

【题 2.12】 试设计如图 2.33 所示一脚踏轧棉机的曲柄摇杆机构, 已知 $l_{CD} = 500 \text{ mm}$ 和 $l_{AD} = 1000 \text{ mm}$, 如要求踏板 CD 能离水平位置上下各摆 10° , 试求 AB 和 BC 的长度。

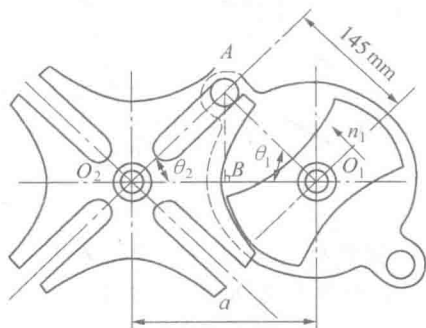


图 2.32

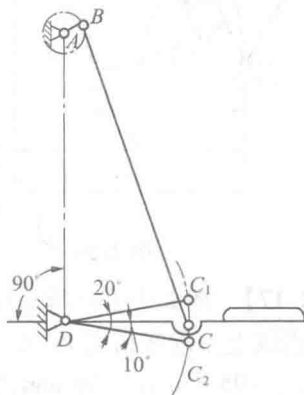


图 2.33

【题 2.13】 如图 2.34 所示,设计一铰链四杆机构,已知:摇杆 CD 的长度 $l_{CD}=75\text{ mm}$,行程速比系数 $K=1.5$,机架 AD 的长度为 $l_{AD}=100\text{ mm}$,摇杆的一个极限位置与机架间的夹角 $\varphi=45^\circ$ 。试求曲柄的长度 l_{AB} 和连杆的长度 l_{BC} 。

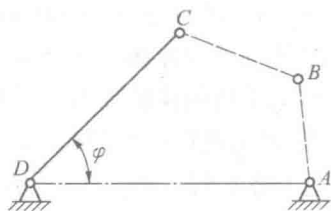


图 2.34

【题 2.14】 设计如图 2.35 所示一偏置曲柄滑块机构,已知:曲柄的长度 $r=100\text{ mm}$,偏距 $e=20\text{ mm}$,曲柄的角速度 $\omega=100\text{ rad/s}$,对应于位置 $\varphi=45^\circ$ 时滑块的速度 $v_C=8\text{ m/s}$,试求连杆的长度 l 。

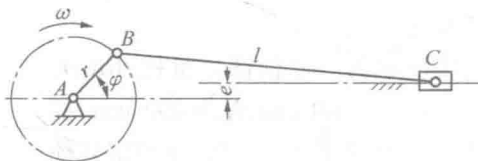


图 2.35

【题 2.15】 如图 2.36 所示仪表装置采用曲柄滑块机构,若已知滑块和曲柄的对应位置: $s_1=36\text{ mm}$, $\varphi_1=60^\circ$; $s_2=28\text{ mm}$, $\varphi_2=85^\circ$; $s_3=19\text{ mm}$, $\varphi_3=120^\circ$ 。试用解析法确定各杆件的长度。

【题 2.16】 图 2.37 所示为一六杆机构,已知原动件 1 以等角速度 ω_1 回转, $l_{AB}=200\text{ mm}$, $l_{AC}=584.76\text{ mm}$, $l_{CD}=300\text{ mm}$, $l_{DE}=700\text{ mm}$,试求:

(1) 机构的行程速度变化系数 K 。

(2) 滑块 E 的冲程 H 。

(3) 机构最大压力角 $\alpha_{\max}$ 的发生位置。

(4) 为使冲程比原来的增加 1 倍,问当其他尺寸均不改变,只改变曲柄 l_{AB} 的长度时, l_{AB} 应为多少?

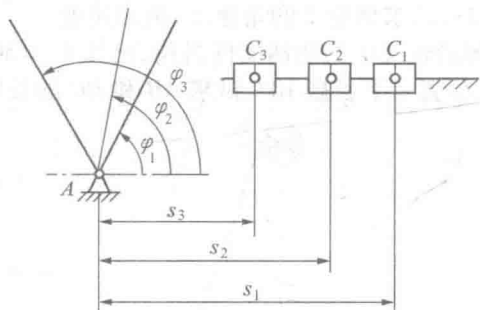


图 2.36

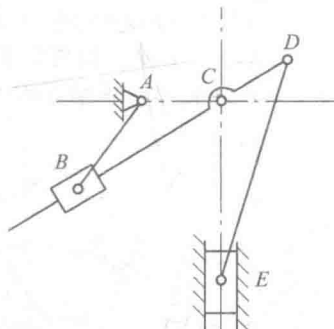


图 2.37

【题 2.17】 图 2.38(a) 所示铰链为四杆机构,其连杆上一点的三个位置 E_1 、 E_2 、 E_3 位于给定直线上。现在指定 E_1 、 E_2 、 E_3 和固定铰链 A 、 D 的位置如图 2.38(b) 所示,并指定其长度 $l_{CD}=95\text{ mm}$ 、 $l_{EC}=70\text{ mm}$,简要说明机构设计的方法和步骤。

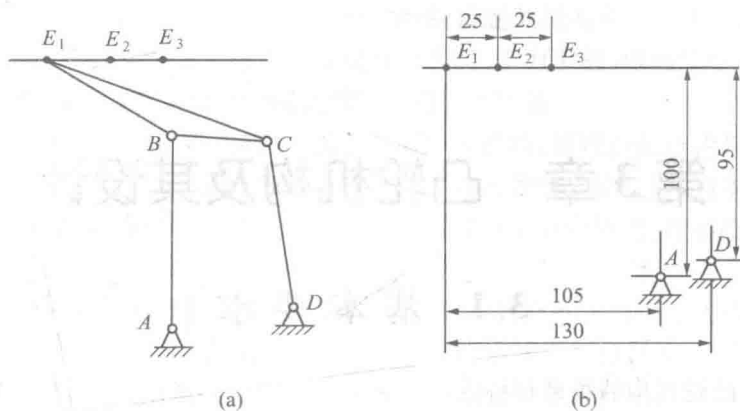


图 2.38

【题 2.18】如图 2.39 所示的插床用于转动导杆机构中(导杆 AC 可做整周转动), 已知 $l_{AB}=50\text{ mm}$ 和 $l_{AD}=40\text{ mm}$, 行程速比系数 $K=2$ 。试求曲柄 BC 的长度 l_{BC} 和插刀 P 的行程。

【题 2.19】如图 2.40 所示, 某操纵装置采用铰链四杆机构, 要求两连架杆的对应位置为: $\varphi_1=45^\circ, \psi_1=50^\circ; \varphi_2=80^\circ, \psi_2=70^\circ; \varphi_3=120^\circ, \psi_3=110^\circ$ 。试用解析法确定各杆件的长度。

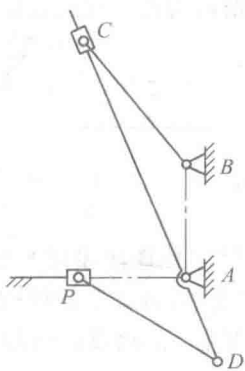


图 2.39

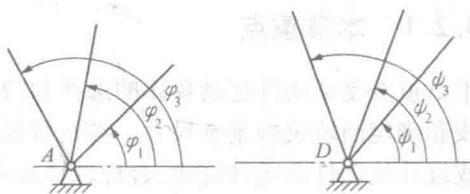


图 2.40

第3章 凸轮机构及其设计

3.1 基本要求

(1) 了解凸轮机构的类型和特点。

(2) 掌握从动件的几种常用运动规律和特点;掌握从动件行程、从动件推程、推程运动角,从动件回程、回程运动角,从动件远(近)休程、远(近)休止角,从动件凸轮的基圆、偏距等基本概念。

(3) 熟练掌握并灵活运用反转法原理,应用这一原理设计直动从动件盘形凸轮机构、摆动从动件盘形凸轮机构及平底直动从动件盘形凸轮机构。

(4) 掌握凸轮机构基本尺寸的确定原则,根据这些原则确定凸轮机构的压力角及其许用值、基圆半径、偏距、滚子半径等基本尺寸。

(5) 掌握凸轮机构设计的基本步骤,了解用计算机对凸轮机构进行辅助设计的方法。

3.2 内容提要

3.2.1 本章重点

本章重点是从动件运动规律的选择和特点,按预定从动件运动规律设计平面凸轮轮廓曲线和确定凸轮机构基本尺寸。涉及根据使用场合和工作要求,选择凸轮机构的形式,选择或设计从动件的运动规律,合理选择或确定凸轮的基圆半径,正确设计凸轮轮廓线,对设计出来的凸轮机构进行分析,以校核其是否满足设计要求。

1. 凸轮机构的类型选择

选择凸轮机构的类型是凸轮机构设计的第一步,称为凸轮机构的型综合。凸轮的形状有平面凸轮(盘形凸轮、移动凸轮)和空间凸轮,从动件的形状有尖顶从动件、滚子从动件、平底从动件,而从动件的运动形式有移动和摆动之分,凸轮与从动件维持高副接触的方法又分为力锁合型、形锁合型。故凸轮机构的类型多种多样,设计凸轮机构时,可根据使用场合和工作要求的不同加以选择。

(1) 各类凸轮机构的特点及适用场合。

尖顶从动件凸轮机构:优点是结构最简单,缺点是尖顶处极易磨损,故只适用于作用力不大和速度较低的场合。

滚子从动件凸轮机构:优点是滚子与凸轮轮廓线间为滚动摩擦,摩擦较小,可用来传递较大的动力,故应用广泛。

平底从动件凸轮机构:优点是平底与凸轮廓线接触处极易形成油膜、能减少磨损,且不计摩擦时,凸轮对从动件的作用力始终垂直于平底,受力平稳,传动效率较高,故适用于高速场合。故缺点是仅能与轮廓曲线全部外凸的凸轮接触。

盘形凸轮机构和移动凸轮机构:均属于平面凸轮机构,其特点是凸轮与从动件之间的相对运动是平面机构。当主动凸轮做定轴转动时,采用盘形凸轮机构,当主动凸轮做往复移动时,采用移动凸轮机构。与圆柱凸轮机构和圆锥凸轮机构相比,盘形凸轮机构结构简单,应用极为广泛。

圆柱凸轮机构和圆锥凸轮机构:属空间凸轮机构,其特点是凸轮与从动件之间的相对运动是空间运动,故适用于从动件的运动平面与凸轮轴线平行的场合。当工作要求从动件的移动行程较大时,采用圆柱凸轮机构或圆锥凸轮机构要比盘形凸轮机构尺寸更为紧凑。缺点是结构较盘形凸轮复杂,且不宜用在从动件摆角过大的场合。

力锁合型凸轮机构:优点是锁合方式简单,适合于各种类型的从动件,且对从动件的运动规律没有限制。缺点是当从动件行程较大时,所需要的回程弹簧太大。

槽凸轮机构:在形锁合型凸轮机构中,其锁合方式简单,且从动件的运动规律不受限制。缺点是增大了凸轮的尺寸和质量,且不能采用平底从动件。

等宽和等径凸轮机构:属于形锁合型凸轮机构。前者只适用凸轮廓线全部外凸的场合,后者则允许凸轮廓线有内凹部分。其共同的缺点是:当 180° 范围内的凸轮廓线确定后,另外 180° 范围内的凸轮廓线必须根据等宽或等径的原则确定,从而使从动件运动规律选择受到限制。

共轭凸轮机构:属于形锁合型凸轮机构的另一种形式,其优点是从动件的运动规律不受限制,可在 360° 范围内任意选取。缺点是结构比较复杂。

(2) 选择凸轮机构形式时应考虑的因素。选择凸轮机构形式时,通常需要考虑以下几方面的因素:

运动学方面的因素(运动形式和空间等);动力学方面的因素(运转速度和载荷等);环境方面的因素(环境条件和噪声清洁度等);经济方面的因素(加工成本和维护费用等)。

运动学方面的因素:满足机构的运动要求是机构设计的最基本要求。在选择凸轮机构形式时,通常需要考虑运动学方面的因素主要包括:工作所要求的从动件的输出运动是摆动的还是移动的;从动件和凸轮之间的相对运动是平面的还是空间的;凸轮机构在整个机械系统中所允许占据的空间大小;凸轮轴与摆动从动件转动中心之间距离的大小等。

动力学方面的因素:机构动力学方面的性能直接影响机构的工作质量,因此在选择凸轮机构形式时,除了需要考虑运动学方面的因素外,还需要考虑动力学方面的因素。主要包括:凸轮运转速度的高低;凸轮和从动件上的载荷以及被驱动质量的大小等。当工作要求凸轮的转动速度较高时,可选用平底从动件凸轮机构;当工作要求传递的动力较大时,可选用滚子从动件凸轮机构。

2. 从动件运动规律的选择及设计

(1) 从动件的运动规律。从动件的位移 s 、速度 v 和加速度 a 随凸轮转角 φ (或时间 t)的变化规律,称为从动件运动规律。从动件运动规律又可分为基本运动规律和组合运

动规律。

(2) 选择或设计从动件规律时应考虑的因素。在选择从动件运动规律时,除要考虑刚性冲击与柔性冲击外,还应对各种运动规律的速度幅值 $v_{\max}$ 、加速度幅值 $a_{\max}$ 及其影响加以分析和比较。 $v_{\max}$ 越大,则从动件动量幅值 $mv_{\max}$ 越大;为安全和缓和冲击起见, $v_{\max}$ 值越小越好。 $a_{\max}$ 值越大,则从动件惯性力幅值 $ma_{\max}$ 越大;从减小凸轮副的动压力、振动和磨损等方面考虑, $a_{\max}$ 值越小越好。所以,对于重载凸轮机构,考虑到从动件质量 m 较大,应选择 $v_{\max}$ 值较小的运动规律;对于高速凸轮机构,为减小从动件惯性力,宜选择 $a_{\max}$ 值较小的运动规律。表 3.1 列出了上述几种常用运动规律的 $v_{\max}$ 、 $a_{\max}$ 值及冲击特性,并给出其适用范围,供选用时参考。

在工程实际中,有时会遇到机械对从动件的运动特性有某些特殊要求,而只有一种常用运动规律又难以满足这些要求,这时就需要考虑根据运动要求设计新的运动规律的问题,使凸轮机构获得更好的工作性能。设计新的运动规律通常有两种途径:一是以不同基本运动规律拼接在一起构造所谓改进型组合运动规律。常用的改进型组合运动规律有:改进型等速运动规律,改进型正弦加速度运动规律,改进型梯形加速度运动规律等;二是利用多项式推导出满足运动要求的运动规律。

将不同的运动规律的运动曲线拼接起来组成新的运动规律是本章的难点之一。拼接后所形成的新运动规律应满足下列三个条件:一是满足工作对从动件特殊的运动要求;二是满足运动规律拼接的边界条件,即各段运动规律的位移、速度、加速度值在连接点处应分别相等;三是使最大速度和最大加速度的值尽可能小。前一个条件是拼接的目的,后两个条件是保证设计的新运动规律具有良好的动力性能。利用多项式设计新运动规律是经常采用的方法。标准的多项式方程为

$$s = C_0 + C_1\varphi + C_2\varphi^2 + C_3\varphi^3 + \cdots + C_n\varphi^n$$

式中 s ——行程;
 φ ——凸轮转角;
 C_i ——常数,这些常数取决于边界条件。

设计时,应根据工作对从动件特殊的运动和动力要求,适当地选择边界条件和多项式的次数,就能推导出合适的运动规律。

表 3.1 若干种从动件运动规律特性比较

运 动 规 律	$v_{\max}$ $(h\omega/\varphi) \times$	$a_{\max}$ $(h\omega^2/\varphi_0^2) \times$	冲 击	应用场合
等速运动规律	1. 00	∞	刚 性	低速轻负荷
等加速等减速运动规律	2. 00	4. 00	柔 性	中速轻负荷
余弦加速度运动规律	1. 57	4. 93	柔 性	中低速中负荷
正弦加速度运动规律	2. 00	6. 28	—	中高速轻负荷
3-4-5 多项式运动规律	1. 88	5. 77	—	高速中负荷
改进型等速运动规律	1. 33	8. 38	—	低速重负荷
改进型正弦加速度运动规律	1. 76	5. 53	—	中高速重负荷
改进型梯形加速度运动规律	2. 00	4. 89	—	高速轻负荷

上述各种运动规律方程式都是以直动从动件为对象来推导的,如为摆动从动件,则应

将式中的 h, s, v 和 a 分别更换为行程角 ψ_m 、角位移 ψ 、角速度 ω 和角加速度 ε 。

3. 凸轮机构基本尺寸的确定

(1) 凸轮机构的压力角 α 及其许用值。设计凸轮轮廓时,需事先确定凸轮基圆半径 r_0 、直动从动件的偏距 e 或摆动从动件长度 l 、摆动从动件与凸轮的中心距 a 以及滚子半径 r_r 等基本尺寸。

如图 3.1 所示为尖顶直动从动件盘形凸轮机构在推程中任一位置时的受力情况。即从动件在与凸轮轮廓接触点 B 处所受正压力的方向(即凸轮轮廓在该点法线 $n-n$ 的方向)与从动件上点 B 的速度方向之间所夹的锐角定义为凸轮机构的压力角。并用 α 表示。

为保证凸轮机构能正常运转,为提高机械效率,改善受力情况,通常规定凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 应小于或等于某一许用压力角 $[\alpha]$, 即 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$; 而 $[\alpha]$ 之值小于临界压力角 α_c 。根据实践经验,推荐的许用压力角取值为:

推程(工作行程): 直动从动件取 $[\alpha] = 30^\circ \sim 40^\circ$; 摆动从动件取 $[\alpha] = 35^\circ \sim 45^\circ$;

回程(空回行程): 考虑到此时从动件靠其他外力(如弹簧力)推动返回,故不会自锁,许用压力角的取值可以适当放宽。直动和摆动从动件取 $[\alpha]' = 70^\circ \sim 80^\circ$ 。

(2) 凸轮机构的压力角与基本尺寸的关系。在图 3.2 所示的尖顶直动从动件盘形凸轮机构中,过接触点 B 作公法线 $n-n$, 与过点 O 的导路垂线交于点 P_{12} , 该点即为凸轮 1 与从动件 2 的相对速度瞬心。即凸轮上点 P_{12} 的线速度 $\omega \overline{OP}_{12}$ 与从动件的移动速度 v_2 相等, 有 $\omega \overline{OP}_{12} = v_2$, 故从图 3.2 可得出凸轮机构的压力角

$$\tan \alpha = \frac{OP_{12} - e}{s_0 + s} = \frac{ds/d\varphi - e}{s_0 + s} \quad (3.1)$$

式中, $ds/d\varphi$ 称为类速度; $s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$ 。

从式(3.1)中不难看出,压力角 α 随凸轮基圆半径 r_0 的增大而减小,当基圆半径 r_0 一定时,压力角 α 随从动件的位移 s 和类速度 $ds/d\varphi$ 的变化而变化。

应当指出,对于直动从动件盘形凸轮机构,为了改善其传力性能或减小凸轮尺寸,经常采用如图 3.2 所示的偏置凸轮机构。为了达到上述目的,其偏置必须随凸轮转向的不同而按图示的方位确定,即应使偏置与推程时的相对瞬心 P_{12} 位于凸轮轴心的同一侧,即凸轮顺时针转动时,从动件导路应偏于凸轮轴心的左侧(图 3.1); 凸轮逆时针转动时,从动件导路应偏置于凸轮轴心的右侧(图 3.2)。若从动件导路位置与图示相反配置时,反而会使凸轮机构的推程压力角增大,使机构的传力性能变坏。此时,用式(3.1)计算压力

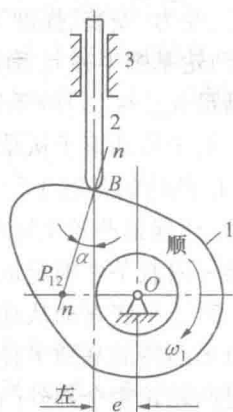


图 3.1

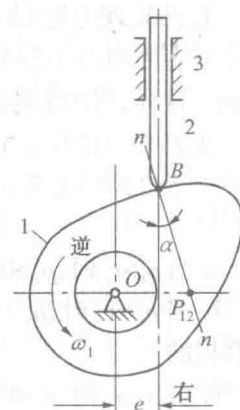


图 3.2

角, e 需用“-”代入。

如需了解尖顶(滚子)摆动从动件盘形凸轮机构的情况, 详见相关文献。

(3) 凸轮基圆半径 r_0 的确定。凸轮基圆半径的选择是一个既重要又复杂的问题。凸轮的基圆半径越小, 凸轮尺寸则越小, 凸轮机构越紧凑。但是, 基圆半径的减小受到压力角的限制。因此在设计凸轮机构的过程中, 凸轮基圆半径 r_0 的确定必须从凸轮机构的尺寸、受力、安装、强度等方面予以综合考虑。从凸轮机构尺寸紧凑和改善受力的观点来看, 凸轮基圆半径 r_0 确定的原则是: 在保证 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$ 的条件下, 应使基圆半径尽可能小。在满足 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$ 的条件下, 凸轮最小基圆半径的确定方法有解析法、图解法。

对于移动滚子从动件盘形凸轮机构凸轮的最小基圆半径, 主要受三个条件的限制, 即: ① 凸轮的基圆半径应大于凸轮轴的半径; ② 保证最大压力角 $\alpha_{\max}$ 不超过许用压力角 $[\alpha]$; ③ 保证凸轮实际廓线的最小曲率半径 $\rho_{\min} = \rho_{\min} - r_r \geq 3 \sim 5 \text{ mm}$, 在设计时, 可根据其中某一限制条件确定最小基圆半径, 然后用其他两个限制条件来校核。

对于平底直动从动件盘形凸轮机构, 其压力角恒等于零, 即 $\alpha = 0^\circ$ 。因此, 平底从动件盘形凸轮的基圆半径 r_0 不能按许用压力角 $[\alpha]$ 确定, 而应按从动件运动不“失真”, 即满足凸轮轮廓全部外凸的条件

$$r_0 + s(\varphi) + s''(\varphi) > 0 \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (3.2)$$

(4) 滚子半径 r_r 的选择。

① 凸轮理论轮廓的内凹部分。工作轮廓曲率半径 ρ_a 、理论轮廓曲率半径 ρ_t 与滚子半径 r_r 三者之间的关系为 $\rho_a = \rho_t + r_r$, 这时, 工作轮廓曲率半径恒大于理论轮廓曲率半径, 即 $\rho_a > \rho_t$ 。这样, 当理论轮廓作出后, 不论选择多大的滚子, 都能作出工作轮廓。

② 凸轮理论轮廓的外凸部分。工作轮廓曲率半径 ρ_a 、理论轮廓曲率半径 ρ_t 与滚子半径 r_r 三者之间的关系为

$$\rho_a = \rho_t - r_r \quad (3.3)$$

a. 当 $\rho_t > r_r$ 时, $\rho_a > 0$, 这时, 可以作出凸轮的工作轮廓。

b. 当 $\rho_t = r_r$ 时, $\rho_a = 0$, 这时, 虽然能作出凸轮的工作轮廓, 但出现了尖点; 尖点处是极易磨损的。

c. 当 $\rho_t < r_r$ 时, $\rho_a < 0$, 这时, 作出的工作轮廓出现了相交的包络线。这部分工作轮廓无法加工, 因此也无法实现从动件的预期运动规律, 即出现“失真”现象。

综上所述, 滚子半径 r_r 不宜过大。但因滚子装在销轴上, 故亦不宜过小。一般推荐

$$r_r < \rho_{\min} - \Delta \quad (3.4)$$

式中 $\rho_{\min}$ ——凸轮理论轮廓外凸部分的最小曲率半径, $\Delta = 3 \sim 5 \text{ mm}$ 。

对于重载凸轮, 可取 $r_r \approx \rho_{\min} \approx \rho_{\min}/2$, 这时滚子与凸轮间的接触应力最小, 从而可提高凸轮的寿命。

4. 凸轮轮廓曲线的设计

选定了凸轮机构形式, 并确定了从动件运动规律和凸轮机构的基本尺寸等, 就可以进行凸轮轮廓线的设计了。各类凸轮轮廓曲线设计方法是本章的重点内容, 凸轮轮廓曲线设计方法有图解法和解析法, 两种方法依据的基本原理均是反转法原理。

(1) 凸轮轮廓曲线设计的基本原理。对于对心尖顶直动从动件盘形凸轮机构, 当凸

轮以角速度 ω 等速转动时,从动件将按预定的运动规律运动。假设给整个机构加上一个公共的角速度 $-\omega$,使其做反向转动,根据相对运动原理,凸轮与从动件之间的相对运动不变,这时凸轮将静止不动,而从动件一方面随其导路以角速度 $-\omega$ 反转运动,另一方面还在其导路内按预定的运动规律运动。从动件在这种复合运动中,其尖顶仍然始终与凸轮轮廓保持接触,因此,在此运动过程中,尖顶的运动轨迹即为凸轮轮廓。

在凸轮轮廓设计时,可以让凸轮静止不动,而让从动件相对于凸轮轴心做反转运动,让从动件沿逆时针转动(凸轮为沿顺时针转动)的同时,再相对其导路做预定的移动,在这种复合运动中,从动件尖顶的轨迹即为所求凸轮轮廓。这就是凸轮轮廓设计的基本原理,一般称为“反转法”。

(2) 用图解法设计凸轮轮廓曲线。

① 对心尖顶直动从动件盘形凸轮机构凸轮轮廓曲线的设计步骤:

- 选定比例尺,作出基圆及从动件的初始位置。
- 作出从动件在反转过程中依次占据的位置。
- 根据从动件的运动规律,求出从动件在预期运动中各分点所占据的位置。
- 求出从动件尖顶在上述两种复合运动中依次占据的位置,其高副元素在各位置所形成的曲线族,即为凸轮的理论廓线。

e. 作出从动件其高副元素所形成的曲线族的包络线,即为凸轮的工作廓线。

② 其他类型凸轮机构的凸轮轮廓设计特点:

a. 偏置尖顶直动从动件盘形凸轮轮廓的设计特点:即在反转运动中,从动件尖顶(方位线)始终切于偏距圆,并相对导路按预定的运动规律运动,在此过程中,从动件尖顶的轨迹即为所求的凸轮轮廓。

b. 尖顶摆动从动件盘形凸轮轮廓的设计特点:即在摆动从动件转动轴心绕凸轮轴心沿 $-\omega$ 方向转动的同时,摆动从动件还要相对机架按预定运动规律摆动,在此过程中,从动件尖顶的轨迹即为所求的凸轮轮廓。

c. 滚子从动件和平底从动件盘形凸轮轮廓的设计特点:从动件在随机架绕凸轮轴心沿 $-\omega$ 方向转动时,还要相对机架按预定运动规律运动,在此过程中,以尖顶从动件的凸轮轮廓为理论廓线,在理论廓线上的各点作一系列滚子圆或作一系列垂直于各导路的平底,最后作出其包络线,即为所求的凸轮工作轮廓曲线。

(3) 用解析法设计凸轮轮廓曲线。用解析法设计凸轮廓线的关键是反转法原理建立凸轮理论廓线和工作廓线的方程式。

已知:从动件运动规律 $s=s(\varphi)$,尖顶从动件导路相对于凸轮轴心 O 的偏距 e 、凸轮基圆半径 r_0 及凸轮沿顺时针转动,这样设计的凸轮轮廓既是凸轮的理论廓线,又是凸轮的实际廓线;在滚子从动件凸轮机构中,滚子与从动件铰接,且铰接时滚子中心恰好与前述尖顶重合,故滚子中心的运动规律即为尖顶从动件的运动规律。如果把滚子中心视作尖顶从动件的尖顶,按前述求得的尖顶从动件凸轮轮廓,称为该滚子从动件凸轮的理论轮廓。以理论轮廓上各点为圆心,以滚子半径 r_r 为半径的滚子圆族的包络线,称为滚子从动件的凸轮工作轮廓。

摆动从动件盘形凸轮机构可分为两种,即推摆式(摆动从动件推程与凸轮转向相同)

和拉摆式(摆动从动件推程与凸轮转向相反)。已知尖顶摆动从动件运动规律 $\psi = \psi(\varphi)$ 、从动件长度 l 、中心距 a 、凸轮基圆半径 r_0 及凸轮沿顺时针转动,这样设计的凸轮轮廓既是凸轮的理论廓线,又是凸轮的实际廓线;滚子从动件的凸轮工作轮廓与直动滚子从动件凸轮实际廓线相同。

平底从动件盘形凸轮机构的凸轮轮廓实际上是“反转”过程中从动件平底一系列位置(一族直线)的包络线。已知从动件运动规律 $s = s(\varphi)$ 、从动件平底导路相对于凸轮轴心 O 的偏距为 e 、从动件平底与导路的夹角 $\beta = 90^\circ$ 、凸轮基圆半径 r_0 及凸轮沿顺时针转动,就可以设计凸轮轮廓。

3.2.2 本章难点

本章难点是反转法。反转法不仅是凸轮机构设计的基本方法,而且是凸轮机构分析的常用方法。凸轮机构的分析及已知凸轮机构的尺寸及其位置、凸轮的角速度的大小和转向,确定当凸轮转过某一角度时,从动件所产生的位移 s 、速度 v 及相应的机构压力角 α ,从动件行程 h 。确定时应注意以下几点:

(1) 正确确定从动件的反转方向。明确标出与凸轮实际转向相反的从动件的反转方向。

(2) 正确确定从动件在反转过程中占据的位置。从动件反转前后两位置线的夹角应等于凸轮的转角。

(3) 正确确定从动件的位移 s 。从动件在复合运动中,其位移 s 应等于凸轮理论廓线与基圆在从动件对应各反转位置线上所夹的线段长度。

设计或分析凸轮机构时,应运用反转法解决以下几方面的问题:

(1) 已知从动件的运动规律,运用反转法原理绘制凸轮廓线。

(2) 已知凸轮廓线,运用反转法原理求出从动件运动规律的位移曲线。

(3) 已知凸轮廓线,运用反转法原理求出当凸轮从图示位置转过某一给定角度时,从动件走过的位移量、凸轮机构压力角的变化。

(4) 已知凸轮廓线,运用反转法原理求出当凸轮与从动件从某一点接触到另一点接触时,凸轮转过的角度。

3.3 例题精选与答题技巧

【例 3.1】 如图 3.3 所示的直动滚子从动件盘形凸轮机构中,已知:从动件在推程的运动规律为等加速等减速运动,推程运动角 $\phi_0 = 120^\circ$,凸轮工作轮廓的最小半径为 $r_{\min} = 30 \text{ mm}$,滚子半径 $r_r = 12 \text{ mm}$,偏距 $e = 14 \text{ mm}$,从动件的行程 $h = 25 \text{ mm}$ 。试求:

(1) 凸轮的基圆半径 r_0 的值。

(2) 当凸轮转角 φ 为 90° 时,从动件的位移 s 和类速度 $ds/d\varphi$ 。

(3) 取比例尺 $\mu_l = 2 \text{ mm/mm}$,用作图法求当凸轮转角为 90° 时,所对应的以下各项:

① 凸轮理论廓线曲线的对应点。

② 凸轮工作廓线曲线的对应点。

- ③ 凸轮与从动件的速度瞬心位置。
 ④ 画出该位置所对应的压力角。
 (4) 用解析法求上述①、②、③、④各项。

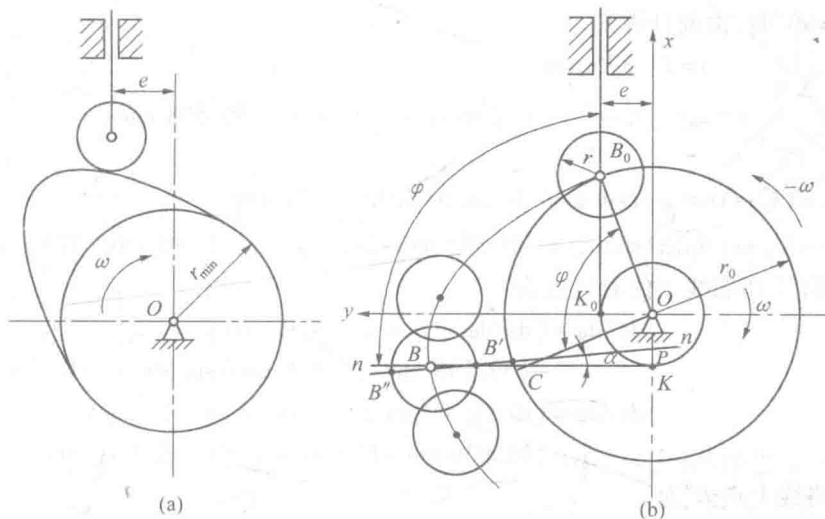


图 3.3

解题要点:

凸轮机构的反转法原理。注意:基圆半径、从动件的位移、压力角等参数均应在理论廓线上度量;凸轮的转角不是凸轮廓线的位置角。

【解】 (1) 凸轮的基圆半径为 $r_0 = r_{\min} + r_r = 30 \text{ mm} + 12 \text{ mm} = 42 \text{ mm}$ 。

(2) 从动件在推程的运动规律为等加速等减速运动,当 $\varphi = 90^\circ$ 时,从动件在推程的等减速段,对应的从动件的位移和类速度为

$$s = h - \frac{2h}{\phi_0^2}(\phi_0 - \varphi)^2 = 25 \text{ mm} - 2 \times 25 \text{ mm} \times (120^\circ - 90^\circ)^2 / (120^\circ)^2 = 21.875 \text{ mm}$$

$$\frac{ds}{d\varphi} = \frac{4h}{\phi_0^2}(\phi_0 - \varphi) = 4 \times 25 \text{ mm} \times (120^\circ - 90^\circ) / (120^\circ)^2 = 11.936 \text{ mm/rad}$$

(3) 作凸轮机构的位置图,如图 3.3(b) 所示,求当凸轮转过 $\varphi = 90^\circ$ 时对应的以下各项:

① 以 O 为圆心,分别以偏距 e 和基圆半径 r_0 为半径作出偏距圆和基圆, B_0 为从动件滚子中心的初始位置。根据反转法原理,从动件由 $B_0 K_0$ 位置沿 $-\omega$ 方向反转 $\varphi = 90^\circ$,即得从动件在此位置的导路位置线 CK ,在 KC 的延长线上取 $CB = s = 21.875 \text{ mm}$,求得点 B ,即为凸轮转过 90° 时的理论轮廓上所求的对应点。

② 过点 B 作凸轮理论廓线的法线 nn ,其与滚子的交点 B' 、 B'' ,即为该凸轮实际廓线上的对应点。

③ 凸轮理论廓线的法线 nn 与 OK 的交点 P ,即为凸轮与从动件的相对速度瞬心位置。

④ 点 B 处凸轮理论廓线的法线 nn 与过点 B 的从动件导路方向线所夹的锐角 α ,即

为所求的凸轮机构的压力角。

(4) 用解析法求解。

① 凸轮理论廓线上的对应点。

当 $\varphi = 90^\circ$ 时, 由前计算知

$$s = 21.875 \text{ mm}$$

$$s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2} = \sqrt{(42 \text{ mm})^2 - (14 \text{ mm})^2} = 39.598 \text{ mm}$$

则

$$x = (s_0 + s) \cos \varphi - e \sin \varphi = -14 \text{ mm} \times \sin 90^\circ = -14 \text{ mm}$$

$$y = (s_0 + s) \sin \varphi + e \cos \varphi = (39.598 \text{ mm} + 21.875 \text{ mm}) \sin 90^\circ = 61.473 \text{ mm}$$

② 实际工作廓线上的对应点为

$$\begin{aligned} dx/d\varphi &= (ds/d\varphi - e) \cos \varphi - (s_0 + s) \sin \varphi = \\ &= -(39.598 \text{ mm} + 21.875 \text{ mm}) \sin 90^\circ = -61.473 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dy/d\varphi &= (ds/d\varphi - e) \sin \varphi + (s_0 + s) \cos \varphi = \\ &= (11.936 \text{ mm} - 14 \text{ mm}) \sin 90^\circ = -2.064 \text{ mm} \end{aligned}$$

外包络线上点 B'' 为

$$\begin{aligned} X &= x + r_r \frac{dy/d\varphi}{\sqrt{(dx/d\varphi)^2 + (dy/d\varphi)^2}} = -14 \text{ mm} + 12 \text{ mm} \times \frac{-2.064 \text{ mm}}{\sqrt{(-61.473 \text{ mm})^2 + (-2.064 \text{ mm})^2}} = \\ &= -14.403 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y &= y - r_r \frac{dx/d\varphi}{\sqrt{(dx/d\varphi)^2 + (dy/d\varphi)^2}} = 61.473 \text{ mm} - 12 \text{ mm} \times \frac{-61.473 \text{ mm}}{\sqrt{(-61.473 \text{ mm})^2 + (-2.064 \text{ mm})^2}} = \\ &= 73.466 \text{ mm} \end{aligned}$$

内包络线上点 B' 为

$$\begin{aligned} X &= x - r_r \frac{dy/d\varphi}{\sqrt{(dx/d\varphi)^2 + (dy/d\varphi)^2}} = -14 \text{ mm} - 12 \text{ mm} \times \frac{-2.064 \text{ mm}}{\sqrt{(-61.473 \text{ mm})^2 + (-2.064 \text{ mm})^2}} = \\ &= -13.59 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y &= y + r_r \frac{dx/d\varphi}{\sqrt{(dx/d\varphi)^2 + (dy/d\varphi)^2}} = 61.473 \text{ mm} + 12 \text{ mm} \times \frac{-61.473 \text{ mm}}{\sqrt{(-61.473 \text{ mm})^2 + (-2.064 \text{ mm})^2}} = \\ &= 49.48 \text{ mm} \end{aligned}$$

(3) 速度瞬心的位置为

$$OP = ds/d\varphi = 11.936 \text{ mm}$$

(4) 该位置的压力角为

$$\alpha = \arctan \frac{ds/d\varphi - e}{s + s_0} = \arctan \frac{11.936 \text{ mm} - 14 \text{ mm}}{21.875 \text{ mm} + 39.598 \text{ mm}} = 1.923^\circ$$

【例 3.2】 如图 3.4(a) 所示为一直动从动件盘形凸轮机构, 已知: 凸轮基圆半径为 r_0 , 从动件运动规律 $s = s(\varphi)$ 。为了使所设计的凸轮机构在推程中压力角减小, 试用公式说明从动件应偏于凸轮轴心的哪一侧。

解题要点:

凸轮机构的压力角与几何尺寸的关系。

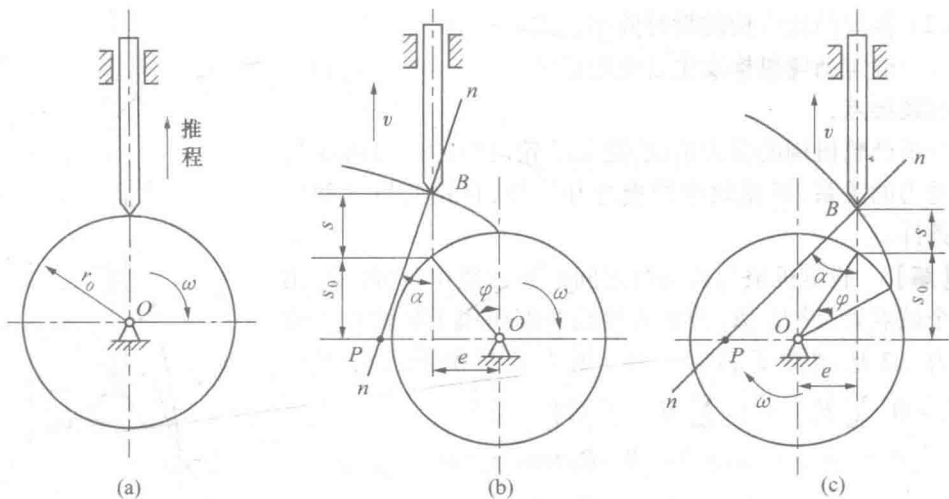


图 3.4

【解】 当从动件偏于凸轮轴心 O 的左侧时, 设其偏距为 e , 当凸轮沿 ω 方向转过 φ 角时, 相应从动件的位移为 s , 如图 3.4(b) 所示, 此时, 从动件与凸轮将在点 B 接触, 过点 B 作凸轮廓线的法线 nn 与从动件作用点的速度方向 (从动件的导路方向) 所夹的锐角, 即为压力角 α 。由瞬心法可知, 其法线 nn 与过点 O 垂直于导路方向的水平线的交点 P , 即为凸轮与从动件的相对瞬心, 于是可得

$$\overline{OP} = \frac{v}{\omega} = \frac{ds}{d\varphi}$$

$$\tan \alpha = \frac{ds/d\varphi - e}{s_0 + s} = \frac{ds/d\varphi - e}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + s}$$

当从动件偏于凸轮轴心 O 的右侧时, 如图 3.4(c) 所示, 则有

$$\tan \alpha = \frac{ds/d\varphi + e}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + s}$$

当从动件为对心时, 即 $e=0$, 则有

$$\tan \alpha = \frac{ds/d\varphi}{s_0 + s}$$

显然, 当凸轮顺时针转动、从动件偏于凸轮轴心 O 的左侧时, 可使推程压力角减少。由此可知, 利用从动件的偏置, 可以减少推程段的压力角, 从而改善凸轮机构的受力状况。但是, 应注意此时回程压力角将增大, 而由于回程许用压力角很大, 故其增大对机构受力影响不大。另外偏距也不能取得太大, 一方面容易使机构与导路发生自锁, 另一方面, 偏置直动推杆凸轮机构在制造时要保证凸轮轴孔位置的准确性较困难。

【例 3.3】 如图 3.5 所示为直动滚子从动件盘形凸轮机构。 F_{12} 为凸轮对从动件的作用力, Q 为从动件所受的载荷 (包括生产阻力、从动件自重以及弹簧压力等), R_1 、 R_2 分别为导轨两侧作用于从动件上的总反力, φ_1 、 φ_2 为摩擦角, b 为从动件的悬臂长度, l 为导路的长度, s 为从动件的位移, e 为从动件偏距, r_0 为基圆半径, s_0 为从动件初始位移。

(1) 分析凸轮机构的压力角 α 与凸轮受力的关系。

(2) 推导凸轮机构的瞬效率公式。

(3) 确定凸轮机构发生自锁的条件。

解题要点:

分析凸轮机构的受力情况,建立凸轮机构的压力角 α 与凸轮受力的关系,机械效率的概念和计算,自锁的概念和自锁的条件。

【解】 假定机架与从动件之间的压力集中在导路两侧的两个端点处,设 R_1 、 R_2 分别为导轨两侧作用于从动件上的总反力,选从动件 2 为示力体,据力的平衡条件分别由

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0 \text{ 和 } \sum M_B = 0 \text{ 可得}$$

$$F_{12} \sin(\alpha + \varphi_1) - (R_1 - R_2) \cos \varphi_2 = 0$$

$$F_{12} \cos(\alpha + \varphi_1) - Q - (R_1 + R_2) \sin \varphi_2 = 0$$

$$R_2 \cos \varphi_2 (l + b) - R_1 \cos \varphi_2 b = 0$$

由以上三式消去 R_1 和 R_2 , 整理后得

$$F_{12} = \frac{Q}{\cos(\alpha + \varphi_1) - \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \sin(\alpha + \varphi_1) \tan \varphi_2} \quad (3.5)$$

选凸轮 1 为示力体,据其平衡条件得凸轮驱动力矩 M 为

$$M = \frac{Q(s_0 + s) \sin(\alpha + \varphi_1)}{\cos(\alpha + \varphi_1) - \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \sin(\alpha + \varphi_1) \tan \varphi_2} \quad (3.6)$$

如果不计运动副的摩擦,那么,理想的驱动力矩 M_0 为

$$M_0 = \frac{Q(s_0 + s) \sin \alpha}{\cos \alpha} = Q(s_0 + s) \tan \alpha \quad (3.7)$$

因此该凸轮机构的瞬效率为

$$\eta = \frac{M_0}{M} = \frac{\tan \alpha}{\sin(\alpha + \varphi_1)} \left[\cos(\alpha + \varphi_1) - \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \sin(\alpha + \varphi_1) \tan \varphi_2 \right] = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varphi) - \tan \alpha \tan \varphi_2 \left(1 + \frac{2b}{l}\right)} \quad (3.8)$$

(1) 分析凸轮机构的压力角 α 与凸轮受力的关系。由式(3.5)知,压力角 α 是表征凸轮机构受力情况的一个重要参数,在其他条件相同的情况下,压力角 α 越大,则作用力 F_{12} 越大;压力角 α 大致使式(3.5)中的分母和式(3.6)中的分子等于零时,则作用力 F_{12} 增至无穷大,而效率降为零;此时机构发生自锁,其压力角记为临界压力角 α_c ,其值为

$$\alpha_c = \arctan \left\{ 1 / \left[\left(1 + \frac{2b}{l} \right) \tan \varphi_2 \right] \right\} - \varphi_1 \quad (3.9)$$

为保证凸轮机构能正常运转,应使最大压力角 $\alpha_{\max}$ 小于临界压力角 α_c 。在工程实际中,为提高机械效率和改善受力情况,通常规定凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 应小于或等于某一许用压力角 $[\alpha]$, 即 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$; 而 $[\alpha]$ 之值小于临界压力角 α_c 。

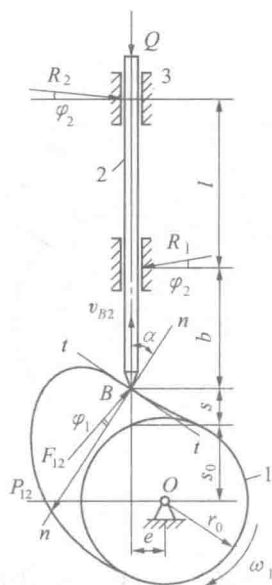


图 3.5

(2) 推导凸轮机构的瞬时效率公式见式(3.8)。

(3) 确定凸轮机构发生自锁的条件。当 $\eta \leq 0$ 时, 凸轮机构将发生自锁, 得其自锁条件为

$$\frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varphi)} - \tan \alpha \tan \varphi_2 \left(1 + \frac{2b}{l} \right) \leq 0$$

由此得

$$\alpha = 0$$

或

$$\tan(\alpha + \varphi_1) \geq \frac{1}{\tan \varphi_2 \left(1 + \frac{2b}{l} \right)}$$

【例 3.4】如图 3.6 所示凸轮机构中, 已知: 从动件行程 $h = 50 \text{ mm}$, 偏距 $e = 10 \text{ mm}$, 推程运动角 $\phi_0 = 90^\circ$, 许用压力角 $[\alpha] = 30^\circ$, 推程的运动规律为余弦运动规律, $s = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \varphi}{\phi_0} \right)$ 。试用解析法确定凸轮的最小基圆半径 $r_{\min}$ 。

解题要点:

明确凸轮机构在一个运动周期内, 各位置的压力角 α 是不一样的, 只要其最大值满足 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$, 凸轮机构的压力角就可满足设计要求。反过来, 如假定凸轮机构在各位置的压力角均为许用值 $[\alpha]$, 就可以推出凸轮机构在各位置所要求的最小基圆半径 $r_{\min}$, 在所有基圆半径 r_0 中, 肯定有一个是最大的, 只要取其作为凸轮机构的基圆半径, 那么凸轮机构的基本尺寸就可满足设计要求。

【解】如图 3.6 所示, 根据文献[1]式(4.9), 将 $\alpha = [\alpha]$ 代入, 得

$$r_0 = \sqrt{\left[\left(\frac{ds}{d\varphi} \pm e \right) / \tan[\alpha] - s \right]^2 + e^2}$$

式中的正号和负号根据偏距 e 和从动件与凸轮的瞬心 P 位置而定。

上式表明, 当 $e = \text{常数}$, $\alpha = [\alpha]$ 时, 凸轮的基圆半径 r_0 随 $ds/d\varphi$ 值和位移而定, 从动件的不同位置有不同的基圆半径 r_0 , 最大的 r_0 值作为凸轮的最小基圆半径。因此, 可以根据 r_0 表达式求出它的极值。由此得

$$\frac{dr_0}{d\varphi} = \frac{d}{d\varphi} \sqrt{\left[\left(\frac{ds}{d\varphi} \pm e \right) / \tan[\alpha] - s \right]^2 + e^2} = 0$$

即

$$\frac{d^2 s}{d\varphi^2} = \frac{ds}{d\varphi} \tan[\alpha]$$

将 $s = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \varphi}{\phi_0} \right)$ 代入上式, 整理后得

$$\tan \frac{\pi \varphi}{\phi_0} = \frac{\pi}{\phi_0 \tan[\alpha]}$$

将 $\phi_0 = \pi/2$, $[\alpha] = 30^\circ$ 代入, 得 $\varphi = 36^\circ 57'$, 则

$$s = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \varphi}{\phi_0} \right) = \frac{50}{2} \times [1 - \cos(2 \times 36.95^\circ)] = 18.07 \text{ mm}$$

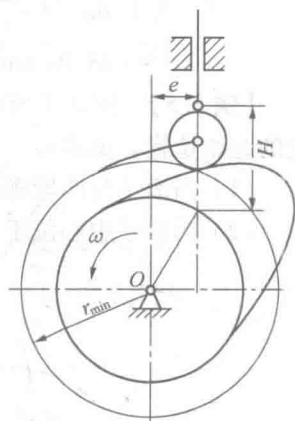


图 3.6

$$\frac{ds}{d\varphi} = \frac{\pi h}{2\phi_0} \sin \frac{\pi\varphi}{\phi_0} = \frac{\pi \times 50}{2 \times (\pi/2)} \sin \frac{\pi \times 36.95^\circ}{\pi/2} = 48.04 \text{ mm}$$

故右偏距时

$$r_{\min} = \sqrt{\left[\left(\frac{ds}{d\varphi} + e \right) / \tan[\alpha] - s \right]^2 + e^2} =$$

$$\sqrt{[(48.04 \text{ mm} + 10 \text{ mm}) / \tan 30^\circ - 18.07 \text{ mm}]^2 + (10 \text{ mm})^2} = 83 \text{ mm}$$

左偏距时

$$r_{\min} = \sqrt{\left[\left(\frac{ds}{d\varphi} - e \right) / \tan[\alpha] - s \right]^2 + e^2} =$$

$$\sqrt{[(48.04 \text{ mm} - 10 \text{ mm}) / \tan 30^\circ - 18.07 \text{ mm}]^2 + (10 \text{ mm})^2} = 48.88 \text{ mm}$$

【例 3.5】 图 3.7 所示为一移动滚子盘形凸轮机构, 滚子中心位于点 B_0 时, 为该凸轮的起始位置。试求:

- (1) 当滚子与凸轮廓线在点 B'_1 接触时, 所对应的凸轮转角 φ_1 。
- (2) 当滚子中心位于点 B_2 时, 所对应的凸轮机构的压力角 α_2 。

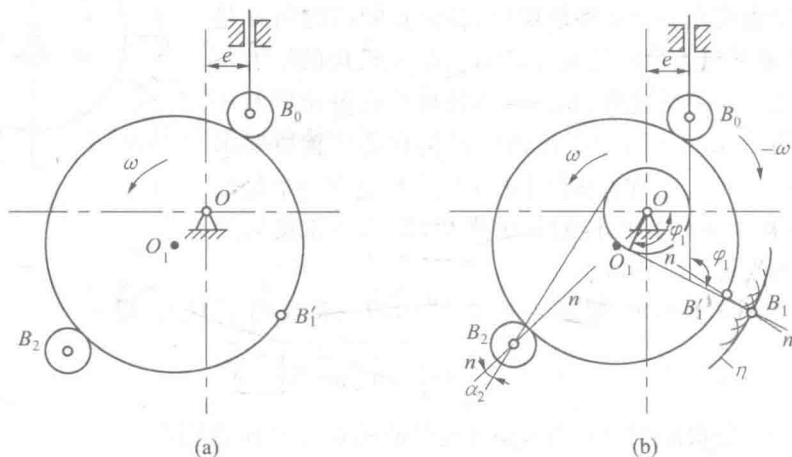


图 3.7

解题要点:

这是灵活运用反转法的典型例题。已知凸轮廓线, 求当从动件与凸轮廓线从一点接触到另一点接触时, 凸轮转过的角度; 求凸轮从图示位置某一角度到达另一位置时凸轮机构的压力角。

【解】 (1) 利用反转法求解步骤如下:

① 正确作出偏心圆, 如图 3.7(b) 所示。

② 用反向包络线法求出在点 B'_1 附近凸轮的部分理论廓线 η 。具体方法为: 以凸轮实际廓线上点 B'_1 附近的各点为圆心, 以滚子半径作一系列滚子圆, 然后作这些滚子圆的外包络线, 即得理论廓线 η , 如图 3.7(b) 所示。

③ 过点 B'_1 正确作出凸轮廓线的法线 nm , 该法线交 η 于点 B_1 , B_1 、 B'_1 两点间的距离等于滚子半径 r_r 。点 B_1 即为滚子与凸轮在点 B'_1 接触时滚子中心的位置。

④ 过点 B_1 作偏心圆的切线,该切线即为滚子与凸轮在点 B'_1 接触时从动件的位置线,该位置线与从动件起始位置线间的夹角,即为所求的凸轮转角 φ_1 。

(2) 在图 3.7(b) 中,已知凸轮廓线,利用反转法求解步骤如下:

① 过点 B_2 正确作出偏心圆的切线,该切线代表在反转过程中,当滚子中心位于点 B_2 时,从动件的位置线如图 3.7(b) 所示。

② 过点 B_2 正确作出凸轮廓线的法线 nn ,该法线必通过滚子中心 B_2 ,同时通过滚子与凸轮廓线的切点,即滚子中心与凸轮廓线圆的连心线,它代表从动件的受力方向线。

③ 该法线与从动件位置线间所夹的锐角,即为机构在该处的压力角 α_2 。

【例 3.6】如图 3.8 所示为一直动平底从动件盘形凸轮机构。已知:基圆半径 r_0 ,推杆运动规律 $s = s(\delta)$,凸轮等角速度顺时针方向转动。试求凸轮廓线的极坐标方程,并问:该凸轮机构的压力角为多大?其基圆半径 r_0 是否取决于压力角的大小?

解题要点:

反转法原理的应用;压力角的定义及凸轮廓线方程的推导。

【解】如图 3.8 所示,设取 OB_0 为极坐标的极轴,凸轮由起始位置按 ω 方向转过 δ 角时,从动件相应位移为 s 。根据反转法原理,若凸轮固定不动,则从动件反转 δ 角,此时从动件与凸轮在 B' 处相切,由瞬心法可知,此时凸轮与从动件的相对瞬心为点 P ,故知从动件的速度为

$$v = v_P = \overline{OP}\omega$$

$$\overline{OP} = v/\omega = ds/d\delta$$

由图可得,凸轮工作廓线的极坐标方程为

$$\rho = \sqrt{(r_0 + s)^2 + (ds/d\delta)^2}$$

$$\theta = \delta + \arctan[(ds/d\delta)/(r_0 + s)]$$

由图 3.8 可得,在直动平底从动件盘形凸轮机构中,凸轮法向推力始终垂直于从动件的平底,当平底垂直于导路方向线时,其压力角 α 恒等于 0;当平底倾斜时,其压力角 α 恒等于平底对于导路方向线的倾斜角。由于直动平底从动件盘形凸轮机构的压力角恒等于常数,故压力角 α 与基圆半径无关,因此凸轮的最小基圆半径不取决于压力角的大小,而是取决于凸轮的全部廓线必须外凸这一条件。只有这样,平底才能与凸轮廓线的各点接触,保证从动件完全实现预期的运动规律。

【例 3.7】图 3.9(a) 所示为一摆动从动件盘形凸轮机构, C 为起始上升点。求:

(1) 标出从点 C 接触到点 D 接触时的凸轮转角 φ ,从动件的角位移 ψ 。

(2) 标出点 D 接触时的压力角。

解题要点:

当从动件为摆动从动件时,如何正确使用反转法原理。

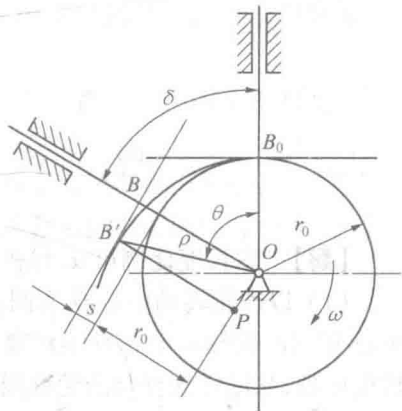


图 3.8

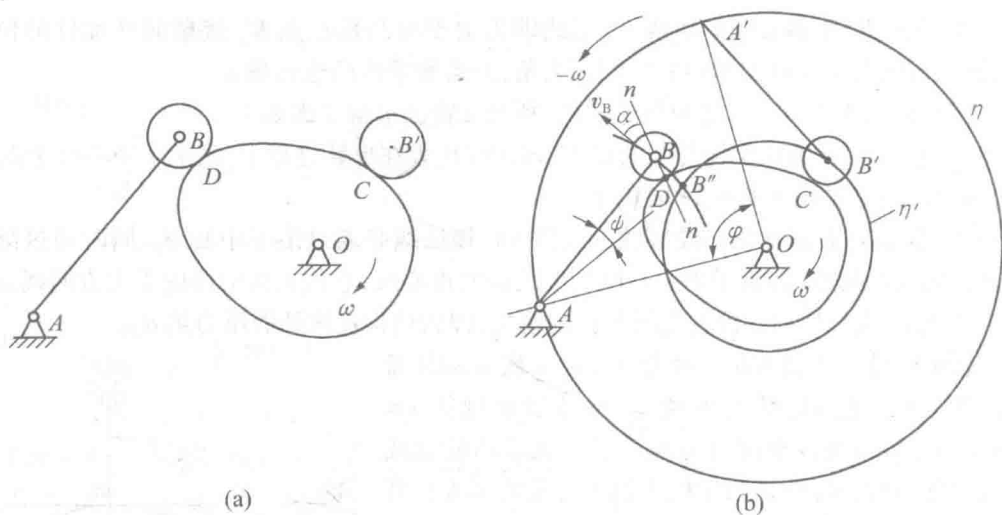


图 3.9

【解】 取长度比例尺 μ_l 作机构图(图 3.9(b))。

(1) 以凸轮转动中心 O 为圆心,分别以机架长度 OA 为半径、以滚子在点 C 接触时的中心 B' 与凸轮转动中心 O 的距离 OB' 为半径作中心圆 η 和理论廓线的基圆 η' 。根据反转法原理,从动件摆杆与凸轮廓线的接触点 C 沿 $-\omega$ 方向移动到点 D 。故以摆杆长 AB 为半径、以点 B' 为圆心作弧与中心圆 η 交于点 A' ,则 $A'B'$ 是摆杆与凸轮廓线在点 C 接触时的位置。过点 A, A' 分别向点 O 作连线 $\overline{AO}, \overline{A'O}$,则 $\angle A'OA$ 为从动件从点 C 接触到点 D 接触时的凸轮转角 φ 。以摆杆长度 AB 为半径、以 A 为圆心作弧与基圆 η' 交于点 B'' ,则 $\angle BAB'' = \psi$,也即为从动件摆动的角位移。

(2) 过 B, D 两点作直线 nn , nn 即为从动件摆杆在点 D 接触时的公法线。 nn 与点 B 的速度 v_B 之间所夹的锐角 α ,即为该位置的压力角。

3.4 思考题与习题

3.4.1 思考题

- (1) 从动件的常用运动规律有哪几种? 它们各有什么特点? 各适用于什么场合?
- (2) 从动件运动规律的选择原则是什么?
- (3) 不同运动规律曲线拼接时,应满足什么条件?
- (4) 凸轮机构的类型有哪些? 在选择凸轮机构类型时,应考虑哪些因素?
- (5) 移动从动件盘形凸轮机构和摆动从动件盘形凸轮机构的设计方法各有什么特点?
- (6) 何谓凸轮的理论轮廓曲线? 何谓凸轮的实际轮廓曲线? 二者有何区别与联系? 理论廓线相同而实际廓线不同的两个对心移动滚子从动件盘形凸轮机构,其从动件的运动规律是否相同?

(7) 在移动滚子从动件盘形凸轮机构中,若凸轮实际廓线保持不变,而增大或减小滚子半径,从动件运动规律是否发生变化?

(8) 何谓凸轮机构的压力角?在凸轮机构设计中有何重要意义?一般是怎样处理的?当凸轮廓线设计完成后,如何检查凸轮转角为 φ 时凸轮机构的压力角 α ?若发现压力角超过许用值,可采取什么措施减少压力角?

(9) 设计直动推杆盘形凸轮机构时,在从动件运动规律不变的条件下,需减小推程压力角,应采用哪两种措施?

(10) 何谓运动失真?应如何避免出现运动失真现象?

(11) 在移动滚子从动件盘形凸轮机构的设计中,采用偏置从动件的主要目的是什么?偏置方向如何选取?

(12) 在移动平底从动件盘形凸轮机构的设计中,采用偏置从动件的主要目的是什么?偏置方向如何选取?

(13) 何谓凸轮机构的偏距,它对凸轮机构几何尺寸和受力情况有何影响?

(14) 比较尖顶、平底和滚子从动件凸轮机构的优缺点及它们适用的场合?

3.4.2 习题

【题3.1】图3.10所示为一尖顶移动从动件盘形凸轮机构从动件的部分运动线图。试在图上补全各段的位移、速度及加速度曲线,并指出在哪些位置会出现刚性冲击?哪些位置会出现柔性冲击?

【题3.2】已知凸轮以等角速度顺时针转动,从动件行程 $h=32\text{ mm}$,从动件位移线图 $s-\varphi$ 如图3.11所示。凸轮轴心偏于从动件轴线的右侧,偏距 $e=10\text{ mm}$,基圆半径 $r_0=35\text{ mm}$,滚子半径 $r_r=15\text{ mm}$ 。图中 Oa 、 bc 、 de 、 ef 为抛物线,其余为直线。

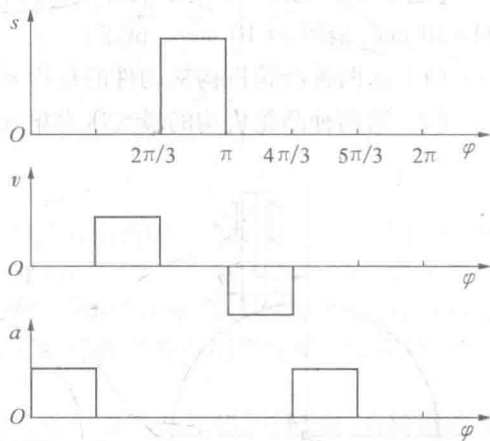


图 3.10

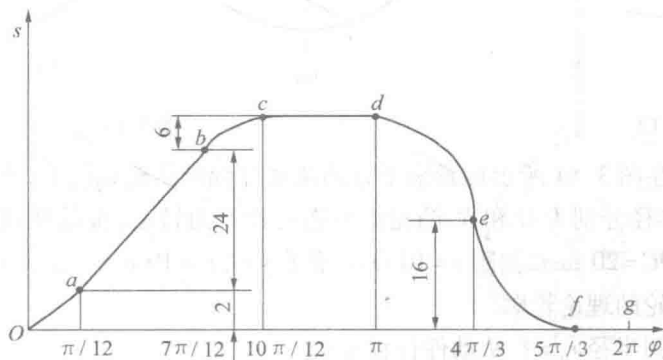


图 3.11

(1) 设计一偏置直动滚子从动件盘形凸轮机构。

(2) 说明在下列三种情况下从动件的运动规律是否改变。

① 其他条件不变, 仅把偏距改装成 $e=20\text{ mm}$ 。

② 其他条件不变, 仅把滚子换成 $r_r=10\text{ mm}$ 。

③ 其他条件不变, 仅把从动件换成尖顶从动件。

(3) 其他条件不变, 试设计一对心平底从动件盘形凸轮机构, 绘出凸轮廓线, 并决定从动件平底应有的最小长度。

【题 3.3】 如图 3.12 所示直动从动件盘形凸轮机构, 要求在凸轮转角 $\varphi=0^\circ\sim 90^\circ$ 时, 从动件以余弦加速度上升 $h=20\text{ mm}$, 且取基圆半径 $r_0=25\text{ mm}$, 偏距 $e=10\text{ mm}$, $r=d/2=5\text{ mm}$ 。试作:

(1) 选定凸轮转向 ω_1 , 并简要说明选定的原因。

(2) 用反转法绘出当凸轮转角 $\varphi=0^\circ\sim 90^\circ$ 时, 凸轮的工作廓线。

(3) 绘出 $\varphi=45^\circ$ 时轮廓的压力角 α 。

【题 3.4】 图 3.13 所示两种盘形凸轮机构为偏心圆盘。圆心为 O , 半径 $R=30\text{ mm}$, $OA=10\text{ mm}$, 偏距 $e=10\text{ mm}$ 。试求:

(1) 这两种凸轮机构从动件的行程 h 和凸轮的基圆半径 r_0 。

(2) 这两种凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 的数值及其发生的位置。

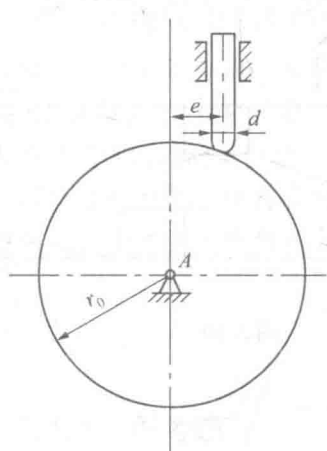


图 3.12

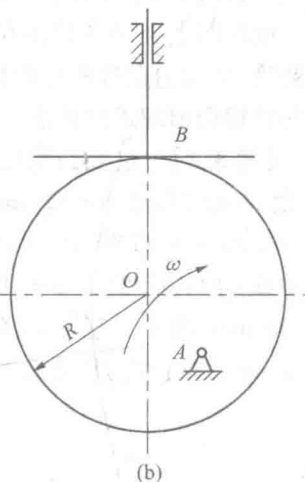
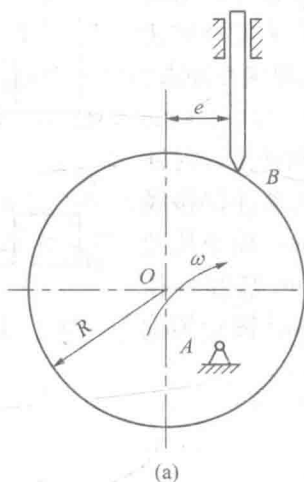


图 3.13

【题 3.5】 在图 3.14 所示偏置滚子直动从动件盘形凸轮机构中, 凸轮 1 的工作轮廓为圆, 其圆心和半径分别为 C 和 R , 凸轮 1 沿逆时针方向转动, 推动从动件往复移动。已知: $R=100\text{ mm}$, $OC=20\text{ mm}$, 偏距 $e=10\text{ mm}$, 滚子半径 $r_r=10\text{ mm}$ 。试回答:

(1) 绘出凸轮的理论轮廓。

(2) 凸轮基圆半径 $r_0=?$ 从动件行程 $h=?$

(3) 推程运动角 $\Phi_0=?$ 回程运动角 $\Phi'_0=?$ 远休止角 $\Phi_s=?$ 近休止角 $\Phi'_s=?$

【题 3.6】 在图 3.15 所示滚子摆动从动件盘形凸轮机构中, 已知: 偏心圆盘 $R=$

40 mm, 滚子半径 $r_r = 10$ mm, $l_{OA} = a = 90$ mm, $l_{AB} = l = 70$ mm, 转轴 O 到圆盘中心 C 的距离 $l_{OC} = 20$ mm, 圆盘逆时针转动。

- (1) 标出凸轮机构在图示位置时的压力角 α , 画出基圆, 求基圆半径 r_0 。
- (2) 作出从动件由最下位置摆到图示位置时, 从动件摆过的角度 ψ 及相应的凸轮转角 φ 。

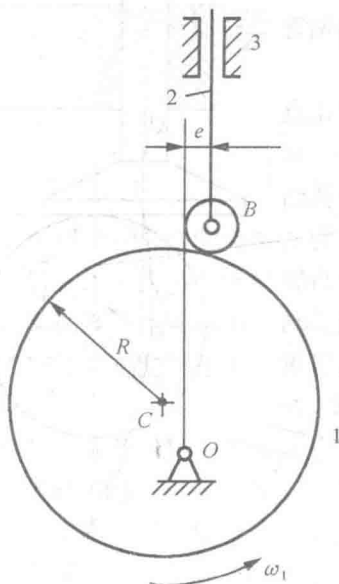


图 3.14

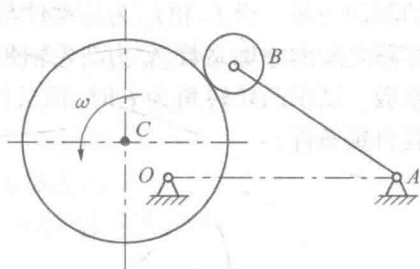


图 3.15

【题 3.7】 如图 3.16 所示偏置滚子直动从动件盘形凸轮。已知: 凸轮 1 沿顺时针方向等速转动, 凸轮基圆半径 $r_0 = 40$ mm, 偏距 $e = 10$ mm, 从动件行程 $h = 30$ mm, 滚子半径 $r_r = 10$ mm, $\Phi_0 = 150^\circ$, $\Phi_s = 30^\circ$, $\Phi'_0 = 120^\circ$, $\Phi'_s = 60^\circ$; 从动件在推程、回程皆采用简谐运动规律, 试通过计算机辅助设计求凸轮理论轮廓和工作轮廓上各点的坐标值 (每隔 10° 计算一点), 并绘出凸轮的理论轮廓与工作轮廓。

【题 3.8】 图 3.17 所示为一尖顶偏置直动从动件盘形凸轮机构, 已知: 凸轮廓线为一偏心圆, 其半径 $R = 25$ mm, $l_{OA} = 10$ mm, 偏距 $e = 5$ mm。试求:

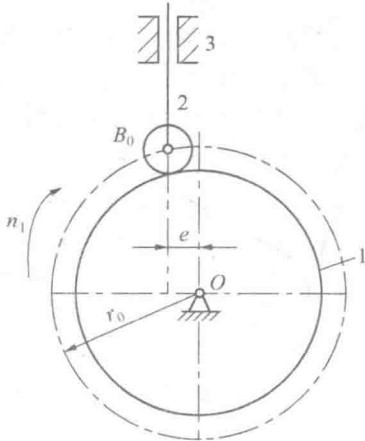


图 3.16

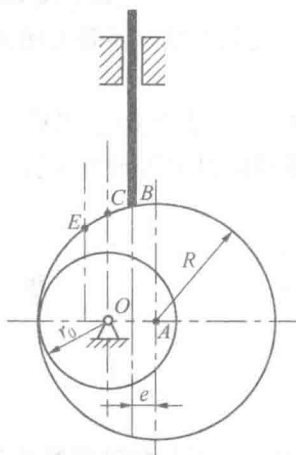


图 3.17

- (1) 从动件与凸轮廓线在点 B 接触时的位移 h_B 。
- (2) 凸轮机构在图示位置时的压力角 α_B 。
- (3) 将偏置从动件 2 向左平移 5 mm 后, 变为对心从动件, 与凸轮廓线在点 C 接触时的压力角 α_C 。
- (4) 比较压力角 α_B 与 α_C 的大小, 说明题意中的偏置是否合理?
- (5) 如果偏距 $e = -5$ mm, 即从动件与凸轮廓线在点 E 接触, 此时的偏距是否合理?

【题 3.9】图 3.18 所示为一平底直动从动件圆弧凸轮机构, 有关凸轮参数见图(凸轮轴颈直径为 d)。 Q 为从动件 2 所载荷(包括其质量和惯性力), M 为加于凸轮轴上的驱动力矩。设 f_{21} 和 f_{23} 为从动件与凸轮之间及从动件与导路之间的摩擦系数, f_0 为凸轮轴颈与轴承间的当量摩擦系数。试求凸轮转角为 θ 时, 该机构的瞬时效率, 并讨论其自锁条件。

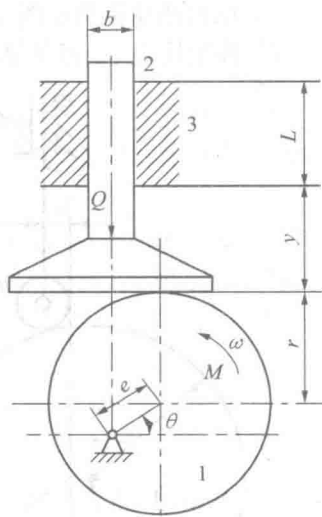


图 3.18

第4章 齿轮机构及其设计

4.1 基本要求

- (1) 了解齿轮机构的类型?
- (2) 了解齿轮齿廓曲线的形成原理。
- (3) 掌握渐开线的性质、渐开线齿廓啮合传动的特点。
- (4) 掌握渐开线圆柱齿轮各部分的名称、渐开线圆柱齿轮的基本参数、渐开线齿轮的基本齿廓。
- (5) 掌握渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸的计算。
- (6) 理解渐开线齿廓的加工原理(范成法、仿形法)。
- (7) 了解渐开线齿轮根切现象产生的原因、渐开线齿轮的变位。
- (8) 掌握一对渐开线齿轮的正确啮合条件。
- (9) 掌握齿轮传动的啮合角、无侧隙啮合方程、中心距及中心距变动系数。
- (10) 掌握重合度及重合度的计算、重合度的物理意义及影响因素。
- (11) 了解变位齿轮传动的几何尺寸计算、渐开线齿轮传动类型、变位齿轮的应用。
- (12) 掌握斜齿圆柱齿轮齿廓曲面的形成、斜齿轮的基本参数、斜齿轮传动的几何尺寸计算、斜齿轮传动的正确啮合条件及重合度。
- (13) 了解斜齿轮的法面齿形及当量齿数、斜齿轮传动的优缺点。
- (14) 了解交错轴斜齿轮传动的几何参数关系和几何尺寸计算,交错轴斜齿轮传动的正确啮合条件、传动比及从动轮转向,交错轴斜齿轮传动的优缺点。
- (15) 了解蜗杆、蜗轮的形成原理与方法,蜗杆蜗轮的正确啮合条件,蜗杆传动的基本参数和几何尺寸计算,蜗杆传动的优缺点。
- (16) 了解圆锥齿轮的应用、直齿圆锥齿轮的齿形、背锥、当量齿数,直齿圆锥齿轮的基本参数和啮合特点,直齿圆锥齿轮的几何尺寸计算,直齿圆锥齿轮传动的正确啮合条件、传动比及从动轮转向。

4.2 内容提要

4.2.1 本章重点

本章重点是渐开线外啮合直齿圆柱齿轮传动的基本理论和设计计算。变位齿轮、斜齿轮、蜗轮蜗杆及圆锥齿轮传动的重点则是与直齿圆柱齿轮传动及设计计算的特殊点和

不同点。

1. 齿轮的齿廓曲线与齿廓啮合基本定律

(1) 齿轮的齿廓曲线首先应满足齿廓啮合基本定律,即相互啮合传动的一对齿廓,在任意位置啮合时的传动比与其连心线 O_1O_2 被啮合接触点处的公法线分成的两段长度成反比。这个规律称为齿廓啮合基本定律。它反映齿廓曲线与传动比的关系。

(2) 齿廓接触点公法线与两齿轮连心线的交点 P ,称为啮合节点。节点在分别与两齿轮固连的平面上的运动轨迹,称为两齿轮的节线。如果要使两齿轮做定传动比,则其齿廓必须满足的条件是:无论两齿廓在何位置接触,过接触点所作的齿廓公法线与两齿轮的连心线相交于固定点 P 。这时过节点 P 所作的两圆称为节圆,两齿轮的传动可看成两齿轮节线做纯滚动。如果要使两齿轮做变传动比传动,则节点 P 应按相应的规律在连心线上移动。因而两轮的节线是非圆形的,故称为非圆齿轮。

2. 渐开线齿廓的啮合特性

(1) 可保证定传动比传动。两齿廓在任意点啮合时,其啮合点的公法线均内切于两基圆而位置不变,因而节点 P 位置不变,传动比恒定。

(2) 正压力方向不变,传动平稳。两渐开线齿廓啮合时,啮合线、两基圆内公切线、正压力作用线为同一条直线,故正压力方位始终不变,传动平稳。

(3) 具有传动的可分性。只要保证两齿廓接触,中心距略有变化,传动比不变。

3. 单个渐开线齿轮

(1) 渐开线标准圆柱齿轮的基本参数及几何尺寸计算。

渐开线标准直齿圆柱齿轮有五个基本参数:齿数 z 、模数 m 、压力角 α 、齿顶高系数 h_a^* 及顶隙系数 c^* 。其中:模数 m 是决定齿轮及轮齿大小和承载能力的重要参数,按照标准系列选取,单位为 mm;压力角 α 是决定齿轮齿廓形状和齿轮啮合性能的重要参数,一般取 $\alpha=20^\circ$;而 $h_a^*=1.0$, $c^*=0.25$ 。这五个基本参数决定了标准直齿圆柱齿轮的各部分基本尺寸。分度圆上齿厚和齿槽宽相等的齿轮,称为标准齿轮。

标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸是以分度圆为基准计算的。应牢牢掌握分度圆直径 d 、齿顶圆直径 d_a 、齿根圆直径 d_f 、基圆直径 d_b 、齿距 p 、齿厚 s 及齿槽宽 e 等的计算公式。

齿条几何尺寸的特点是:对应齿轮的分度圆、齿顶圆、齿根圆分别变为分度线、齿顶线及齿根线;其齿廓变为直线,压力角等于齿形角;其同侧齿廓平行,齿距处处相等。

内齿轮几何尺寸的特点是:对应于外齿轮的齿廓变为内齿轮的轮齿,其齿廓是内凹的,齿根圆大于齿顶圆,而齿顶圆又必须大于基圆。

(2) 标准斜齿圆柱齿轮。由于轮齿的倾斜而引入螺旋角 β (一般取 $\beta=8^\circ\sim 20^\circ$) 的基本参数,并且模数、压力角、齿顶高系数及顶隙系数有法面和端面之分,其中法面基本参数 m_n 、 α_n 、 h_{an}^* 和 c_n^* 为标准值,取值与直齿轮相同。

斜齿圆柱齿轮的几何尺寸是按端面参数 m_t 、 α_t 、 h_{at}^* 和 c_t^* 计算的。法面参数与端面参数的关系为 $m_t = m_n / \cos \beta$, $\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta$, $h_{at}^* = h_{an}^* \cos \beta$, $c_t^* = c_n^* \cos \beta$ 。还应注意斜齿圆柱齿轮中当量齿轮和当量齿数的概念。

(3) 蜗轮和蜗杆。蜗轮和蜗杆在中间面内就相当于齿轮和齿条,蜗杆又相似于螺杆形状,故它们的基本参数有:模数 m 、压力角 α 、齿顶高系数 h_a^* (取 1)、顶隙系数 c^* (取

0.2)、蜗杆头数 z_1 、蜗轮齿数 z_2 、蜗杆的直径系数 q 及导程角 γ 。其中模数 m 和压力角 α 是指蜗杆的轴面模数 m_{x1} 和压力角 α_{x1} , 也即蜗轮的端面模数 m_{x2} 和压力角 α_{x2} , 且均为标准值。但模数系列不同于齿轮的模数系列。压力角一般取 $\alpha=20^\circ$; 蜗杆的直径系数 q 为蜗杆分度圆直径 d_1 与其模数 m 的比值, 即 $q=d_1/m$ 。

(4) 圆锥齿轮。圆锥齿轮是用来传递空间相交轴之间的运动和动力的, 轮齿分布在圆锥体上, 所以相当于把圆柱齿轮的“圆柱”变成“圆锥”, 如齿顶圆锥、分度圆锥、齿根圆锥、基圆锥等。还应注意圆锥齿轮中的“背锥”、当量齿轮和当量齿数的概念。

(5) 变位齿轮的变位系数和几何尺寸。加工变位齿轮时, 刀具分度线与被切齿轮分度圆不相切, 二者分离的距离 xm 称为变位量, x 称为变位系数。其中刀具分度线与被切齿轮分度圆分离的称为正变位, x 为正值, 被加工齿轮称为正变位齿轮; 而刀具分度线与被切齿轮分度圆相交的称为负变位, x 为负值, 被加工齿轮称为负变位齿轮。

变位齿轮中 m 、 α 、 z 、 d 、 p 、 d_b 与标准齿轮一样保持不变。由于齿轮齿顶圆是齿轮刀具切出来的, 因而有: $h_f = m(h_a^* + c^* - x)$, $d_f = d - 2h_f = m(z - 2h_a^* - 2c^* + x)$; 为保证齿全高 h 不变, 故 $h_a = m(h_a^* + x)$, $d_a = d + 2h_a = m(z + 2h_a^* + x)$; 而 $s = m(\pi/2 + 2x \tan \alpha)$, $e = m(\pi/2 - 2x \tan \alpha)$ 。

4. 注意分清下面一些容易混淆的概念

(1) 分度圆与节圆。分度圆是指单个齿轮上具有标准模数和标准压力角的圆。其位置为标准安装时两分度圆相切, 非标准安装时相交或分离。节圆是一对齿轮在啮合传动时两个相切做纯滚动的圆。单个齿轮没有节圆。根据渐开线方程式, 节圆的大小分别为 $r'_1 = r_{b1}/\cos \alpha' = r_1 \cos \alpha / \cos \alpha'$, $r'_2 = r_{b2}/\cos \alpha' = r_2 \cos \alpha / \cos \alpha'$ 。一般情况下, 节圆半径与分度圆半径不相等, 节圆与分度圆不重合。只有当啮合角 α' 等于渐开线齿廓在分度圆处的压力角 α 时, 两个节圆半径才分别与两个齿轮的分度圆半径相等, 两个节圆才分别与两个齿轮的分度圆重合。这种情况下只有两个齿轮的实际中心距等于标准中心距时才会出现。

(2) 压力角 α 与啮合角 α' 。压力角 α 是指单个齿轮渐开线齿廓上某一点的线速度方向与该点法线方向所夹的锐角。渐开线齿廓上各点压力角的大小是不相等的。啮合角 α' 是指一对齿轮啮合时, 啮合线与两节圆公切线之间所夹的锐角, 其值等于渐开线齿廓在节圆上的压力角, 由于节圆大小随中心距变化而变化, 故两轮的啮合角也随中心距变化而变化, 其关系式为 $a' \cos \alpha' = a \cos \alpha$ 。显然, 只有两轮中心距 a' 为标准中心距 a 时, 这时节圆与分度圆重合, 啮合角才等于分度圆上的压力角。

(3) 法向节距 p_n 与基圆节距 p_b 。法向节距 p_n 与基圆节距 p_b 的长度相等 $p_n = p_b$, 都是相邻两个轮齿与侧齿廓之间度量的长度, 但是法向节距 p_n 是在渐开线齿廓上任意一点的法线上度量的相邻两齿与侧齿廓之间的直线长度, 而基圆节距 p_b 是指基圆上度量的相邻两齿与侧齿廓之间的弧长。

(4) 标准齿轮与零变位齿轮。标准齿轮不仅基本参数是标准值, 分度圆齿厚与齿槽宽相等, 即 $s = e = \pi m / 2$, 而且齿高也是标准值, 即 $h = (2h_a^* + c^*)m$ 。零变位齿轮的变位系数 $x = x_1 + x_2 = 0$, 也具有标准的基本参数, 分度圆齿厚与齿槽宽也相等, 但由于与该齿轮相啮合的是变位齿轮, 故齿轮的齿高为 $h = (2h_a^* + c^* - \Delta y)m$, 也不是标准值。

(5) 变位齿轮与传动类型。变位齿轮是指单个齿轮是正变位齿轮 ($x > 0$) 或负变位齿

轮($x < 0$)。而传动类型则是按一对相啮合的齿轮的变位系数之和来区分的:当 $x = x_1 + x_2 > 0$ 时,该对齿轮传动称为正传动;当 $x = x_1 + x_2 < 0$ 时,该对齿轮传动称为负传动;当 $x = x_1 + x_2 = 0$ 时,该对齿轮传动称为零传动或高度变位齿轮传动。在这三种传动类型中的齿轮都可能既有正变位齿轮,又有负变位齿轮。如在正传动中,两齿轮可以都是正变位齿轮,也可以一个是正变位齿轮($x_1 > 0$),而另一个是负变位齿轮($x_2 < 0$),只要 $x_1 + x_2 > 0$,则该对齿轮传动就属于正传动。又如在负传动中,两齿轮可以都是负变位齿轮,也可以一个是正变位齿轮($x_1 > 0$),而另一个是负变位齿轮($x_2 < 0$),只要 $x_1 + x_2 < 0$,则该对齿轮传动就属于负传动。

(6) 齿面接触线与啮合线。两轮齿廓齿面的瞬时接触线称为齿面接触线。当一对直齿圆柱齿轮啮合传动时,两轮的齿面接触线是与轴线平行的直线。在主动轮的齿廓曲面上,该接触线是由齿根逐渐走向齿顶,而在从动轮的齿廓曲面上,该接触线是由齿顶逐渐走向齿根。啮合线是指一对齿廓曲线在啮合传动过程中,其啮合点的轨迹。对于一对渐开线齿廓而言,其啮合线既是两基圆的内公切线,又是两齿廓在啮合点的公法线,同时也是不计摩擦时两齿廓间力的作用线。

(7) 理论啮合线与实际啮合线。由于基圆内无渐开线,其基圆的内公切线的两个切点 N_1 和 N_2 分别为起始啮合和终止啮合的极限点,也即基圆的内公切线 $\overline{N_1 N_2}$ 是啮合线的极限长度,称之为理论啮合线。由于齿轮上所用的渐开线齿廓长度受到齿顶圆的限制,所以一对有限长的渐开线齿廓的实际啮合线 $\overline{B_1 B_2}$ 的长度小于理论啮合线 $\overline{N_1 N_2}$ 。点 B_2 、 B_1 在理论啮合线 $\overline{N_1 N_2}$ 上的位置由两个齿顶圆与理论啮合线 $\overline{N_1 N_2}$ 的交点来确定。

5. 一对渐开线齿轮啮合传动的有关内容

(1) 一对渐开线齿轮的正确啮合条件。

一对渐开线齿轮的正确啮合条件是:两齿轮的模数和压力角分别相等,即 $m_1 = m_2 = m$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ 。这个条件对直齿圆柱齿轮,无论是标准齿轮还是变位齿轮,无论是外啮合还是内啮合,均适用,对齿轮齿条啮合也同样适用。

一对平行轴斜齿圆柱齿轮的正确啮合条件是:两齿轮法面上的模数和压力角分别相同,螺旋角大小相等、方向相反(外啮合)或相同(内啮合),即 $m_{n1} = m_{n2} = m_n$, $\alpha_{n1} = \alpha_{n2} = \alpha_n$, $\beta_1 = \mp \beta_2$ 。一对交错轴斜齿圆柱齿轮的正确啮合条件是: $m_{n1} = m_{n2} = m_n$, $\alpha_{n1} = \alpha_{n2} = \alpha_n$, 且两齿轮的螺旋角之和等于轴交角,即 $\sum = |\beta_1 + \beta_2|$ 。

蜗轮蜗杆传动的正确啮合条件是:在中间平面内蜗轮与蜗杆的模数和压力角分别相等,即 $m_{x1} = m_{x2} = m$, $\alpha_{x1} = \alpha_{x2} = \alpha$ 。为保持二者齿相一致,当两轴交错角为 90° 时,蜗杆导程角还应等于蜗轮螺旋角,即 $\gamma_1 = \beta_2$, 且二者螺旋线方向相同。

一对圆锥齿轮的正确啮合条件是:两齿轮的模数和压力角(大端)分别相等,即

$$m_1 = m_2 = m \quad \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$$

且 $\delta_1 + \delta_2 = \Sigma$ (两轴夹角)

(2) 一对渐开线齿轮连续传动条件。

一对直齿轮传动的连续传动条件:为了两齿轮的连续传动,必须保证在前一对轮齿尚未脱离啮合时,后一对轮齿能及时进入啮合。这就要求实际啮合线段 $\overline{B_1 B_2}$ 应大于或等于

齿轮的法向齿距(基圆齿距) p_b 。通常把 $\overline{B_1B_2}$ 与 p_b 的比值称为齿轮传动的重合度,并用 ε_α 表示。因此齿轮连续传动的条件为:重合度 ε_α 必须大于或等于1。而实际使用的重合度应大于许用值 $[\varepsilon_\alpha]$,即

$$\varepsilon_\alpha = \overline{B_1B_2}/p_b \geq 1 \quad \text{或} \quad \varepsilon_\alpha \geq [\varepsilon_\alpha]$$

重合度的意义:一是衡量连续传动的条件,二是反映了同时参与啮合的轮齿对数的平均值。如 $\varepsilon_\alpha = 1.65$,表示平均有1.65对轮齿参与啮合,其中两个 $0.65p_b$ 的范围为双齿啮合区,而 $0.35p_b$ 的范围为单齿啮合区。由此可见,重合度越大,齿轮传动平稳性越高,承载能力越高。重合度可由下式计算

$$\varepsilon_\alpha = [z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') \pm z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')]/(2\pi)$$

式中 “+”号——外啮合;

“-”号——内啮合;

α_{a1} 、 α_{a2} ——轮1、轮2的齿顶圆压力角。

若齿轮和齿条啮合时,其重合度为

$$\varepsilon_\alpha = z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha')/(2\pi) + 2h_a^*/(\pi \sin 2\alpha)$$

至于变位齿轮传动的连续传动条件和重合度计算则与标准齿轮相同。

斜齿轮传动的重合度:斜齿轮传动的重合度 ε_γ 包含有端面重合度 ε_α 与轴面重合度 ε_β 两部分,端面重合度与直齿轮一样,是用端面参数按直齿轮的重合度公式来计算;而轴面重合度则与斜齿轮的螺旋角 β 、斜齿轮的宽度 B 有关,且随 β 和 B 的增大而增大,这是斜齿轮传动的一大优点,即 $\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \overline{B_1B_2}/p_{bt} + B \sin \beta/(\pi m_n)$ 。

圆锥齿轮传动的重合度:圆锥齿轮传动的重合度即为其当量齿轮传动的重合度,故可用当量齿轮的参数按直齿轮重合度公式来计算圆锥齿轮传动的重合度的大小。

4.2.2 本章难点

本章难点是齿轮传动的啮合过程、齿廓工作段、斜齿轮及锥齿轮的当量齿轮和当量齿数的概念。

(1) 要搞清一对齿轮传动的啮合过程,必须首先搞清楚啮合线、理论啮合线 $\overline{N_1N_2}$ 、起始啮合点 B_2 、终止啮合点 B_1 及齿廓工作段的概念。其次能根据两齿轮基本参数确定其基圆直径 d_b 、分度圆直径 d 、齿顶圆直径 d_a 及中心距 a ,并用作图法作出两轮的各圆、理论啮合线 $\overline{N_1N_2}$ 、实际啮合线 $\overline{B_1B_2}$ 及两轮齿廓工作段,进而计算重合度和判别单齿及双齿啮合区,在此基础上,还应搞清楚齿轮与齿条的啮合过程。此外还要注意非标准中心距安装对齿轮各圆、顶隙、齿侧间隙、实际啮合线及重合度的影响。

(2) 要搞清当量齿轮的概念,主要应注意三个问题:一是为什么要提出当量齿轮的概念?其意义是什么?二是何谓当量齿轮和当量齿数?三是当量齿数是如何确定出来的?

4.3 例题精选与答题技巧

【例4.1】 设两齿轮的传动比 $i_{12} = 2.5$, $z_1 = 40$, $h_a^* = 1$, $m = 10 \text{ mm}$, $\alpha = 20^\circ$, 求 z_2 及两

齿轮的尺寸。

解题要点:

直齿圆柱齿轮基本参数及几何尺寸的计算。

【解】 $i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = 2.5$

$$z_2 = i_{12} z_1 = 2.5 \times 40 = 100$$

$$d_1 = m z_1 = 10 \text{ mm} \times 40 = 400 \text{ mm}$$

$$d_2 = m z_2 = 10 \text{ mm} \times 100 = 1\,000 \text{ mm}$$

$$h_a = m h_a^* = 10 \text{ mm} \times 1 = 10 \text{ mm}$$

$$h_f = m(h_a^* + c^*) = 10 \text{ mm} \times (1 + 0.25) = 12.5 \text{ mm}$$

$$h = h_a + h_f = 10 \text{ mm} + 12.5 \text{ mm} = 22.5 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = d_1 + 2h_a = 400 \text{ mm} + 20 \text{ mm} = 420 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_a = 1\,000 \text{ mm} + 20 \text{ mm} = 1\,020 \text{ mm}$$

$$d_{f1} = d_1 - 2h_f = 400 \text{ mm} - 2 \times 12.5 \text{ mm} = 375 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2h_f = 1\,000 \text{ mm} - 2 \times 12.5 \text{ mm} = 975 \text{ mm}$$

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = 400 \text{ mm} \cos 20^\circ = 400 \text{ mm} \times 0.9397 = 375.88 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = 1\,000 \text{ mm} \cos 20^\circ = 1\,000 \text{ mm} \times 0.9397 = 939.7 \text{ mm}$$

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{10 \text{ mm}}{2} \times (40 + 100) = 700 \text{ mm}$$

$$s = e = \frac{p}{2} = \frac{1}{2} \pi m = \frac{1}{2} \times 3.1415926 \times 10 \text{ mm} = 15.708 \text{ mm}$$

【例 4.2】 当分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ$ 、齿顶高系数 $h_a^* = 1$ 、渐开线标准直齿轮的齿根圆和基圆相重合时,它的齿数应该是多少? 如果齿数大于或小于这个数值,那么基圆和齿根圆哪个大些?

解题要点:

基圆直径和齿根圆直径的计算公式。

【解】 基圆直径 $d_b = m z \cos \alpha$

齿根圆直径 $d_f = m z - 2m(h_a^* + c^*)$

当基圆和齿根圆重合时

$$d_b = d_f$$

即 $m z \cos \alpha = m z - 2m(h_a^* + c^*)$

所以 $z = \frac{2(h_a^* + c^*)}{1 - \cos \alpha} = \frac{2(1 + 0.25)}{1 - \cos 20^\circ} = \frac{2.5}{1 - 0.9397} = 41.46$

令 $d_b > d_f$, 可解出 $z < 41.46$ 。

由于齿数只能是整数,所以齿根圆不可能正好与基圆重合。当齿数 $z \geq 42$ 时,齿根圆大于基圆;当齿数 $z \leq 41$ 时,基圆大于齿根圆。

【例 4.3】 已知一对渐开线正常齿的标准齿轮的齿数为 $z_1 = 20$ 、 $z_2 = 60$,其分度圆的模数和压力角为 $m = 5 \text{ mm}$ 、 $\alpha = 20^\circ$,试求两轮齿顶圆和基圆齿厚。

解题要点:

齿顶圆和基圆齿厚计算公式; $\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha$ 。

【解】 $s_1 = s_2 = s = \frac{\pi m}{2} = \frac{\pi \times 5 \text{ mm}}{2} = 7.854 \text{ mm}$

$$r_1 = \frac{mz_1}{2} = \frac{5 \text{ mm} \times 20}{2} = 50 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{mz_2}{2} = \frac{5 \text{ mm} \times 60}{2} = 150 \text{ mm}$$

$$r_{a1} = r_1 + h_a^* m = 50 \text{ mm} + 1 \times 5 \text{ mm} = 55 \text{ mm}$$

$$r_{a2} = r_2 + h_a^* m = 150 \text{ mm} + 1 \times 5 \text{ mm} = 155 \text{ mm}$$

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha = r_1 \cos 20^\circ = 50 \text{ mm} \times 0.9397 = 46.985 \text{ mm}$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha = r_2 \cos 20^\circ = 150 \text{ mm} \times 0.9397 = 140.954 \text{ mm}$$

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{46.985 \text{ mm}}{55 \text{ mm}} = \arccos 0.8543 = 31^\circ 19'$$

$$\alpha_{a2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_{a2}} = \arccos \frac{140.954 \text{ mm}}{155 \text{ mm}} = \arccos 0.9094 = 24^\circ 34'$$

所以

$$\alpha_{b1} = 0 \quad \alpha_{b2} = 0 \quad \alpha = 20^\circ$$

$$s_{a1} = s_1 \frac{r_{a1}}{r_1} - 2r_{a1}(\text{inv } \alpha_{a1} - \text{inv } \alpha) =$$

$$7.854 \text{ mm} \times \frac{55 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} - 2 \times 55 \text{ mm} \times (0.061829 - 0.014904) = 3.478 \text{ mm}$$

$$s_{a2} = s_2 \frac{r_{a2}}{r_2} - 2r_{a2}(\text{inv } \alpha_{a2} - \text{inv } \alpha) =$$

$$7.854 \text{ mm} \times \frac{155 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} + 2 \times 155 \text{ mm} \times (0.028363 - 0.014904) = 3.94 \text{ mm}$$

$$s_{b1} = s_1 \frac{r_{b1}}{r_1} - 2r_{b1}(\text{inv } \alpha_{b1} - \text{inv } \alpha) =$$

$$7.854 \text{ mm} \times \frac{46.985 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} + 2 \times 46.985 \text{ mm} \times 0.014904 = 8.78 \text{ mm}$$

$$s_{b2} = s_2 \frac{r_{b2}}{r_2} - 2r_{b2}(\text{inv } \alpha_{b2} - \text{inv } \alpha) =$$

$$7.854 \text{ mm} \times \frac{140.955 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} + 2 \times 140.955 \text{ mm} \times 0.014904 = 11.58 \text{ mm}$$

【例 4.4】 已知一正常齿的标准齿轮,其 $z=18$ 、 $m=10 \text{ mm}$ 、 $\alpha=20^\circ$,求齿顶圆、基圆上的齿厚和齿间宽以及齿顶变尖时的齿顶圆半径。

解题要点:

齿顶圆和基圆上的齿厚和齿间宽计算公式。

【解】 $r = \frac{1}{2}mz = \frac{1}{2} \times 10 \text{ mm} \times 18 = 90 \text{ mm}$

$$s = \frac{1}{2} \pi m = \frac{1}{2} \pi \times 10 \text{ mm} = 15.71 \text{ mm}$$

$$r_a = r + h_a^* m = 90 \text{ mm} + 10 \text{ mm} = 100 \text{ mm}$$

$$r_b = r \cos \alpha = 90 \text{ mm} \times \cos 20^\circ = 90 \text{ mm} \times 0.9397 = 84.57 \text{ mm}$$

$$\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a} = \arccos \frac{84.57 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = \arccos 0.8457 = 32^\circ 15'$$

$$s_a = s \frac{r_a}{r} - 2r_a (\text{inv } \alpha_a - \text{inv } \alpha) = 15.71 \text{ mm} \times \frac{100 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} - 2 \times 100 \text{ mm} \times (\text{inv } 32^\circ 15' - \text{inv } 20^\circ) =$$

$$15.71 \text{ mm} \times \frac{100 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} - 2 \times 100 \text{ mm} \times (0.068084 - 0.014904) = 6.82 \text{ mm}$$

$$p_a = \frac{2\pi r_a}{z} = \frac{2\pi \times 100 \text{ mm}}{18} = 34.91 \text{ mm}$$

$$s_b = s \cos \alpha + 2r \text{inv } 20^\circ = 15.71 \text{ mm} \times \cos 20^\circ + 2 \times 84.57 \text{ mm} \times \text{inv } 20^\circ = 17.28 \text{ mm}$$

$$e_a = p_a - s_a = 34.91 \text{ mm} - 6.82 \text{ mm} = 28.09 \text{ mm}$$

$$p_b = \frac{2\pi r_b}{z} = \frac{2\pi \times 84.57 \text{ mm}}{18} = 29.52 \text{ mm}$$

$$e_b = p_b - s_b = 29.52 \text{ mm} - 17.28 \text{ mm} = 12.24 \text{ mm}$$

当齿顶变尖时 $s_a = s \frac{r_a}{r} - 2r_a (\text{inv } \alpha_a - \text{inv } \alpha) = 0$

$$\text{inv } \alpha_a = \frac{s}{2r} + \text{inv } \alpha = \frac{15.71 \text{ mm}}{2 \times 90} + \text{inv } 20^\circ = 0.0872777 + 0.014904 = 0.1021817$$

查表得

$$\alpha_a = 36^\circ 25'$$

所以

$$r_a = \frac{r_b}{\cos \alpha_a} = \frac{84.57 \text{ mm}}{\cos 36^\circ 25'} = 105.09 \text{ mm}$$

【例 4.5】 已知一对外啮合齿轮传动, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$, $m = 8 \text{ mm}$, 中心距 $a' = 208 \text{ mm}$, 传动比 $i_{12} = 2$, 试设计并核对齿轮传动(求出两轮的齿数、各部分的尺寸及重合度)。

解题要点:

基本参数和基本尺寸的计算。

【解】

因为

$$\begin{cases} a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \\ i_{12} = \frac{z_2}{z_1} \end{cases}$$

所以

$$\begin{cases} 208 = \frac{8}{2} (z_1 + z_2) \\ 2 = \frac{z_2}{z_1} \end{cases}$$

联立解上式得齿数为

$$z_1 = 17.33 \quad z_2 = 34.66$$

$$\begin{cases} z_1 = 17 \\ z_2 = 35 \end{cases}$$

则该对齿轮的实际传动比 $i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{35}{17} = 2.059$, 与要求的传动比 $i_{12} = 2$ 稍有出入, 如传动比要求不严格, 尚属许可。

该对齿轮传动的标准中心距为

$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{8}{2}(17 + 35) = 208 \text{ mm}$$

所以标准中心距 a 等于其安装中心距 a' , 故采用一对标准齿轮传动。

主要几何尺寸为

$$d_1 = mz_1 = 8 \text{ mm} \times 17 = 136 \text{ mm}$$

$$d_2 = mz_2 = 8 \text{ mm} \times 35 = 280 \text{ mm}$$

$$h_a = mh_a^* = 8 \text{ mm} \times 1 = 8 \text{ mm}$$

$$h_f = m(h_a^* + c^*) = 8 \text{ mm} \times (1 + 0.25) = 10 \text{ mm}$$

$$h = h_a + h_f = 8 \text{ mm} + 10 \text{ mm} = 18 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = d_1 + 2h_a = 136 \text{ mm} + 2 \times 8 \text{ mm} = 152 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_a = 280 \text{ mm} + 2 \times 8 \text{ mm} = 296 \text{ mm}$$

$$d_{f1} = d_1 - 2h_f = 136 \text{ mm} - 2 \times 10 \text{ mm} = 116 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2h_f = 280 \text{ mm} - 2 \times 10 \text{ mm} = 260 \text{ mm}$$

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = d_1 \cos 20^\circ = 136 \text{ mm} \times 0.9397 = 127.8 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = d_2 \cos 20^\circ = 280 \text{ mm} \times 0.9397 = 263.12 \text{ mm}$$

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \arccos \frac{127.8 \text{ mm}}{152 \text{ mm}} = \arccos 0.8408 = 32^\circ 47'$$

$$\alpha_{a2} = \arccos \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \arccos \frac{263.12 \text{ mm}}{296 \text{ mm}} = \arccos 0.8889 = 27^\circ 16'$$

$$\text{重合度 } \varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha) + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha)] =$$

$$\frac{1}{2\pi} \times [17 \times (\tan 32^\circ 47' - \tan 20^\circ) + 35 \times (\tan 27^\circ 16' - \tan 20^\circ)] =$$

$$\frac{1}{2\pi} \times [17 \times (0.6441 - 0.3640) + 35 \times (0.5154 - 0.3640)] = 1.6$$

【例 4.6】 设一对外啮合传动齿轮的齿数 $z_1 = 30, z_2 = 40$, 模数 $m = 20 \text{ mm}$, 压力角 $\alpha = 20^\circ$, 齿顶高系数 $h_a^* = 1$ 。当中心距 $a' = 725 \text{ mm}$ 时, 求啮合角 α' ; 如 $\alpha' = 20^\circ 30'$ 时, 求中心距 $a' = ?$

解题要点:

标准中心距和实际中心距的关系。

【解】
$$a = \frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{20 \text{ mm}}{2} \times (30 + 40) = 700 \text{ mm}$$

又因

$$\cos \alpha' = \frac{a}{a'} \cos \alpha$$

若

$$a' = 725 \text{ mm}$$

则

$$\alpha' = \arccos \left(\frac{a}{a'} \cos \alpha \right) = \arccos \left(\frac{700 \text{ mm}}{725 \text{ mm}} \times \cos 20^\circ \right) = \arccos \left(\frac{700 \text{ mm}}{725 \text{ mm}} \times 0.9397 \right) = \arccos 0.9073 = 24^\circ 52'$$

若

$$\alpha' = 22^\circ 30'$$

则

$$a' = a \times \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = 700 \times \frac{\cos 20^\circ}{\cos 22^\circ 30'} = 700 \text{ mm} \times \frac{0.9397}{0.9239} = 711.97 \text{ mm}$$

【例 4.7】 已知一对齿轮 $m = 4 \text{ mm}$, $z_1 = 25$, $z_2 = 50$, 基圆直径分别为 $d_{b1} = 93.96 \text{ mm}$, $d_{b2} = 187.92 \text{ mm}$ 。若齿轮安装中心距 $a' = 150 \text{ mm}$, 求啮合角 α' 及节圆直径 d'_1 和 d'_2 ; 若 $a' = 154 \text{ mm}$, 求 α' 、 d'_1 、 d'_2 。

解题要点:

基本几何尺寸的计算。

【解】 (1) 当安装中心距 $a' = 150 \text{ mm}$ 时, 因

$$\begin{cases} i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r'_2}{r'_1} \\ a' = r'_1 + r'_2 \end{cases}$$

有

$$\frac{50}{25} = \frac{r'_2}{r'_1} \quad r'_1 + r'_2 = 150$$

解得

$$r'_1 = \frac{150}{3} = 50 \text{ mm} \quad r'_2 = 2r'_1 = 100 \text{ mm}$$

而

$$\alpha' = \arccos \frac{r_{b1}}{r'_1} = \arccos \frac{r_{b2}}{r'_2} = \arccos \frac{d_{b1}}{d'_1} = \arccos \frac{93.96 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = \arccos 0.9396 = 20^\circ$$

故解得

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha = 20^\circ \\ d'_1 = 100 \text{ mm} \\ d'_2 = 200 \text{ mm} \end{cases}$$

以上是一般解法。如果注意到

$$a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{4 \text{ mm}}{2} (25 + 50) = 150 \text{ mm} = a'$$

可直接得到

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha = 20^\circ \\ d'_1 = d_1 = mz_1 = 4 \text{ mm} \times 25 = 100 \text{ mm} \\ d'_2 = d_2 = mz_2 = 4 \text{ mm} \times 50 = 200 \text{ mm} \end{cases}$$

(2) 当安装中心距 $a' = 154 \text{ mm}$ 时, 与解(1)同理可得

$$r'_1 = \frac{a'}{3} = \frac{154 \text{ mm}}{3} = 51.333 \text{ mm}$$

$$r'_2 = 2r'_1 = 102.67 \text{ mm}$$

$$\text{而} \quad \alpha' = \arccos \frac{d_{b1}}{d'_1} = \arccos \frac{93.96 \text{ mm}}{102.67 \text{ mm}} = \arccos 0.9152 = 23^\circ 46'$$

故得解为

$$\begin{cases} \alpha' = 23^\circ 45' \\ d'_1 = 102.67 \text{ mm} \\ d'_2 = 205.34 \text{ mm} \end{cases}$$

【例4.8】已知一正常齿的标准外啮合齿轮传动,其 $\alpha = 20^\circ$, $m = 5 \text{ mm}$, $z_1 = 19$, $z_2 = 42$ 。试求重合度 ε_α ,并绘出单齿及双齿的啮合区。

解题要点:

重合度的计算公式,单齿及双齿的啮合区的绘制。

$$\text{【解】} \quad r_1 = \frac{1}{2} m z_1 = \frac{1}{2} \times 5 \text{ mm} \times 19 = 47.5 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{1}{2} m z_2 = \frac{1}{2} \times 5 \text{ mm} \times 42 = 105 \text{ mm}$$

$$r_{a1} = r_1 + h_a = 47.5 \text{ mm} + 5 \text{ mm} = 52.5 \text{ mm}$$

$$r_{a2} = r_2 + h_a = 105 \text{ mm} + 5 \text{ mm} = 110 \text{ mm}$$

$$r_{b1} = r_1 \cos \alpha = 47.5 \text{ mm} \times \cos 20^\circ = 47.5 \text{ mm} \times 0.9397 = 44.636 \text{ mm}$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \alpha = 105 \text{ mm} \times \cos 20^\circ = 105 \text{ mm} \times 0.9397 = 98.669 \text{ mm}$$

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{44.636 \text{ mm}}{52.5 \text{ mm}} = \arccos 0.8502 = 31^\circ 46'$$

$$\alpha_{a2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_{a2}} = \arccos \frac{98.669 \text{ mm}}{110 \text{ mm}} = \arccos 0.8970 = 26^\circ 14'$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha) + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha)] =$$

$$\frac{1}{2\pi} [19 \times (\tan 31^\circ 46' - \tan 20^\circ) + 42 \times (\tan 26^\circ 14' - \tan 20^\circ)] =$$

$$\frac{1}{2\pi} [19 \times (0.6192 - 0.3640) + 42 \times (0.4928 - 0.3640)] = 1.63$$

该传动的单齿和双齿啮合区如图4.1所示。

【例4.9】计算题4.8中两轮的滑动系数,并绘出曲线图。

解题要点:

滑动系数的计算公式。

【解】

$$\overline{PN}_1 = r_{b1} \tan \alpha = 44.636 \text{ mm} \times \tan 20^\circ =$$

$$44.636 \text{ mm} \times 0.3640 = 16.2475 \text{ mm}$$

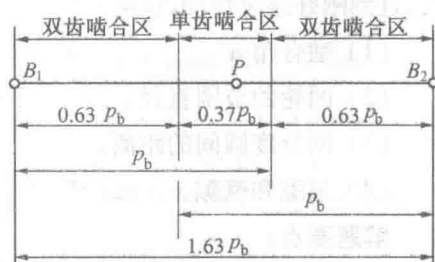


图 4.1

$$\overline{PN_2} = r_{b2} \tan \alpha = 98.669 \text{ mm} \times \tan 20^\circ = 98.669 \text{ mm} \times 0.3640 = 35.9155 \text{ mm}$$

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{42}{19} \approx 2.21$$

轮1齿根的滑动系数

$$U_{1\max} = \frac{\overline{PB_2}}{\overline{PN_1} - \overline{PB_2}} \frac{1+i_{12}}{i_{12}} \quad (1)$$

$$\overline{PB_2} = r_{a2} \sin \alpha_{a2} - r_2 \sin \alpha = 110 \text{ mm} \times \sin 26^\circ 14' - 105 \text{ mm} \times \sin 20^\circ =$$

$$110 \text{ mm} \times 0.442 - 105 \text{ mm} \times 0.342 = 12.71 \text{ mm}$$

将数据代入式(1),得

$$U_{1\max} = \frac{12.71 \text{ mm}}{16.2475 \text{ mm} - 12.71 \text{ mm}} \frac{1+2.21}{2.21} = 5.22$$

轮2齿根的滑动系数

$$U_{2\max} = \frac{\overline{PB_1}}{\overline{PN_2} - \overline{PB_1}} \frac{1+i_{12}}{i_{12}} \quad (2)$$

$$\overline{PB_1} = r_{a1} \sin \alpha_{a1} - r_1 \sin \alpha = 52.5 \text{ mm} \times \sin 31^\circ 46' - 47.5 \text{ mm} \times \sin 20^\circ = 11.39 \text{ mm}$$

将数据代入式(2),得

$$U_{2\max} = \frac{11.39 \text{ mm}}{35.9155 \text{ mm} - 11.39 \text{ mm}} \frac{1+2.21}{2.21} = 0.675$$

轮1齿顶的滑动系数

$$U_1 = \frac{\overline{PB_1}}{\overline{PN_1} + \overline{PB_1}} \frac{1+i_{12}}{i_{12}} = \frac{11.39 \text{ mm}}{16.2475 \text{ mm} + 11.39 \text{ mm}} \frac{1+2.21}{2.21} = 0.599$$

轮2齿顶的滑动系数

$$U_2 = \frac{\overline{PB_2}}{\overline{PN_2} + \overline{PB_2}} \frac{1+i_{12}}{i_{12}} = \frac{12.71 \text{ mm}}{35.9155 \text{ mm} + 12.71 \text{ mm}} \frac{1+2.21}{2.21} = 0.38$$

其滑动曲线如图4.2所示。

【例4.10】 设将例4.1的中心距 a 增大,直到刚好连续传动,试求:

- (1) 啮合角 α' 。
- (2) 两轮的节圆直径。
- (3) 两分度圆间的距离。
- (4) 顶隙和侧隙。

解题要点:

重合度、顶隙和侧隙的计算公式。

【解】 (1) 求啮合角 α' 。将例4.1的中心距 a' 增大直至刚好连续传动时,重合度

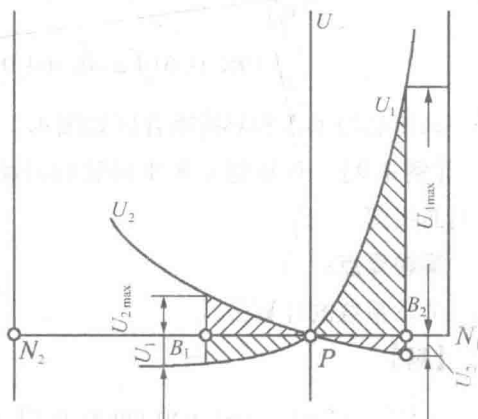


图4.2

$\varepsilon=1$, 即

$$\frac{1}{2\pi} [z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')] = 1$$

所以

$$\tan \alpha' = \frac{z_1 \tan \alpha_{a1} + z_2 \tan \alpha_{a2} - 2\pi}{z_1 + z_2}$$

$$\alpha' = \arctan \frac{z_1 \tan \alpha_{a1} + z_2 \tan \alpha_{a2} - 2\pi}{z_1 + z_2} =$$

$$\arctan \frac{z_1 \tan 31^\circ 46' + z_2 \tan 26^\circ 14' - 2\pi}{z_1 + z_2} =$$

$$\arctan \frac{19 \times 0.619\,2 + 42 \times 0.498\,2 - 2\pi}{19 + 42} = \arctan 0.429\,2 = 23^\circ 14'$$

(2) 求两轮的节圆直径 d'_1 、 d'_2 。刚好连续传动时, 两轮的节圆直径为

$$d'_1 = \frac{d_1 \cos \alpha'}{\cos 23^\circ 14'} = \frac{95 \text{ mm} \times 0.939\,7}{0.918\,9} = 97.15 \text{ mm}$$

$$d'_2 = \frac{d_2 \cos \alpha'}{\cos 23^\circ 14'} = \frac{210 \text{ mm} \times 0.939\,7}{0.918\,9} = 214.75 \text{ mm}$$

(3) 求两分度圆分离的距离

$$a' = \frac{d'_1 + d'_2}{2} = \frac{97.15 \text{ mm} + 214.75 \text{ mm}}{2} = 155.95 \text{ mm}$$

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{95 \text{ mm} + 210 \text{ mm}}{2} = 152.5 \text{ mm}$$

两分度圆分离的距离为

$$\Delta a = a' - a = 155.95 \text{ mm} - 152.5 \text{ mm} = 3.45 \text{ mm}$$

(4) 求顶隙和侧隙

$$\text{顶隙} = a' - r_{a2} - r_{f1} = 155.95 \text{ mm} - 110 \text{ mm} - 41.25 \text{ mm} = 4.7 \text{ mm}$$

因

$$s_2 = \frac{\pi m}{2} = \frac{\pi \times 5 \text{ mm}}{2} = 7.854 \text{ mm}$$

$$r'_2 = \frac{d'_2}{2} = \frac{214.75 \text{ mm}}{2} = 107.375 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{d_2}{2} = \frac{210 \text{ mm}}{2} = 105 \text{ mm} \quad d'_2 = 2r'_2 = 2 \times 107.375 \text{ mm} = 214.75 \text{ mm}$$

$$\alpha' = 23^\circ 14' \quad \alpha = 20^\circ$$

$$s'_2 = s_2 \frac{r'_2}{r_2} - 2r'_2 (\text{inv } \alpha' - \text{inv } \alpha) = 7.854 \text{ mm} \times \frac{107.375 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} - 214.75 \text{ mm} \times (\text{inv } 23^\circ 14' - \text{inv } 20^\circ) =$$

$$7.854 \text{ mm} \times \frac{107.375 \text{ mm}}{105 \text{ mm}} - 214.75 \text{ mm} \times (0.023\,791 - 0.014\,904) = 6.123 \text{ mm}$$

$$p'_1 = \frac{\pi d'_1}{z_1} = \frac{\pi \times 97.015 \text{ mm}}{19} = 16.041 \text{ mm}$$

$$s_1 = \frac{\pi m}{2} = \frac{\pi \times 5 \text{ mm}}{2} = 7.854 \text{ mm}$$

$$r'_1 = \frac{d'_1}{2} = \frac{97.15 \text{ mm}}{2} = 48.575 \text{ mm}$$

$$r_1 = \frac{d_1}{2} = \frac{95 \text{ mm}}{2} = 47.5 \text{ mm}$$

$$2r'_1 = d'_1 = 97.15 \text{ mm}$$

所以

$$s'_1 = s_1 \frac{r'_1}{r_1} - 2r'_1 (\text{inv } \alpha' - \text{inv } \alpha) = 8.03175 \text{ mm} \times \frac{48.575 \text{ mm}}{47.5 \text{ mm}} - 97.15 \text{ mm} \times (\text{inv } 23^\circ 14' - \text{inv } 20^\circ) =$$

$$7.854 \text{ mm} \times \frac{48.575 \text{ mm}}{47.5 \text{ mm}} - 97.15 \text{ mm} \times (0.023791 - 0.014904) = 7.168 \text{ mm}$$

因为

$$e'_1 = p'_1 - s'_1 = 16.041 \text{ mm} - 7.168 \text{ mm} = 8.873 \text{ mm}$$

所以

$$\text{侧隙} = e'_1 - s'_2 = 8.873 \text{ mm} - 6.123 \text{ mm} = 2.75 \text{ mm}$$

【例 4.11】 已知一对外啮合直齿圆柱齿轮传动, 齿数 $z_1 = 10$ 、 $z_2 = 25$, 分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ$, 模数 $m = 10 \text{ mm}$, 齿顶高系数 $h_a^* = 1$, 安装中心距 $a' = 175 \text{ mm}$ 。试设计这对齿轮, 并计算各部分尺寸。

解题要点:

本题设计步骤可分为三步: (1) 选择传动类型和变位系数; (2) 齿轮几何尺寸计算; (3) 验算 (包括齿顶不变尖、不根切、重合度应大于 $[\varepsilon_\alpha]$ 等)。

【解】 (1) 选择传动类型和变位系数

$$\text{标准中心距} \quad a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{10 \text{ mm}}{2} \times (10 + 25) = 175 \text{ mm}$$

$$a' = 175 \text{ mm} = a$$

$$z_1 + z_2 = 35 > 2z_{\min} = 34$$

$$z_1 = 10 < z_{\min} = 17 \quad z_2 = 25 > z_{\min} = 17$$

选择传动类型为:

高度变位齿轮传动

$$x_{1\min} = \frac{h_a^* (z_{\min} - z_1)}{z_{\min}} = \frac{17 - 10}{17} = \frac{7}{17} = +0.412$$

$$x_{2\min} = \frac{h_a^* (z_{\min} - z_2)}{z_{\min}} = \frac{17 - 25}{17} = -\frac{8}{17} = -0.471$$

所以选择变位系数为

$$\begin{cases} x_1 = +0.412 \\ x_2 = -0.412 \end{cases}$$

(2) 计算两只齿轮的各部分尺寸。按高度变位齿轮传动计算公式进行计算。

$$\text{安装中心距} \quad a' = a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{10 \text{ mm}}{2} (10 + 25) = 175 \text{ mm}$$

啮合角 $\alpha' = \alpha = 20^\circ$

中心距变动系数 $y = \frac{a' - a}{m} = 0$

齿顶高变动系数 $\Delta y = x_1 + x_2 - y = 0$

齿顶高 $h_{a1} = (h_a^* + x_1)m = (1 + 0.412) \times 10 \text{ mm} = 14.12 \text{ mm}$

$h_{a2} = (h_a^* + x_2)m = (1 - 0.412) \times 10 \text{ mm} = 5.89 \text{ mm}$

齿根高 $h_{f1} = (h_a^* + c^* - x_1)m = (1.25 - 0.412) \times 10 \text{ mm} = 8.38 \text{ mm}$

$h_{f2} = (h_a^* + c^* - x_2)m = (1.25 + 0.412) \times 10 \text{ mm} = 16.62 \text{ mm}$

全齿高 $h = h_1 = h_2 = h_a + h_f = 22.5 \text{ mm}$

分度圆直径 $d_1 = mz_1 = 10 \text{ mm} \times 10 = 100 \text{ mm}$

$d_2 = mz_2 = 10 \text{ mm} \times 25 = 250 \text{ mm}$

基圆直径

$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = 100 \text{ mm} \times \cos 20^\circ = 100 \text{ mm} \times 0.9397 = 93.97 \text{ mm}$

$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = 250 \text{ mm} \times \cos 20^\circ = 250 \text{ mm} \times 0.9397 = 234.925 \text{ mm}$

分度圆齿厚

$s_1 = \frac{\pi m}{2} + 2x_1 m \tan \alpha = \frac{\pi \times 10 \text{ mm}}{2} + 2 \times 0.412 \times 10 \text{ mm} \times 0.364 = 18.707 \text{ mm}$

$s_2 = \frac{\pi m}{2} + 2x_2 m \tan \alpha = \frac{\pi \times 10 \text{ mm}}{2} - 2 \times 0.412 \times 10 \text{ mm} \times 0.364 = 12.709 \text{ mm}$

分度圆齿间宽

$e_1 = \frac{\pi m}{2} - 2x_1 m \tan \alpha = 12.709 \text{ mm}$

$e_2 = \frac{\pi m}{2} - 2x_2 m \tan \alpha = 18.707 \text{ mm}$

周节

$p = s + e = 31.416 \text{ mm}$

齿顶圆直径

$d_{a1} = (z_1 + 2h_a^* + 2x_1)m = (10 + 2 + 2 \times 0.412) \times 10 \text{ mm} = 128.24 \text{ mm}$

$d_{a2} = (z_2 + 2h_a^* + 2x_2)m = (25 + 2 - 2 \times 0.412) \times 10 \text{ mm} = 261.76 \text{ mm}$

齿根圆直径

$d_{f1} = (z_1 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_1)m =$
 $(10 - 2 - 2 \times 0.25 + 2 \times 0.412) \times 10 \text{ mm} = 83.24 \text{ mm}$

$d_{f2} = (z_2 - 2h_a^* - 2c^* + 2x_1)m =$
 $(25 - 2 - 2 \times 0.25 - 2 \times 0.412) \times 10 \text{ mm} = 216.76 \text{ mm}$

(3) 验算。

① 不根切验算。由于选择 x_1 和 x_2 时已经考虑到不根切因素,故不会根切。

② 重合度的验算

$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha) + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha)]$

因为

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \arccos \frac{93.97 \text{ mm}}{128.24 \text{ mm}} = \arccos 0.73276 = 42^\circ 53'$$

所以

$$\tan \alpha_{a1} = \tan 42^\circ 53' = 0.9287$$

同理

$$\alpha_{a2} = \arccos \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \arccos \frac{234.925 \text{ mm}}{261.76 \text{ mm}} = \arccos 0.89748 = 26^\circ 10'$$

所以

$$\tan \alpha_{a2} = \tan 26^\circ 10' = 0.4913$$

因为

$$\alpha' = 20^\circ$$

所以

$$\tan \alpha' = \tan 20^\circ = 0.3640$$

故

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha) + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha)] = \\ &= \frac{1}{2\pi} \times [10 \times (\tan 42^\circ 53' - \tan 20^\circ) + 25 \times (\tan 26^\circ 10' - \tan 20^\circ)] = \\ &= \frac{1}{2\pi} \times [10 \times (0.9287 - 0.3640) + 25 \times (0.4913 - 0.3640)] = \\ &= 1.405 > [\varepsilon_\alpha] = 1.3 \quad (\text{设该对齿轮应用于金属切削机床}) \end{aligned}$$

(3) 齿顶不变尖验算。

要求满足

$$s_a \geq (0.2 \sim 0.4) m$$

小齿轮采取正变位, 齿顶易变尖, 所以只要对小齿轮齿顶厚进行验算。

小齿轮齿顶厚为

$$\begin{aligned} s_{a1} &= r_{a1} \frac{s_1}{r_1} - 2r_{a1} (\text{inv } \alpha_{a1} - \text{inv } \alpha) = \\ &= 64.12 \text{ mm} \times \frac{18.707 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} - 128.24 \text{ mm} \times (\text{inv } 42^\circ 53' - \text{inv } 20^\circ) = \\ &= 64.12 \text{ mm} \times \frac{18.707 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} - 128.24 \text{ mm} \times (0.18206 - 0.014904) = \\ &= 2.78 \text{ mm} > 0.2 m = 0.2 \times 10 = 2 \text{ mm} \end{aligned}$$

可见上面的设计方案是可用的, 但必须指出的是: 上面的方案不是唯一的设计方案, 更不是最佳方案。

【例 4.12】 设一外啮合直齿圆柱齿轮传动, $z_1 = z_2 = 12$, $m = 10 \text{ mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $a' = 130 \text{ mm}$, 试设计这对齿轮。

解题要点:

本题只能选择变位齿轮正传动。对于角度变位齿轮传动, 其两齿轮齿数和的条件不受限制。

【解】 (1) 选择传动类型。

$$\text{标准中心距} \quad a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{10 \text{ mm}}{2} \times (12 + 12) = 120 \text{ mm}$$

$$\text{安装中心距} \quad a' = 130 \text{ mm}$$

所以

$$a' > a$$

(2) 求变位系数和 x_{Σ} , 求分配变位系数 x_1 和 x_2 。

啮合角

$$\alpha' = \arccos\left(\frac{a}{a'} \cos \alpha\right) = \arccos\left(\frac{120 \text{ mm}}{130 \text{ mm}} \times \cos 20^\circ\right) = \arccos\left(\frac{120 \text{ mm}}{130 \text{ mm}} \times 0.9397\right) = 29^\circ 50'$$

变位系数之和为

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2 \tan \alpha} (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha) = \frac{12 + 12}{2 \times \tan 20^\circ} (\operatorname{inv} 29^\circ 50' - \operatorname{inv} 20^\circ) = 1.249$$

最小变位系数为

$$x_{1\min} = x_{2\min} = \frac{h_a^* (z_{\min} - z)}{z_{\min}} = \frac{17 - 12}{17} = 0.294$$

由于两轮齿数相同, 故取

$$\begin{cases} x_1 = 0.6245 \\ x_2 = 0.6245 \end{cases}$$

(3) 计算两齿轮各部分尺寸。

中心距变动系数

$$y = \frac{a' - a}{m} = \frac{130 \text{ mm} - 120 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} = 1$$

齿顶高变动系数

$$\Delta y = x_1 + x_2 - y = 0.6245 + 0.6245 - 1 = 0.249$$

齿顶高

$$h_{a1} = h_{a2} = m(h_a^* + x_1 - \Delta y) = 10 \text{ mm} \times (1 + 0.6245 - 0.249) = 13.755 \text{ mm}$$

齿根高

$$h_{f1} = h_{f2} = m(h_a^* + c^* - x_1) = 10 \text{ mm} \times (1 + 0.25 - 0.6245) = 6.255 \text{ mm}$$

全齿高

$$h_1 = h_2 = h_a + h_f = 13.755 \text{ mm} + 6.255 \text{ mm} = 20.01 \text{ mm}$$

分度圆直径

$$d_1 = d_2 = mz_1 = 10 \text{ mm} \times 12 = 120 \text{ mm}$$

齿顶圆直径

$$d_{a1} = d_{a2} = d_1 + 2h_{a1} = 120 \text{ mm} + 2 \times 13.755 \text{ mm} = 147.51 \text{ mm}$$

齿根圆直径

$$d_{f1} = d_{f2} = d_1 - 2h_{f1} = 120 \text{ mm} - 2 \times 6.255 \text{ mm} = 107.49 \text{ mm}$$

基圆直径

$$d_{b1} = d_{b2} = d_1 \cos \alpha = 120 \text{ mm} \times \cos 20^\circ = 112.76 \text{ mm}$$

分度圆齿厚

$$s_1 = s_2 = m \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha \right) = 10 \text{ mm} \times \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times 0.6245 \times \tan 20^\circ \right) = 20.25 \text{ mm}$$

分度圆齿间宽

$$e_1 = e_2 = m \left(\frac{\pi}{2} - 2x \tan \alpha \right) = 10 \text{ mm} \times \left(\frac{\pi}{2} - 2 \times 0.6245 \times \tan 20^\circ \right) = 11.16 \text{ mm}$$

分度圆周节

$$p = \pi m = 31.42 \text{ mm}$$

3. 验算

(1) 不根切。在分配变位系数时, 已经考虑保证不发生根切。

(2) 重合度 ε_α

$$\alpha_{a1} = \alpha_{a2} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \arccos \frac{112.76 \text{ mm}}{147.51 \text{ mm}} = 40^\circ 8'$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')] =$$

$$\frac{1}{2\pi} \times 2 \times 12 (\tan 40^\circ 8' - \tan 29^\circ 50') =$$

$$1.03 < [\varepsilon_\alpha] = 1.1 \sim 1.2 \quad (\text{考虑应用于汽车工业})$$

(3) 齿顶不变尖

$$s_{a1} = s_{a2} = s_1 \frac{r_{a1}}{r_1} - 2r_{a1} (\text{inv } \alpha_{a1} - \text{inv } \alpha) =$$

$$20.25 \text{ mm} \times \frac{147.51 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} - 147.51 \text{ mm} \times (\text{inv } 40^\circ 8' - \text{inv } 20^\circ) =$$

$$6.05 \text{ mm} > 0.04m = 4 \text{ mm}$$

上面的验算,重合度较小,建议将齿轮传动中心距适当减小或增加齿数后重新设计。

【例 4.13】 在一对外啮合的渐开线直齿圆柱齿轮传动中,已知: $z_1 = 12$, $z_2 = 28$, $m = 5 \text{ mm}$, $h_a^* = 1$, $\alpha = 20^\circ$ 。要求小齿轮刚好无根切,试问在无侧隙啮合条件下:

(1) 实际中心距 $a' = 100 \text{ mm}$ 时,应采用何种类型的齿轮传动,变位系数 x_1 、 x_2 各为多少?

(2) 实际中心距 $a' = 102 \text{ mm}$ 时,应采用何种类型的齿轮传动,变位系数 x_1 、 x_2 各为多少?

解题要点:

(1) 当实际中心距 $a' = a$ 时,由齿数条件确定传动类型和变位系数。

(2) 当实际中心距 $a' > a$ 时,只能采用正传动来凑中心距。

【解】 (1) 实际中心距 $a' = 100 \text{ mm}$ 时

$$a = m(z_1 + z_2)/2 = 5 \text{ mm} \times (12 + 28)/2 = 100 \text{ mm} = a'$$

$$z_1 + z_2 > 2z_{\min} \quad z_1 < z_{\min}$$

采用等变位齿轮传动。

$$x_1 = (17 - z_1)/17 = (17 - 12)/17 = 0.294$$

$$x_2 = -0.294$$

(2) 实际中心距 $a' = 102 \text{ mm}$ 时, $a' > a$, 采用正传动。

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2 \tan \alpha} (\text{inv } \alpha' - \text{inv } \alpha) =$$

$$\frac{12 + 28}{2 \tan 20^\circ} (\text{inv } 22.888^\circ - \text{inv } 20^\circ) = 0.4283$$

分配变位系数

$$x_1 = 0.294 \quad x_2 = 0.1343$$

【例 4.14】 已知取渐开线直齿圆柱齿轮 $z_1 = 17$, $z_2 = 34$, $z_3 = 33$, $m = 2 \text{ mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$, 齿轮 1 和 3 是一对标准齿轮。今以齿轮 1 为公共滑动齿轮(图 4.3), 试计算齿轮 2 的变位系数 x_2 。(注意: $\text{inv } \alpha = \tan \alpha - \alpha$)

解题要点:

(1) 齿轮 1、2 的实际中心距 $a'_{12}=a_{13}$ 。

(2) 齿轮 1、3 为一对标准齿轮, 则 $x_1=0$ 。

【解】 $a_{13}=m(z_1+z_3)/2=2\text{ mm}\times(17+33)/2=50\text{ mm}$

$$a_{12}=m(z_1+z_2)/2=2\text{ mm}\times(17+34)/2=51\text{ mm}$$

$$a'_{12}=a_{13}=50\text{ mm}$$

$$\alpha'_{12}=\arccos(a_{12}\cos 20^\circ/a'_{12})=\arccos(51\times\cos 20^\circ/50)=16^\circ 57'$$

$$x_1+x_2=\frac{z_1+z_2}{2\tan\alpha}(\operatorname{inv}\alpha'_{12}-\operatorname{inv}\alpha) \quad (\text{已知 } x_1=0)$$

$$x_2=\frac{17+34}{2\tan 20^\circ}(\operatorname{inv} 16^\circ 57'-\operatorname{inv} 20^\circ)=-0.4597$$

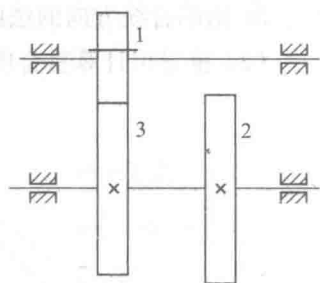


图 4.3

【例 4.15】某机器上有一对标准安装的外啮合渐开线直齿圆柱齿轮机构, 已知: $z_1=20, z_2=40, m=4\text{ mm}, h_a^*=1$ 。为了提高传动的平稳性, 用一对标准斜齿圆柱齿轮来代替, 并保持原中心距、模数(法面)、传动比不变, 要求螺旋角 $\beta<20^\circ$ 。试设计这对斜齿圆柱齿轮的齿数 z_1, z_2 和 β , 并计算小齿轮的齿顶圆直径 d_{a1} 和当量齿数 z_{v1} 。

解题要点:

(1) 根据已知条件, 可求出直齿轮传动的中心距。

(2) 在保持原中心距、模数、传动比不变的条件下, 由螺旋角 $\beta<20^\circ$ 求出齿数。

【解】 (1) 确定 z_1, z_2, β 。

$$\text{由 } a=\frac{m_n}{2\cos\beta}(z_1+z_2)=\frac{6z_1}{\cos\beta}=\frac{1}{2}m(z_1+z_2)=120\text{ mm}$$

$$\cos\beta=\frac{z_1}{20} \quad z_1<20 \quad (\text{且必须为整数})$$

取

$$\begin{cases} z_1=19, 18, 17, \dots \\ z_2=38, 36, 34, \dots \end{cases}$$

当 $z_1=19, z_2=38$ 时, $\beta=18.195^\circ$;

当 $z_1=18, z_2=36$ 时, $\beta=25.84^\circ$;

当 $z_1=17, z_2=34$ 时, $\beta=31.788^\circ$ 。

由于 $\beta<20^\circ$, 则这对斜齿圆柱齿轮的 $z_1=19, z_2=38, \beta=18.195^\circ$ 。

(1) 计算 d_{a1}, z_{v1} 。

$$d_{a1}=d_1+2h_a=\frac{m_n z_1}{\cos\beta}+2h_{an}^* m_n=\frac{4\text{ mm}\times 19}{\cos 18.195^\circ}+2\times 1\times 4\text{ mm}=88\text{ mm}$$

$$z_{v1}=\frac{z_1}{\cos^3\beta}=\frac{19}{\cos^3 18.195^\circ}=22.16$$

【例 4.16】标准渐开线直齿圆柱齿轮与齿条相啮合。已知它们的参数为: $\alpha=20^\circ, h_a^*=1, c^*=0.25, m=5\text{ mm}, z=20$ 。由于安装误差齿条的分度线与齿轮的分度圆分离 0.1 mm 。

(1) 试求有安装误差时的下列参数。

① 齿轮与齿条啮合时的节圆半径 r' 和啮合角 α' 。

② 沿啮合线方向的法向间隙 c_n 。

(2) 推导出计算重合度 ε_α 的公式,并计算有安装误差时的重合度。

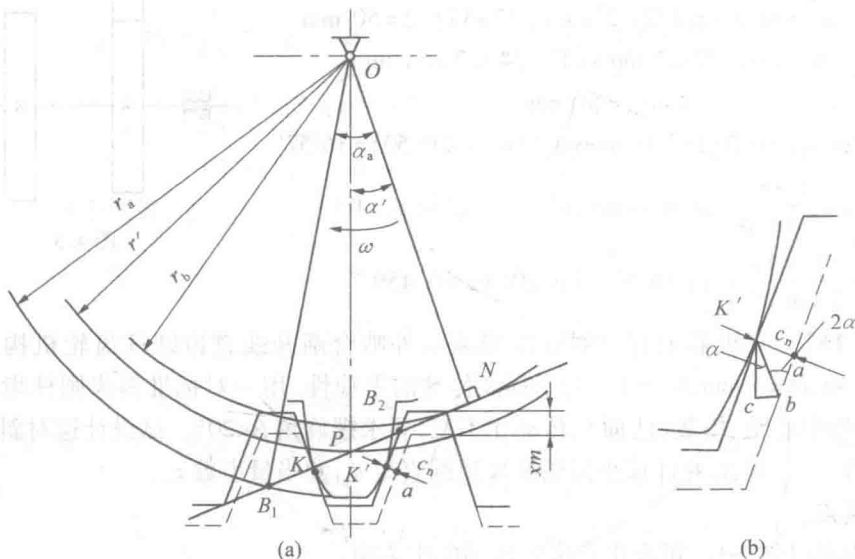


图 4.4

解题要点:

标准齿轮与齿条在有安装中心距的情况下法向齿侧间隙的求解方法。

【解】 (1) 试求有安装误差时的下列参数。

① 齿轮与齿条啮合时的节圆半径 r' 和啮合角 α' 。由于齿轮与齿条啮合时, 无论是否标准安装, 其啮合角 α' 恒等于齿轮的分度圆压力角 α , 齿轮的节圆也恒与其分度圆重合, 故有

$$\alpha' = \alpha = 20^\circ \quad r' = r = \pi m / 2 = 5\pi / 2 \text{ mm}$$

② 沿啮合线方向的法向间隙 c_n 。由图 4.4 (a)、(b) 可知, 当有安装误差的齿条分度线与齿轮的分度圆分离为 xm 时, 即 $xm = 0.1 \text{ mm}$, 齿轮与齿条的齿廓接触点仍为点 K , 而另一侧齿廓则产生齿侧间隙, 且法向齿侧间隙 $c_n = \overline{K'a}$, 过点 K' 作另一侧齿廓平行线得 $\overline{K'b}$, 则在三角形 $\triangle K'ba$ 中, $\angle K'ba = 2\alpha$, 故有

$$\overline{K'a} = \overline{K'b} \sin 2\alpha$$

在作直角三角形 $\triangle K'cb$ 时, $\angle cK'b = \alpha$, $\overline{K'c} = xm = 0.1 \text{ mm}$, 故有

$$\overline{K'b} = \overline{K'c} / \cos \alpha = xm / \cos \alpha$$

于是得

$$\begin{aligned} c_n = \overline{K'a} &= \overline{K'b} \sin 2\alpha = xm \sin 2\alpha / \cos \alpha = \\ &= 2xm \sin \alpha = 2 \times 0.1 \times \sin 20^\circ = 0.0684 \text{ mm} \end{aligned}$$

(2) 为了求重合度 $\varepsilon_\alpha = \frac{B_1 B_2}{p_b}$, 先求有安装误差时, 齿条与齿轮的实际啮合线的长度

$\overline{B_1B_2}$, 即分别作齿轮齿顶圆和齿条齿顶线与其啮合线的交点, 得到点 B_1 和点 B_2 。由图可知

$$\overline{PB_2} = (h_a^* m - xm) / \sin \alpha$$

$$\overline{B_1P} = \overline{NB_1} - \overline{NP} = r_b (\tan \alpha_a - \tan \alpha) = mz \cos \alpha (\tan \alpha_a - \tan \alpha) / 2$$

$$\overline{B_1B_2} = \overline{B_1P} + \overline{PB_2} = mz \cos \alpha (\tan \alpha_a - \tan \alpha) / 2 + (h_a^* m - xm) / \sin \alpha$$

$$p_b = p \cos \alpha = \pi m \cos \alpha$$

故

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{B_1B_2}}{p_b} = z (\tan \alpha_a - \tan \alpha) / 2\pi + 2(h_a^* - x) / (\pi \sin 2\alpha)$$

因为

$$\cos \alpha_a = \frac{r_b}{r_a} = \frac{mz \cos \alpha}{m(z + 2h_a^*)} = \frac{20 \times \cos 20^\circ}{20 + 2 \times 1} = 0.85427$$

故

$$\alpha_a = 31.32^\circ \quad x = 0.02$$

$$\varepsilon_\alpha = 20 \times (\tan 31.32^\circ - \tan 20^\circ) / (2\pi) + 2 \times (1 - 0.02) / (\pi \sin 40^\circ) = 1.748$$

【例 4.17】 用齿条刀具加工一直齿圆柱齿轮。设已知被加工齿轮轮坯的角速度 $\omega_1 = 5 \text{ rad/s}$, 刀具移动速度为 0.375 m/s , 刀具的模数 $m = 10 \text{ mm}$, 压力角 $\alpha = 20^\circ$ 。

(1) 求被加工齿轮的齿数。

(2) 若齿条分度线与被加工齿轮中心的距离为 77 mm , 求被加工齿轮的分度圆齿厚。

(3) 若已知该齿轮与大齿轮 2 相啮合时的传动比 $i_{12} = 4$, 当无齿侧间隙的准确安装时, 中心距 $a = 377 \text{ mm}$, 求这两个齿轮的节圆半径 r'_1 、 r'_2 及啮合角 α' 。

解题要点:

(1) 用齿条刀具范成齿轮时的运动条件为 $v_{\text{刀}} = r\omega$, 它直接关系到被加工齿轮的齿数。

(2) 用齿条刀具范成齿轮时的位置条件为 $L = r + xm$, 它直接关系到被加工齿轮的变位系数。

【解】 (1) 由于用齿条刀具加工齿轮时, 被加工齿轮的节圆与其分度圆重合, 且与刀具的节线做范成运动, 则有

$$r_1 \omega_1 = v_{\text{刀}} \quad \text{而} \quad r_1 = mz_1 / 2$$

$$\text{故得} \quad z_1 = 2v_{\text{刀}} / m\omega_1 = 2 \times 375 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} / (10 \text{ mm} \times 5 \text{ rad/s}) = 15$$

(2) 因刀具安装的距离 $L = 77 \text{ mm}$, 大于被加工齿轮的分度圆半径 $r_1 = 75 \text{ mm}$, 则被加工齿轮为正变位, 其变位量为

$$xm = L - r_1 = 77 \text{ mm} - 75 \text{ mm} = 2 \text{ mm}$$

得

$$x = xm / m = 2 \text{ mm} / 10 \text{ mm} = 0.2$$

故被加工齿轮的分度圆齿厚为

$$s = (\pi/2 + 2x \tan \alpha) m = (\pi/2 + 2 \times 0.2 \times \tan 20^\circ) \times 10 \text{ mm} = 17.164 \text{ mm}$$

(3) 由两齿轮的传动比 i_{12} 和实际中心距 a' 可知

$$z_2 = i_{12} z_1 = 4 \times 15 = 60$$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r'_2}{r'_1} = 4 \quad \text{即} \quad r'_2 = 4r'_1$$

$$r'_1 + r'_2 = a' = 377 \text{ mm}$$

上两式联立,解得

$$r'_1 = 75.4 \text{ mm}$$

$$r'_2 = 301.6 \text{ mm}$$

两轮的中心距为

$$a = m(z_1 + z_2)/2 = 10 \text{ mm} \times (15 + 60)/2 = 375 \text{ mm}$$

由式 $a' \cos \alpha' = a \cos \alpha$ 可求得

$$\cos \alpha' = a \cos \alpha / a' = 375 \text{ mm} \times \cos 20^\circ / 377 \text{ mm} = 0.93471$$

故得

$$\alpha' = 20.819^\circ$$

【例 4.18】如图 4.5 所示的机构中,已知各齿轮直齿圆柱齿轮模数均为 2 mm, $z_1 = 15$, $z_2 = 32$, $z_2' = 20$, $z_3 = 30$, 要求齿轮 1、3 同轴线。试问:

(1) 齿轮 1、2 和齿轮 2'、3 应选择什么传动类型最好? 为什么?

(2) 若齿轮 1、2 改为斜齿轮传动来凑中心距,当齿数不变、模数不变时,斜齿轮的螺旋角为多少?

(3) 当用范成法(如滚刀)来加工齿数 $z_1 = 15$ 的斜齿轮 1 时,是否会产生根切?

(4) 这两个齿轮的当量齿数是多少?

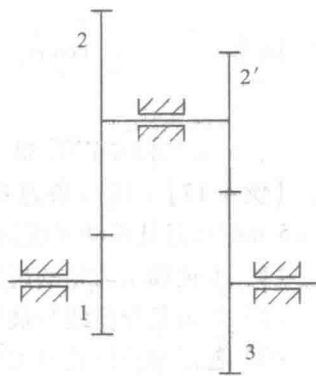


图 4.5

解题要点:

判别斜齿轮是否发生根切有两种方法:

一是从斜齿轮的端面齿形考虑,因与直齿轮一样,故可直接利用直齿轮不发生根切最小齿数公式来计算;二是从斜齿轮的法面齿形考虑,因斜齿轮的法面齿形是用其当量齿轮的齿形代替的,且当量齿轮为直齿轮,故可按其当量齿数来直接进行判别。

【解】(1) 齿轮 1、2 和齿轮 2'、3 的传动中心距分别为

$$a_{12} = m(z_1 + z_2)/2 = 2 \text{ mm} \times (15 + 32)/2 = 47 \text{ mm}$$

$$a_{2'3} = m(z_2' + z_3)/2 = 2 \text{ mm} \times (20 + 30)/2 = 50 \text{ mm}$$

根据其中心距,选齿轮 2'、3 为标准齿轮传动,而齿轮 1、2 为正变位传动。实际中心距为 $a' = 50 \text{ mm}$,此方案为最佳。因为齿轮 2'、3 的中心距较大,选其为标准传动,使设计、加工简单,互换性好,同时也避免了齿轮 1、2 采用负变位传动不利的情况;齿轮 1、2 采用正传动,一方面可避免齿轮发生根切,如齿轮 $z_1 = 15 < 17$,故必须采用正变位,另一方面齿轮的弯曲强度和接触强度都有所提高。

(2) 齿轮 1、2 改为斜齿轮传动时,由题意要求:两轮齿数不变,模数不变,即 $m_n = m = 2 \text{ mm}$,其中心距为

$$a = m_n(z_1 + z_2)/(2 \cos \beta) = 2 \text{ mm} \times (15 + 32)/(2 \cos \beta) = a' = 50 \text{ mm}$$

则

$$\cos \beta = 0.94 \quad \beta = 19^\circ 56' 54''$$

(3) 用范成法加工斜齿轮不发生根切的最小齿数为

$$z_{\min} = 2h_{\text{an}}^* \cos \beta / \sin^2 \alpha_t$$

而 α_t 可由式 $\tan \alpha_t = \tan \alpha_n \cos \beta$ 求得

$$\alpha_t = \arctan(\tan \alpha_n / \cos \beta) = \arctan(\tan 20^\circ / \cos 19^\circ 56' 54'') = 21^\circ 10'$$

$$z_{\min} = 2h_{an}^* \cos \beta / \sin^2 \alpha_t = 2 \times 1 \times \cos 19^\circ 56' 54'' / (\sin 21^\circ 10')^2 = 14.429$$

因为

$$z_1 = 15 > z_{\min}$$

故用范成法滚刀加工此斜齿轮时不会发生根切。

(4) 这两个齿轮的当量齿数

$$z_{v1} = z_1 / \cos^3 \beta = 15 / (\cos 19^\circ 56' 54'')^3 = 18.06$$

$$z_{v2} = z_2 / \cos^3 \beta = 32 / (\cos 19^\circ 56' 54'')^3 = 38.53$$

【例 4.19】 设计一对外啮合圆柱齿轮机构, 用于传递中心距为 138 mm 的两平行轴之间的运动。要求其传动比 $i_{12} = 5/3$, 传动比误差不超过 $\pm 1\%$ 。已知: $m = 4$ mm, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$, 两轮材质相同。若要求两轮的齿根磨损情况大致相同, 重合度 $\varepsilon \geq 1.3$, 齿顶圆齿厚 ≥ 0.4 m, 试设计这对齿轮传动。

解题要点:

这类设计题目往往会涉及传动类型、传动方案的选择, 设计者应列出多种可能的方案, 并从中选择既能满足要求, 传动质量又较高的方案来完成设计。

【解】 方案一 采用直齿圆柱齿轮正传动

$$z_1 < \frac{2a'}{m(1+i_{12})} = \frac{2 \times 138 \text{ mm}}{4 \text{ mm} \times \left(1 + \frac{5}{3}\right)} = 25.872$$

试取 $z_1 = 24$, 则

$$z_2 = i_{12} z_1 = \frac{5}{3} \times 24 = 40$$

标准中心距为

$$a = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{4 \text{ mm}}{2} \times (24 + 40) = 128 \text{ mm}$$

$$\alpha' = \arccos \frac{a \cos \alpha}{a'} = \arccos \frac{128 \text{ mm} \times \cos 20^\circ}{138 \text{ mm}} = 29.355^\circ$$

$$\text{inv } \alpha' = \tan \alpha' - \frac{\alpha'}{180^\circ} \pi = \tan 29.355^\circ - \frac{29.355^\circ}{180^\circ} \pi = 0.050\,095\,3$$

$$x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2)(\text{inv } \alpha' - \text{inv } \alpha)}{2 \tan \alpha} =$$

$$\frac{(24 + 40) \times (0.050\,095\,3 - 0.014\,904)}{2 \tan 20^\circ} = 3.094$$

参照清华大学《机械原理教程》中图 4.37 所示的封闭图, 可以看出, 由 $x_1 + x_2 = 3.094$ 来选择两轮变位系数, 既不能满足两轮齿根部分等磨损的要求, 又不能满足 $\varepsilon \geq 1.3$ 的要求, 同时还会发生齿根过渡曲线干涉, 所以 $z_1 = 24, z_2 = 40$ 的方案不可取。

$$\text{取 } z_1 = 25, \text{ 则 } z_2 = \frac{5}{3} \times 25 = 41.667; \text{ 取 } z_2 = 42, \text{ 传动比误差} = \left| \frac{\frac{5}{3} - \frac{42}{25}}{\frac{5}{3}} \right| = 0.008 < 1\%; \text{ (若}$$

取 $z_2=43$, 则传动比误差为 $0.032>1\%$ 。

$$a = \frac{m}{2}(z_1+z_2) = \frac{4}{2} \text{ mm} \times (25+42) = 134 \text{ mm}$$

$$\alpha' = \arccos \frac{a \cos \alpha}{a'} = \arccos \frac{134 \text{ mm} \times \cos 20^\circ}{138} = 24.153^\circ$$

$$\text{inv } \alpha' = \tan \alpha' - \frac{\alpha'}{180^\circ} \pi = \tan 24.153^\circ - \frac{24.153^\circ}{180^\circ} \pi = 0.0268828$$

$$x_1+x_2 = \frac{(z_1+z_2)(\text{inv } \alpha' - \text{inv } \alpha)}{2 \tan \alpha} =$$

$$\frac{(25+42) \times (0.0268828 - 0.014904)}{2 \tan 20^\circ} = 1.1025$$

参照清华大学《机械原理教程》中图 4.37 所示的封闭图来选择变位系数 x_1 和 x_2 。具体方法是:在封闭图的两个坐标轴上分别取 $x_1=1.1025$ 和 $x_2=1.1025$, 连接这两点得一条 45° 的斜线, 则此斜线上任意一点所对应的变位系数之和均为 1.1025 。为了满足两轮齿根部分滑动磨损相等的要求, 取 $u_1=u_2$ 曲线与 45° 斜线交点的坐标值, 即为应选择的两轮变位系数

$$x_1=0.535 \quad x_2=0.5675$$

由封闭图可以看出, 此组变位系数可以满足重合度 $\varepsilon_\alpha \geq 1.2$ 、 $s_{a1} \geq 0.4m$ 的要求, 也不发生齿根过渡曲线干涉。

中心距变动系数为

$$y = \frac{a' - a}{m} = \frac{138 \text{ mm} - 134 \text{ mm}}{4 \text{ mm}} = 1$$

齿高变动系数为

$$\Delta y = x_1 + x_2 - y = 1.1025 - 1 = 0.1025$$

根据以上基本参数, 可以算出两个齿轮的几何尺寸。

$$\text{分度圆半径} \quad r_1 = \frac{mz_1}{2} = \frac{4 \text{ mm} \times 25}{2} = 50 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{mz_2}{2} = \frac{4 \text{ mm} \times 42}{2} = 84 \text{ mm}$$

齿根圆半径

$$r_{f1} = r_1 - (h_a^* + c^*)m + x_1m = 50 \text{ mm} - (1+0.25) \times 4 \text{ mm} + 0.535 \times 4 \text{ mm} = 47.14 \text{ mm}$$

$$r_{f2} = r_2 - (h_a^* + c^*)m + x_2m = 84 \text{ mm} - (1+0.25) \times 4 \text{ mm} + 0.5675 \times 4 \text{ mm} = 81.27 \text{ mm}$$

齿顶圆半径

$$r_{a1} = r_1 + h_a^*m + x_1m - \Delta ym = 50 \text{ mm} + 4 \text{ mm} + 0.535 \times 4 \text{ mm} - 0.1025 \times 4 \text{ mm} = 55.73 \text{ mm}$$

$$r_{a2} = r_2 + h_a^*m + x_2m - \Delta ym = 84 \text{ mm} + 4 \text{ mm} + 0.5675 \times 4 \text{ mm} - 0.1025 \times 4 \text{ mm} = 89.86 \text{ mm}$$

分度圆齿厚

$$s_1 = \frac{\pi m}{2} + 2x_1m \tan \alpha = \frac{4 \times \pi}{2} + 2 \times 0.535 \times 4 \text{ mm} \times \tan 20^\circ = 7.841 \text{ mm}$$

$$s_2 = \frac{\pi m}{2} + 2x_2m \tan \alpha = \frac{4 \times \pi}{2} + 2 \times 0.5675 \times 4 \text{ mm} \times \tan 20^\circ = 7.936 \text{ mm}$$

齿顶圆压力角

$$\alpha_{a1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{50 \text{ mm} \times \cos 20^\circ}{55.73} = 32.534^\circ$$

$$\alpha_{a2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_{a2}} = \arccos \frac{84 \text{ mm} \times \cos 20^\circ}{89.86} = 28.549^\circ$$

重合度为

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1(\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2(\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')] =$$

$$\frac{1}{2\pi} [25(\tan 32.534^\circ - \tan 24.153^\circ) + 42(\tan 28.549^\circ - \tan 24.153^\circ)] =$$

$$1.39 > 1.3$$

顶圆齿厚

$$\text{inv } \alpha_{a1} = \tan \alpha_{a1} - \alpha_{a1} = \tan 32.534^\circ - \frac{32.534^\circ}{180^\circ} \times \pi = 0.070\,079\,4$$

$$s_{a1} = s_1 \frac{r_{a1}}{r_1} - 2r_{a1}(\text{inv } \alpha_{a1} - \text{inv } \alpha) =$$

$$7.841 \text{ mm} \times \frac{55.73 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} - 2 \times 55.73 \text{ mm} \times (0.070\,079\,4 - 0.014\,904) = 2.59 \text{ mm}$$

$$\text{inv } \alpha_{a2} = \tan \alpha_{a2} - \alpha_{a2} = \tan 28.549^\circ - \frac{28.549^\circ}{180^\circ} \times \pi = 0.045\,789\,5$$

$$s_{a2} = s_2 \frac{r_{a2}}{r_2} - 2r_{a2}(\text{inv } \alpha_{a2} - \text{inv } \alpha) =$$

$$7.936 \text{ mm} \times \frac{89.86 \text{ mm}}{84 \text{ mm}} - 2 \times 89.86 \text{ mm} \times (0.045\,789\,5 - 0.014\,904) = 2.93 \text{ mm}$$

$$0.4m = 0.4 \times 4 \text{ mm} = 1.6 \text{ mm}$$

$$s_{a1} \geq 0.4m \quad s_{a2} \geq 0.4m$$

由以上分析可知,该方案能满足所有设计要求。

【解】 方案二 采用平行轴标准斜圆柱齿轮传动。中心距公式为

$$a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}$$

取 $z_1 = 25, z_2 = 42, m_n = 4 \text{ mm}$, 计算分度圆螺旋角

$$\beta = \arccos \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a} = \arccos \frac{4 \text{ mm} \times (25 + 42)}{2 \times 138 \text{ mm}} = 13.829^\circ$$

螺旋角大小比较合适。

计算核对该对平行斜齿圆柱齿轮的端面参数

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{4 \text{ mm}}{\cos 13.829^\circ} = 4.119 \text{ mm}$$

$$\alpha_t = \arctan \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \arctan \frac{\tan 20^\circ}{\cos 13.829^\circ} = 20.548^\circ$$

$$h_{at}^* = h_{an}^* \cos \beta = 1 \times \cos 13.829^\circ = 0.971$$

$$c_t^* = c_n^* \cos \beta = 0.25 \times \cos 13.829^\circ = 0.243$$

计算当量齿数

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{25}{\cos^3 13.829^\circ} = 27.306$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{42}{\cos^3 13.829^\circ} = 45.875$$

计算该对齿轮几何尺寸及重合度 ε_γ

$$r_1 = \frac{m_t z_1}{2} = \frac{4.119 \text{ mm} \times 25}{2} = 51.488 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{m_t z_2}{2} = \frac{4.119 \text{ mm} \times 42}{2} = 86.499 \text{ mm}$$

$$r_{a1} = m_t \left(\frac{z_1}{2} + h_{at}^* \right) = 4.119 \text{ mm} \times \left(\frac{25}{2} + 0.971 \right) = 55.487 \text{ mm}$$

$$r_{a2} = m_t \left(\frac{z_2}{2} + h_{at}^* \right) = 4.119 \text{ mm} \times \left(\frac{42}{2} + 0.971 \right) = 90.499 \text{ mm}$$

$$\alpha_{at1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{\frac{m_t z_1}{2} \cos \alpha_t}{r_{a1}} =$$

$$\arccos \frac{\frac{4.119 \text{ mm} \times 25}{2} \times \cos 20.548^\circ}{55.487 \text{ mm}} = 29.671^\circ$$

$$\alpha_{at2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_{a2}} = \arccos \frac{\frac{m_t z_2}{2} \cos \alpha_t}{r_{a2}} =$$

$$\arccos \frac{\frac{4.119 \text{ mm} \times 42}{2} \times \cos 20.548^\circ}{90.499 \text{ mm}} = 29.493^\circ$$

取齿宽

$$b = 50 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_t) + (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_t)] + \frac{b \sin \beta}{\pi m_n} =$$

$$\frac{1}{2\pi} [25 (\tan 29.671^\circ - \tan 20.548^\circ) + 42 (\tan 26.493^\circ - \tan 20.548^\circ)] +$$

$$\frac{50 \sin 13.829^\circ}{4\pi} = 2.553$$

由以上分析可知,该方案重合度增大,有利于提高承载能力和使传动更加平稳。但能否选择此方案,还需要校核其齿根滑动磨损情况。

【例 4.20】 Y38 滚齿机中有一对标准的斜齿轮传动,齿数 $z_1 = 16$ 、 $z_2 = 64$,法面模数 $m_n = 3 \text{ mm}$,法面分度圆压力角 $\alpha_n = 20^\circ$,分度圆柱上的螺旋角 $\beta = 19^\circ 7'$,齿顶高系数 $h_{an}^* = 1$,齿宽 $B = 30 \text{ mm}$ 。试求:

(1) 斜齿轮传动比 i_{12} 和中心距 a 。

(2) 两齿轮各部分的尺寸。

(3) 两齿轮的当量齿数 z_{v1} 、 z_{v2} ，并选择盘状铣刀刀号。

(4) 重合度 ε_γ 。

解题要点：

斜齿轮传动的基本参数和基本尺寸的计算。

【解】 (1) 求斜齿轮的传动比 i_{12} 和中心距 a

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{64}{16} = 4$$

$$a = \frac{m_n}{2 \cos \beta} (z_1 + z_2) = \frac{3 \text{ mm}}{2 \cos 19^\circ 7'} (16 + 64) = 127 \text{ mm}$$

(2) 求两齿轮的主要尺寸

$$d_1 = \frac{z_1 m_n}{\cos \beta} = \frac{16 \times 3 \text{ mm}}{\cos 19^\circ 7'} = 50.8 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{z_2 m_n}{\cos \beta} = \frac{64 \times 3 \text{ mm}}{\cos 19^\circ 7'} = 203.2 \text{ mm}$$

因为

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cos \beta$$

所以

$$\alpha_t = \arctan \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \arctan \frac{\tan 20^\circ}{\cos 19^\circ 7'} = 21^\circ 4'$$

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_t = 50.8 \text{ mm} \times \cos 21^\circ 4' = 47.41 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_t = 203.2 \text{ mm} \times \cos 21^\circ 4' = 189.63 \text{ mm}$$

$$h_{a1} = h_{a2} = h_{an}^* m_n = 1 \times 3 = 3 \text{ mm}$$

$$h_{f1} = h_{f2} = (h_{an}^* + c_n^*) m_n = 1.25 \times 3 \text{ mm} = 3.75 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = 50.8 \text{ mm} + 2 \times 3 \text{ mm} = 56.8 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} = 203.2 \text{ mm} + 2 \times 3 \text{ mm} = 209.2 \text{ mm}$$

$$d_{f1} = d_1 - 2h_{f1} = 50.8 \text{ mm} - 2 \times 3.75 \text{ mm} = 43.3 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2h_{f2} = 203.2 \text{ mm} - 2 \times 3.75 \text{ mm} = 195.7 \text{ mm}$$

(3) 求两齿轮的当量齿数 z_{v1} 和 z_{v2} ，并选择盘状铣刀刀号

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{16}{\cos^3 19^\circ 7'} = 18.96 \approx 19$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{64}{\cos^3 19^\circ 7'} = 75.86 \approx 76$$

选择盘状铣刀: No. 7。

(4) 求斜齿轮重合度 ε_γ 。

因为

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_t) + \frac{z_2}{2\pi} (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_t) + \frac{B \sin \beta}{\pi m_n}$$

由解(2)知

$$\alpha_t = 21^\circ 4' \quad \tan \alpha_t = \tan 21^\circ 4' = 0.3852$$

因为

$$\alpha_{at1} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \arccos \frac{47.41 \text{ mm}}{56.8 \text{ mm}} = 33^\circ 25'$$

$$\tan \alpha_{at1} = \tan 33^\circ 25' = 0.6598$$

$$\alpha_{at2} = \arccos \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \arccos \frac{189.63 \text{ mm}}{209.2 \text{ mm}} = 24^\circ 59'$$

$$\tan \alpha_{at2} = \tan 24^\circ 59' = 0.3275$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \varepsilon_\gamma &= \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_t) + \frac{z_2}{2\pi} (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_t) + \frac{B \sin \beta}{\pi m_n} = \\ &= \frac{16}{2\pi} (\tan 33^\circ 25' - \tan 21^\circ 4') + \frac{64}{2\pi} (\tan 24^\circ 59' - \tan 21^\circ 4') + \frac{30 \times 0.3275}{3\pi} = 2.57 \end{aligned}$$

【例 4.21】 设已知一对标准斜齿圆柱齿轮传动, $z_1 = 20$, $z_2 = 40$, $m_n = 8 \text{ mm}$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $B = 30 \text{ mm}$, $h_a^* = 1$, 试求 a 、 ε_γ 及 β_b 之值。

解题要点:

斜齿轮传动重合度及基圆柱上螺旋角的计算。

【解】 (1) 求中心距 a

$$a = \frac{m_n}{2 \cos \beta} (z_1 + z_2) = \frac{8 \text{ mm}}{2 \cos 30^\circ} (20 + 40) = 277.136 \text{ mm}$$

$$r_1 = \frac{m_n z_1}{2 \cos \beta} = \frac{8 \text{ mm} \times 20}{2 \cos 30^\circ} = 92.379 \text{ mm}$$

$$r_2 = \frac{m_n z_2}{2 \cos \beta} = \frac{8 \text{ mm} \times 40}{2 \cos 30^\circ} = 184.76 \text{ mm}$$

(2) 求重合度 ε_γ

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_t) + \frac{z_2}{2\pi} (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_t) + \frac{B \sin \beta}{\pi m_n}$$

$$\alpha_t = \arctan \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \arctan \frac{\tan 20^\circ}{\cos 30^\circ} = 22^\circ 47'$$

$$\alpha_{t1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_1} = \arccos \frac{r_1 \cos \alpha_t}{r_1 + h_a^* m_n} = \arccos \frac{92.378 \text{ mm} \times \cos 22^\circ 47'}{92.378 \text{ mm} + 1 \times 8 \text{ mm}} = 31^\circ 57'$$

$$\alpha_{t2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_2} = \arccos \frac{r_2 \cos \alpha_t}{r_2 + h_a^* m_n} = \arccos \frac{184.75 \text{ mm} \times \cos 22^\circ 47'}{184.75 \text{ mm} + 1 \times 8 \text{ mm}} = 27^\circ 54'$$

$$\sin \beta = \sin 30^\circ = 0.5$$

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_t) + \frac{z_2}{2\pi} (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_t) + \frac{B \sin \beta}{\pi m_n} =$$

$$\frac{1}{2\pi} [20 (\tan 31^\circ 57' - \tan 22^\circ 47') + 40 (\tan 27^\circ 54' - \tan 22^\circ 47')] + \frac{30 \sin 30^\circ}{8\pi} = 1.94$$

(3) 求基圆柱上的螺旋角 β_b

$$\beta_b = \arccos \left[\cos \beta \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_t} \right] = \arccos \left[\cos 30^\circ \times \frac{\cos 20^\circ}{\cos 22^\circ 47'} \right] = 28^\circ 2'$$

【例 4.22】 已知一对斜齿圆柱齿轮传动, $z_1 = 10$, $z_2 = 13$, 齿宽 $B = 140 \text{ mm}$, $\beta = 22^\circ 30'$, $\alpha_n = 20^\circ$, $m_n = 20 \text{ mm}$, $h_{an}^* = 1$, $c_n^* = 0.25$ 。试设计这对齿轮。

解题要点:

斜齿轮传动基本参数及基本尺寸的计算。

【解】 (1) 设计计算。

① 端面模数

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{20 \text{ mm}}{\cos 22^\circ 30'} = 21.647 \text{ mm}$$

② 端面压力角

$$\alpha_t = \arctan \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \arctan \frac{\tan 20^\circ}{\cos 22^\circ 30'} = 21^\circ 30'$$

③ 端面齿顶高系数和径向间隙系数

$$h_{at} = h_{an}^* \cos \beta = 1 \times \cos 22^\circ 30' = 0.9239$$

$$c_{at}^* = c_n^* \cos \beta = 0.25 \times \cos 22^\circ 30' = 0.231$$

④ 端面最少齿数

$$z_{1\min} = \frac{2h_{at}^*}{\sin^2 \alpha_t} = \frac{2 \times 0.9239}{\sin^2 21^\circ 30'} = 13.76$$

因为

$$z_1 + z_2 = 10 + 14 = 24 < 2z_{1\min} = 2 \times 13.76 = 27.52$$

所以应采用角度变位正传动。

⑤ 当量齿数

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{10}{\cos^3 22^\circ 30'} = 12.68$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{14}{\cos^3 22^\circ 30'} = 17.75$$

⑥ 端面变位系数

$$x_{t1} \geq h_{at}^* \frac{z_{1\min} - z_1}{z_{1\min}} = 0.9239 \times \frac{13.76 - 10}{13.76} = 0.252$$

$$x_{t2} \geq h_{at}^* \frac{z_{2\min} - z_2}{z_{2\min}} = 0.9239 \times \frac{13.76 - 14}{13.76} = -0.0161$$

取

$$\begin{cases} x_{t1} = 0.252 \\ x_{t2} = 0 \end{cases}$$

⑦ 端面啮合角

$$\operatorname{inv} \alpha'_t = \frac{2(x_{t1} + x_{t2})}{z_1 + z_2} \tan \alpha_t + \operatorname{inv} \alpha_t = \frac{2(0.252 + 0)}{10 + 14} \times \tan 21^\circ 30' +$$

$$\operatorname{inv} 21^\circ 30' = 0.0269369$$

$$\alpha'_t = 24^\circ 10'$$

⑧ 中心距

标准中心距

$$a = \frac{m_t}{2} (z_1 + z_2) = \frac{21.647 \text{ mm}}{2} (10 + 14) = 259.764 \text{ mm}$$

安装中心距

$$a' = a \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha'_1} = 259.764 \text{ mm} \frac{\cos 21^\circ 30'}{\cos 24^\circ 10'} = 264.889 \text{ mm}$$

⑨ 端面中心距分离系数

$$y_1 = \frac{a' - a}{m_1} = \frac{264.889 \text{ mm} - 259.764 \text{ mm}}{21.647 \text{ mm}} = 0.237$$

⑩ 端面齿顶高变动系数

$$\Delta y = x_1 + x_2 - y = 0.252 + 0 - 0.237 = 0.015$$

⑪ 齿轮各部分尺寸

$$d_1 = m_1 z_1 = 21.647 \text{ mm} \times 10 = 216.47 \text{ mm}$$

$$d_2 = m_1 z_2 = 21.647 \text{ mm} \times 14 = 303.06 \text{ mm}$$

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha_1 = 216.47 \text{ mm} \times \cos 21^\circ 30' = 201.404 \text{ mm}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha_1 = 303.06 \text{ mm} \times \cos 21^\circ 30' = 281.967 \text{ mm}$$

$$d_{f1} = (z_1 - 2h_{at}^* - 2c_1^* + 2x_{t1}) m_1 =$$

$$(10 - 2 \times 0.9239 - 2 \times 0.231 + 2 \times 0.252) \times 21.647 \text{ mm} = 177.38 \text{ mm}$$

$$d_{f2} = (z_2 - 2h_{at}^* - 2c_1^* + 2x_{t2}) m_1 =$$

$$(14 - 2 \times 0.9239 - 2 \times 0.231 + 0) \times 21.647 \text{ mm} = 253.058 \text{ mm}$$

$$d_{a1} = (z_1 + 2h_{at}^* + 2x_{t1} - 2\Delta y) m_1 =$$

$$(10 + 2 \times 0.9239 + 2 \times 0.252 - 2 \times 0.015) \times 21.647 \text{ mm} = 266.73 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = (z_2 + 2h_{at}^* + 2x_{t2} - 2\Delta y) m_1 =$$

$$(14 + 2 \times 0.9239 + 0 - 2 \times 0.015) \times 21.647 \text{ mm} = 342.41 \text{ mm}$$

$$s_1 = \left(\frac{\pi}{2} + 2x_{t1} \tan \alpha_1 \right) m_1 = \left(\frac{\pi}{2} + 2 \times 0.252 \times 0.3939 \right) \times 21.647 \text{ mm} = 38.30 \text{ mm}$$

$$s_2 = \left(\frac{\pi}{2} + 2x_{t2} \tan \alpha_1 \right) m_1 = \frac{\pi m_1}{2} = 34 \text{ mm}$$

(2) 验算。

① 重合度验算

$$\text{因为 } \alpha_{at1} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_{a1}} = \arccos \frac{d_{b1}}{d_{a1}} = \arccos \frac{201.404 \text{ mm}}{266.73 \text{ mm}} = 40^\circ 58'$$

所以

$$\tan \alpha_{at1} = 0.8683$$

$$\text{因为 } \alpha_{at2} = \arccos \frac{r_{b2}}{r_{a2}} = \arccos \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \arccos \frac{281.967 \text{ mm}}{342.41 \text{ mm}} = 34^\circ 34'$$

所以

$$\tan \alpha_{at2} = 0.6890$$

因为

$$\tan \alpha_1 = \tan 21^\circ 30' = 0.3939$$

而

$$B = 140 \text{ mm}$$

$$\sin \beta = \sin 22^\circ 30' = 0.3827$$

$$m_n = 20 \text{ mm}$$

故

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_1) + \frac{z_2}{2\pi} (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_1) + \frac{B \sin \beta}{\pi m_n} =$$

$$\frac{10}{2\pi}(\tan 40^\circ 58' - \tan 21^\circ 30') + \frac{14}{2\pi}(\tan 34^\circ 34' - \tan 21^\circ 30') + \frac{140 \times 0.3827}{20\pi} = 2.265 > [\varepsilon_\alpha]$$

满足要求。

② 齿顶厚验算

$$s_{a1} = s_1 \frac{r_{a1}}{r_1} - 2r_{a1}(\text{inv } \alpha_{a1} - \text{inv } \alpha_t) =$$

$$38.3 \text{ mm} \times \frac{266.73 \text{ mm}/2}{216.47 \text{ mm}/2} - 266.73 \text{ mm} \times (\text{inv } 40^\circ 58' - \text{inv } 21^\circ 30') =$$

$$11.29 \text{ mm} > (0.25 \sim 0.4)m_t = (5.41 \sim 8.66 \text{ mm})$$

小齿轮齿顶厚能满足要求,大齿轮齿顶总能满足要求。

③ 根切验算。由于在选择变位系数 x_{t1} 和 x_{t2} 时已经考虑到不根切的要求,总能保证。验算的结果均能满足,所以上面的设计方案是可行的。

【例 4.23】 如图 4.6 所示的 Y38 滚齿机中,有一对螺旋齿轮传动,齿数 $z_1 = 10$ 、 $z_2 = 20$,法面模数 $m_n = 2.5 \text{ mm}$,法面分度圆压力角 $\alpha_n = 20^\circ$,分度圆柱上的螺旋角 $\beta_1 = 63^\circ 26'$ 、 $\beta_2 = 26^\circ 34'$,两个齿轮都是左旋的。试求:

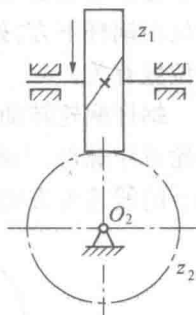


图 4.6

- (1) 两齿轮的轴线投影夹角 Σ 。
- (2) 中心距 a 。
- (3) 传动比 i_{12} 。
- (4) 两个齿轮的相对转向。

解题要点:

螺旋齿轮传动相对转动方向的判断。

【解】 (1) 求两齿轮的轴线投影夹角 Σ 。因两个齿轮均为左旋,同向,则两轴投影夹角为

$$\Sigma = \beta_1 + \beta_2 = 63^\circ 26' + 26^\circ 34' = 90^\circ$$

- (2) 求中心距 a

$$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} + \frac{z_2}{\cos \beta_2} \right) = \frac{2.5 \text{ mm}}{2} \left(\frac{10}{\cos 63^\circ 26'} + \frac{20}{\cos 26^\circ 34'} \right) = 55.9 \text{ mm}$$

- (3) 求传动比 i_{12}

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{20}{10} = 2$$

(4) 求两个齿轮的相对转向。用速度三角形判别螺旋齿轮的转向。设已知 ω_1 的转向如图 4.7 所示,则其上与点 P 相重合的点 P_1 的速度 v_{P_1} 的方向为已知,而 O_2 齿轮上与点 P 相重合的点 P_2 的速度为

$$v_{P_2} = v_{P_1} + v_{P_2P_1}$$

式中, $v_{P_2P_1}$ 为啮合轮齿间的相对滑动速度,其方向总是沿 tt 线(啮合点 P 处齿间的切线);速度 v_{P_2} 过点 P ,其方向垂直于 O_2O_2 轴线(但指向未定)。据上式便可作出速度三角形,如

图 4.7 所示(绘制速度三角形时,要注意速度 v_{p_1} 的指向不能搞错)。根据速度 v_{p_2} 的指向,便可判别 ω_2 的转向。

【例 4.24】 如图 4.8 所示的蜗杆蜗轮机构中,已知蜗杆的旋向和转向,试判断蜗轮的转向。

解题要点:

在蜗杆蜗轮机构中,通常蜗杆是主动件、从动件蜗轮的转向主要取决于蜗杆的转向和旋向。可以用左、右手法则来确定,右旋用右手判定,左旋用左手判定。

【解】 如图 4.8(a)所示是右旋蜗杆蜗轮,用右手四指沿蜗杆角速度 ω_1 方向弯曲,则拇指所指的方向的相反方向即是蜗轮上啮合接触点的线速度方向,所以蜗轮以角速度 ω_2 逆时针方向转动。如图 4.8(b)的螺旋线是左旋,用左手四指沿蜗杆角速度 ω_1 方向弯曲,则拇指所指方向的相反方向即为蜗轮上啮合接触点的线速度方向,所以蜗轮以角速度 ω_2 顺时针方向转动。如果把如图 4.8(b)所示的蜗轮放在蜗杆下方,如图 4.8(c)所示,则蜗杆逆时针方向转动,这说明蜗轮转向还与蜗杆相对位置有关。

蜗杆蜗轮转动方向也可借助于螺旋方向相同的螺杆螺母来确定,即把蜗杆看作螺杆,蜗轮看作螺母,当螺杆只能转动而不能做轴向移动时,螺母移动方向即表示蜗轮上啮合接触点的线速度方向,从而确定了蜗轮的转动方向。

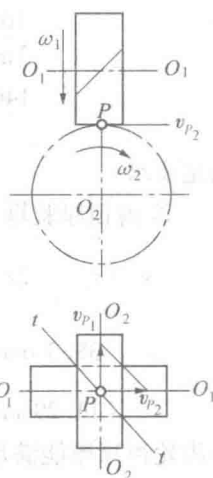


图 4.7

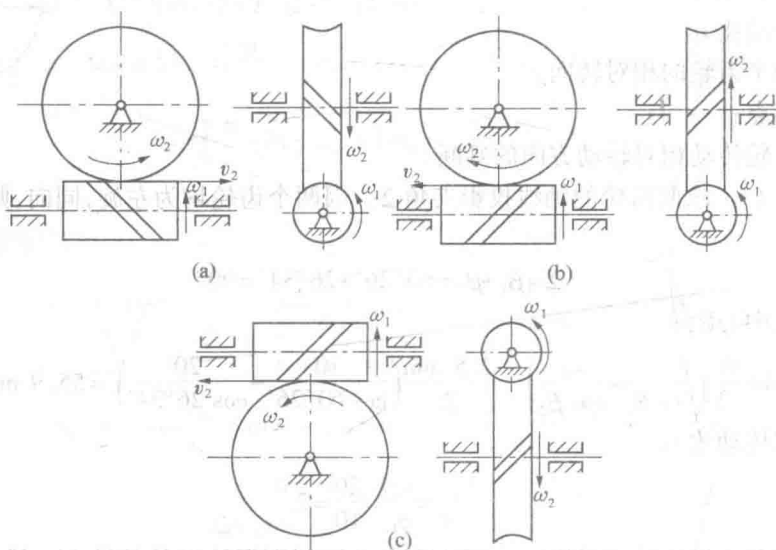


图 4.8

【例 4.25】 已知:与一单头蜗杆啮合传动的蜗轮参数为 $z_2 = 40$, 分度圆直径 $d_2 = 280$ mm, 端面分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ$, 齿顶高系数 $h_a^* = 1$, 蜗杆的特性系数为 $q = 9$ 。试求:

- (1) 蜗轮的端面模数或蜗杆的轴面模数 m 。
- (2) 蜗杆的轴面周节 p_{at} 和蜗杆的螺旋线导程 l 。

(3) 蜗杆的分度圆直径 d_1 。

(4) 传动的中心距 a 。

(5) 转动比 i_{12} 。

(6) 蜗轮轮缘宽度 B 和蜗杆的螺纹部分长度 L 。

解题要点:

蜗轮蜗杆传动基本参数及基本尺寸的计算。

【解】 (1) 蜗轮的端面模数或蜗杆的轴面模数

$$m = \frac{d_2}{z_2} = \frac{280 \text{ mm}}{40} = 7 \text{ mm}$$

(2) 蜗杆的轴面周节

$$p_{a1} = \pi m = \pi \times 7 \text{ mm} = 21.99 \text{ mm}$$

蜗杆的螺旋线导程

$$l = z_1 p_{a1} = 1 \times 21.99 \text{ mm} = 21.99 \text{ mm}$$

(3) 根据 $m = 7 \text{ mm}$, 由文献[1]表查得蜗杆特性系数 $q = 9$, 所以蜗杆分度圆直径为

$$d_1 = mq = 7 \text{ mm} \times 9 = 63 \text{ mm}$$

(4) 传动中心距

$$a = \frac{m}{2}(q + z_2) = \frac{7 \text{ mm}}{2}(9 + 40) = 171.5 \text{ mm}$$

(5) 传动比

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{1} = 40$$

(6) 蜗轮齿顶圆直径(主平面上)

$$d_{a1} = d_1 + 2h_a^* m = 63 \text{ mm} + 2 \times 1 \times 7 \text{ mm} = 77 \text{ mm}$$

蜗轮轮缘宽度

$$B \leq 0.75 d_{a1} = 0.75 \times 77 \text{ mm} = 57.75 \text{ mm}$$

取

$$B = 55 \text{ mm}$$

蜗轮螺纹部分长度

$$L \geq (11 + 0.06 z_2) m = (11 + 0.06 \times 40) \times 7 \text{ mm} = 93.8 \text{ mm}$$

取

$$L = 100 \text{ mm}$$

【例 4.26】 已知一对标准直齿圆锥齿轮传动, 齿数 $z_1 = 20$, $z_2 = 40$, 分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ$, 大端模数 $m = 5 \text{ mm}$, 齿顶高系数 $h_a^* = 1$, 轴交角 $\Sigma = 90^\circ$ 。试求两齿轮的分度圆锥角、分度圆直径、锥距、齿顶角、齿根角、顶锥角、根锥角、齿顶圆直径和当量齿数。

解题要点:

圆锥齿轮传动基本参数及基本尺寸的计算。

【解】 齿数比 $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{20} = 2$

分度圆锥角

$$\delta_1 = \operatorname{arccot} u = \operatorname{arccot} 2 = 26^\circ 34'$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 26^\circ 34' = 63^\circ 26'$$

分度圆直径	$d_1 = mz_1 = 5 \text{ mm} \times 20 = 100 \text{ mm}$ $d_2 = mz_2 = 5 \text{ mm} \times 40 = 200 \text{ mm}$
锥距	$R = d_1 \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{2} = \frac{100 \text{ mm} \sqrt{2^2 + 1}}{2} = 206.8 \text{ mm}$
齿顶角	$\theta_a = \arctan \frac{h_a}{R} = \arctan \frac{1 \times 5}{111.8} = 2^\circ 34'$
齿根角	$\theta_f = \arctan \frac{h_f}{R} = \arctan \frac{(1+0.2) \times 5}{111.8} = 3^\circ 04'$
顶锥角	$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_a = 26^\circ 34' + 2^\circ 34' = 29^\circ 08'$ $\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_a = 63^\circ 26' + 2^\circ 34' = 66^\circ$
根锥角	$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_f = 26^\circ 34' - 3^\circ 04' = 23^\circ 30'$ $\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_f = 63^\circ 26' - 3^\circ 04' = 60^\circ 22'$

齿顶圆直径

$$d_{a1} = d_1 + 2h_a \cos \delta_1 = 100 \text{ mm} + 2 \times 1 \times 5 \text{ mm} \times \cos 26^\circ 34' = 108.944 \text{ mm}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2h_a \cos \delta_2 = 200 \text{ mm} + 2 \times 1 \times 5 \text{ mm} \times \cos 63^\circ 26' = 204.472 \text{ mm}$$

当量齿数

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = \frac{20}{\cos 26^\circ 34'} = 22.36$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = \frac{40}{\cos 63^\circ 26'} = 89.45$$

4.4 思考题与习题

4.4.1 思考题

- (1) 叙述齿廓啮合基本定律,这个定律是否仅仅用来确定一对相啮合齿廓的传动比?
- (2) 渐开线是如何形成的?有哪些重要性质?试列出渐开线方程式。一对渐开线齿廓相啮合有哪些啮合特点?
- (3) 一对齿廓曲线应该满足什么条件才能使其传动比为常数?渐开线齿廓能否实现定传动比?
- (4) 齿距的定义是什么?何谓模数?为什么要规定模数的标准系列?在直齿圆柱齿轮、斜齿圆柱齿轮、蜗轮和蜗杆及直齿圆锥齿轮上,何处的模数是标准值?
- (5) 渐开线齿廓上某点压力角是如何确定的?渐开线齿廓上各点的压力角是否相同?何处的压力角是标准值?
- (6) 渐开线直齿圆柱齿轮的基本参数有哪几个?哪些是标准的?其标准值是多少?为什么这些参数称为基本参数?
- (7) 分度圆与节圆有什么区别?在什么情况下分度圆与节圆重合?

(8) 啮合线是一条什么线? 啮合角与压力角有什么区别? 在什么情况下二者大小相同?

(9) 什么是法向齿距和基圆齿距? 它们之间有什么关系?

(10) 渐开线的形状由什么决定的? 若两个齿轮的模数和齿数分别相等, 但压力角不同, 它们齿廓的渐开线形状是否相同?

(11) 渐开线直齿圆柱齿轮机构要满足哪些条件才能使相互啮合正常运转? 为什么要满足这些条件?

(12) 一对渐开线外啮合直齿圆柱齿轮机构的实际中心距大于设计中心距, 其传动比 i_{12} 是否有变化? 节圆和啮合角是否有变化? 这一对齿轮能否正确啮合? 重合度是否有变化?

(13) 一标准齿轮与标准齿条啮合, 当齿条的中线与分度圆不相切时, 会发生什么问题? 节圆会不会改变? 节线会不会改变? 重合度会不会改变?

(14) 重合度的物理意义是什么? 有哪些参数会影响重合度? 这些参数的增加会使重合度增加还是减少?

(15) 何谓齿轮的根切现象? 产生根切的原因是什么? 是否基圆越小越容易发生根切? 根切有什么危害? 如何避免根切?

(16) 用标准齿条型刀具切制齿轮与齿轮齿条啮合传动有何异同?

(17) 何谓变位齿轮? 齿轮变位修正的目的是什么? 齿轮变位后与标准齿轮相比较哪些尺寸发生了变化? 哪些尺寸没有变?

(18) 直齿圆柱齿轮传动有哪些传动类型? 它们各用在什么场合?

(19) 正传动类型中的齿轮是否一定都是正变位齿轮? 负传动类型中的齿轮是否一定都是负变位齿轮?

(20) 什么传动类型必须将齿轮的齿顶高降低? 为什么? 齿高变动系数如何确定?

(21) 平行轴斜齿圆柱齿轮传动的基本参数有哪些? 基本参数的标准值在端面还是在法面, 为什么?

(22) 平行轴斜齿圆柱齿轮传动的螺旋角 β 对传动有什么影响? 它的常用取值范围是什么, 为什么?

(23) 在设计斜齿轮机构时, 当齿数和模数确定后, 是否可以用调整螺旋角 β 大小的办法来满足两平行轴之间实际中心距的要求?

(24) 一个直齿轮和一个斜齿轮能否正确啮合? 需要满足什么条件?

(25) 渐开线标准直齿圆柱齿轮的参数和安装中心距对重合度有什么影响?

(26) 何谓斜齿轮的当量齿轮? 对于螺旋角为 β 、齿数为 z 的斜齿圆柱齿轮, 试写出当量齿数的表达式。

(27) 平行轴斜齿圆柱齿轮机构、蜗杆蜗轮机构和直齿圆锥齿轮机构的正确啮合条件与直齿圆柱齿轮机构的正确啮合条件相比较有何异同?

(28) 何谓直齿圆锥齿轮的当量齿数? 当量齿数有什么用途?

(29) 直齿圆锥齿轮机构的传动比与其分度圆锥角 δ_1 和 δ_2 有什么关系?

4.4.2 习题

【题 4.1】 一对标准安装的渐开线标准直齿圆柱齿轮外啮合传动, 已知: $a = 100 \text{ mm}$, $z_1 = 20$, $z_2 = 30$, $\alpha = 20^\circ$, $d_{a1} = 88 \text{ mm}$ 。

(1) 试计算下列几何尺寸:

- ① 齿轮的模数 m 。
- ② 两轮的齿顶圆直径 d_1 、 d_2 。
- ③ 两轮的齿根圆直径 d_f 、 d_{f2} 。
- ④ 两轮的基圆直径 d_{b1} 、 d_{b2} 。
- ⑤ 顶隙 c 。

(2) 若安装中心距增至 $a' = 102 \text{ mm}$, 试问:

- ① 上述各值有无变化, 如有应为多少?
- ② 两轮的节圆半径 r'_1 、 r'_2 和啮合角 α' 为多少?

【题 4.2】 图 4.9(a) 为渐开线齿廓与一直线齿廓相啮合传动, 渐开线的基圆半径为 r_1 , 直线的相切圆半径为 r_2 。试求: 当直线齿廓处于与连心线成 θ 角时, 两轮的传动比 $i_{12} = \omega_1 / \omega_2$ 之比值。已知: $r_1 = 40 \text{ mm}$, $r_2 = 20 \text{ mm}$, $\theta = 30^\circ$, $O_1 O_2 = 100 \text{ mm}$ 。又问该两轮是否做定传动比传动? 为什么?

【题 4.3】 设计一对外啮合的标准直齿圆柱齿轮传动。要求传动比 $i_{12} = n_1 / n_2 = z_2 / z_1 = 8/5$, 安装中心距 $a' = 78 \text{ mm}$ 。若根据强度的需要, 取模数 $m = 3 \text{ mm}$ 。采取标准齿形, 齿顶高系数 $h_a^* = 1$, 试确定这对齿轮的齿数 z_1 、 z_2 , 并计算出这对齿轮的各部分尺寸, 即 d 、 d_b 、 h_a 、 h_f 、 h 、 d_a 、 d_f 、 p 、 s 、 e 。

【题 4.4】 设计一对渐开线外啮合标准直齿圆柱齿轮机构。已知: $z_1 = 18$, $z_2 = 37$, $m = 5 \text{ mm}$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$ 。试求:

(1) 两轮几何尺寸及中心距。

(2) 计算重合度 ε_α , 并以长度比例尺 $\mu_l = 0.2 \text{ mm/mm}$ 绘出一对齿啮合区和两对齿啮合区。

【题 4.5】 已知一对渐开线外啮合齿轮的齿数 $z_1 = z_2 = 15$, 实际中心距 $a' = 325 \text{ mm}$, $m = 20 \text{ mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$ 。试设计这对齿轮传动。

【题 4.6】 用齿条刀具加工齿轮, 刀具的参数如下: $m = 2 \text{ mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$, 刀具的移动速度 $v_{\text{刀}} = 7.6 \text{ mm/s}$, 齿轮毛坯的角速度 $\omega = 0.2 \text{ rad/s}$, 毛坯中心到刀具中心线的距离 $L = 40 \text{ mm}$ 。试求:

- (1) 被加工齿轮的齿数 z 。
- (2) 变位系数 x 。
- (3) 齿根圆半径 r_f 。
- (4) 基圆半径 r_b 。

【题 4.7】 在图 4.10 所示的回归轮系中, 已知: $z_1 = 27$, $z_2 = 60$, $z_2' = 63$, $z_3 = 25$, 压力角

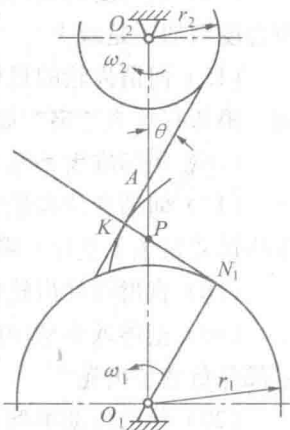


图 4.9

皆为 $\alpha=20^\circ$, 模数均为 $m=5\text{ mm}$ 。试用变位理论设计该轮系, 问有几种设计方案? 哪种方案较合理?

【题 4.8】 一对外啮合斜齿圆柱齿轮传动(正常齿制), 已知: $m_n=4\text{ mm}$, $z_1=24$, $z_2=48$, $a=150\text{ mm}$ 。试求:

- (1) 螺旋角 β 。
- (2) 两轮的分度圆直径 d_1 、 d_2 。
- (3) 两轮的齿顶圆直径 d_{a1} 、 d_{a2} 。
- (4) 若改用 $m=4\text{ mm}$ 、 $\alpha=20^\circ$ 的外啮合直齿圆柱齿轮传动, 要求中心距和齿数均不变, 试问采用何种类型的变位齿轮传动? 并计算变位系数之和 x_1+x_2 。

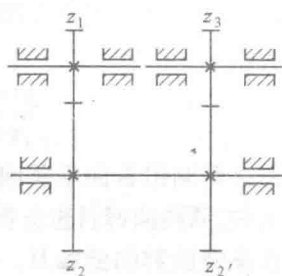


图 4.10

【题 4.9】 已知一对渐开线斜齿圆柱齿轮传动的 $z_1=48$ 、 $z_2=64$ 、 $m_n=5\text{ mm}$ 、 $\alpha_n=20^\circ$ 、 $\beta=30^\circ$ 、 $B=40\text{ mm}$ 、 $h_{an}^*=1$ 。试求:

- (1) 周节 p_n 、 p_t 、 p_a 。
- (2) 分度圆直径 d_1 、 d_2 及中心距 a 。
- (3) 重合度 ε_γ 。
- (4) 当量齿数 z_{v1} 、 z_{v2} 。

【题 4.10】 已知一对标准圆锥齿轮传动, 其速比 $i=3.94$, 齿数 $z_1=16$, 模数 $m=14\text{ mm}$, 压力角 $\alpha=20^\circ$, 齿顶高系数 $h_a^*=1$, 轴交角 $\Sigma=90^\circ$, 齿宽系数 $\phi=0.3$, 试求两齿轮的分度圆锥角、分度圆直径、齿顶圆直径、锥距、齿宽、顶锥角及当量齿数。

第5章 轮 系

5.1 基 本 要 求

- (1) 熟悉轮系的类型、轮系的功用。
- (2) 掌握定轴轮系传动比的计算。
- (3) 掌握周转轮系传动比的计算。
- (4) 掌握复合轮系传动比的计算。
- (5) 了解行星轮系传动效率的特点。
- (6) 设计行星轮系时,考虑哪些因素选择行星轮系的类型?
- (7) 设计行星轮系时,各轮齿数和行星轮数目必须满足的四个条件是什么?
- (8) 了解行星轮系的均载方法。
- (9) 了解渐开线少齿差行星传动、谐波齿轮传动、摆线针轮行星传动。

5.2 内 容 提 要

5.2.1 本章重点

本章重点是定轴轮系、周转轮系、复合轮系传动比的计算及设计。计算是判断给定轮系的类型,并确定其传动比及转向;设计是根据工作要求选择轮系的类型,并确定各轮的齿数。

1. 轮系的分类

(1) 定轴轮系。组成轮系的各个齿轮的轴线相对于机架的位置都是固定的轮系。定轴轮系又可分为平面定轴轮系和空间定轴轮系。

(2) 周转轮系。组成轮系的各个齿轮中有一个或几个齿轮的轴线位置是绕着其他齿轮的固定轴线回转的轮系。周转轮系可按自由度的数目分为:自由度为2的差动轮系和自由度为1的行星轮系。基本周转轮系由两个中心轮、一个或几个行星轮和一个系杆组成。

(3) 复合轮系。既包含定轴轮系又包含周转轮系或由几部分周转轮系组成的复合轮系。其中把含有定轴轮系和周转轮系的复合轮系称为混合轮系,而把由几部分周转轮系组成的复合轮系又称为复合周转轮系。

2. 轮系传动比的计算

(1) 定轴轮系的传动比。传动比大小的计算方法是:定轴轮系的传动比(首末两轮

的角速度之比)等于组成该轮系的各对齿轮中所有从动轮齿数的连乘积与所有主动轮齿数的连乘积之比,即

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\text{所有从动轮齿数的连乘积}}{\text{所有主动轮齿数的连乘积}} = \frac{z_2 z_4 \cdots z_n}{z_1 z_3 \cdots z_{n-1}}$$

首末两轮转向关系的确定及表示:定轴轮系首末两轮的转向关系通常用画箭头法确定,即从已知首轮的转向开始,循着运动传递路线,逐对对啮合传动进行转向判断,并用画箭头法表示出各主、从动轮的转向,直至确定出末轮的转向。主、从动轮的转向箭头方向的确定:对于圆柱齿轮,外啮合时转向箭头方向相反,而内啮合时转向箭头方向相同;对于圆锥齿轮,转向箭头或同时指向节点或同时背向节点;对于螺旋齿轮或蜗轮蜗杆传动,其转向可根据两轮在节点处的重合点间的速度关系来判断。

对于平面定轴轮系首末两轮的转向关系,也可用该轮系中外啮合齿轮对数 n 来确定和表示,即可用 $(-1)^n$ 的结果来确定并表示首末两轮的转向关系。如为正号则表示转向相同,负号表示转向相反。对于空间定轴轮系首末两轮的转向关系,当首末两轮的轴线平行时,可用正、负号来表示转向关系;当首末两轮的轴线不平行时,可用画箭头法来表示首末两轮的转向关系。

(2) 周转轮系的传动比。周转轮系的传动比计算是本章的重点内容之一。周转轮系和定轴轮系的根本区别在于:周转轮系中有一个转动着的系杆,由于转动系杆的存在,使行星轮既自转又公转。所以周转轮系的传动比不能直接按照定轴轮系传动比来计算,而是将它转化为定轴轮系再来计算。即假想给整个轮系加上一个公共的角速度 $-\omega_H$,使系杆固定不动,这样,周转轮系就转化成一个假想的定轴轮系,这个假想的定轴轮系称为周转轮系的“转化机构”。

① 差动轮系各基本构件间的转速关系。设周转轮系中两个中心轮为 1 和 n ,系杆为 H ,则其转化机构的传动比 i_{1n}^H 的计算公式为

$$i_{1n}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_n^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = \pm \frac{z_2 \cdots z_n}{z_1 \cdots z_{n-1}}$$

只要给定了 ω_1 、 ω_n 、 ω_H 三者中的任意两个参数,就可以用上式求出第三个参数,从而得到周转轮系中三个基本构件中任意两个构件之间的传动比 i_{1H} 、 i_{nH} 、 i_{1n} ;或只要给定了 ω_1 、 ω_n 、 ω_H 三者中的任意一个参数,就可以用上式求出另外两个参数的比值。

② 行星轮系各基本构件间的转速关系。周转轮系中,若其中一个中心轮固定,就变成自由度为 1 的行星轮系。当中心轮 1 或 n 分别固定时,相应行星轮系的传动比分别为

$$i_{nH} = 1 - i_{n1}^H \quad i_{1H} = 1 - i_{1n}^H$$

(3) 复合轮系的传动比。复合轮系的传动比既不能直接按定轴轮系的传动比来计算,也不能直接按周转轮系的传动比来计算,而应当将复合轮系中定轴轮系部分和周转轮系部分区别开来分别计算。因此复合轮系传动比计算的方法及步骤为:

① 分清轮系。分清轮系中哪些部分是定轴轮系,哪些部分是周转轮系。

② 分别计算。即定轴轮系部分应当按照定轴轮系传动比方法来计算,而周转轮系部分应当按照周转轮系传动比方法来计算。分别列出它们的计算式。

③ 联立求解。根据各部分列出的计算式,联立求解。

3. 行星轮系的设计

轮系的设计是本章的重点内容之一,主要包括:根据工作所提出的功能要求和使用场合,选择轮系的类型及确定各轮的齿数。

(1) 轮系类型的选择。轮系类型选择的主要出发点是根据工作所提出的功能要求和使用场合。首先要考虑的问题是所选择的轮系能否满足工作所要求的传动比、能否满足效率的要求等。

(2) 各轮齿数的确定。设计行星轮系(即2K-H型)时,各轮齿数的选配需满足以下四个条件:

① 保证实现给定的传动比

$$z_3 = (i_{1H} - 1) \cdot z_1$$

② 保证中心轮和系杆的轴线重合及满足同心条件

$$z_2 = (z_3 - z_1) / 2$$

③ 保证K个行星轮能够均布地装入两中心轮之间,即满足安装条件

$$N = (z_3 + z_1) / K$$

④ 保证K个行星轮不致相互碰撞,即满足邻接条件

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{180^\circ}{K} > z_2 + 2h_a^*$$

5.2.2 本章难点

本章难点是复合轮系传动比的计算,而复合轮系传动比计算的关键是轮系的正确划分。复合轮系传动比的计算应注意以下几点:

(1) 必须正确地分清复合轮系中定轴轮系和周转轮系部分,并把轮系划分成一个个基本定轴轮系和基本周转轮系。分清轮系的关键是把其中周转轮系划分出来,即找到行星轮。应从复合轮系的首轮开始,循着运动传递路线,逐个对齿轮进行判断,看它是绕固定轴线位置转动,还是绕变动轴线位置转动。如果找到了绕变动轴线位置转动的齿轮,即找到了行星轮。这时,带动行星轮轴线转动的构件就是系杆,与行星轮相啮合而绕固定轴线位置转动的齿轮就是中心轮。每一系杆连同系杆上的行星轮和与行星轮相啮合的中心轮就组成了一个基本周转轮系。在找出复合轮系中每一个周转轮系之后,剩下的就是定轴轮系了。

(2) 搞清楚复合轮系中各部分之间的连接关系,常用的几种基本连接方式为:

① 串联式复合轮系,即由定轴轮系与一个或几个基本周转轮系组成,或几个基本周转轮系串联组成。其特点是:前一个基本轮系的从动轴与后一个基本轮系的主动轴相相连,因此,各部分传动比可独立计算。

② 并联式复合轮系,即由差动轮系与一个定轴轮系或行星周转轮系组成,或几个基本周转轮系并联组成。其特点是:差动轮系的两个基本构件由定轴轮系或行星轮系所封闭,故称之为封闭式复合轮系。因此,各部分轮系传动比必须联立求解。

③ 双重式复合轮系,即在一个周转轮系上又装载着另一个周转轮系。其特点是,具有双重系杆,至少有一个行星轮同时绕两个运动轴线位置转动。因此,其传动比的计算需

要进行二次转化。

总之,只有分清轮系,才能正确列出各基本轮系相应的传动比方程式,并进行求解。

5.3 例题精选与答题技巧

【例 5.1】 某传动装置如图 5.1 所示,已知: $z_1 = 60, z_2 = 48, z_{2'} = 80, z_3 = 120, z_{3'} = 60, z_4 = 40$, 蜗杆 $z_{4'} = 2$ (右旋), 蜗轮 $z_5 = 80$, 齿轮 $z_{5'} = 65$, 模数 $m = 5 \text{ mm}$ 。主动轮 1 的转速为 $n_1 = 240 \text{ r/min}$, 转向如图 5.1 所示。试求齿条 6 的移动速度 v_6 的大小和方向。

解题要点:

这是一个由圆柱齿轮、圆锥齿轮、蜗轮蜗杆、齿轮齿条所组成的定轴轮系。

【解】 为了求齿条 6 的移动速度 v_6 的大小, 需要首先求出齿轮 5' 的转动角速度 $\omega_{5'}$ 。因此首先计算传动比 i_{15} 的大小。

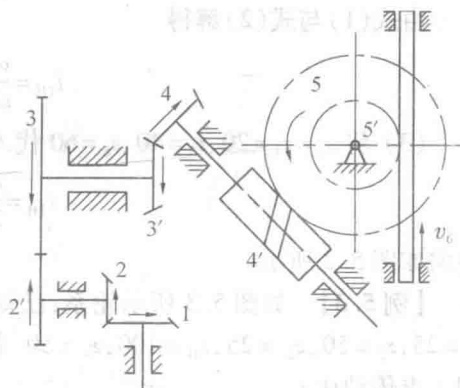


图 5.1

$$i_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_{2'} z_{3'} z_{4'}} = \frac{48 \times 120 \times 40 \times 80}{60 \times 80 \times 60 \times 2} = 32$$

$$n_{5'} = n_5 = \frac{n_1}{i_{15}} = \frac{240 \text{ r/min}}{32} = 7.5 \text{ r/min}$$

$$\omega_{5'} = \frac{2\pi n_{5'}}{60} = \frac{2\pi \times 7.5 \text{ r/min}}{60} = 0.785 \text{ rad/s}$$

齿条 6 的移动速度等于齿轮 5' 的分度圆线速度, 即

$$v_6 = r_{5'} \omega_{5'} = \frac{1}{2} m z_{5'} \omega_{5'} = \frac{1}{2} \times 5 \text{ mm} \times 65 \times 0.785 \text{ rad/s} = 127.6 \text{ mm/s}$$

齿条 6 的运动方向采用画箭头的方法确定, 如图 5.1 所示。

【例 5.2】 如图 5.2 所示, 已知各轮齿数为 $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6$, z_1 为主动件, 转向如图箭头所示。试求:

(1) 传动比 $i_{1H} = \omega_1 / \omega_H = ?$ (列出表达式)

(2) 若已知各轮齿数 $z_1 = z_2 = z_4 = z_5 = 20, z_3 = 40, z_6 = 60$, 试求 i_{1H} 的大小及转向。

解题要点:

如图 5.2 所示, 从结构上看, 此轮系由两部分组成, 齿轮 1、2、3 组成定轴轮系, 齿轮 4、5、6 及系杆 H 组成行星轮系, 二者之间属串联关系。齿轮 3 和齿轮 4 属同一构件。

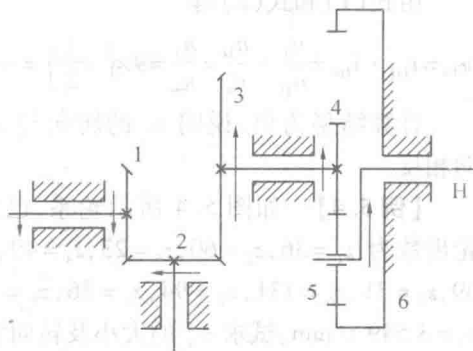


图 5.2

轮 1、2、3、4 组成定轴轮系, 齿轮 4'、5、6 及系杆 H_1 组成行星轮系, 齿轮 7、8、9 及系杆 H_2 组成行星轮系, 三者之间属串联关系。齿轮 4 和齿轮 4' 属同一构件, 系杆 H_1 和齿轮 7 属同一构件。

【解】 对定轴轮系 1、2、3、4, 有

$$i_{14} = \frac{n_1}{n_4} = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \quad (1)$$

齿轮 4'、5、6 及系杆 H_1 组成行星轮系

$$i_{4'H_1} = \frac{n_{4'}}{n_{H_1}} = 1 - i_{4'6}^{H_1} = 1 + \frac{z_6}{z_{4'}} \quad (2)$$

齿轮 7、8、9 及系杆 H_2 组成行星轮系

$$i_{7H_2} = \frac{n_7}{n_{H_2}} = 1 - i_{79}^{H_2} = 1 + \frac{z_9}{z_7} \quad (3)$$

由式(1)、(2)、(3), 并考虑到 $n_4 = n_{4'}$ 、 $n_{H_1} = n_7$, 得

$$i_{1H_2} = \frac{n_1}{n_{H_2}} = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} \left(1 + \frac{z_6}{z_{4'}} \right) \left(1 + \frac{z_9}{z_7} \right) \quad (4)$$

将各轮齿数代入式(4), 得

$$i_{1H_2} = \frac{n_1}{n_{H_2}} = \frac{60 \times 49}{36 \times 23} \left(1 + \frac{131}{69} \right) \left(1 + \frac{167}{94} \right) = 28.58$$

则

$$n_{H_2} = \frac{n_1}{i_{1H_2}} = \frac{3\,549 \text{ r/min}}{28.58} = 124.18 \text{ r/min}$$

转向如图 5.4 所示。

【例 5.5】 如图 5.5 所示轮系, 已知:

$z_1 = 30, z_2 = 30, z_3 = 90, z_{1'} = 20, z_4 = 30, z_{3'} = 40, z_{4'} = 30, z_5 = 15$ 。试求 i_{AB} 的大小及转向?

解题要点:

如图 5.5 所示, 此轮系由三部分组成, 齿轮 4、5、1'(1) 组成定轴轮系及齿轮 4'、3'(3) 组成定轴轮系, 将齿轮 1、2、3 及系杆 B 组成的差动轮系封闭起来组成封闭式行星轮系。齿轮 4 和齿轮 4' 属同一构件, 齿轮 1' 和齿轮 1 属同一构件。

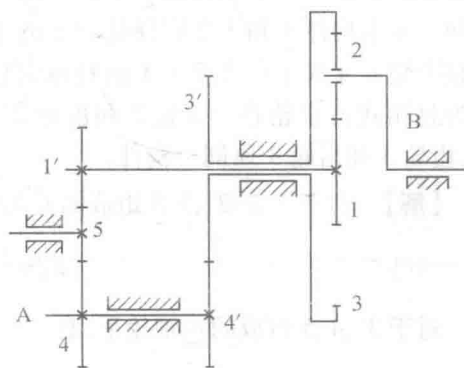


图 5.5

【解】 对于 1、2、3、B 组成的差动轮系,

有

$$i_{13}^B = \frac{n_1 - n_B}{n_3 - n_B} = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{90}{30} = -3 \quad (1)$$

对于 4(A)、5、1'(1) 组成的定轴轮系, 有

$$i_{41'} = \frac{n_4}{n_{1'}} = \frac{n_A}{n_{1'}} = \frac{z_{1'}}{z_4} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

即
$$n_{1'} = \frac{3}{2} n_A \quad (2)$$

对于齿轮 4'、3'(3) 组成定轴轮系

$$i_{43'} = \frac{n_4}{n_{3'}} = \frac{n_A}{n_{3'}} = -\frac{z_{3'}}{z_4} = -\frac{40}{30} = -\frac{4}{3}$$

即
$$n_{3'} = -\frac{3}{4} n_A \quad (3)$$

考虑到 $n_{1'} = n_1$ 、 $n_{3'} = n_3$, 将式(1)、(2)代入式(3), 得

$$\frac{\frac{3}{2} n_A - n_B}{-\frac{3}{4} n_A - n_B} = -3$$

解得

$$i_{AB} = \frac{n_A}{n_B} = -\frac{16}{3} \approx -5.33$$

n_A 和 n_B 的转向相反。

【例 5.6】 电动卷扬机减速器如图 5.6 所示, 已知: $z_1 = 26, z_2 = 50, z_{2'} = 18, z_3 = 94, z_{3'} = 18, z_4 = 35, z_5 = 88$ 。试求 i_{15} 。

解题要点:

如图 5.6 所示, 此轮系由两部分组成。齿轮 1、2-2'、3 及系杆 5 组成差动轮系, 其基本构件 3 和 5 被定轴轮系 3'、4、5 封闭起来了, 从而使差动轮系的两个基本构件 3 和 5 之间保持一定的速比关系, 使整个轮系变成了自由度为 1 的特殊的行星轮系, 称为封闭式行星轮系。齿轮 2 和齿轮 2' 属同一构件, 齿轮 3 和齿轮 3' 属同一构件。

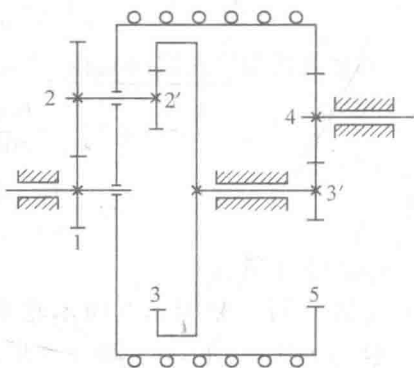


图 5.6

【解】 对于 1、2-2'、3、5 组成的差动轮系, 有

$$i_{13}^5 = \frac{n_1 - n_5}{n_3 - n_5} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} \quad (1)$$

对于 3'、4、5 组成的定轴轮系, 有

$$i_{3'5} = \frac{n_{3'}}{n_5} = \frac{n_3}{n_5} = -\frac{z_5}{z_{3'}}$$

即
$$n_3 = -\frac{z_5}{z_{3'}} n_5 \quad (2)$$

将式(1)代入式(2), 解得

$$i_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} \left(1 + \frac{z_5}{z_{3'}} \right) + 1 = \frac{50 \times 94}{26 \times 18} \left(1 + \frac{88}{18} \right) = 59.14$$

齿轮 1 和卷筒(齿轮)5 转向相同。

【例 5.7】 如图 5.7 所示轮系, 已知: $z_1 = z_{1'} = 40, z_2 = z_4 = 30, z_3 = z_5 = 100$ 。试求 i_{1H} ?

解题要点:

如图 5.7 所示,此轮系由两部分组成。齿轮 1、2、3 及齿轮系杆 5 组成行星轮系,其基本构件 1 和系杆 5 把齿轮 1'、4、5 及系杆 H 组成差动轮系封闭起来了,从而使差动轮系部分的两个中心轮 1(1') 和 5 之间保持一定的速比关系。整个轮系是一个由行星轮系把差动轮系中的中心轮 1' 和 5 封闭起来组成的封闭式差动轮系。齿轮 1 和齿轮 1' 属同一构件,构件 5 是前一行星轮系的系杆,又是后一差动轮系的中心轮。

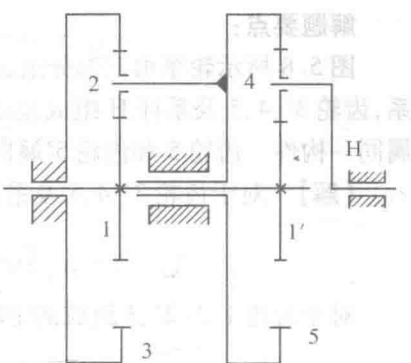


图 5.7

【解】 对于 1、2、3、5 组成的行星轮系,有

$$i_{15} = \frac{n_1}{n_5} = 1 - i_{13}^5 = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{100}{40} = 3.5$$

$$n_5 = \frac{n_1}{3.5} \quad (1)$$

对于齿轮 1'、4、5 及系杆 H 组成差动轮系,有

$$i_{1'5}^H = \frac{n_{1'} - n_H}{n_5 - n_H} = -\frac{z_5}{z_{1'}} = -\frac{100}{40} = -2.5 \quad (2)$$

考虑到 $n_1 = n_{1'}$, 将式(1)代入式(2), 得

$$\frac{n_1 - n_H}{3.5 - n_H} = -2.5$$

化简整理后, 得

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{49}{24}$$

系杆 H 和主动齿轮 1 的转向相同。

【例 5.8】 如图 5.8 所示轮系中, 已知各轮齿数为: $z_1 = 90, z_2 = 60, z_2' = 30, z_3 = 30, z_3' = 24, z_4 = 18, z_5 = 60, z_5' = 36, z_6 = 32$, 运动从 A、B 两轴输入, 由构件 H 输出。已知: $n_A = 100 \text{ r/min}, n_B = 900 \text{ r/min}$, 转向如图 5.8 所示。试求输出轴 H 的转速 n_H 的大小和转向。

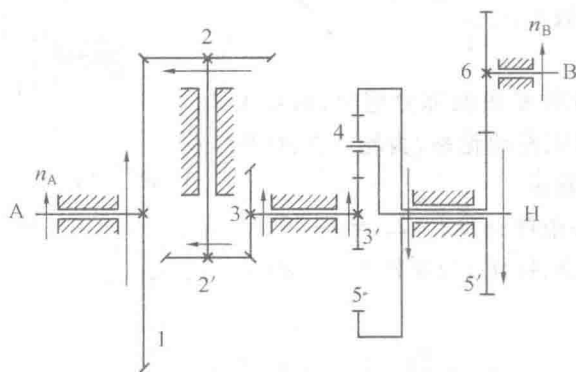


图 5.8

解题要点:

图 5.8 所示轮系由三部分组成, 齿轮 1、2-2'、3 组成定轴轮系, 齿轮 5'、6 组成定轴轮系, 齿轮 3'、4、5 及系杆 H 组成差动轮系。齿轮 2 和齿轮 2' 属同一构件, 齿轮 3 和齿轮 3' 属同一构件。齿轮 5 和齿轮 5' 属同一构件。

【解】 对于齿轮 3'、4、5 及系杆 H 组成的差动轮系, 有

$$i_{3'5}^H = \frac{n_{3'} - n_H}{n_5 - n_H} = -\frac{z_5}{z_{3'}} = -\frac{60}{24} = -\frac{5}{2} \quad (1)$$

对于齿轮 1、2-2'、3 组成的定轴轮系, 有

$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3} = +\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} = +\frac{60 \times 30}{90 \times 30} = +\frac{2}{3}$$

即
$$n_3 = n_{3'} = +\frac{3}{2} n_1 = +\frac{3}{2} n_A = +150 \text{ r/min} \quad (2)$$

注意 这是一个由圆锥齿轮所组成的定轴轮系, 只能用标箭头的方法确定其转向。故在 i_{13} 的计算结果中加上“+”号。

对于齿轮 5'、6 组成的定轴轮系, 有

$$i_{5'6} = \frac{n_{5'}}{n_6} = \frac{n_5}{n_B} = -\frac{z_6}{z_{5'}} = -\frac{32}{36} = -\frac{8}{9}$$

即
$$n_5 = -\frac{8}{9} n_B = -800 \text{ r/min} \quad (3)$$

将式(2)、(3)代入式(1), 得

$$\frac{150 - n_H}{-800 - n_H} = -\frac{5}{2}$$

化简整理后, 得

$$n_H \approx -528.57 \text{ r/min}$$

计算结果为负, 说明 n_H 的转向与 n_5 转向相同, 与 n_A 、 n_B 转向相反。

【例 5.9】 如图 5.9 所示轮系, 已知齿轮 1 的转速 $n_1 = 1\,650 \text{ r/min}$, 齿轮 4 的转速 $n_4 = 1\,000 \text{ r/min}$, 所有齿轮都是标准齿轮, 模数相同且 $z_2 = z_5 = z_6 = 20$ 。试求轮系未知齿轮的齿数 z_1 、 z_3 、 z_4 。

解题要点:

如图 5.9 所示, 此轮系由两部分组成, 齿轮 1、2、3 (H_2) 及系杆 H_1 (4) 组成差动轮系, 齿轮 6、5、4 (H_1) 及系杆 H_2 (3) 组成行星轮系。

【解】 利用同心条件: $z_3 = z_1 + 2z_2 = z_1 + 40$; $z_4 = z_6 + 2z_5 = 60$ 。对于齿轮 6、5、4 (H_1) 及系杆 H_2 (3) 组成的行星轮系, 有

$$i_{4H_2} = \frac{n_4}{n_{H_2}} = 1 - i_{46}^{H_2} = 1 + \frac{z_6}{z_4} = 1 + \frac{20}{60} = \frac{4}{3} \quad (1)$$

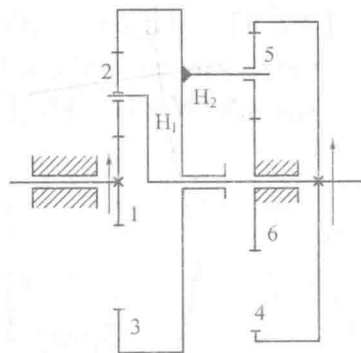


图 5.9

从而

$$n_3 = n_{H_2} = \frac{3}{4} n_4 = \frac{3}{4} \times 1\,000 \text{ r/min} = 750 \text{ r/min}$$

$$n_{H_1} = n_4 = 1\,000 \text{ r/min}$$

对于齿轮 1、2、3(H_2)及系杆 H_1 (4)组成的差动轮系,有

$$i_{13}^{H_1} = \frac{n_1 - n_{H_1}}{n_3 - n_{H_1}} = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{z_1 + 40}{z_1} \quad (2)$$

将 $n_1 = 1\,650 \text{ r/min}$ 、 $n_{H_1} = 1\,000 \text{ r/min}$ 、 $n_3 = 750 \text{ r/min}$ 代入式(2),得

$$\frac{1\,650 - 1\,000}{750 - 1\,000} = -\frac{z_1 + 40}{z_1}$$

解上式,得

$$z_1 = 25$$

则

$$z_3 = z_1 + 40 = 65$$

【例 5.10】 如图 5.10 所示,已知各轮齿数为: $z_1 = 24$, $z_{1'} = 30$, $z_2 = 95$, $z_3 = 89$, $z_{3'} = 102$, $z_4 = 80$, $z_{4'} = 40$, $z_5 = 17$ 。试求 i_{15} 的大小及转向?

解题要点:

如图 5.10 所示,此轮系由两部分组成,齿轮 1(1')、2、3 组成定轴轮系;齿轮 3'、4(4')、5 及系杆 H 组成差动轮系。

【解】 对于齿轮 3'、4(4')、5 及系杆 H 组成的差动轮系,有

$$i_{3'5}^H = \frac{n_{3'} - n_H}{n_5 - n_H} = -\frac{z_4 z_5}{z_{3'} z_{4'}} = -\frac{80 \times 17}{102 \times 40} = -\frac{1}{3} \quad (1)$$

对于齿轮 1(1')、2、3 组成的定轴轮系,有

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{95}{24}$$

$$n_H = n_2 = -\frac{24}{95} n_1 \quad (2)$$

$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3} = -\frac{z_3}{z_{1'}} = -\frac{89}{30}$$

$$n_{3'} = n_3 = -\frac{30}{89} n_1 \quad (3)$$

将式(2)、(3)代入式(1),得

$$\frac{-\frac{30}{89} n_1 - \left(-\frac{24}{95} n_1\right)}{n_5 - \left(-\frac{24}{95} n_1\right)} = -\frac{1}{3}$$

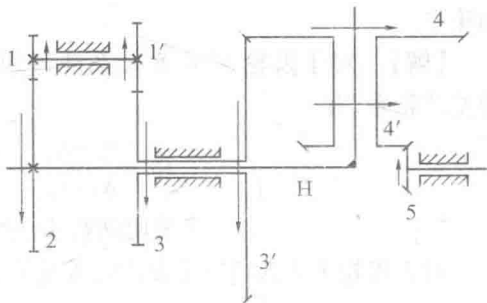


图 5.10

解得

$$i_{15} = n_1/n_5 = \frac{8\,455 \text{ r/min}}{6 \text{ r/min}} \approx 1\,409.2$$

轮 1 和轮 5 转向相同,如图 5.10 所示。

【例 5.11】 如图 5.11 所示,已知各轮齿数为: $z_1 = 40, z_{1'} = 70, z_2 = 20, z_3 = 30, z_{3'} = 10, z_4 = 40, z_5 = 50, z_{5'} = 20, n_A = 100 \text{ r/min}$, 转向如图 5.11 所示。试求轴 B 的转速 n_B 的大小及转向?

解题要点:

如图 5.11 所示,此轮系由三部分组成,齿轮 1、2、3(3') 组成定轴轮系;齿轮 1' 和 5' 组成定轴轮系;齿轮 3'、4、5 及系杆 B 组成差动轮系。

【解】 对于齿轮 3'、4、5 及系杆 B 组成的差动轮系,有

$$i_{3'5}^B = \frac{n_{3'} - n_B}{n_5 - n_B} = -\frac{z_4 z_5}{z_{3'} z_4} = -\frac{z_5}{z_{3'}} = -\frac{50}{10} = -5 \quad (1)$$

(采用画箭头法判别 $i_{3'5}^B$ 的“+”“-”号)

对于齿轮 1、2、3(3') 组成的定轴轮系,有

$$\begin{aligned} i_{13} &= \frac{n_1}{n_3} = \frac{z_3}{z_1} = \frac{30}{40} \\ n_{3'} &= n_3 = \frac{4}{3} n_1 = \frac{4}{3} n_A = \frac{400}{3} \text{ r/min} \end{aligned} \quad (2)$$

对于齿轮 1' 和 5' 组成的定轴轮系,有

$$\begin{aligned} i_{1'5'} &= \frac{n_{1'}}{n_{5'}} = \frac{n_A}{n_5} = -\frac{z_{5'}}{z_{1'}} = -\frac{20}{70} = -\frac{2}{7} \\ n_5 &= -\frac{7}{2} n_A = -350 \text{ r/min} \end{aligned} \quad (3)$$

将式(2)、(3)代入式(1),得

$$\frac{\frac{400}{3} - n_B}{-350 - n_B} = -5$$

解得

$$n_B = 269.4 \text{ r/min}$$

轴 B 与轴 A 的转向相反,如图 5.11 所示。

【例 5.12】 图 5.12 所示为一龙门刨床工作台的变速换向机构。J、K 为电磁制动器,它们可以分别刹住构件 A 和 3(3')。已知各齿轮的齿数,求当分别刹住 A 和 3(3') 时的传动比 i_{1B} 。

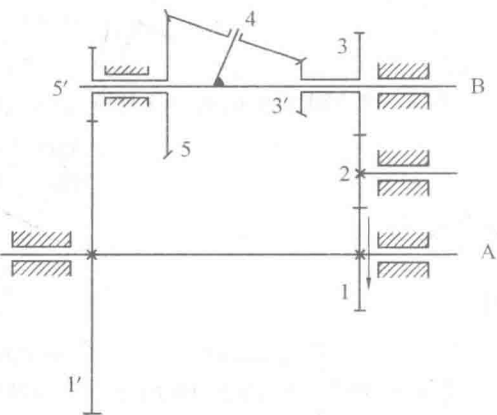


图 5.11

解题要点:

(1) 当制动器 J 刹住 A 时, 齿轮 5 固定。此时, 齿轮 1、2、3 组成定轴轮系; 齿轮 3'、4、5 及系杆 B 组成行星轮系。这两个轮系为串联, 整个轮系为串联式复合轮系。

(2) 当制动器 K 刹住 3(3') 时, 此时, 齿轮 1、2、3(3') 及系杆 A 组成行星轮系; 齿轮 3'、4、5 及系杆 B 组成行星轮系。这两个轮系为串联, 整个轮系为串联式复合周转轮系。

【解】 (1) 对于齿轮 1、2、3 组成的定轴轮系, 有

$$i_{13} = \frac{n_1}{n_3} = -\frac{z_3}{z_1} \quad (1)$$

对于齿轮 3'、4、5 及系杆 B 组成的行星轮系, 有

$$i_{3'B} = \frac{n_{3'}}{n_B} = \frac{n_3}{n_B} = 1 - i_{3'5}^B = 1 + \frac{z_5}{z_{3'}} \quad (2)$$

由式(1)、(2)得

$$i_{1B} = i_{13} \cdot i_{3'B} = -\frac{z_3}{z_1} \left(1 + \frac{z_5}{z_{3'}} \right)$$

(2) 对于齿轮 1、2、3 及系杆 A 组成的行星轮系, 有

$$i_{1A} = \frac{n_1}{n_A} = 1 - i_{13}^A = 1 + \frac{z_3}{z_1} \quad (3)$$

对于齿轮 3'、4、5 及系杆 B 组成的行星轮系, 有

$$i_{5B} = \frac{n_5}{n_B} = \frac{n_A}{n_B} = 1 - i_{53'}^B = 1 + \frac{z_{3'}}{z_5} \quad (4)$$

由式(3)、(4)得

$$i_{1B} = i_{1A} \cdot i_{5B} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1} \right) \left(1 + \frac{z_{3'}}{z_5} \right)$$

n_B 和 n_1 转向相同。

【例 5.13】 在图 5.13 所示轮系中, 已知齿轮 1 的转速为 $n_1 = 1\,500 \text{ r/min}$, 其回转方向如图中箭头所示。各齿轮的齿数为: $z_1 = 18, z_2 = 36, z_{2'} = 18, z_{3'} = z_{5'} = 78, z_{3''} = 22, z_5 = 66$ 。

(1) 如果组成此轮系的所有直齿圆柱齿轮均为模数相同的标准直齿圆柱齿轮, 求齿轮 3 的齿数 z_3 。

(2) 计算系杆 H 的转速, 并确定其回转方向。

解题要点:

此轮系由三部分组成。可视为齿轮 3(3')、6 和 5'(5) 组成定轴轮系封闭齿轮 1、2(2')、3(3') 及系杆 H 组成差动轮系, 再去封闭 3'(3'')、4、5(5') 及系杆 H 组成差动轮系得到了二次封闭复合轮系。

【解】 因为齿轮 1 和内齿轮 3 同轴线, 所以有

$$r_1 + r_2 = r_3 - r_{2'}$$

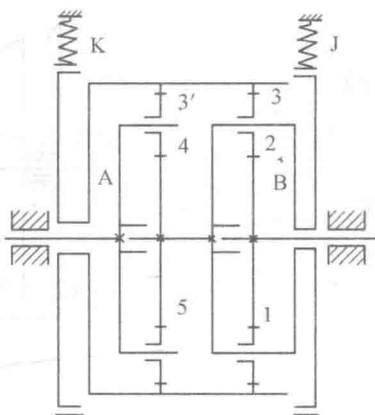


图 5.12

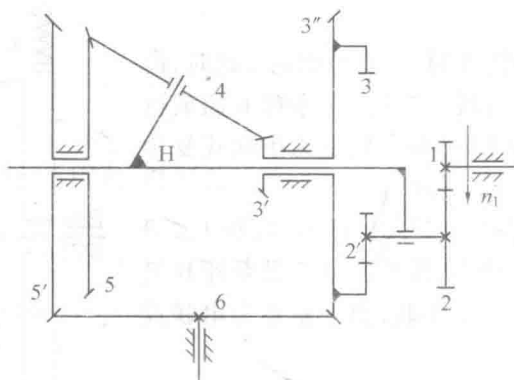


图 5.13

由于各齿轮模数相同,则有

$$z_3 = z_1 + z_2 + z_{2'} = 18 + 36 + 18 = 72$$

对于齿轮 1、2(2')、3(3')及系杆 H 组成的差动轮系,有

$$i_{13}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = -\frac{36 \times 72}{18 \times 18} = -8 \quad (1)$$

对于齿轮 3'(3'')、4、5(5')及系杆 H 组成的差动轮系,有

$$i_{3'5}^H = \frac{n_{3'} - n_H}{n_5 - n_H} = -\frac{z_5}{z_{3'}} = -\frac{66}{22} = -3 \quad (2)$$

(采用画箭头法判别 $i_{3'5}^H$ 的“+”“-”号)

对于齿轮 3(3')、6 和 5'(5)组成的定轴轮系,有

$$i_{35} = \frac{n_{3'}}{n_5} = \frac{n_3}{n_{5'}} = -\frac{z_{5'}}{z_3} = -\frac{78}{78} = -1 \quad (3)$$

将式(1)、(2)、(3)联立,求解

$$n_H = \frac{n_1}{25} = \frac{1500 \text{ r/min}}{25} = 60 \text{ r/min}$$

n_H 与 n_1 转向相同。

【例 5.14】 在图 5.14 所示的轮系中,已知各轮的齿数为: $z_1=20$, $z_2=30$, $z_3=z_4=12$, $z_5=36$, $z_6=18$, $z_7=68$ 。求该轮系的传动比 i_{1H} 。

解题要点:

这是一个双重周转轮系。1-2-6-7-H 为一行星轮系,而在该行星轮系的转化机构中,3-4-5-h 又构成了另一级行星轮系。双重周转轮系的传动比计算问题可以通过二次转化机构来解决。第一次是在行星轮系 1-2-6-7-H 中使系杆 H 固定形成转化机构,第二次是在行星轮系 3-4-5-h 中使系杆 h 固定形成转化机构。

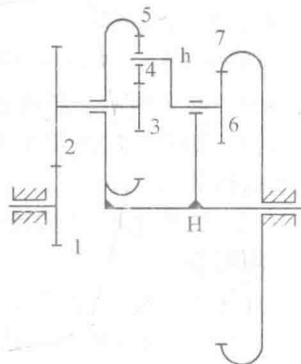


图 5.14

【解】 在固定系杆 H 所形成的转化机构中,中心轮 1、7

之间的传动比为

$$i_{17}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_7 - n_H} = -\frac{z_2 z_7}{z_1 z_6} \cdot i_{26}^H \quad (1)$$

注意到 $i_{26}^H = i_{3h}^H$, 因此可以通过固定 h 而形成的转化机构来求解

$$(i_{35}^h)^H = \frac{n_3^H - n_h^H}{n_5^H - n_h^H} = -\frac{z_5}{z_3} \quad (2)$$

注意到 $n_5^H = 0$, 则由式(2)可得

$$i_{3h}^H = \frac{n_3^H}{n_h^H} = 1 + \frac{z_5}{z_3}$$

将 $i_{26}^H = i_{3h}^H$ 代回式(1), 并注意到 $n_7 = 0$, 整理后得

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 1 + \frac{z_2 z_7}{z_1 z_6} \left(1 + \frac{z_5}{z_3} \right) = 1 + \frac{30 \times 68}{20 \times 18} \left(1 + \frac{36}{12} \right) = 23.67$$

传动比为正值, 说明齿轮 1 和系杆 H 转向相同。

【例 5.15】 如图 5.15 所示, 已知各齿轮均为标准齿轮, 且模数相同。其齿数为: $z_1 = 160, z_2 = 60, z_{2'} = 20, z_4 = 100, z_6 = 80, z_7 = 120$ 。

(1) 求齿轮 3 和 5 的齿数 z_3 和 z_5 。

(2) 如果齿轮 1 的转速 $n_1 = 1\,000 \text{ r/min}$, 转向如图 5.15 所示, 求齿轮 n_2, n_3, n_4, n_5 和 n_6 的转速, 并在图上标出方向。

解题要点:

此轮系是在系杆 4 上添加系杆 5 形成的双重复合轮系。故本题求解需进行二次转化。

【解】 (1) 求 z_3 和 z_5 。由于各齿轮均为标准齿轮, 故分别由齿轮 2' 与齿轮 4、齿轮 5 与齿轮 6 的同轴条件有

$$z_{2'} + 2z_3 = z_4 \quad z_6 + 2z_5 = z_7$$

解得

$$z_3 = \frac{1}{2}(z_4 - z_{2'}) = \frac{1}{2}(100 - 20) = 40$$

$$z_5 = \frac{1}{2}(z_7 - z_6) = \frac{1}{2}(120 - 80) = 20$$

(2) 求齿轮 n_2, n_3, n_4, n_5 和 n_6 的转速。先给整个轮系以 $-n_4$ 绕 OO 轴线回转, 此时系杆 4 相对固定, 则有:

对于齿轮 1、2 转化为定轴轮系

$$i_{12}^4 = \frac{n_1^4}{n_2^4} = \frac{n_1 - n_4}{n_2 - n_4} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{60}{160} = \frac{3}{8}$$

$$\text{故} \quad n_2 - n_4 = \frac{8}{3}(n_1 - n_4) \quad (1)$$

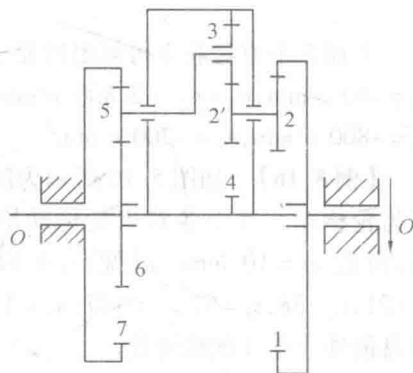


图 5.15

对于齿轮 $2'$ 、 3 、 4 及系杆 5 转化为行星轮系, 直接利用周转轮系的转化机构传动比公式或对其轮系二次转化(即给此行星轮系以 $-n_5$ 绕系杆 5 轴线回转), 有

$$(i_{2'4}^5)^4 = \frac{n_{2'}^4 - n_5^4}{n_4^4 - n_5^4} = \frac{(n_{2'} - n_4) - (n_5 - n_4)}{(n_4 - n_4) - (n_5 - n_4)} = -\frac{z_4}{z_{2'}} = -\frac{100}{20} = -5 \quad (2)$$

$$(i_{2'3}^5)^4 = \frac{n_{2'}^4 - n_5^4}{n_3^4 - n_5^4} = \frac{(n_{2'} - n_4) - (n_5 - n_4)}{(n_3 - n_4) - (n_5 - n_4)} = -\frac{z_3}{z_{2'}} = -\frac{40}{20} = -2 \quad (3)$$

对于齿轮 6 、 5 、 7 组成的定轴轮系, 且 $n_7 = 0$, 有

$$i_{57}^4 = \frac{n_5^4}{n_7^4} = \frac{n_5 - n_4}{n_7 - n_4} = \frac{z_7}{z_5} = \frac{120}{20} = 6$$

$$\text{故} \quad n_5 - n_4 = -6n_4 \quad (4)$$

$$i_{67}^4 = \frac{n_6^4}{n_7^4} = \frac{n_6 - n_4}{n_7 - n_4} = -\frac{z_7}{z_6} = -\frac{120}{80} = -\frac{3}{2}$$

$$n_6 = \frac{5}{2}n_4 \quad (5)$$

上述 5 个方程联立可解出所求解的 5 个未知量。由式(1)、(2)、(4)联立求解得, $n_4 = -80 \text{ r/min}$, $n_2 = n_{2'} = 2\ 800 \text{ r/min}$, $n_5 = 400 \text{ r/min}$ 。将 n_2 、 n_4 、 n_5 代入式(3)、(5)得 $n_3 = -800 \text{ r/min}$, $n_6 = -200 \text{ r/min}$ 。

【例 5.16】 如图 5.16 所示为隧道挖进机中的行星齿轮传动。其中各对齿轮传动均采用标准齿轮传动, 模数 $m = 10 \text{ mm}$ 。已知: $z_1 = 30$, $z_2 = 85$, $z_3 = 32$, $z_4 = 21$, $z_5 = 38$, $z_6 = 97$, $z_7 = 147$, $n_1 = 1\ 000 \text{ r/min}$ 。试求刀盘最外一点 A 的线速度。

解题要点:

此轮系在系杆上有添加系杆的双重行星轮系。给整个轮系以 $-n_6$ 绕 OO 轴线回转, 在轮系中每个构件 i 的角速度应当看成是相对于系杆 6 的角速度, 并表示成 ω_i^6 或 $\omega_i - \omega_6$, 而决不能写成 ω_i 。同时观察此时的轮系为何种轮系。

如果是复合轮系, 则必须把轮系区分成普通定轴轮系或普通周转轮系。

【解】 为了求点 A 的速度 v_A , 必须求出 n_6 、 n_3 及 n_5 。求解的关键是先给整个轮系以 $-n_6$ 绕 OO 轴线回转, 此时再观察轮系, 有:

(1) 齿轮 1 、 2 为定轴轮系, 有

$$i_{12}^6 = \frac{n_1^6}{n_2^6} = \frac{n_1 - n_6}{n_2 - n_6} = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{85}{30} = -\frac{17}{6} \quad (1)$$

(2) 齿轮 3 、 7 为定轴轮系, 且 $n_7 = 0$, 有

$$i_{37}^6 = \frac{n_3^6}{n_7^6} = \frac{n_3 - n_6}{n_7 - n_6} = \frac{z_7}{-n_6} = \frac{147}{32} \quad (2)$$

(3) 齿轮 4 、 5 、 6 及系杆 3 为行星轮系, 有

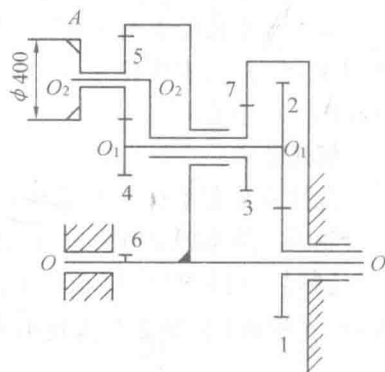


图 5.16

$$(i_{46}^3)^6 = \frac{n_4 - n_3}{n_6 - n_3} = \frac{(n_4 - n_6) - (n_3 - n_6)}{(n_6 - n_6) - (n_3 - n_6)} = -\frac{z_6}{z_4} = -\frac{97}{21} \quad (3)$$

$$(i_{56}^3)^6 = \frac{n_5 - n_3}{n_6 - n_3} = \frac{(n_5 - n_6) - (n_3 - n_6)}{(n_6 - n_6) - (n_3 - n_6)} = \frac{z_6}{z_5} = \frac{97}{38} \quad (4)$$

因 $n_2 = n_4, n_1 = 1\,000\text{ r/min}$, 把上述各式简化, 有

$$n_4 - n_6 = \frac{6}{17}(n_6 - 1\,000) \quad (5)$$

$$n_3 - n_6 = -\frac{147}{32}n_6 \quad (6)$$

$$\frac{(n_4 - n_3)}{(n_3 - n_6)} = \frac{97}{21} \quad (7)$$

$$\frac{(n_5 - n_3)}{(n_3 - n_6)} = -\frac{97}{38} \quad (8)$$

将式(5)、(6)、(7)联立求解得: $n_6 = 13.489\text{ r/min}$, $n_3 = -48.475\text{ r/min}$ 。将求得的结果代入式(8), 求得 $n_5 = 109.698\text{ r/min}$ 。

由各轮之间的运动关系知

$$v_A = v_{O_2} + v_{AO_2} = v_{O_1} + v_{O_2O_1} + v_{AO_2}$$

式中

$$v_{O_1} = \omega_6 a_{O_1O} = \frac{\pi n_6}{30 \times 1\,000} \times \frac{m}{2} (z_1 + z_2) = \frac{13.489\text{ r/min} \times \pi}{30\,000} \times \frac{10\text{ mm}}{2} \times (30 + 85) = 0.812\text{ m/s}$$

$$v_{O_2O_1} = \omega_3 a_{O_1O_2} = \frac{\pi n_3}{30 \times 1\,000} \times \frac{m}{2} (z_4 + z_5) = \frac{-48.475\text{ r/min} \times \pi}{30\,000} \times \frac{10\text{ mm}}{2} \times (21 + 38) = -1.498\text{ m/s}$$

$$v_{AO_2} = \omega_5 \times \frac{400\text{ mm}}{2} = \frac{\pi n_5}{30 \times 1\,000} \times 200\text{ mm} = \frac{109.698\text{ r/min} \times \pi}{30\,000} \times 200\text{ mm} = 2.298\text{ m/s}$$

故 $v_A = v_{O_1} + v_{O_2O_1} + v_{AO_2} = 0.812\text{ m/s} - 1.498\text{ m/s} + 2.298\text{ m/s} = 1.612\text{ m/s}$

5.4 思考题与习题

5.4.1 思考题

- (1) 在定轴轮系中, 如何来确定首、末两轮转向间的关系?
- (2) 何谓周转轮系的“转化机构”? 它在计算周转轮系传动比中起什么作用?
- (3) 在差动轮系中, 若已知两个基本构件的转向, 如何确定第三个基本构件的转向?
- (4) 周转轮系中两轮传动比的正负号与该周转轮系转化机构中两轮传动比的正负号相同吗?
- (5) 计算复合轮系传动比的基本思路是什么? 能否通过给整个轮系加上一个公共的

角速度 $-\omega_H$ 的方法来计算整个轮系的传动比?为什么?

(6) 如何从复杂的复合轮系中划分各个基本轮系?

(7) 定轴轮系有哪些功能?设计定轴轮系时应考虑哪几方面的问题?

(8) 周转轮系有哪些功能?设计周转轮系时应考虑哪几方面的问题?

(9) 什么样的轮系可以进行运动的合成和分解?

(10) 周转轮系中各轮齿数的确定需要满足哪些条件?

(11) 在周转轮系中, i_{AB}^H 和 i_{AB} 有何区别?它们的符号如何确定? ω_A^H 的大小和方向与 ω_A 的大小和方向有何区别?

5.4.2 习题

【题 5.1】 如图 5.17 所示轮系中,已知: $z_1 = z_7 = 20$, $z_2 = z_3 = z_8 = 30$, $z_4 = 16$, $z_6 = 60$, $z_5 = 2$, $n_1 = 1\,440\text{ r/min}$ 。试求 n_8 的大小和转向。

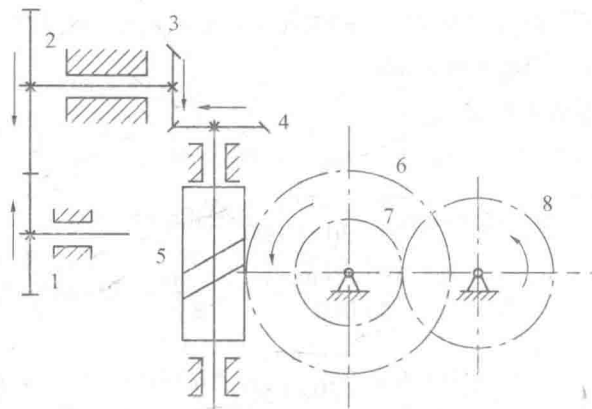


图 5.17

【题 5.2】 如图 5.18 所示的电动三爪卡盘传动轮系,已知各轮齿数为: $z_1 = 6$, $z_2 = 25$, $z_2' = 25$, $z_3 = 57$, $z_4 = 56$ 。试求传动比 i_{14} 。

【题 5.3】 如图 5.19 所示轮系中,已知各轮齿数为: $z_1 = 28$, $z_3 = 78$, $z_4 = 24$, $z_6 = 80$, $n_1 = 2\,000\text{ r/min}$ 。当分别将轮 3 或轮 6 刹住时,试求系杆 H 的转速 n_H 。

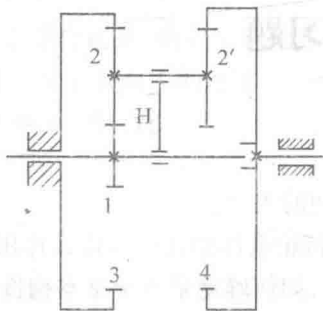


图 5.18

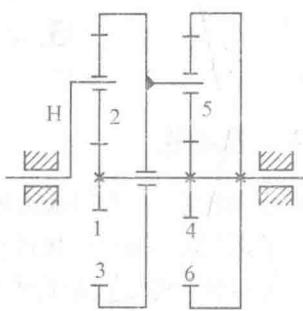


图 5.19

【题 5.4】 如图 5.20 所示轮系中, $z_5 = z_2 = 25$, $z_{2'} = 20$, 组成轮系的各齿轮模数相同。齿轮 1' 和 3' 轴线重合, 且齿数相同。求轮系传动比 i_{54} 。

【题 5.5】 如图 5.21 所示轮系, 已知: $z_1 = 24$, $z_2 = 24$, $z_3 = 72$, $z_4 = 89$, $z_5 = 95$, $z_6 = 24$, $z_7 = 30$ 。试求 A 轴和 B 轴之间的传动比 i_{AB} 的大小及转向?

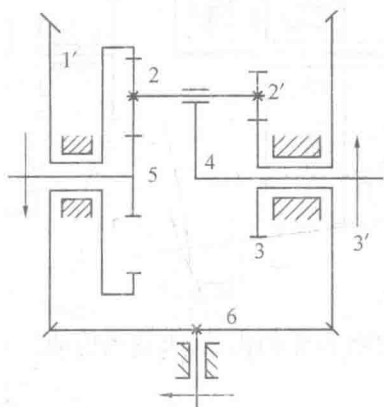


图 5.20

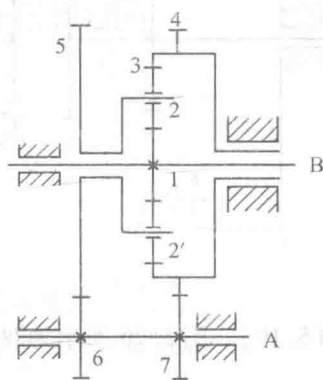


图 5.21

【题 5.6】 图 5.22 所示轮系中, 已知各轮齿数为: $z_1 = 20$, $z_2 = 56$, $z_{2'} = 35$, $z_3 = 35$, $z_4 = 76$ 。试求传动比 i_{AB} 。

【题 5.7】 图 5.23 所示封闭式复合轮系中, 已知各轮齿数, 试求此轮系的传动比 i_{43} 。

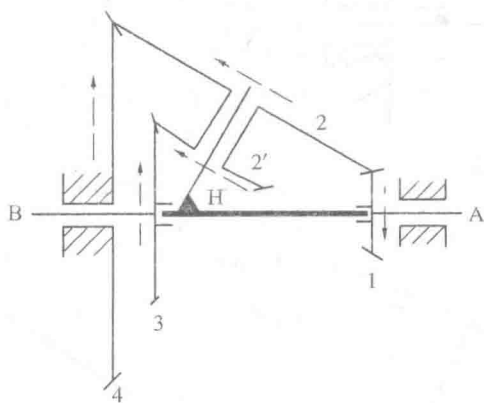


图 5.22

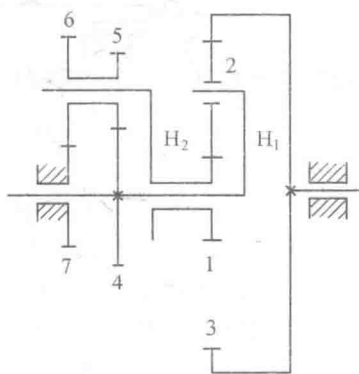


图 5.23

【题 5.8】 图 5.24 所示封闭式复合轮系中, 已知各轮齿数, 试求此轮系的传动比 i_{15} 。

【题 5.9】 图 5.25 所示复合轮系中, 已知各轮齿数为: $z_1 = 20$, $z_2 = 20$, $z_{2'} = 40$, $z_3 = 20$, $z_{3'} = 40$, $z_4 = 20$, $z_5 = 60$, $z_6 = 30$, $z_{6'} = 15$, $z_7 = 30$, $z_{7'} = 30$, $z_8 = 15$, $z_9 = 60$, 试求轮系的传动比 i_{1H} 。

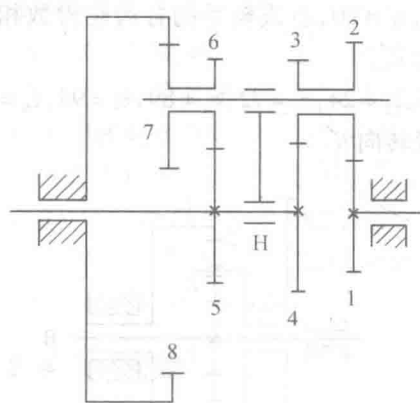


图 5.24

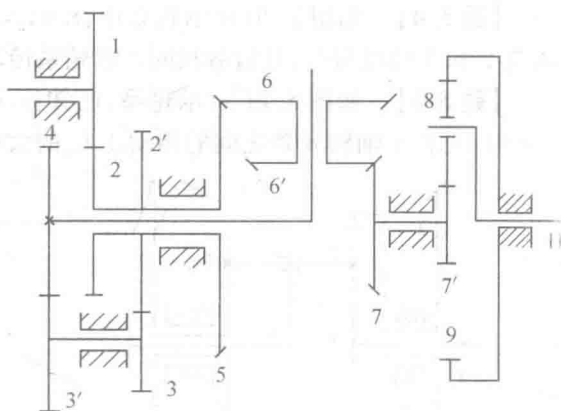


图 5.25

【题 5.10】 图 5.26 所示为双重行星轮系, 已知各齿轮的齿数, 求轮系传动比 i_{1H} 。

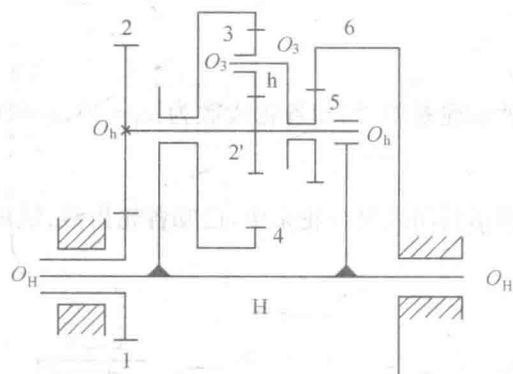


图 5.26

第6章 其他常用机构

6.1 基本要求

- (1) 掌握棘轮机构的工作原理、类型、特点和应用。
- (2) 掌握槽轮机构的组成、工作原理、类型和应用。
- (3) 掌握槽轮机构的运动系数、运动特性及槽轮机构几何尺寸的计算。
- (4) 掌握单万向联轴节的结构和运动特性;掌握双万向联轴节的结构和运动特性;万向联轴节的应用。
- (5) 了解不完全齿轮机构、螺旋机构、凸轮式间歇运动机构、非圆齿轮机构的工作原理及运动特点。

6.2 内容提要

6.2.1 本章重点

本章重点是棘轮机构、槽轮机构和万向铰链机构的组成、运动特点及其运动设计的要点。

1. 棘轮机构

齿式外啮合棘轮机构是由摇杆、棘爪、棘轮、止动爪和机架组成。可将主动摇杆连续往复摆动变换为从动棘轮的单向间歇转动。其棘轮轴的动程可以在较大范围内调节,且具有结构简单、加工方便、运动可靠等特点。但冲击、噪声大,且运动精度低。

了解其他形式的齿式棘轮机构和摩擦式棘轮机构的工作原理和运动特点。

(1) 棘轮转角的调节方法。常用棘轮转角的调节方法有:

- ① 改变摆杆摆角。
- ② 利用棘轮罩遮盖部分棘齿。

(2) 棘轮机构的设计要点。

① 棘轮齿数 z 和棘爪数目 j 的确定。棘轮齿数 z 由棘轮的最小转角 $\varphi_{\min}$ 来确定,即 $z \geq 2\pi/\varphi_{\min}$,最常用的棘爪数目 $j=1$,但当棘爪摆杆的摆角小于棘轮的齿距角 $360^\circ/z$ 时,必须采用多棘爪的棘轮机构,一般取 $j=1 \sim 3$ 。

② 棘轮的模数 m 和齿距 p 的确定:即 $m=d_a/z, p=\pi m$,其中 d_a 为棘轮的齿顶圆直径。

③ 棘轮齿面倾斜角 α 的确定:棘轮齿面倾斜角 α 为齿面与轮齿尖向径的夹角。为了使棘爪能顺利地进入棘轮齿间,则要求齿面总作用力 R 对棘爪轴心的力矩方向应迫使棘

爪进入棘轮齿底,即应满足条件: $\alpha > \varphi$,其中 φ 为摩擦角。

④ 棘轮齿形的选择:棘轮的齿形有双向作用的齿形和单向作用的齿形两种。双向作用的齿形一般都制成矩形,相应棘爪制成可翻转的或可提升并可转 180° 的。而单向作用的齿形通常都用锐角齿形,其齿形角一般根据铣刀角度决定。常用 60° 或 55° ,相应棘爪可制成钩头或直的。

2. 槽轮机构

槽轮机构是由主动拨盘、从动槽轮和机架组成。可将主动拨盘的连续转动变换为槽轮的间歇转动,并具有结构简单、尺寸小、机械效率高、能较平稳地间歇转位等特点。

(1) 槽轮机构的运动系数。在单销外槽轮机构中,当主动拨盘回转一周时,从动槽轮运动时间 t_d 与主动拨盘转一周的总时间 t 之比,称为槽轮机的运动系数,且用 k 表示,即

$$k = \frac{t_d}{t} = \frac{1}{2} - \frac{1}{z}$$

式中 z ——槽轮的槽数。

如果在拨盘1上均匀分布有 n 个圆销,则该槽轮机构的运动系数为

$$k = n \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{z} \right)$$

运动系数 k 必须大于零而小于1。

(2) 外槽轮机构的运动特性。主动拨盘以等速度 ω_1 转动。当主动拨盘处在 φ_1 位置角时,从动槽轮所处的位置角 φ_2 、角速度 ω_2 和角加速度 α_2 分别为

$$\varphi_2 = \arctan \left[\lambda \sin \varphi_1 / (1 + \lambda \cos \varphi_1) \right]$$

$$\omega_2 = \omega_1 \lambda (\cos \varphi_1 + \lambda) / (1 + 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2)$$

$$\alpha_2 = \omega_1^2 \lambda (\lambda^2 - 1) \sin \varphi_1 / (1 + 2\lambda \cos \varphi_1 + \lambda^2)^2$$

式中

$$\lambda = R/a = \sin(\pi/z)$$

当拨盘的角速度 ω_1 一定时,槽轮的角速度及角加速度的变化取决于槽轮的槽数 z ,且随槽数 z 的增多而减少。此外,圆销在啮入和啮出时,有柔性冲击,其冲击将随 z 减少而增大。

(3) 槽轮机构的设计要点。

① 槽轮槽数的选择。由式 $k = \frac{1}{2} - \frac{1}{z}$ 可知,槽轮槽数 z 越多, k 越大,即槽轮传动的时时间增加,停歇的时间缩短。因 $k > 0$,故槽数 $z \geq 3$,但当 $z > 12$ 时, k 值变化不大,故很少使用 $z > 12$ 的槽轮。因此,一般取 $z = 3 \sim 12$,而常用槽数为3、4、6、8。

一般情况下,槽轮停歇时间为机器的工作行程时间;槽轮传动的时时间则是空行程时间。为了提高生产率,要求机器的空行程时间尽量短,即 k 值要小,也就是槽数要少。由于 z 越少,槽轮机构运动和动力性能越差,故一般在设计槽轮机构时,应根据工作要求、受力情况、生产率等因素综合考虑,合理选择 k ,再来确定槽数 z ,一般多取 $z = 4$ 或6。

② 圆销数目的确定。单销外啮合槽轮机构的 k 值总是小于0.5,即槽轮的运动时间总是小于其停歇时间。如果要求 $k > 0.5$ 的间歇运动时,可以采用多销外啮合槽轮机构,其销数 n 应满足式

$$n < 2z(z-2)$$

当 $z=3$ 时, $n=1 \sim 5$; 当 $z=4, 5$ 时, $n=1 \sim 3$; 当 $z \geq 6$ 时, $n=1 \sim 2$ 。

至于槽轮机构的中心距 L 和圆销半径 r 应按受力情况和实际机械所允许的空间安装尺寸来确定。

3. 万向铰链机构

(1) 单万向铰链机构。单万向铰链机构由主动轴 1、从动轴 2、中间十字构件和机架组成。可用于轴夹角可变的两轴之间运动及动力的传递。

当两轴夹角为 α 时, 若主动轴 1 以等角速度 ω_1 回转, 则从动轴 2 的角速度 ω_2 将在一定范围内变化, 即

$$\omega_1 \cos \alpha \leq \omega_2 \leq \omega_1 / \cos \alpha$$

且变化幅度与两轴夹角 α 的大小有关。 α 越大, ω_2 的变化幅度越大, 故一般取 $\alpha \leq 30^\circ$ 。

(2) 双万向铰链机构。为了消除单万向铰链机构中从动轴变速转动的缺点, 常采用由两个单万向铰链机构形成的双万向铰链机构。为了实现主、从动轴的角速度恒相等, 其结构必须满足的条件为:

- ① 轴 1、3 和中间轴 2 必须位于同一平面内。
- ② 主动轴 1、从动轴 3 与中间轴 2 的轴线之间的夹角相等。
- ③ 中间轴两端的叉平面应位于同一平面内。

6.2.2 本章难点

本章的难点是单万向铰链机构的运动分析。也就是主动轴和从动轴角速度关系公式的推导。组合机构的工作原理和运动特点。

6.3 例题精选与答题技巧

【例 6.1】 某自动机床有上一棘轮机构, 棘爪往复摆动一次, 使棘轮转过 18° , 于是工件由一个工位转入另一个工位, 已知棘轮的模数 $m=8 \text{ mm}$, 试计算该棘轮机构的主要几何尺寸。

解题要点:

棘轮机构基本几何尺寸的计算。

【解】 (1) 齿数 z 。棘轮每次至少转过一个齿又必须转过 18° (一个工位), 故棘轮的最小齿数为

$$z_{\min} = \frac{360^\circ}{18^\circ} = 20$$

棘轮每次转过的角度应该等于每个齿所对中心角的整数倍, 即

$$18^\circ = \frac{360^\circ}{z} K \quad K=1, 2, 3, \dots$$

或

$$z = \frac{360^\circ}{18^\circ} K = 20 K$$

齿数 z 的选择除满足运动要求外,尚需考虑轮齿强度、转位精度、总体结构所允许的尺寸等因素。这里取 $K=2$, 故选棘轮的齿数为

$$z=20K=20\times 2=40$$

(2) 顶圆直径 d_a 。 $d_a=mz=8\text{ mm}\times 40=320\text{ mm}$ 。

(3) 周节 t (弧长)。 $t=\pi m$ 。

(4) 齿高 h 。取 $h=0.75m=0.75\times 8\text{ mm}=6\text{ mm}$ 。

(5) 齿顶弦长 a 。取 $a=m=8\text{ mm}$ 。

(6) 齿面倾斜角 φ 。取 $\varphi=15^\circ$ 。

(7) 齿根圆角半径 r_f 。取 $r_f=1.5\text{ mm}$ 。

(8) 轮齿宽度 b 。 $b=(1\sim 4)m$, 取 $b=16\text{ mm}$ 。

(9) 工作面边长 h_1 。取 $h_1=8\text{ mm}$ 。

(10) 非工作面边长 a_1 。取 $a_1=4\text{ mm}$ 。

(11) 爪尖圆角半径 r_1 。 $r_1=2\text{ mm}$ 。

(12) 齿形角 ψ_1 。 $\psi_1=60^\circ$ 。

(13) 棘爪长度 l 。 $l=2p=2\times 25.13\text{ mm}=50.26\text{ mm}$ 。

(14) 齿槽夹角 ψ 。选 $\psi=60^\circ$ 。

【例 6.2】 某装配自动线上有一工作台, 工作台要求有六个工位, 每个工位在工作台静止时间 $t_j=10\text{ s}$ 内完成装配工序。当采用外槽轮机构时, 试求:

(1) 该槽轮机构的运动系数 τ 。

(2) 装圆柱销的主动构件(拨盘)的转动角速度 ω 。

(3) 槽轮的转位时间 t_d 。

解题要点:

明确槽轮机构运动系数的定义和计算方法; 了解槽轮机构的运动过程。

【解】 因为工作台要求有六个工位, 所以槽轮的槽数为 6, 即 $z=6$ 。

(1) 槽轮机构的运动系数 τ 。设一个运动循环的时间为 t , 由槽轮机构运动系数的计算公式得

$$\tau=t_d/t=(t-t_j)/t=1/2-1/z=1/2-1/6=1/3$$

(2) 主动构件的转动角速度 ω 。由上式得

$$t_j=t(1-1/2+1/z)=(2\pi/\omega)(1/2+1/z)$$

$$\omega=(2\pi/t_j)(1/2+1/z)=(2\pi/10\text{ s})(1/2+1/6)=0.419\text{ rad/s}$$

(3) 槽轮转位时间

$$t_d=t-t_j=2\pi/\omega-t_j=2\pi/0.419\text{ rad/s}-10\text{ s}=5\text{ s}$$

【例 6.3】 在单万向铰链机构中, 主动轴 1 以 $n_1=1\,000\text{ r/min}$ 转动, 从动轴 3 做匀速运动, 其最低转速 $n_{3\min}=766\text{ r/min}$ 。试求:

(1) 主动轴与从动轴的夹角 α , 从动轴 3 的最高转速 $n_{3\max}$ 。

(2) 在轴 1 转动一转过程中, φ_1 角为何值时, 两轴转速相等。

(3) 从动轴的速度波动不均匀系数 δ 。

解题要点:

明确单万向铰链机构角速度之间的关系。

【解】 (1) 因为

$$n_3 = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1} n_1$$

当 $\varphi_1 = 90^\circ$, 即轴 1 的叉平面位于 1、3 两轴所在的垂直面内, n_3 最小, 有

$$n_{3\min} = n_1 \cos \alpha$$

则 $\alpha = \arccos(n_{3\min}/n_1) = \arccos(766 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}/1000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}) = 40^\circ$

当 $\varphi_1 = 0^\circ$ 时, 即轴 1 的叉平面位于 1、3 两轴所在平面内, n_3 最大, 有

$$n_{3\max} = n_1 / \cos \alpha = 1000 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1} / \cos 40^\circ = 1305.4 \text{ r/min}$$

(2) 当 $n_1 = n_3$ 时, 即

$$\frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1} = 1$$

解得

$$\cos^2 \varphi_1 = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \cos \alpha}$$

$$\varphi_1 = \arccos\left(\pm \sqrt{\frac{1}{1 + \cos \alpha}}\right) = \arccos\left(\pm \sqrt{\frac{1}{1 + \cos 40^\circ}}\right)$$

当 $\varphi_1 = 42.9414^\circ$ 、 137.0586° 、 222.9414° 、 317.0586° 时, 两轴转速相等。

(3) 从动轴的速度波动不均系数为

$$\delta = \frac{n_{3\max} - n_{3\min}}{n_{3m}} = \frac{n_1 / \cos \alpha - n_1 \cos \alpha}{n_1} = 1 / \cos 40^\circ - \cos 40^\circ = 0.5395$$

6.4 思考题与习题

6.4.1 思考题

- (1) 棘轮机构的有几种类型, 它们分别有什么特点, 适用于什么场合?
- (2) 棘轮机构的动程和动停比的调节方法有哪几种?
- (3) 内槽轮机构和外槽轮机构相比有何优点。
- (4) 槽轮机构的运动系数如何确定? 运动系数 τ 为什么大于零而小于 1?
- (5) 槽轮机构的槽数 z 和圆销数 n 的关系如何?
- (6) 单万向联轴节和双万向联轴节的结构、运动特性和应用场合有何异同?
- (7) 不完全齿轮机构和普通圆柱齿轮机构的啮合过程有何异同?

6.4.2 习题

【题 6.1】 设计一外啮合棘轮机构, 已知棘轮的模数 $m = 10 \text{ mm}$, 棘轮的最小转角 $\theta_{\min} = 12^\circ$, 试求:

- (1) 棘轮的 z 、 d_a 、 d_f 、 p 。
- (2) 棘爪的长度 L 。

【题 6.2】 某自动机床工作台要求有六个工位, 转台停歇时进行工艺动作, 其中最

的工作时间为 30 s,拟采用外槽轮机构实现转位动作,试求:

(1) 试确定该槽轮机构的类型、槽数和圆销数。

(2) 槽轮机构的运动系数 τ 。

(3) 主动拨盘的转速 n_1 。

【题 6.3】 在单万向节中,已知主动轴 1 为等角速度回转,当两轴夹角 $\alpha=35^\circ$,且瞬时传动比为 1.16 时,试求两轴转角 φ_1 、 φ_2 。

第7章 机械的运转及其速度波动的调节

7.1 基本要求

(1) 掌握机械的运转有哪三个阶段? 机械系统的功、能量和原动件运动速度的特点。掌握确定作用在机械上的驱动力和生产阻力。了解作用在机械上的外力和某些运动参数之间的关系。

(2) 掌握建立单自由度机械系统的等效力学模型的基本思路及建立运动方程式的方法。掌握确定机械系统的等效质量、等效转动惯量、等效力、等效力矩的方法。

(3) 掌握当等效力矩和等效转动惯量均是机构位置函数时, 求解机械系统的真实运动规律。

(4) 掌握机械的周期性速度波动的原因及飞轮调节周期性速度波动的基本原理。

(5) 掌握机械周期性速度波动的平均角速度、速度不均匀系数和最大盈亏功的基本概念, 掌握计算最大盈亏功的方法。

(6) 掌握飞轮的转动惯量的计算方法及飞轮的几何尺寸的确定。

(7) 了解机械的非周期性速度波动的调节。

7.2 内容提要

7.2.1 本章重点

本章的重点是: 机械系统等效动力学模型的建立及其求解; 机械运动速度波动及其调节方法。

1. 机械运转过程及其特征

一般机械运转过程都要经历启动、稳定运动、停车三个阶段。在启动阶段, 驱动功大于阻抗功, 机械的速度逐渐增加; 机械的工作过程一般在稳定运转阶段, 在该阶段, 原动件的平均角速度保持稳定, 但因每个瞬时的驱动功与阻抗功不相等, 机械的速度会发生波动。在一个运动周期的始末, 机械的速度却是相等的, 其角速度在平均角速度上下波动。在停车阶段, 一般已撤去驱动力, 机械系统在阻抗力作用下, 速度逐渐降低, 最后停止。

2. 机械系统动力学模型的建立及求解

(1) 机械系统等效动力学模型。为了简化机械系统的求解过程, 取一个转动构件或移动构件, 假想它具有等效转动惯量或等效质量, 其上作用有等效力矩或等效力, 这个构件称为等效构件。对于单自由度机械系统, 以等效构件建立的动力学模型称为等效动力

学模型。等效原则是等效构件所具有的动能等于原机械系统的动能,其上作用的力或力矩的瞬时功率等于作用在原机械系统上的所有外力(力矩)在同一瞬时功率的代数和。该等效构件的转动惯量(质量)称为等效转动惯量(等效质量);作用在此等效构件上的力矩(力)称为等效力矩(等效力)。

如果取转动构件为等效构件,等效转动惯量按下式计算

$$J = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{v_{ci}}{\omega} \right)^2 + \sum_{i=1}^n J_{ci} \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right)^2 \quad (7.1)$$

等效力矩按下式计算

$$M = \sum_{i=1}^n P_i \cos \alpha_i \left(\frac{v_{ci}}{\omega} \right) + \sum_{i=1}^n \left[\pm M_i \left(\frac{\omega_i}{\omega} \right) \right] \quad (7.2)$$

如果取移动构件为等效构件,等效质量按下式计算

$$m = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{v_{ci}}{v} \right)^2 + \sum_{i=1}^n J_{ci} \left(\frac{\omega_i}{v} \right)^2 \quad (7.3)$$

等效力按下式计算

$$M = \sum_{i=1}^n P_i \cos \alpha_i \left(\frac{v_{ci}}{v} \right) + \sum_{i=1}^n \left[\pm M_i \left(\frac{\omega_i}{v} \right) \right] \quad (7.4)$$

(2) 机械运动方程式的求解。建立等效动力学模型后,机械系统的运动方程式简化为

$$d(J_e \omega^2 / 2) = M_e \omega dt = M_e d\varphi \quad (7.5)$$

对上式进行推演,可得力矩形式的机械运动方程式

$$J_e \frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2} \frac{dJ_e}{d\varphi} = M_e \quad (7.6)$$

动能形式的机械运动方程式

$$\frac{1}{2} J_e \omega^2 - \frac{1}{2} J_{e0} \omega_0^2 = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_e d\varphi \quad (7.7)$$

对于不同的机械系统,等效转动惯量是机构位置的函数(或常数),而等效力矩可能是位置、速度或时间的函数。求解时,可视具体情况,利用式(7.5)、(7.6)或式(7.7)来进行求解。

若等效力矩 M_e = 常数,等效转动惯量 J_e = 常数,则由式(7.6)得

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = M_e / J_e \quad (7.8)$$

如果已知初始条件为当 $t = t_0$ 时, $\varphi = \varphi_0$, $\omega = \omega_0$, 则得

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \quad (7.9)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2 \quad (7.10)$$

3. 机械运转的速度波动及其调节方法

(1) 机械运转的速度波动的原因。作用在机械上的驱动力(力矩)和阻抗力(力矩)通常是变化的,在某一瞬时,其所做的驱动功与阻抗功一般是不相等的,即出现盈功或亏功,从而使机械的速度增加或减小,产生速度的波动。

若等效力矩 M_{ed} 、 M_{er} 的变化是周期性的,在 M_{ed} 、 M_{er} 和等效转动惯量 J_e 变化的公共周期内,驱动功等于阻抗功,机械动能增量为零,则等效构件的角速度在公共周期的始末是相等的,机械运转的速度波动将呈现周期性。

若等效力矩 M_{ed} 、 M_{er} 的变化是非周期性的,则机械运转的速度波动将呈现非周期性。

(2) 机械运动速度波动的调节。对于周期性速度波动,在等效力矩一定的情况下,加大等效构件的转动惯量,将会使等效构件的角加速度 ε 减小,可以使机构的运转趋于均匀。因此,对于周期性速度波动,可以通过安装具有很大转动惯量的回转构件——飞轮来调节。

对于非周期性速度波动,其调节就是设法使驱动力矩 M_{ed} 和阻力矩 M_{er} 恢复平衡关系。对于选用电动机作为原动机的机械,其本身有自调性,即本身就可以使驱动力矩和工作阻力矩协调一致,能自动地重新建立能量平衡关系。而对于蒸汽机、内燃机等为原动机的机械,其调节非周期性速度波动的方法是安装调速器来实现。

(3) 飞轮转动惯量的计算。机械周期性速度波动的程度可用机械运转速度不均匀系数 δ 来表示,其定义为,角速度波动的幅度 $\omega_{\max} - \omega_{\min}$ 与平均角速度 ω_m 之比,即: $\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_m$, 其中 ω_m 为平均角速度,且 $\omega_m = (\omega_{\max} + \omega_{\min}) / 2$ 。

设计时,应使 δ 小于其允许值,即 $\delta \leq [\delta]$ 。为此所需的飞轮转动惯量为

$$J_F \geq \Delta W_{\max} / \omega_m^2 [\delta] - J_e \quad (7.11)$$

若 J_e 远小于 J_F , J_e 可忽略不计,则有

$$J_F \geq \Delta W_{\max} / \omega_m^2 [\delta] = 900 \Delta W_{\max} / (\pi^2 n^2 [\delta]) \quad (7.12)$$

式中 $\Delta W_{\max}$ ——最大盈亏功, $\Delta W_{\max} = E_{\max} - E_{\min}$;

n ——额定转速(r/min)。

7.2.2 本章难点

(1) 等效转动惯量、等效力矩、等效质量和等效力矩的概念及求解方法。

(2) 最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 的概念和求解方法。最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 是指机械系统在一个运动循环中动能变化的最大差值,其大小不一定等于系统盈功或亏功的最大值,应根据能量指示图来确定。

7.3 例题精选与答题技巧

【例 7.1】 如图 7.1 所示为曲柄滑块机构组成的振动机构。滑块的质量为 2 kg, $AB=0.3$ m, $BC=0.9$ m, $e=0.15$ m。若以曲柄为等效构件,试求载荷 Q 的等效力矩。

解题要点:

机构运动分析及等效力矩的求法。

【解】 设曲柄为 $r=AB=0.3$ m, 连杆为 $L=BC=0.9$ m, 曲柄的转角为 φ , 偏距 $e=0.15$ m, 滑块的载荷 $Q=mg=2$ kg $\times 10$ N/kg=20 N。

由图 7.1 可以写出滑块 C 的位移方程式

$$s = r \cos \varphi + \sqrt{L^2 - e^2 - r^2 \sin^2 \varphi} - 2ersin \varphi$$

将上式对时间求导一次,可得滑块 C 的速度方程式为

$$v = \frac{ds}{dt} = -r\omega_1 \left[\sin \varphi + \frac{r \sin 2\varphi + 2e \cos \varphi}{2\sqrt{L^2 - e^2 - r^2 \sin^2 \varphi - 2ersin \varphi}} \right]$$

因而
$$\frac{v}{\omega_1} = -r \left[\sin \varphi + \frac{r \sin 2\varphi + 2e \cos \varphi}{2\sqrt{L^2 - e^2 - r^2 \sin^2 \varphi - 2ersin \varphi}} \right]$$

所以作用于等效构件上的等效力矩为

$$M_e = Q \frac{v}{\omega_1} = -Qr \left[\sin \varphi + \frac{r \sin 2\varphi + 2e \cos \varphi}{2\sqrt{L^2 - e^2 - r^2 \sin^2 \varphi - 2ersin \varphi}} \right]$$

将载荷 Q 、曲柄长 r 、连杆长 L 及偏距 e 的具体数值代入上式,则等效力矩为

$$M_e = -6 \left[\sin \varphi + \frac{r \sin 2\varphi + 2 \cos \varphi}{2\sqrt{8.75 - \sin^2 \varphi - \sin \varphi}} \right]$$

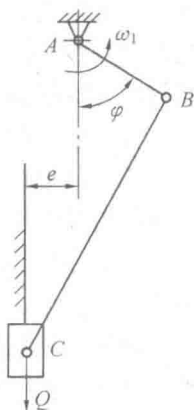


图 7.1

【例 7.2】如图 7.2 所示的六杆机构中,已知滑块 5 的质量 $m = 20 \text{ kg}$, $L_{AB} = L_{DE} = 100 \text{ mm}$, $L_{BC} = L_{CD} = L_{EF} = 200 \text{ mm}$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 90^\circ$, 作用在滑块 5 上的力 $P = 500 \text{ N}$ 。当曲柄 AB 为等效构件时,求轮系在图示位置时的等效转动惯量和力 P 的等效力矩。

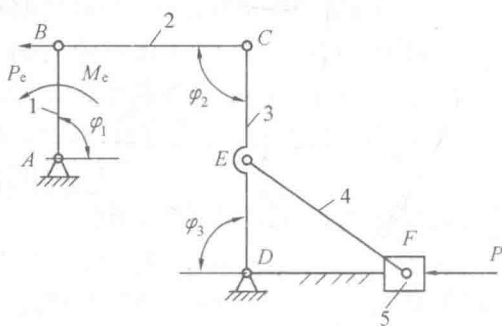


图 7.2

解题要点:

熟悉等效构件的等效动力学模型及等效原则。即等效构件所具有的动能等于原机械系统的动能,其上作用的力或力矩的瞬时功率等于作用在原机械系统上的所有外力或力矩在同一瞬时功率的代数和。

【解】由速度分析可知

$$v_F = v_E, \quad v_B = v_C = v_E \frac{L_{CD}}{L_{DE}} = 2v_E = 2v_F$$

设 P 等效到点 B 的等效力为 P_e , 进行力的转化时,瞬时功率应保持不变,即

$$P_e v_B = P v_F$$

$$P_e = P \frac{v_F}{v_B} = \frac{P}{2} = \frac{500 \text{ N}}{2} = 250 \text{ N}$$

滑块质量 m 等效到曲柄 AB 上的等效质量为 m_e , 因转化时应保持动能不变,即

$$\frac{1}{2} m_e v_B^2 = \frac{1}{2} m v_F^2$$

$$m_e = m \left(\frac{v_F}{v_B} \right)^2 = \frac{m}{4} = \frac{20 \text{ kg}}{4} = 5 \text{ kg}$$

于是,滑块质量 m 等效到曲柄 AB 上的等效转动惯量 J_e 为

$$J_e = m_e L_{AB}^2 = 5 \text{ kg} \times (0.1 \text{ m})^2 = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

【例 7.3】 如图 7.3 所示的轮系中,已知各轮齿数 $z_1 = z_{2'} = 20$ 、 $z_2 = z_3 = 40$,作用在轴 O_3 上的阻力矩 $M_3 = 40 \text{ N} \cdot \text{m}$, $J_1 = J_{2'} = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_2 = J_3 = 0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。当取齿轮 1 为等效构件时,试求轮系的等效转动惯量和阻力矩 M_3 的等效力矩。

解题要点:

等效转动惯量和等效力矩的概念和求解方法。

【解】 设齿轮 1、2(2') 的角速度分别为 ω_1 、 ω_2 、 ω_3 ,该轮系等效到齿轮 1 的等效转动惯量为 J_e ,即

$$\frac{1}{2} J_e \omega_1^2 = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} (J_2 + J_{2'}) \omega_2^2 + \frac{1}{2} J_3 \omega_3^2$$

$$\text{于是} \quad J_e = J_1 + (J_2 + J_{2'}) \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + J_3 \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 =$$

$$J_1 + (J_2 + J_{2'}) \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 + J_3 \left(\frac{z_1 z_{2'}}{z_2 z_3} \right)^2 =$$

$$0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + (0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) \times \frac{1}{4} + 0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \times \frac{1}{16} =$$

$$0.025 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

设阻力矩 M_3 等效到齿轮 1 轴上的等效力矩为 M_e ,即

$$M_e \omega_1 = M_3 \omega_3$$

$$\text{于是} \quad M_e = M_3 \frac{\omega_3}{\omega_1} = M_3 \frac{z_1 z_{2'}}{z_2 z_3} = 40 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{1}{4} = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$$

M_e 的方向应与齿轮 1 的转动方向相反。

【例 7.4】 如图 7.4 所示的行星轮系中,已知各轮的齿数为 $z_1 = z_2 = 20$ 、 $z_3 = 60$,各构件的质心均在其相对回转轴线上,转动惯量为 $J_1 = J_2 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_H = 0.16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,行星轮 2 的质量 $m_2 = 2 \text{ kg}$,模数 $m = 10 \text{ mm}$,作用在行星架 H 上的力矩 $M_H = 40 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

试求构件 1 为等效构件时的等效力矩 M_e 和等效转动惯量 J_e 。

解题要点:

等效转动惯量和等效力矩的概念和求解方法;行星轮系传动比的计算。

【解】 (1) 求等效力矩。根据功率等效的原则,有

$$M_e = M_H \frac{\omega_H}{\omega_1} \quad (1)$$

问题归结为求速比 $\frac{\omega_H}{\omega_1}$ 。在该行星轮系中, $\omega_3 = 0$, 则其转化机构的传动比为

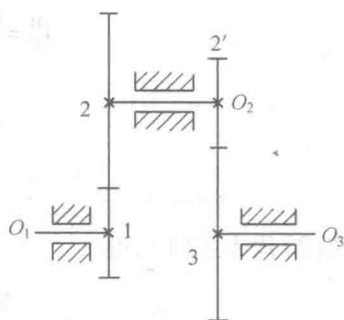


图 7.3

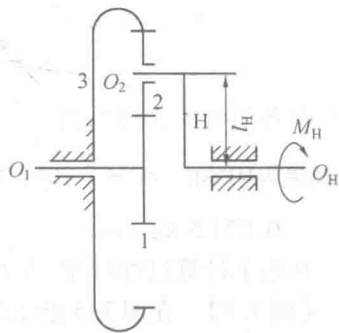


图 7.4

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_H} = -\frac{z_3}{z_1} = -\frac{60}{20} = -3$$

则

$$\frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + 3 = 4$$

即

$$\frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{1}{4} \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),得

$$M_e = 40 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{1}{4} = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$$

求得 M_e 为正值,表明其方向与 M_H 相同。

(2) 求等效转动惯量 J_e 。在轮系中,轮 1 与系杆 H 为定轴转动构件,而齿轮 2 为平面运动构件。因而在求 J_e 的计算公式中,轮 2 的动能应包括两部分:轮 2 绕自身轴线做相对转动所具有的动能以及质心绕 O_H 轴转动所具有的动能,故得

$$J_e = J_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega_1} \right)^2 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_2 \left(\frac{v_{O_2}}{\omega_1} \right)^2 + J_H \left(\frac{\omega_H}{\omega_1} \right)^2 =$$

$$J_1 + (m_2 l_H^2 + J_H) \left(\frac{\omega_H}{\omega_1} \right)^2 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \quad (3)$$

式中 $\frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{1}{4}$ 已经求出。又因

$$i_{23}^H = \frac{\omega_2 - \omega_H}{0 - \omega_H} = 1 - \frac{\omega_2}{\omega_H} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{60}{20} = 3$$

故 $\frac{\omega_2}{\omega_H} = -2$, 因此

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\omega_2 \omega_H}{\omega_H \omega_1} = -2 \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{2}$$

又

$$l_H = \frac{z_1 + z_2}{2} m = \frac{20 + 20}{2} \times 10 \text{ mm} = 200 \text{ mm}$$

将以上各值代入式(3),得

$$J_e = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + (2 \text{ kg} \times (0.2 \text{ m})^2 + 0.16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2) \times \left(\frac{1}{4} \right)^2 + 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \times \left(-\frac{1}{2} \right)^2 =$$

$$0.0275 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

从以上计算过程可知,由于该机构的传动比不变,故 M_e 和 J_e 均为常数。

【例 7.5】 在图 7.5 所示的轮系中,已知加于轮 1 和轮 3 上的力矩 $M_1 = 80 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $M_3 = 100 \text{ N} \cdot \text{m}$,各轮的转动惯量 $J_1 = 0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_2 = 0.225 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_3 = 0.4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,各轮的齿数 $z_1 = 20$ 、 $z_2 = 30$ 、 $z_3 = 40$,以及在开始的瞬时轮 1 的角速度等于零。试求在运动开始后经过 0.5 s 时轮 1 的角加速度 ε_1 和角速度 ω_1 。

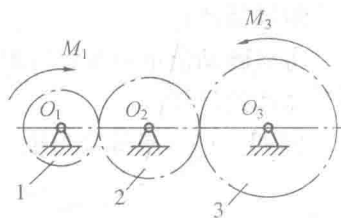


图 7.5

解题要点:

等效转动惯量和等效力矩的概念和求法;当等效转动惯量和等效力矩均为常数时,力

矩形式的机械运动方程式。

【解】 取轮1为等效构件,则其等效转动惯量为

$$J_e = J_1 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + J_3 \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 = J_1 + J_2 \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 + J_3 \left(\frac{z_1}{z_3} \right)^2 =$$

$$0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.225 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \times \left(\frac{20}{30} \right)^2 + 0.4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \times \left(\frac{20}{40} \right)^2 = 0.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

而其等效力矩为

$$M_e = M_1 - M_3 \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right) = M_1 - M_3 \left(\frac{z_1}{z_3} \right) = 80 \text{ N} \cdot \text{m} - 100 \text{ N} \cdot \text{m} \frac{20}{40} = 30 \text{ N} \cdot \text{m}$$

由力矩形式的机械运动方程式

$$J_e \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{\omega_1^2}{2} \frac{dJ_e}{d\varphi} = M_e$$

当等效转动惯量 J_e 和等效力矩 M_e 为常数时

$$M_e = J_e \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_1 = M_e / J_e = \frac{30 \text{ N} \cdot \text{m}}{0.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} = 100 \text{ rad/s}^2$$

$$\omega_1 = \omega_0 + \varepsilon_1 t = 100 \text{ rad/s} \times 0.5 = 50 \text{ rad/s}$$

【例7.6】 某机械做稳定运转时,它的一个循环对应于A轴一转,切向的阻力 P_r 变化如图7.6(a)所示,切向驱动力 P_d 在稳定运转的整个循环中为常数,点B的平均线速度 $v_B = 2.5 \text{ m/s}$,曲柄长度 $L_{AB} = 100 \text{ mm}$ 。求当运转的不均匀系数 $\delta \leq 0.05$ 时所需装在A轴上的飞轮转动惯量 J_F ;又飞轮的平均直径 $D = 500 \text{ mm}$,问装在A轴上的飞轮的质量 Q_F 。

解题要点:

最大盈亏功及飞轮转动惯量的求解方法。

【解】 由题知,机器稳定运转的一个循环对应于A轴的一转

$$2X = 2\pi L_{AB}$$

$$X = \pi L_{AB} = 3.14 \times 0.1 \text{ m} = 0.314 \text{ m}$$

式中 $2X$ ——圆周长度。

(1) 求驱动力 P_d 。如图7.6(b)所示,因在机器稳定运转的一个运动循环内,等效驱动力所做的功应等于等效阻力矩所做的功,即

$$W_d = W_r$$

$$W_d = W_r = \left(\frac{X}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{X}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{X}{2} \right) \times 10\,000 =$$

$$10\,000 \times X = 10\,000 \text{ N} \times 0.314 \text{ m} = 3\,140 \text{ N} \cdot \text{m}$$

又

$$W_d = 2XP_d$$

$$P_d = \frac{W_d}{2X} = \frac{W_r}{2X} = \frac{3\,140 \text{ N} \cdot \text{m}}{2 \times 0.314 \text{ m}} = 5\,000 \text{ N}$$

(2) 求最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$

$$\Delta W_{F1} = \frac{1}{2} \times \frac{X}{4} \times 5\,000 \text{ N} = 196.25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

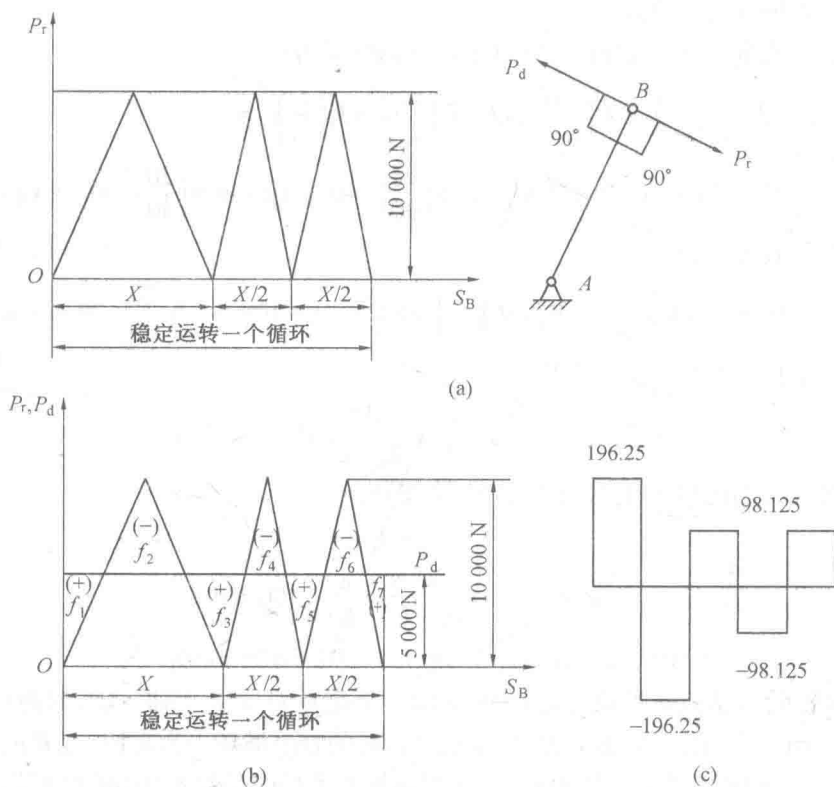


图 7.6

$$\Delta W_{f_2} = -\frac{1}{2} \times \frac{X}{2} \times 5\,000 \text{ N} = -392.5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta W_{f_3} = \frac{1}{2} \times \frac{3X}{8} \times 5\,000 \text{ N} = 294.375 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta W_{f_4} = \Delta W_{f_4} = -\frac{1}{2} \times \frac{X}{4} \times 5\,000 \text{ N} = -196.25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta W_{f_5} = \frac{1}{2} \times \frac{X}{4} \times 5\,000 \text{ N} = 196.25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta W_{f_7} = \frac{1}{2} \times \frac{X}{8} \times 5\,000 \text{ N} = 98.125 \text{ N} \cdot \text{m}$$

由图 7.6(c) 分析最大盈亏功为

$$\Delta W_{\max} = 2\Delta W_{f_1} = 392.5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(3) 求飞轮的转动惯量 J_F

$$J_F = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 \delta} = \frac{\Delta W_{\max}}{\left(\frac{v_B}{L_{AB}}\right)^2 \delta} = \frac{392.5 \text{ N} \cdot \text{m}}{\left(\frac{2.5 \text{ m/s}}{0.1 \text{ m}}\right)^2 \times 0.05} = 12.56 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

(4) 求飞轮载荷 Q_F

$$Q_F = \frac{4gJ_F}{D^2} = \frac{4 \times 9.8 \text{ N/kg} \times 12.56 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{(0.5 \text{ m})^2} = 1\,969 \text{ N}$$

【例 7.7】 图 7.7(a) 所示为机械稳定运转一个循环, 主轴 A 对应转一转, 曲柄销切向阻力的变化曲线 P_r-S_B , 而切向驱动力 (包括惯性力) P_d 为常数, 主轴平均角速度 $\omega_m = 25 \text{ rad/s}$, 不均匀系数 $\delta \leq 0.02$, 曲柄长度 $L_{AB} = 0.5 \text{ m}$, 求装在主轴上的飞轮矩, 又若飞轮装在辅助轴上, 辅助轴转速为主轴转速的 2 倍, 则飞轮矩该为多少?

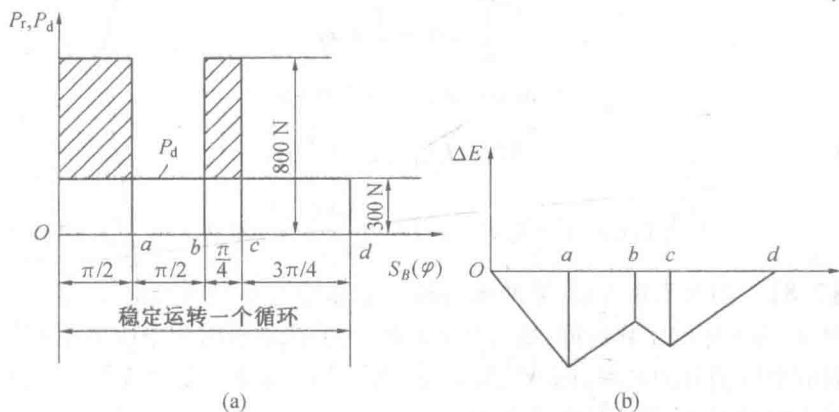


图 7.7

解题要点:

最大盈亏功及飞轮转动惯量的求解方法。

【解】 由题意知, 机器稳定运转一个循环对应于主轴 A 转一转。

(1) 求驱动力 P_d 。因在一个循环中驱动力所做的功等于阻抗力所做的功, 即

$$W_d = W_r$$

因此

$$P_d 2\pi L_{AB} = P_r \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) L_{AB}$$

$$P_d = \frac{3}{8} P_r = \frac{3}{8} \times 800 \text{ N} = 300 \text{ N}$$

(2) 求最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。

$$\Delta E_{Oa} = -500 \text{ N} \times \frac{\pi}{2} \times L_{AB} = -500 \text{ N} \times \frac{\pi}{2} \times 0.5 \text{ m} = -125\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta E_{Ob} = \Delta E_{Oa} + 300 \text{ N} \times \frac{\pi}{2} \times L_{AB} = -125\pi \text{ N} \cdot \text{m} + 300 \text{ N} \times \frac{\pi}{2} \times 0.5 \text{ m} = -50\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta E_{Oc} = \Delta E_{Ob} + \left(-500 \text{ N} \times \frac{\pi}{4} \times L_{AB} \right) = -112.5\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta E_{Od} = \Delta E_{Ob} + 300 \text{ N} \times \frac{3\pi}{4} \times L_{AB} = 0$$

所以

$$\Delta W_{\max} = \Delta E_{\max} - \Delta E_{\min} = 0 - \Delta E_{Oa} = 125\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

(3) 求装在主轴 A 上的飞轮矩 $Q_F D^2$ 。

因

$$Q_F D^2 = 4gJ_F$$

又

$$J_F = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 \delta}$$

故

$$Q_1 D^2 = 4g \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 \delta} = 4 \times 9.8 \text{ N/kg} \times 125\pi \text{ N} \cdot \text{m} / ((25 \text{ rad/s})^2 \times 0.02 \text{ N} \cdot \text{m}) = 1231.5 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

(4) 求装在辅助轴上的飞轮矩 $(Q_1 D^2)'$ 。

$$\text{因} \quad \frac{1}{2} J_F \omega_m^2 = \frac{1}{2} J'_F \omega'_m{}^2$$

又因

$$\omega'_m = 2\omega_m \quad \omega'^2_m = 4\omega_m^2$$

代入,得

$$4J'_F = J_F \quad J'_F = \frac{1}{4} J_F$$

$$(Q_F D^2)' = 4gJ'_F = gJ_F = \frac{g\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 \delta} = 308 \text{ N} \cdot \text{m}^2$$

【例 7.8】如图 7.8 所示,某冲床运转一个循环的总时间为 $t_1 + t_2$, 其中 t_1 为冲床的空转时间, t_2 为冲床的工作时间, 而 $t_1/t_2 = 3$; N_1 为冲床空转时间中所消耗的功率, N_2 为冲床工作时间中所消耗的功率, 而 $N_2/N_1 = 6$; δ 为不均匀系数。试求该冲床的马达功率 N 、冲孔时所需的功率 N_2 和飞轮的载荷 Q 。

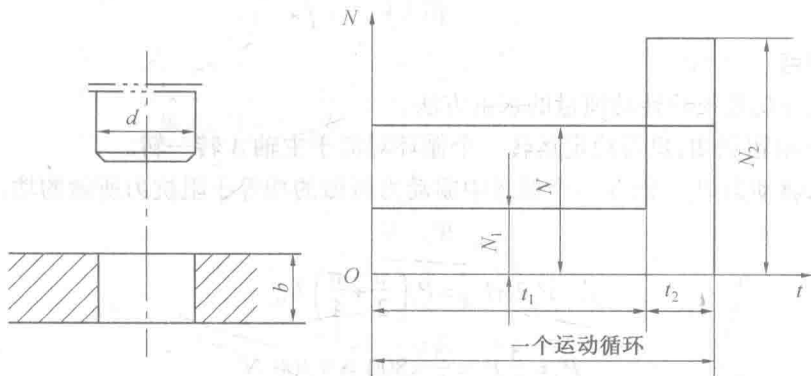


图 7.8

解题要点:

飞轮调节周期性速度波动的原理。

【解】(1) 求马达的功率 N 。

① 在空转时间(即不冲压零件时)内,马达所供给的功率除了维持空转时所消耗的功率 N_1 外,就是增加飞轮的转速,这是飞轮积蓄动能,即

$$75Nt_1 = 75N_1t_1 + \frac{1}{2} J_F (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)$$

或

$$\frac{1}{2} J_F (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = 75t_1 (N - N_1)$$

$$75t_1 (N - N_1) = \text{盈功}$$

② 在工作时间(即冲压零件时)内,工作所需的功率 N_2 大于马达所供给的功率,因此飞轮的转速降低,把原来所积蓄的动能释放出来,即

$$75N_2t_2 = 75Nt_2 + \frac{1}{2}J_F(\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)$$

或

$$\frac{1}{2}J_F(\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = 75t_2(N_2 - N)$$

$$75t_2(N_2 - N) = \text{亏功}$$

③ 因在一个工作循环内,盈功等于亏功,即

$$75t_2(N - N_1) = 75t_2(N_2 - N)$$

故

$$N = \frac{N_1t_1 + N_2t_2}{t_1 + t_2}$$

将 $\frac{t_1}{t_2} = 3$ 、 $\frac{N_2}{N_1} = 6$ 代入上式,得

$$N = \frac{N_1t_1 + N_2t_2}{t_1 + t_2} = \frac{N_1t_1 / (N_2t_2) + 1}{t_1 / (N_2t_2) + t_2 / (N_2t_2)} = \frac{\frac{3}{6} + 1}{\frac{3}{6} + 1} = \frac{3}{8}N_2$$

由此可见,冲床用了飞轮后,马达的功率 N 只需要冲剪零件时所需的功率 N_2 的 $3/8$ 就够了。

(2) 计算冲孔时所做的功。

$$N_2t_2 = \frac{1}{2}P_{\max}b \quad (\text{理论上的数值})$$

而

$$P_{\max} = \pi db\tau$$

式中 d ——冲孔直径(mm);

b ——被冲孔零件的厚度(mm);

τ ——材料的剪切应力(N/mm²)。

$$N_2 = \pi db^2 \tau / (2t_2)$$

(3) 求飞轮的载荷 Q_F 。

$$Q_F = \frac{4gJ_F}{D^2}$$

而

$$J_F = \frac{\Delta W}{\omega_m^2 \delta}$$

又因

$$\Delta W = 75t_2(N_2 - N)$$

$$\omega_m = \frac{\pi n}{30}$$

$$Q_F = \frac{4gJ_F}{D^2} = \frac{4 \times g \times 75t_2(N_2 - N)}{D^2 \omega_m^2 \delta} \approx \frac{3\,000t_2(N_2 - N)}{D^2 \omega_m^2 \delta}$$

选取适当的飞轮直径 D 后,即可确定 Q 值,然后设计飞轮的其他结构尺寸。

【例7.9】在图7.9(a)所示的机构中,已知齿轮1、2的齿数分别为 $z_1 = 20$ 、 $z_2 = 40$,各构件的尺寸为 $l_{AB} = 0.1\text{ m}$ 、 $l_{AC} = 0.3\text{ m}$ 、 $l_{CD} = 0.4\text{ m}$,转动惯量分别为 $J_1 = 0.001\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_2 = 0.0025\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_{S_4} = 0.02\text{ kg} \cdot \text{m}^2$,构件3、4的质量分别为 $m_3 = 0.5\text{ kg}$ 、 $m_4 = 2\text{ kg}$ (质心在 S_4),

$l_{CS_4}=l_{CD}/2$), 作用在机械上的驱动力矩 $M_1=4 \text{ N} \cdot \text{m}$ 、阻力矩 $M_4=25 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。试求在图示位置处齿轮 1 上的等效转动惯量和等效力矩。

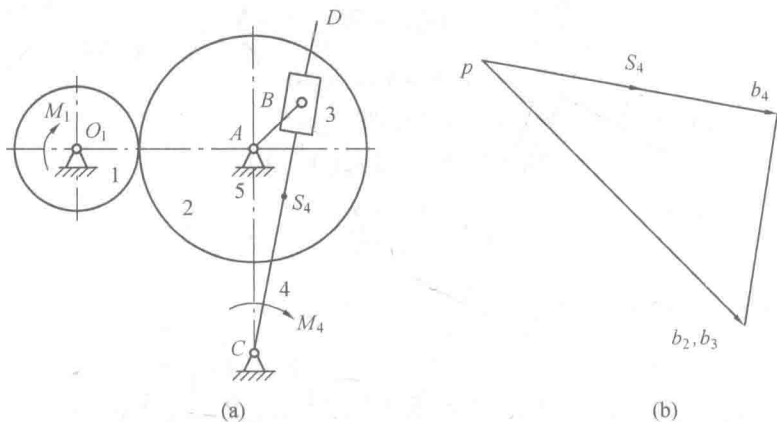


图 7.9

解题要点:

等效转动惯量和等效力矩的求法。

【解】 取 $\mu_l=0.01 \text{ m/mm}$ 作机构的运动简图。任选比例尺 μ_v 作速度多边形, 如图 7.9(b) 所示。

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{\omega_2 \omega_3}{\omega_1 \omega_2} = \frac{1}{2} \frac{v_{B_4}/l_{BC}}{v_{B_2}/l_{AB}} = \frac{1}{2} \frac{l_{AB} p b_4}{l_{BC} p b_2} = \frac{1}{2} \times \frac{10 \text{ mm}}{38 \text{ mm}} \times \frac{24.2}{29.5} = 0.11$$

$$\frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{\omega_3}{\omega_1} = 0.11$$

$$\frac{v_{B_2}}{\omega_1} = \frac{\omega_2 v_{B_2}}{\omega_1 \omega_2} = \frac{1}{2} l_{AB} = 0.05 \text{ m}$$

$$\frac{v_{S_4}}{\omega_1} = \frac{\omega_2 v_{S_4}}{\omega_1 \omega_2} = \frac{1}{2} \times \frac{p S_4}{p b_2 / l_{AB}} = \frac{1}{2} \times 0.1 \text{ m} \times \frac{13}{29.5} = 0.022 \text{ m}$$

故以齿轮 1 为等效构件时的等效转动惯量为

$$\begin{aligned} J_{e1} &= J_1 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + m_3 \left(\frac{v_{B_2}}{\omega_1} \right)^2 + J_{S_4} \left(\frac{\omega_4}{\omega_1} \right)^2 + m_4 \left(\frac{v_{S_4}}{\omega_1} \right)^2 = \\ &= 0.001 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.0025 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 + 0.5 \text{ kg} \times (0.05 \text{ m})^2 + \\ &+ 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \times 0.11^2 + 2 \text{ kg} \times (0.022 \text{ m})^2 = 0.004 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

等效力矩为

$$M_{e1} = M_1 - M_4 \left(\frac{\omega_4}{\omega_1} \right) = 4 \text{ N} \cdot \text{m} - 25 \text{ N} \cdot \text{m} \times 0.11 = 1.25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

从本题可以看出, 等效转动惯量和等效力矩与机构的传动比(如 ω_4/ω_1 、 v_{B_2}/ω_1 等)有关, 当机构的位置发生变化时, 机构的传动比也将变化, 则等效转动惯量和等效力矩也将

变化。另外,从本题可以看出,等效转动惯量和等效力矩与各构件的真实速度大小无关,即使原动件的角速度发生变化, J_e 、 M_e 也不会随之变化。

【例 7.10】 某机器的等效驱动力矩 M_d 、等效阻力矩 M_r 和等效转动惯量 J_e 如图 7.10 所示。

(1) 此等效构件能否做周期性速度波动? 为什么?

(2) 假设当 $\varphi=0$ 时等效构件的角速度为 100 rad/s , 试求该等效构件的角速度 $\omega_{\max}$ 、 $\omega_{\min}$ 的值, 并指出其出现的位置。

(3) 求该机器的运转速度不均匀系数 δ 。

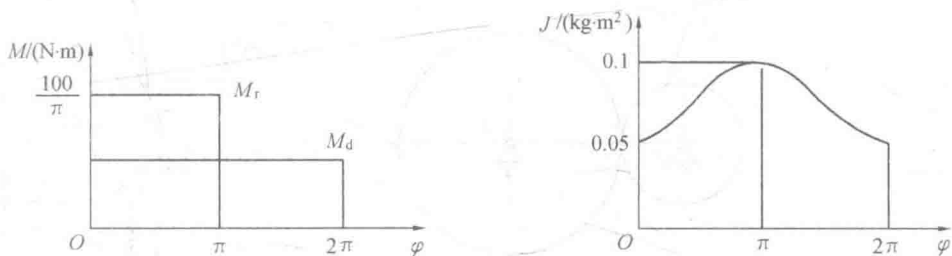


图 7.10

解题要点:

机器能量最高点和最低点发生位置的分析。

【解】 (1) 因为 M_d 、 M_r 均为周期性变化, 变化周期为 2π , 而 J_e 也为周期性变化, 变化周期也为 2π , 所以该等效构件的速度波动是周期性的, 变化的周期为 2π 。

(2) 因 M_d 、 M_r 、 J_e 均为 φ 的函数, 求等效构件的角速度 ω 可用式 (7.4)。在 $\varphi=0 \sim \pi$ 内, $M_r > M_d$, 将出现亏功; 而在 $\varphi=\pi \sim 2\pi$ 内, $M_d > M_r=0$, 将出现盈功, 所以该机器能量的最高点 (即速度的最高点) 将出现在 $\varphi=0$ 或 2π 时, 而能量的最低点 (即速度的最低点) 将出现在 $\varphi=\pi$ 时。

因 $\varphi=0$ 时, $\omega=100 \text{ rad/s}$, 故 $\omega_{\max}=100 \text{ rad/s}$, 有

$$\frac{1}{2} J_e(\varphi) \omega^2 = \frac{1}{2} J_{e0} \omega_0^2 + \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_e(\varphi) d\varphi$$

从而可得

$$\omega = \sqrt{\frac{J_{e0}}{J_e(\varphi)} \omega_0^2 + \frac{2}{J_e(\varphi)} \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_e(\varphi) d\varphi}$$

所以

$$\begin{aligned} \omega_{\min} &= \sqrt{\frac{J_{e0}}{J_e(\varphi)} \omega_0^2 + \frac{2}{J_e(\varphi)} \int_{\varphi_0}^{\varphi} (M_d - M_r) d\varphi} = \\ &= \sqrt{\frac{0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} \times (100 \text{ rad/s})^2 + \frac{2}{0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2} \left(-\frac{100 \text{ N} \cdot \text{m}}{2\pi} \right) \pi} = 63.24 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

运转不均匀系数

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m} = \frac{100 \text{ rad/s} - 63.24 \text{ rad/s}}{81.62 \text{ rad/s}} = 0.45$$

【例 7.11】在图 7.11(a) 所示的齿轮传动中, 已知 $z_1=20$ 、 $z_2=40$, 轮 1 为主动轮, 在轮 1 上施加力矩 M_1 为常数, 作用在轮 2 上的阻抗力矩 M_2 的变化规律如图 7.11(a) 所示 (右图); 两齿轮绕各自回转中心的转动惯量分别为 $J_1=0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_2=0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。轮 1 的平均角速度为 $\omega_m=100 \text{ rad/s}$ 。若已知运转不均匀系数 $\delta=1/50$ 。

- (1) 画出以构件 1 为等效构件时的等效阻力矩 $M_{re}-\varphi_1$ 图。
- (2) 求 M_1 的值。
- (3) 求飞轮装在 I 轴上时的转动惯量 J_F , 并说明飞轮装在 I 轴上还是装在 II 轴上好。
- (4) 求 $\omega_{\max}$ 、 $\omega_{\min}$ 及其出现的位置。

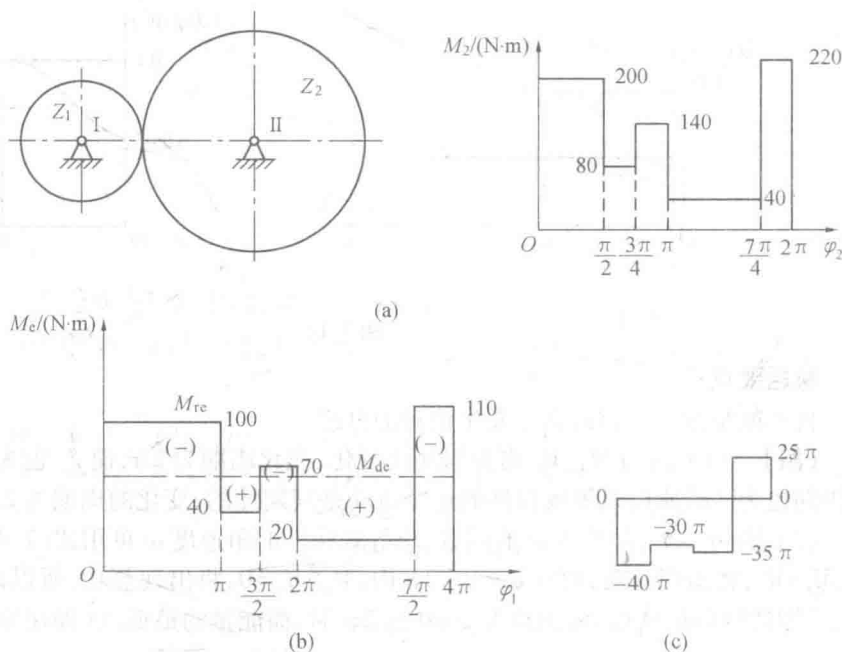


图 7.11

解题要点:

等效力矩、等效转动惯量和最大盈亏功的求解。

【解】(1) 求以构件 1 为等效构件时的等效阻力矩 M_{re} 。

$$M_{re} = M_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right) = \frac{1}{2} M_2$$

又因 $\varphi_1 = 2\varphi_2$, 由此可作出 $M_{re}-\varphi_1$ 图, 如图 7.11(b) 所示。

(1) 求轮 1 上的驱动力矩 M_1 。

对轮 1 来说, $M_{de} = M_1$ 。在一个周期 (即 4π) 内, 总驱动功应等于总阻抗功。所以

$$M_{de} \times 4\pi = 100 \text{ N} \cdot \text{m} \times \pi + 40 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{\pi}{2} + 70 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{\pi}{2} + 20 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{3\pi}{2} + 110 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{\pi}{2}$$

可得

$$M_1 = M_{de} = 60 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(2) 求 J_F 。因转动惯量 J_F 与 ω_m 的平方成反比, 所以 ω_m 越大, 所求得的飞轮的转动惯量 J_F 将越小, 因而飞轮的尺寸和质量也将大大减小, 所以飞轮一般装在高速轴上, 即装在 I 轴上。

以轮 1 为等效构件时, 等效转动惯量 J_e 为

$$J_e = J_1 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 = J_1 + J_2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = 0.015 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

在一个周期内, 各阶段的盈、亏功可分别求得, 即

在 $0 \sim \pi$ 内为亏功

$$\Delta W_1 = (60 \text{ N} \cdot \text{m} - 100 \text{ N} \cdot \text{m}) \pi = -40\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

在 $\pi \sim \frac{3\pi}{2}$ 内为盈功

$$\Delta W_2 = (60 \text{ N} \cdot \text{m} - 40 \text{ N} \cdot \text{m}) \frac{\pi}{2} = 10\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

在 $\frac{3\pi}{2} \sim 2\pi$ 内为亏功

$$\Delta W_3 = (60 \text{ N} \cdot \text{m} - 70 \text{ N} \cdot \text{m}) \frac{\pi}{2} = -5\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

在 $2\pi \sim \frac{7\pi}{2}$ 内为盈功

$$\Delta W_4 = (60 \text{ N} \cdot \text{m} - 20 \text{ N} \cdot \text{m}) \frac{3\pi}{2} = 60\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

在 $\frac{7\pi}{2} \sim 4\pi$ 内为亏功

$$\Delta W_5 = (60 \text{ N} \cdot \text{m} - 110 \text{ N} \cdot \text{m}) \frac{\pi}{2} = -25\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

画出一个周期内的能量指示如图 7.11(c) 所示, 可求得最大盈亏功为

$$\Delta W_{\max} = 25\pi \text{ N} \cdot \text{m} - (-40\pi \text{ N} \cdot \text{m}) = 65\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

飞轮的转动惯量为

$$J_F = \Delta W_{\max} / \delta \omega_m^2 - J_e = 1.0055 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

(3) 求 $\omega_{\max}$ 、 $\omega_{\min}$ 。

因

$$\omega_m = (\omega_{\max} + \omega_{\min}) / 2$$

而

$$\delta = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) / \omega_m$$

所以, 可求得

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2} (2\omega_m + \omega_m \delta) = 101 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\min} = \frac{1}{2} (2\omega_m - \omega_m \delta) = 99 \text{ rad/s}$$

由图 7.11(c) 可以看出, 当 $\varphi_1 = \pi$ 时, 系统的能量最低, 此时齿轮 1 的角速度最低, 而当 $\varphi_1 = 7\pi/2$ 时, 系统的能量最高, 此时齿轮 1 的角速度最高。

从本例可以看出, 最大盈亏功并不是所有盈亏功的最大值, 即 $\Delta W \neq \max \{ \Delta W_1, \Delta W_2, \Delta W_3, \Delta W_4, \Delta W_5 \}$, 而 $\Delta W_{\max} = E_{\max} - E_{\min}$, 即等于速度最高处 ($E_{\max}$ 处) 与速度最低处 ($E_{\min}$ 处) 之间盈功和亏功的代数和, 即

$$\Delta W_{\max} = \Delta W_2 - \Delta W_3 + \Delta W_4 = (10 - 5 + 60)\pi \text{ N} \cdot \text{m} = 65\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

或

$$\Delta W_{\max} = -\Delta W_1 - \Delta W_5 = 65\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

为了减小速度的波动, 可以加大飞轮转动惯量 J_F , 但 δ 越小, J_F 越大, 所以不能过分追求机械运转的均匀性; 同时, 因 J_F 不可能无穷大, 机械运转的速度波动也就不可能通过加飞轮而消除; 还可以看出, J_F 与 ω_m 的平方成反比, 为了减小 J_F , 尽可能将飞轮装在高速轴上。本例中将飞轮装在了 I 轴上。

7.4 思考题与习题

7.4.1 思考题

- (1) 一般机械运转过程分为哪三个阶段? 在这三个阶段中, 输入功、输出功、总损耗、动能及速度之间的关系各有什么特点?
- (2) 为什么要建立机械系统等效动力学模型? 建立时应遵循的原则是什么?
- (3) 在机械系统的真实运动规律尚属未知的情况下, 能否求出其等效力矩和等效转动惯量? 为什么?
- (4) 机械的运转为什么会有速度波动? 为什么要调节机械速度的波动?
- (5) 飞轮的调速原理是什么? 为什么说飞轮在调速的同时还能起到节约能源的作用?
- (6) 何谓机械运转的“平均速度”和“不均匀系数”?
- (7) 飞轮设计的基本原则是什么? 为什么飞轮应尽量装在机械系统的高速轴上? 系统装上飞轮后是否可以得到绝对的匀速运动?
- (8) 什么是最大盈亏功? 如何求最大盈亏功?
- (9) 如何求机械系统一个运动周期最大角速度 $\omega_{\max}$ 与最小角速度 $\omega_{\min}$ 所在位置?
- (10) 什么机械会出现非周期速度波动, 如何进行调节?
- (11) 机械系统在加飞轮前后的运动特性和动力特性有何异同(比较主轴的 ω_m 、 $\omega_{\max}$, 选用的原动机功率、启动时间、停车时间, 系统中主轴的运动循环周期、系统总动能)?

7.4.2 习题

【题 7.1】在图 7.12 所示一单排行星轮系中, 中心轮 1 为 36 齿, 转动惯量为 $52.5 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 三个行星轮 2 的齿数为 12, 对其中心的转动惯量为 $9 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 质量为

0.91 kg;系杆 H 的半径 $R_H = 0.067$ m,它对中心的转动惯量为 $0.084 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,固定的内齿轮 3 的齿数为 60。中心轮 1 为驱动轮,作用在系杆 H 上的工作阻力矩为常数,即 $M_H = 0.735 \text{ N} \cdot \text{m}$,不计其他阻力。设中心轮 1 在某一瞬时角速度为 15 rad/s ,角加速度为 60 rad/s^2 ,求此时的驱动力矩 M_d 。

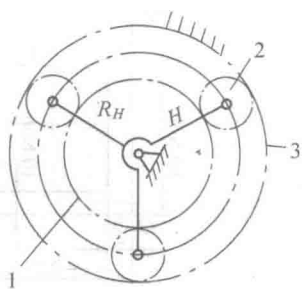


图 7.12

【题 7.2】在图 7.13 的齿轮机构中,齿轮的齿数分别为 $z_1 = 20$ 、 $z_2 = 40$,齿轮 1、2 的转动惯量为 $J_1 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_2 = 0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,作用在齿轮 1 上的力矩 $M_1 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$,齿轮 2 上的阻力矩为零。设齿轮 2 上的角加速度为常数,试求齿轮 2 从角速度 $(\omega_2)_0 = 0$ 上升到 $(\omega_2)_t = 100 \text{ rad/s}$ 时所需的时间 t 。

【题 7.3】在图 7.14 所示的轮系中,已知:各轮的齿数为 $z_1 = 25$ 、 $z_2 = 37$ 、 $z_3 = 100$,模数 $m = 10 \text{ mm}$,轮 1、2 为标准齿轮,行星轮数目为 $K = 2$,对称安装,行星轮质量 $G = 10 \text{ kg}$,各转动构件绕各自中心的转动惯量分别为 $J_1 = 0.005 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_2 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_H = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。当系杆在 $\omega_H = 100 \text{ rad/s}$ 时停止驱动,同时用制动器 T 制动,要求系杆在 1 周内停下来。试问应加的制动力矩 M_T 应为多大?

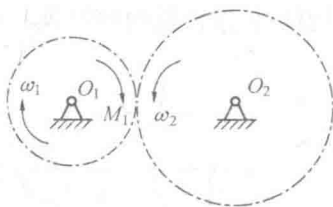


图 7.13

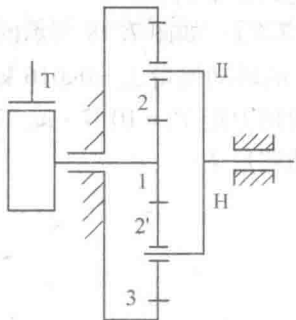


图 7.14

【题 7.4】设已知等效阻抗力矩 M_r 的变化规律如图 7.15 所示。等效驱动力矩假定为常数。机器主轴的转速为 1000 r/min 。试求当运转不均匀系数 δ 不超过 0.05 时所需飞轮的转动惯量 J_F (飞轮安装在机器主轴上,机器其余构件的转动惯量忽略不计)。

【题 7.5】在图 7.16 所示机构中,滑块 3 的质量为 m_3 ,曲柄 AB 长 r ,滑块 3 的速度 $v_3 = \omega_1 r \sin \theta$, ω_1 为曲柄的角速度。当 $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ 时,阻力 F 为常数;当 $\theta = 180^\circ \sim 360^\circ$ 时,阻力 $F = 0$ 。驱动力矩 M 为常数。曲柄 AB 绕 A 轴的转动惯量为 J_A ,不计构件 2 的质量及各运动副中的摩擦。设在 $\theta = 0^\circ$ 时,曲柄的角速度为 ω 。试求:

(1) 曲柄为等效构件时的等效驱动力矩 M_d 和等效阻力矩 M_r 。

(2) 等效转动惯量 J 。

(3) 在稳定运转阶段,作用在曲柄上的驱动力矩 M 。

(4) 写出机构的运动方程式。

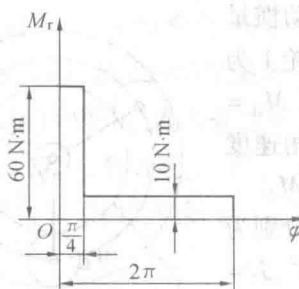


图 7.15

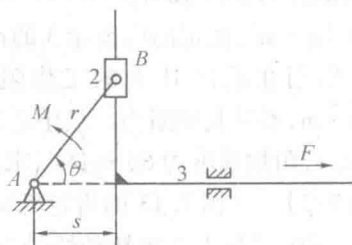


图 7.16

【题 7.6】 已知某机械一个稳定运动循环内的等效力矩 M_r 如图 7.17 所示, 等效驱动力矩 M_d 为常数, 等效构件的最大及最小角速度分别为 $\omega_{\max} = 200 \text{ rad/s}$ 及 $\omega_{\min} = 180 \text{ rad/s}$ 。试求:

(1) 等效驱动力矩 M_d 的大小。

(2) 运转速度不均匀系数 δ 。

(3) 当要求 δ 在 0.05 范围内, 并不计其余构件的转动惯量时, 应装在等效构件上的飞轮的转动惯量 J_F 。

【题 7.7】 如图 7.18 所示的导杆机构中, 已知: $l_{AB} = 100 \text{ mm}$, $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_3 = 30^\circ$; 导杆 3 对轴 C 的转动惯量 $J_C = 0.016 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 其他构件的质量和转动惯量均忽略不计; 作用在导杆 3 的阻力矩 $M_3 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。若取曲柄 1 为等效构件, 试求该机构的等效阻力矩 M_r 和等效转动惯量 J_e 。

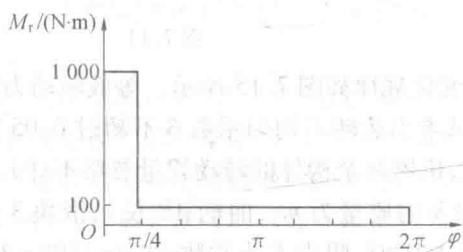


图 7.17

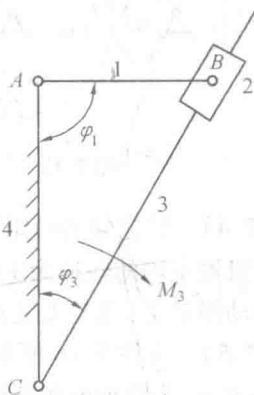


图 7.18

【题 7.8】 某蒸汽机-发电机组的等效力矩如图 7.19(a) 所示, 等效阻力矩 M_r 为常数, 等于等效驱动力矩 M_d 的平均值 ($7550 \text{ N} \cdot \text{m}$)。 $f_1, f_2, \dots$ 各块面积所代表的功的绝对值见表 7.1。等效构件的平均转速为 3000 r/min , 运转速度不均匀系数的许用值 $[\delta] = 1/1000$, 忽略其他构件的转动惯量, 试计算飞轮的等效转动惯量 J_F , 并指出最大、最小角速度出现在什么位置。

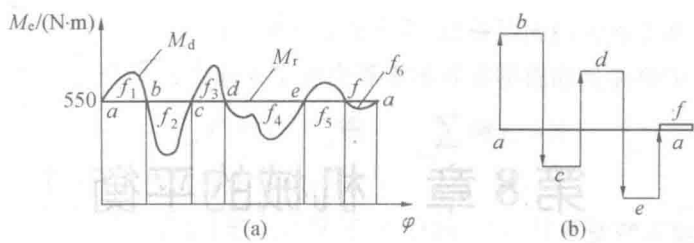


图 7.19

表 7.1

面积代号	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6
等效力矩 所做功的 绝对值/J	1 400	1 900	1 400	1 800	930	30

【题 7.9】 一台电动机在原动机的剪床机械系统中,电动机的转速为 $n_m = 1\,500\text{ r/min}$ 。已知折算到电机轴上的等效阻力矩 M_r 的曲线如图 7.20 所示,电动机的驱动力矩为常数;机械系统本身构件的转动惯量均忽略不计。当要求该系统的速度不均匀系数 $\delta \leq 0.05$ 时,求安装在电机轴上的飞轮所需的转动惯量 J_F 。

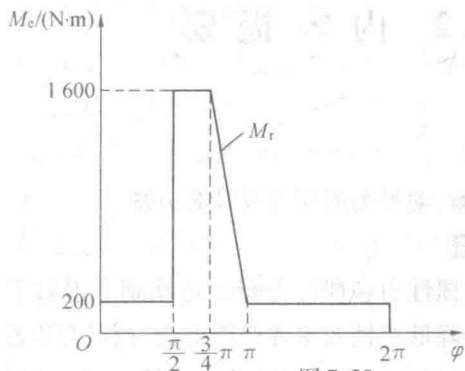


图 7.20

第8章 机械的平衡

8.1 基本要求

- (1) 了解机械平衡的目的及其分类,掌握机械平衡的方法。
- (2) 掌握刚性转子的平衡设计方法。掌握刚性转子的静平衡计算方法和动平衡计算方法。
- (3) 掌握刚性转子的平衡实验原理及方法。
- (4) 了解柔性转子的特点及其与刚性转子的主要区别。
- (5) 了解挠性转子动平衡的特点、原理和方法。
- (6) 了解机构平衡的原理和方法。

8.2 内容提要

8.2.1 本章重点

本章重点是刚性转子的静平衡、动平衡的原理及计算方法。

1. 机械平衡的目的及平衡问题

机械在运转时,构件所产生的惯性力和惯性力矩在运动副上引起了大小和方向不断变化的动压力,这种动压力不仅会降低机械效率和使用寿命,而且会引起机械及其基础产生强迫振动以及可能产生其他不良现象。机械平衡的目的是尽可能消除或减少惯性力对机械的不良影响,借助于增加和减少校正质量将不平衡惯性力和惯性力矩加以消除或减少。

构件的运动形式不同,所产生的惯性力的平衡方法也不同。对于绕固定轴转动的回转构件(即转子),可以就其本身加以平衡;对于做往复移动或平面运动的构件,必须就整个机构进行研究。所以,机械的平衡问题分为转子的平衡和机构在机座上的平衡两类。

2. 刚性转子的静平衡和动平衡

刚性转子的平衡问题分为静平衡与动平衡两种。

(1) 静平衡。对于轴向尺寸较小的盘类(宽径比 $b/D < 0.2$)转子,其所有质量都可以认为在垂直于轴线的同一平面内。这种转子的不平衡是因为其质心位置不在回转轴线上,且其不平衡现象在转子静止时,就能够显示出来。对于这种不平衡转子,只需重新分

布其质量,使质心移到回转轴线上,即可达到平衡,这种平衡称为静平衡。由此可知,刚性转子的静平衡条件为:其惯性力的矢量和应等于零或质径积的矢量和应等于零,即

$$\sum P = 0 \quad \text{或} \quad \sum M_i r_i = 0$$

凡满足这一条件的构件就称为静平衡构件。

(2) 动平衡。对于轴向尺寸较大的转子($b/D \geq 0.2$),其质量就不能再被认为分布在同一平面内。这种转子的不平衡,除了存在静不平衡外,还会存在力矩的不平衡。这种不平衡在转子运转的情况下才能完全显示出来。对于动不平衡的转子,须选择两个垂直于轴线的平衡基面,并在这两个面上适当加上(或除去)两个平衡质量,使转子所产生的惯性力和惯性力矩都达到平衡,这种平衡称为动平衡。由此可知,刚性转子动平衡的条件为:其惯性力的矢量和等于零,其惯性力矩的矢量和也等于零,即

$$\sum P = 0 \quad \text{或} \quad \sum M_i = 0$$

凡满足这一条件的转子就称为动平衡转子。

实际上,一般的回转构件既是动不平衡又是静不平衡,只有满足动平衡的条件,才能达到完全平衡。因此,动平衡是转子平衡的基本方法,而静平衡只能解决盘类转子的平衡问题。

3. 转子的平衡计算及平衡实验

造成转子的质量分布不均匀而引起不平衡的原因是多种多样的。但可归结为两种情况:一是结构的原因;二是制造的原因。对于因结构不对称而引起不平衡的转子,其平衡是先根据其结构确定出各不平衡质量的大小及方位,再用计算的方法求出转子平衡质量的大小和方位来加以平衡的,即设计出理论上完全平衡的构件。对于结构上是对称的,即理论上是平衡的转子,由于制造的不准确、安装的误差及材料不均匀等原因,也会引起不平衡,而这种不平衡是无法计算出来的,只能在平衡机上通过实验的方法来解决,故所有转子均须通过实验的方法才能予以平衡。

(1) 平衡计算。

① 转子的静平衡计算。对于结构不对称的盘形转子,先按其结构形状及尺寸确定出各不平衡质量的大小及位置后,根据静平衡条件列出包含平衡质量的质径积平衡方程式,然后用图解法(即取质径积比例尺 $\mu((\text{kg} \cdot \text{cm})/\text{mm})$,作质径积矢量多边形进行求解)或解析法求出应加的平衡质量的大小和方位。

② 转子的动平衡计算。对于结构不对称的动不平衡转子,先按其结构形状及尺寸确定出各不平衡质量的大小和方位(包括所在平面的位置),然后,选择两个平衡基面,并根据力的平行分解原理,将各不平衡质量的质径积分别等效到两平衡基面上,再分别按每个平衡基面建立质径积的平衡方程式,最后用图解法或解析法求解出两平衡基面的平衡质量的大小和方位。由此可见,动平衡计算是通过简化为两个平衡基面的静平衡问题来进行计算的。

(2) 平衡实验。转子的静平衡实验是借助于静平衡实验装置将转子的静不平衡现象较容易地显示出来,然后再经过反复试加平衡质量直至转子的静不平衡现象消失为止,即转子已达到静平衡。转子的动平衡实验则需在专用的动平衡机上进行,目前使用较多的动平衡机是根据振动原理设计的,并且利用测振传感器将由转子转动所引起的振动信号经过电子线路加以处理和放大后,再由电子仪器依次显出转子的两平衡基面上应加平衡质量的大小和方位。而转子的平衡精度是用转子的许用不平衡量来控制的。因此,除要搞清楚平衡实验原理和方法外,还应搞清楚转子的许用不平衡量的表示方法。

4. 机构的平衡

对于存在有平面运动和往复运动的一般平面机构,它们的惯性力和惯性力矩不能在构件内部平衡,只能在机架上对整个机构进行平衡。本章主要掌握平面机构惯性力的完全和部分平衡方法

8.2.2 本章难点

本章难点是转子动平衡和平面机构平衡的原理和计算方法。

8.3 例题精选与答题技巧

【例 8.1】 如图 8.1(a)所示,转盘具有四个圆孔,其直径和位置为: $d_1=70\text{ mm}$, $d_2=120\text{ mm}$, $d_3=100\text{ mm}$, $d_4=150\text{ mm}$, $r_1=240\text{ mm}$, $r_2=180\text{ mm}$, $r_3=250\text{ mm}$, $r_4=190\text{ mm}$; $\alpha_{12}=50^\circ$, $\alpha_{23}=70^\circ$, $\alpha_{34}=80^\circ$; $D=780\text{ mm}$, $t=40\text{ mm}$ 。今在其上再制一个圆孔使之平衡,其回转半径 $r=300\text{ mm}$,求该圆孔的直径和位置角。

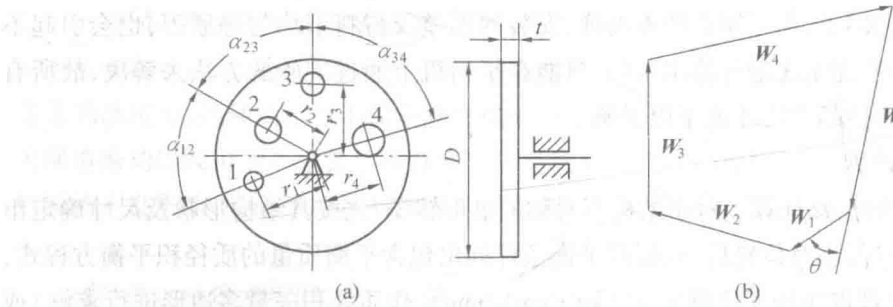


图 8.1

解题要点:

刚性转子静平衡的概念和平衡条件。

【解】 要使转盘达到平衡,应使

$$\sum Q_i r_i = \frac{\pi t \rho}{4} (d_1^2 r_1 + d_2^2 r_2 + d_3^2 r_3 + d_4^2 r_4 + d^2 r) = 0$$

式中 ρ ——转盘材料的相对密度。

今计算各圆孔的直径平方与向径值的相乘积为

$$\begin{aligned} d_1^2 r_1 &= 7^2 \times 24 = 1\,176 \text{ cm}^3 & d_2^2 r_2 &= 12^2 \times 18 = 2\,592 \text{ cm}^3 \\ d_3^2 r_3 &= 10^2 \times 25 = 2\,500 \text{ cm}^3 & d_4^2 r_4 &= 15^2 \times 19 = 4\,275 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

取比例尺 $\mu_W = 100 \text{ cm}^3/\text{mm}$, 分别算出代表各圆孔的直径平方与其向径值相乘积的图上长度为

$$W_1 = \frac{d_1^2 r_1}{\mu_W} = \frac{1\,176 \text{ cm}^3}{100 \text{ cm}^3/\text{mm}} = 11.76 \text{ mm}$$

$$W_2 = \frac{d_2^2 r_2}{\mu_W} = \frac{2\,592 \text{ cm}^3}{100 \text{ cm}^3/\text{mm}} = 25.92 \text{ mm}$$

$$W_3 = \frac{d_3^2 r_3}{\mu_W} = \frac{2\,500 \text{ cm}^3}{100 \text{ cm}^3/\text{mm}} = 25 \text{ mm}$$

$$W_4 = \frac{d_4^2 r_4}{\mu_W} = \frac{4\,275 \text{ cm}^3}{100 \text{ cm}^3/\text{mm}} = 42.75 \text{ mm}$$

作矢量多边形(图 8.1(b)), 则封闭矢量 W 即代表应减去的圆孔直径平方与其向径值的相乘积, 由矢量图得 $W = 36 \text{ mm}$, 故得

$$d^2 r = \mu_W \cdot W = 100 \text{ cm}^3/\text{mm} \times 36 \text{ mm} = 3\,600 \text{ cm}^3$$

已知 $r = 30 \text{ cm}$, 则

$$d = \sqrt{\frac{\mu_W W}{r}} = \sqrt{\frac{3\,600 \text{ cm}^3}{30 \text{ cm}}} \approx 11 \text{ cm}$$

该圆孔中心径向线的方位角亦由该矢量图量得, 即

$$\theta = 47^\circ 50' \quad (\text{由 } W \text{ 沿顺时针方向量到 } W_1 \text{ 的角})$$

【例 8.2】 在图 8.2(a) 所示的回转体中, 已知: 各偏心质量 $Q_1 = 10 \text{ kg}$ 、 $Q_2 = 15 \text{ kg}$ 、 $Q_3 = 20 \text{ kg}$ 、 $Q_4 = 10 \text{ kg}$, 它们的重心至回转轴的距离分别为 $r_1 = 400 \text{ mm}$ 、 $r_2 = r_4 = 300 \text{ mm}$ 、 $r_3 = 200 \text{ mm}$, 又知各偏心质量所在的回转平面间的距离为 $L_{12} = L_{23} = L_{34} = 200 \text{ mm}$, 各偏心质量间的方位夹角 $\alpha_{12} = 120^\circ$ 、 $\alpha_{23} = 60^\circ$ 、 $\alpha_{34} = 90^\circ$ 。如果置于平衡基面 I 和 II 中的平衡质量 Q' 和 Q'' 的重心至回转轴的距离为 $r' = r'' = 500 \text{ mm}$, 试求 Q' 和 Q'' 的大小及方位。

解题要点:

刚性转子动平衡概念和平衡设计方法。

【解】 (1) 将各质径积分解到平衡基面 I—I 和 II—II 上, 在平衡基面 I—I 中各重径积的分量为

$$Q'_1 r'_1 = Q_1 r_1 = 10 \text{ kg} \times 40 \text{ cm} = 400 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q'_2 r'_2 = Q_2 r_2 \frac{L_{23} + L_{34}}{L_{12} + L_{23} + L_{34}} = 15 \text{ kg} \times 30 \text{ cm} \times \frac{20 \text{ cm} + 20 \text{ cm}}{20 \text{ cm} + 20 \text{ cm} + 20 \text{ cm}} = 300 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q'_3 r'_3 = Q_3 r_3 \frac{L_{34}}{L_{12} + L_{23} + L_{34}} = 20 \text{ kg} \times 20 \text{ cm} \times \frac{20 \text{ cm}}{20 \text{ cm} + 20 \text{ cm} + 20 \text{ cm}} = 133.333 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

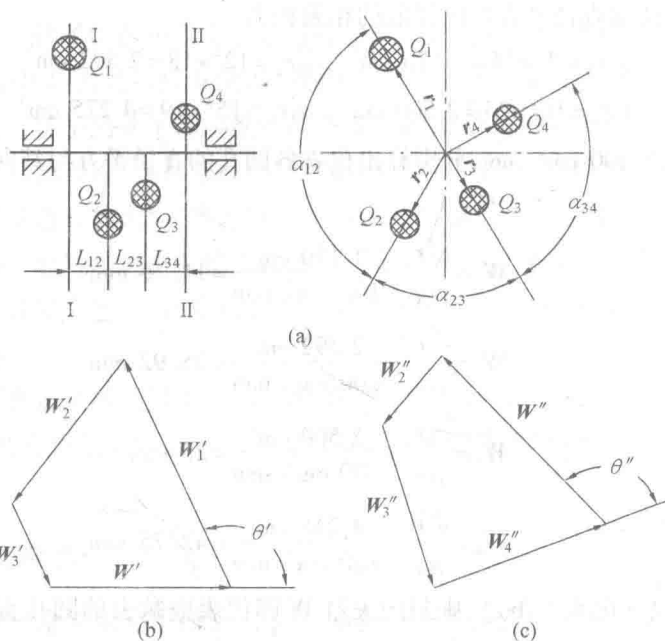


图 8.2

$$Q'_4 r'_4 = 0$$

在平衡基面 II—II 中各重径积的分量为

$$Q''_1 r''_1 = Q_1 r_1 - Q'_1 r'_1 = 0$$

$$Q''_2 r''_2 = Q_2 r_2 - Q'_2 r'_2 = 15 \text{ kg} \times 30 \text{ cm} - 300 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 150 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q''_3 r''_3 = Q_3 r_3 - Q'_3 r'_3 = 20 \text{ kg} \times 20 \text{ cm} - 133.333 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 266.667 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q''_4 r''_4 = Q_4 r_4 - Q'_4 r'_4 = 10 \text{ kg} \times 30 \text{ cm} - 0 = 300 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

(2) 求平衡基面 I—I 中的平衡质量 Q' 。在平衡基面 I—I 中加了平衡质量 Q' 达到平衡,应使

$$\sum Q'_i r'_i = Q'_1 r'_1 + Q'_2 r'_2 + Q'_3 r'_3 + Q'_4 r'_4 + Q' r' = 0$$

取比例尺 $\mu_w = 10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}$, 分别算出代表质径积的分量的图上长度为

$$W'_1 = \frac{Q'_1 r'_1}{\mu_w} = \frac{400 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm/mm)}} = 40 \text{ mm} \quad W'_2 = \frac{Q'_2 r'_2}{\mu_w} = \frac{300 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm/mm)}} = 30 \text{ mm}$$

$$W'_3 = \frac{Q'_3 r'_3}{\mu_w} = \frac{133.333 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm/mm)}} = 13.333 \text{ mm} \quad W'_4 = 0$$

作矢量多边形如图 8.2(b) 所示, 则封闭矢量 W' 即代表在平衡基面 I—I 中应加的平衡质量 Q' 的质径积, 由矢量图量得 $W' = 29 \text{ mm}$, 故得

$$Q' r' = \mu_w \cdot W' = 10 \text{ kg} \times 29 \text{ cm} = 290 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

已知 $r' = 50 \text{ cm}$, 则

$$Q' = \frac{\mu_w \cdot W'}{r'} = \frac{290 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{50 \text{ cm}} = 5.8 \text{ kg}$$

$Q'r'$ 的方位角也由该矢量图量得, 即

$$\theta' = 117^\circ \quad (\text{由 } Q_1'r_1' \text{ 沿顺时针方向量到 } Q'r' \text{ 的角})$$

(3) 求平衡基面 II—II 中的平衡质量 Q'' 。在平衡基面 II—II 中加了平衡质量 Q'' 达到平衡, 应使

$$\sum Q_i''r_i'' = Q_1''r_1'' + Q_2''r_2'' + Q_3''r_3'' + Q_4''r_4'' + Q''r'' = 0$$

取比例尺 $\mu_W = 10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}$, 分别算出代表质径积分量的图上长度为

$$W_1'' = 0 \quad W_2'' = \frac{Q_2''r_2''}{\mu_W} = \frac{150 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm/mm)}} = 15 \text{ mm}$$

$$W_3'' = \frac{Q_3''r_3''}{\mu_W} = \frac{266.667 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm/mm)}} = 26.6667 \text{ mm} \quad W_4'' = \frac{Q_4''r_4''}{\mu_W} = \frac{300 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm/mm)}} = 30 \text{ mm}$$

作矢量多边形如图 8.2(c) 所示, 则封闭矢量 W'' 即代表在平衡基面 II—II 中应加的平衡质量 Q'' 的质径积, 由矢量图量得 $W'' = 38 \text{ mm}$, 故得

$$Q''r'' = \mu_W \cdot W'' = 10 \text{ kg} \times 38 \text{ mm} = 380 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

已知 $r'' = 50 \text{ cm}$, 则

$$Q'' = \frac{\mu_W \cdot W''}{r''} = \frac{380 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{50 \text{ cm}} = 7.6 \text{ kg}$$

$Q''r''$ 的方位角也由该矢量图量得, 即

$$\theta'' = 115^\circ \quad (\text{由 } Q_4''r_4'' \text{ 沿顺时针方向量到 } Q''r'' \text{ 的角})$$

【例 8.3】 如图 8.3 所示的三根曲轴结构中, 已知 $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q$, $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$, $L_{12} = L_{23} = L_{34} = L$, 且曲轴在同一平面中, 试判断何者已达静平衡, 何者已达动平衡。

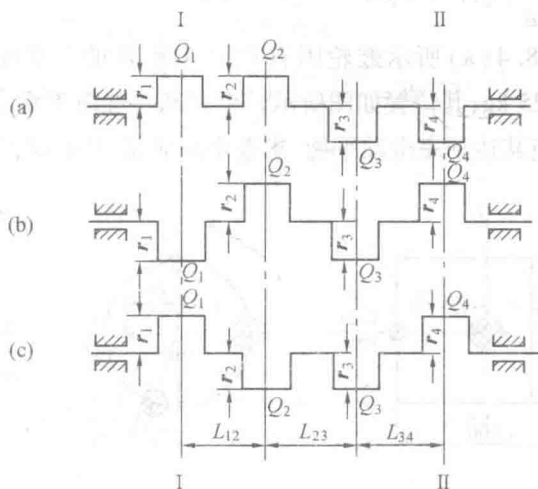


图 8.3

解题要点:

刚性转子动平衡概念和平衡设计方法。

【解】 如图 8.3(a) 所示的曲轴为静平衡, 而动不平衡。因为

$$\sum P_1 = \frac{\omega^2}{g}(Q_1 r_1 + Q_2 r_2 - Q_3 r_3 - Q_4 r_4) = \frac{\omega^2}{g}(2Qr - 2Qr) = 0$$

若对平面 I—I 取矩,即

$$\begin{aligned}\sum M_1 &= \frac{\omega^2}{g}[Q_2 r_2 L_{12} - Q_3 r_3(L_{12} + L_{23}) - Q_4 r_4(L_{12} + L_{23} + L_{34})] = \\ &= \frac{\omega^2}{g}[QrL - 2QrL - 3QrL] = -4 \cdot \frac{\omega^2}{g}QrL \neq 0\end{aligned}$$

如图 8.3(b) 所示的曲轴为静平衡,而动不平衡。因为

$$\sum P_1 = \frac{\omega^2}{g}(Q_1 r_1 - Q_2 r_2 + Q_3 r_3 - Q_4 r_4) = \frac{\omega^2}{g}(2Qr - 2Qr) = 0$$

若对平面 I—I 取矩,即

$$\begin{aligned}\sum M_1 &= \frac{\omega^2}{g}[Q_2 r_2 L_{12} - Q_3 r_3(L_{12} + L_{23}) + Q_4 r_4(L_{12} + L_{23} + L_{34})] = \\ &= \frac{\omega^2}{g}[QrL - 2QrL + 3QrL] = 2 \frac{\omega^2}{g}QrL \neq 0\end{aligned}$$

如图 8.3(c) 所示的曲轴为静平衡,又为动平衡,即完全平衡。因为

$$\sum P_1 = \frac{\omega^2}{g}(Q_1 r_1 - Q_2 r_2 + Q_3 r_3 - Q_4 r_4) = \frac{\omega^2}{g}(2Qr - 2Qr) = 0$$

若对平面 I—I 取矩,即

$$\begin{aligned}\sum M_1 &= \frac{\omega^2}{g}[Q_2 r_2 L_{12} + Q_3 r_3(L_{12} + L_{23}) - Q_4 r_4(L_{12} + L_{23} + L_{34})] = \\ &= \frac{\omega^2}{g}[QrL + 2QrL - 3QrL] = 0\end{aligned}$$

【例 8.4】 如图 8.4(a) 所示鼓轮因有重块 A 和 B 的关系而失去平衡。已知质量 $Q_A = 4.5 \text{ kg}$ 和 $Q_B = 2.25 \text{ kg}$, 其位置如图所示。今在其左端面 T' 和中间平面 T'' 的圆周表面上各加一平衡质量,使其达到完全动平衡,求该平衡质量 Q' 和 Q'' 的大小和位置。

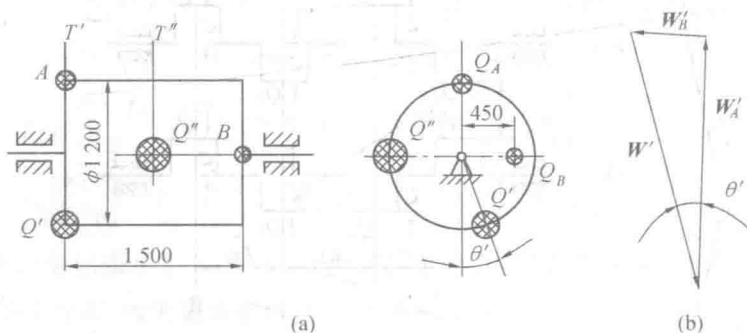


图 8.4

解题要点:

刚性转子动平衡概念和平衡设计方法。注意不平衡质量在平衡基面上情况下动平衡

的计算方法。

【解】 (1) 将重块 A 和 B 的质量 Q_A 和 Q_B 分解到平衡平面 T' 和 T'' 。

在平衡平面 T' 中各质量的分量为

$$Q'_A = Q_A = 4.5 \text{ kg} \quad Q'_B = Q_B = 2.25 \text{ kg} \quad (\text{在 } Q_B \text{ 的对侧})$$

在平衡平面 T'' 中各质量的分量为

$$Q''_A = 0 \quad Q''_B = Q_B \frac{1.5}{0.75} = 4.5 \text{ kg} \quad (\text{在 } Q_B \text{ 的同侧})$$

(2) 求平衡平面 T' 中的平衡质量 Q' 。在平衡基面 T' 中加了平衡质量 Q' 达到平衡, 应使

$$\sum Q'_i r'_i = Q'_A r'_A + Q'_B r'_B + Q' r'_A = 0$$

取比例尺 $\mu_w = 10 (\text{kg} \cdot \text{cm}) / \text{mm}$, 分别算出代表质径积分量的图上长度为

$$W'_A = \frac{Q'_A r'_A}{\mu_w} = \frac{4.5 \text{ kg} \times 60 \text{ cm}}{10 (\text{kg} \cdot \text{cm}) / \text{mm}} = 27 \text{ mm}$$

$$W'_B = \frac{Q'_B r'_B}{\mu_w} = \frac{2.25 \text{ kg} \times 45 \text{ cm}}{10 (\text{kg} \cdot \text{cm}) / \text{mm}} = 10.125 \text{ mm}$$

作矢量多边形(图 8.4(b)), 则封闭矢量 W' 即代表在平衡平面 T' 中应加的平衡质量 Q' 的质径积, 由矢量图量得 $W' = 28.9 \text{ mm}$, 故得

$$Q' r'_A = \mu_w \cdot W' = 10 \text{ kg} \times 28.9 \text{ mm} = 289 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

已知 $r'_A = 60 \text{ cm}$, 则

$$Q' = \frac{\mu_w W'}{r'_A} = \frac{289 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{60 \text{ cm}} = 4.81 \text{ kg}$$

$Q' r'_A$ 的方位角可由该矢量图量得或通过计算来确定

$$\theta' = \arctan \frac{W'_B}{W'_A} = \arctan \frac{10.125}{27} = 20^\circ 33'$$

(3) 求平衡平面 T'' 中的平衡质量 Q'' 。在平衡基面 T'' 中加了平衡质量 Q'' 达到平衡, 应使

$$\sum Q''_i r''_i = Q''_A r''_A + Q''_B r''_B + Q'' r''_A = 0$$

$$Q''_A r''_A = 0 \quad Q'' r''_A = -Q''_B r''_B = -4.5 \text{ kg} \times 45 \text{ cm} = -202.5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

已知 $r''_A = 60 \text{ cm}$, 则

$$Q'' = \frac{-Q''_B r''_B}{r''_A} = -\frac{202.5 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{60 \text{ cm}} = -3.375 \text{ kg}$$

Q'' 位于重块 Q_B 的相反径向线上。

【例 8.5】如图 8.5(a) 所示, 高速水泵的凸轮轴系由三个错开 120° 的偏心轮所组成, 每一偏心轮质量为 0.4 kg , 其偏距为 12.7 mm , 设在平衡基面 A 和 B 中各装一个平衡质量 Q_A 和 Q_B 使之平衡, 其回转半径均为 10 mm , 试求 Q_A 和 Q_B 的大小和位置。

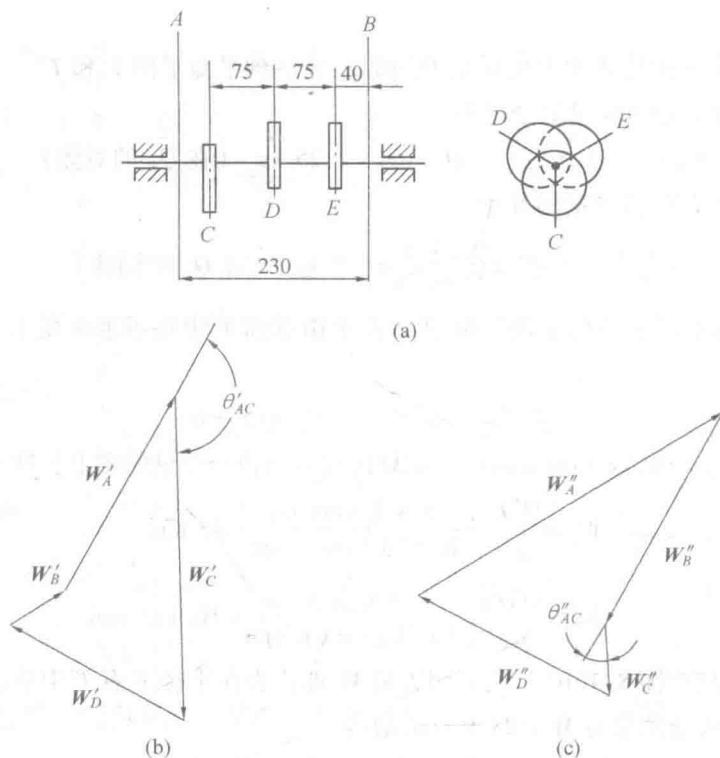


图 8.5

解题要点：

刚性转子的动平衡条件和求解方法。

【解】 (1) 将各偏心质径积分解到平衡基面 A 和 B 上, 首先算出凸轮轴上的三个偏心质径积均为

$$Q_C r_C = Q_D r_D = Q_E r_E = 0.4 \text{ kg} \times 1.27 \text{ cm} = 0.508 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

在平衡基面 A 中各质径积的分量为

$$Q'_C r_C = Q_C r_C \frac{4+7.5+7.5}{23} = 0.508 \text{ kg} \cdot \text{cm} \times \frac{19}{23} = 0.42 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q'_D r_D = Q_D r_D \frac{4+7.5}{23} = 0.508 \text{ kg} \cdot \text{cm} \times \frac{11.5}{23} = 0.254 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q'_E r_E = Q_E r_E \frac{4}{23} = 0.508 \text{ kg} \cdot \text{cm} \times \frac{4}{23} = 0.088 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

在平衡基面 B 中各质径积的分量为

$$Q''_C r_C = Q_C r_C - Q'_C r_C = 0.508 \text{ kg} \cdot \text{cm} - 0.42 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 0.088 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q''_D r_D = Q_D r_D - Q'_D r_D = 0.508 \text{ kg} \cdot \text{cm} - 0.254 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 0.254 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q''_E r_E = Q_E r_E - Q'_E r_E = 0.508 \text{ kg} \cdot \text{cm} - 0.088 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 0.42 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

(2) 求平衡基面 A 中的平衡质量 Q_A 。在平衡基面 A 中加了平衡质量 Q_A 达到平衡, 应使

$$\sum Q_i r_i = Q_C' r_C + Q_D' r_D + Q_E' r_E + Q_A r_A = 0$$

取比例尺 $\mu_w = 0.01 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}$, 分别算出代表质径积分量的图上长度为

$$W_C' = \frac{Q_C' r_C}{\mu_w} = \frac{0.42 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{0.01 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 42 \text{ mm}$$

$$W_D' = \frac{Q_D' r_D}{\mu_w} = \frac{0.254 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{0.01 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 25.4 \text{ mm}$$

$$W_E' = \frac{Q_E' r_E}{\mu_w} = \frac{0.088 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{0.01 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 8 \text{ mm}$$

作矢量多边形, 如图 8.5(b) 所示, 则封闭矢量 W_A' 即代表在平衡平面 A 中应加的平衡质量 O_A 的重径积, 由矢量图量得 $W_A' = 28.5 \text{ mm}$, 故得

$$Q_A r_A = \mu_w \cdot W_A' = 0.01 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm} \times 28.5 \text{ mm} = 0.285 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

已知 $r_A = 1 \text{ cm}$, 则

$$Q_A = \frac{\mu_w \cdot W_A'}{r_A} = \frac{0.285 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{1 \text{ cm}} = 0.285 \text{ kg}$$

Q_A 的方位角可由该矢量图量得

$$\theta_{AC}' = 150^\circ \quad (\text{由 } Q_C' r_C \text{ 沿逆时针方向量到 } Q_A r_A \text{ 的角})$$

(3) 求平衡基面 B 中的平衡质量 Q_B 。在平衡基面 B 中加了平衡质量 Q_B 达到平衡, 应使

$$\sum Q_i r_i = Q_C'' r_C + Q_D'' r_D + Q_E'' r_E + Q_B r_B = 0$$

取比例尺 $\mu_w = 0.1 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}$, 分别算出代表质径积分量的图上长度为

$$W_C'' = \frac{Q_C'' r_C}{\mu_w} = \frac{0.088}{0.01} = 8.8 \text{ mm} \quad W_D'' = \frac{Q_D'' r_D}{\mu_w} = \frac{0.254 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{0.01 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 25.4 \text{ mm}$$

$$W_E'' = \frac{Q_E'' r_E}{\mu_w} = \frac{0.42 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{0.01 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 42 \text{ mm}$$

作矢量多边形, 如图 8.5(c) 所示, 则封闭矢量 W_B'' 即代表在平衡基面 B 中应加的平衡质量 Q_B 的质径积, 由矢量图量得 $W_B'' = 28.5 \text{ mm}$, 故得

$$Q_B r_B = \mu_w \cdot W_B'' = 0.01 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm} \times 28.5 \text{ mm} = 0.285 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

已知 $r_B = 1 \text{ cm}$, 则

$$Q_B = \frac{\mu_w \cdot W_B''}{r_B} = \frac{0.285 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{1 \text{ cm}} = 0.285 \text{ kg}$$

Q_B 的方位角也由该矢量图量得 $\theta_{AC}'' = 30^\circ$ (由 $Q_C'' r_C$ 沿顺时针方向量到 $Q_B r_B$ 的角)。

【例 8.6】 如图 8.6 所示, 一质量为 200 kg 的转子铸件安装在机床的顶尖上待加工, 其重心为 C。设用重块 A 和 B 使其静平衡。已知尺寸 $L_{O_2A} = 100 \text{ mm}$, $L_{AC} = 400 \text{ mm}$, $L_{BC} = 500 \text{ mm}$ 及 $L_{O_1B} = 200 \text{ mm}$; 质量 $Q_B = 9 \text{ kg}$ 和 $Q_A = 11 \text{ kg}$; 回转半径 $r_B = 380 \text{ mm}$ 和 $r_A = 460 \text{ mm}$, r_A 和 r_B 互相垂直, 求该转子偏距的大小和方向。又若该转子的转速为 50 r/min , 试求作用在机床两顶尖上的动压力。

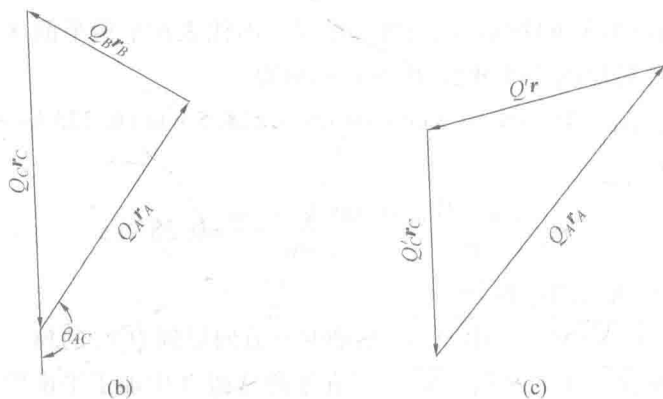
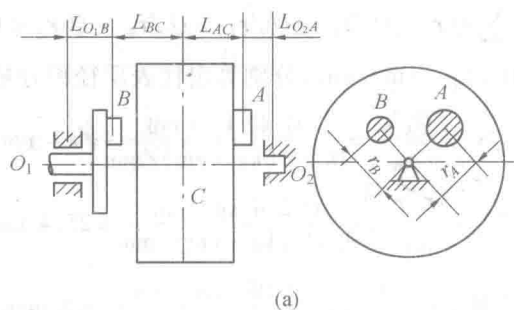


图 8.6

解题要点:

刚性转子的动平衡条件和求解方法。

【解】 (1) 求铸件转子重心偏矩的大小和方位。要使铸件达到静平衡, 应使

$$\sum Q_i r_i = Q_A r_A + Q_B r_B + Q_C r_C = 0$$

取比例尺 $\mu_w = 10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}$, 分别算出代表质径积分量的图上长度为

$$W_A = \frac{Q_A r_A}{\mu_w} = \frac{11 \text{ kg} \times 46 \text{ cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 50.6 \text{ mm}$$

$$W_B = \frac{Q_B r_B}{\mu_w} = \frac{9 \text{ cm} \times 38 \text{ cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 34.2 \text{ mm}$$

作矢量多边形, 如图 8.6(b) 所示, 则封闭矢量 W_C 即代表转子铸件质量 Q_C 的质径积, 由矢量图量得或通过计算可得

$$W_C = \sqrt{W_A^2 + W_B^2} = \sqrt{(50.6 \text{ mm})^2 + (34.2 \text{ mm})^2} = 61.07 \text{ mm}$$

故 $Q_C r_C = \mu_w \cdot W_C = 10 \text{ kg} \times 61.07 \text{ cm} = 610.7 \text{ kg} \cdot \text{cm}$

已知 $Q_C = 200 \text{ kg}$, 则

$$r_C = \frac{\mu_w \cdot W_C}{Q_C} = \frac{610.7 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{200 \text{ kg}} = 3.0535 \text{ cm}$$

Q_C 的方位角由该矢量图量得或通过计算来确定, 即

$$\theta_{AC} = 180^\circ - \arctan \frac{W_B}{W_A} = 180^\circ - \arctan \frac{34.2}{50.6} = 145^\circ 57' \quad \text{【例】}$$

(由 $Q_A r_A$ 沿顺时针方向量到 $Q_C r_C$ 的角)

(2) 求 A 和 B 平面内的不平衡惯性力 P_A (或 P_B) 及 A 、 B 平面间的惯性力矩 M_I , 先将 Q_C 沿轴向静力分配到重块 A 、 B 所在的平面中去, 得

$$Q'_C = Q_C \frac{L_{BC}}{L_{AC} + L_{BC}} = 200 \text{ kg} \times \frac{50 \text{ cm}}{40 \text{ cm} + 50 \text{ cm}} = 111.11 \text{ kg} \quad (\text{在 } A \text{ 平面内})$$

$$Q''_C = Q_C - Q'_C = 200 \text{ kg} - 111.11 \text{ kg} = 88.89 \text{ kg} \quad (\text{在 } B \text{ 平面内})$$

则 A 平面中的不平衡质径积为

$$Q' = Q_A r_A + Q'_C r_C$$

其中

$$Q_A r_A = 11 \text{ kg} \times 46 \text{ cm} = 506 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q'_C r_C = 111.11 \text{ kg} \times 3.0535 \text{ cm} = 339.27 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

以前面的同样比例尺作矢量多边形 (图 8.6(c)), 得

$$Q' r = \mu_W W' = 10 \text{ kg} \times 29.8 \text{ cm} = 298 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad 2.98 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

故

$$P_A = -P_B = \frac{Q' r}{g} \omega^2 = \frac{2.98 \text{ kg} \cdot \text{m}}{9.8 \text{ N/kg}} \times \left(\frac{\pi \times 50 \text{ rad/s}}{30} \right)^2 = 8.34 \text{ kg}$$

所以 A 、 B 平面间的惯性力矩为

$$M_I = P_A (L_{AC} + L_{BC}) = 8.34 \text{ kg} \times 90 \text{ cm} = 750.6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

(3) 求两顶尖上所受的动压力 P_{O_1} (或 P_{O_2})

$$P_{O_1} = -P_{O_2} = \frac{M_I}{L_{O_1 O_2}} = \frac{M_I}{L_{O_1 B} + L_{BC} + L_{AC} + L_{O_2 A}} = \frac{750.6 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{120 \text{ cm}} = 6.25 \text{ kg}$$

【例 8.7】如图 8.7(a) 所示, 曲轴的三个曲柄互相错开 120° , 其半径均为 150 mm 。等效在曲柄销上的质量为 $Q_1 = 27 \text{ kg}$ 及 $Q_2 = Q_3 = 36 \text{ kg}$, 设在 1 号曲柄的左板 (平面 A) 上加一平衡质量 Q_A 及在轮 B 上除掉一块材料来达到平衡, 其回转半径为 $r_A = 230 \text{ mm}$ 、 $r_B = 760 \text{ mm}$, 求 Q_A 和 Q_B 的大小及它们相对于 1 号曲柄的相位角。

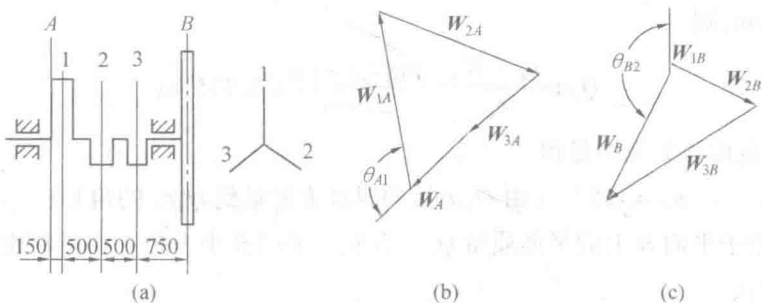


图 8.7

解题要点:

刚性转子的动平衡条件和求解方法。

【解】 (1) 将各曲柄的质径积分解到 1 号曲柄的左板平面 A 和轮子平面 B。

在左板平面 A 中各质径积分量为

$$Q_{1A}r = Q_1r \frac{175}{190} = 27 \text{ kg} \times 15 \text{ cm} \times \frac{175}{190} = 373.03 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q_{2A}r = Q_2r \frac{125}{190} = 36 \text{ kg} \times 15 \text{ cm} \times \frac{125}{190} = 355.26 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q_{3A}r = Q_3r \frac{75}{190} = 36 \text{ kg} \times 15 \text{ cm} \times \frac{75}{190} = 213.16 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

在轮子平面 B 中各重径积分量为

$$Q_{1B}r = Q_1r - Q_{1A}r = 27 \text{ kg} \times 15 \text{ cm} - 373.03 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 31.97 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q_{2B}r = Q_2r - Q_{2A}r = 36 \text{ kg} \times 15 \text{ cm} - 355.26 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 184.74 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$Q_{3B}r = Q_3r - Q_{3A}r = 36 \text{ kg} \times 15 \text{ cm} - 213.16 \text{ kg} \cdot \text{cm} = 326.84 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

(2) 求左板平面 A 中的平衡质量 Q_A 。在左板平面 A 中加了平衡质量 Q_A 达到平衡, 应使

$$\sum Q_i r_i = Q_{1A}r + Q_{2A}r + Q_{3A}r + Q_A r_A = 0$$

取比例尺 $\mu_w = 10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}$, 分别算出代表质径积分量的图上长度为

$$W_{1A} = \frac{Q_{1A}r}{\mu_w} = \frac{373 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 37.3 \text{ mm}$$

$$W_{2A} = \frac{Q_{2A}r}{\mu_w} = \frac{355.26 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 35.526 \text{ mm}$$

$$W_{3A} = \frac{Q_{3A}r}{\mu_w} = \frac{213.16 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} = 21.316 \text{ mm}$$

作矢量多边形, 如图 8.7(b) 所示, 则封闭矢量 W_A 即代表在平衡基面 A 中应加的平衡质量 Q_A 的质径积, 由矢量图量得 $W_A = 14.8 \text{ mm}$, 故得

$$Q_A r_A = \mu_w \cdot W_A = 10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm} \times 14.8 \text{ mm} = 148 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

已知 $r_A = 23 \text{ cm}$, 则

$$Q_A = \frac{\mu_w \cdot W_A}{r_A} = \frac{148 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{23 \text{ cm}} = 6.435 \text{ kg}$$

Q_A 的方位角也由该矢量图量得

$$\theta_{A1} = 125^\circ \quad (\text{由 } Q_{1A}r \text{ 沿顺时针方向量到 } Q_A r_A \text{ 的角})$$

(3) 求轮子平面 B 上的平衡质量 Q_B 。在轮子平面 B 中去掉一块材料质量 Q_B 达到平衡, 应满足下式

$$Q_B r_B = Q_{1B}r + Q_{2B}r + Q_{3B}r$$

取比例尺 $\mu_w = 10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}$, 分别算出代表质径积分量的图上长度为

$$W_{1B} = \frac{Q_{1B}r}{\mu_w} = \frac{31.97 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 \text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}} \approx 3.2 \text{ mm}$$

$$W_{2B} = \frac{Q_{2B} r}{\mu_W} = \frac{184.73 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 (\text{kg} \cdot \text{cm})/\text{mm}} \approx 18.5 \text{ mm}$$

$$W_{3B} = \frac{Q_{3B} r}{\mu_W} = \frac{326.84 \text{ kg} \cdot \text{cm}}{10 (\text{kg} \cdot \text{cm})/\text{mm}} \approx 32.7 \text{ mm}$$

作矢量多边形,如图 8.7(c)所示,则矢量 W_{1B} 、 W_{2B} 、 W_{3B} 、 W_B 即代表在平衡基面 B 中去掉的平衡质量 Q_B 的重径积,由矢量图量得 $W_B = 26 \text{ mm}$,故得

$$Q_B r_B = \mu_W \cdot W_B = 10 (\text{kg} \cdot \text{cm})/\text{mm} \times 26 \text{ mm} = 260 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

已知 $r_B = 76 \text{ cm}$,则

$$Q_B = \frac{\mu_W \cdot W_B}{r_B} = \frac{260 (\text{kg} \cdot \text{cm})/\text{mm}}{76 \text{ cm}} = 3.42 \text{ kg}$$

去掉的平衡质量 Q_B 的方位角,也由该矢量图量得,即

$$\theta_{B2} = 152^\circ \quad (\text{由 } Q_{1B} r \text{ 沿顺时针方向量到 } Q_B r_B \text{ 的角})$$

【例 8.8】 在图 8.8 曲柄连杆机构中,已知 $L_{AB} = 50 \text{ mm}$ 和 $L_{BC} = 240 \text{ mm}$ 。构件 1 和构件 3 的重心 C_1 、 C_3 分别与 A 、 C 两点相重合,构件 2 的重心 C_2 位于 $L_{BC_2} = 60 \text{ mm}$ 处;各构件质量 $Q_2 = 4 \text{ kg}$ 、 $Q_3 = 3 \text{ kg}$ 。要使机构平衡,设在构件 2 的 $r'' = 60 \text{ mm}$ 处加平衡质量 Q'' ,在构件 1 的 $r' = 50 \text{ mm}$ 处加平衡质量 Q' 。试求 Q' 和 Q'' 的大小。

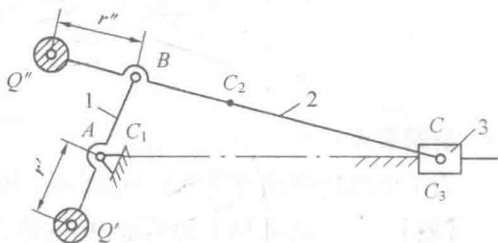


图 8.8

解题要点:

为使机构惯性力完全平衡,可采用质量静代换法对机构进行平衡。

【解】 (1) 将构件 2 的质量 Q_2 按静力分配到 B 、 C 两点进行代换,应满足下列两式

$$Q_{2B} \cdot L_{BC} = Q_2 (L_{BC} - L_{BC_2}) \quad (1)$$

$$Q_{2B} + Q_{2C} = Q_2 \quad (2)$$

联立解(1)、(2)两式,得

$$Q_{2B} = \frac{Q_2 (L_{BC} - L_{BC_2})}{L_{BC}} = \frac{4 \text{ kg} \times (24 \text{ cm} - 6 \text{ cm})}{24 \text{ cm}} = 3 \text{ kg}$$

$$Q_{2C} = Q_2 - Q_{2B} = 4 \text{ kg} - 3 \text{ kg} = 1 \text{ kg}$$

(2) 求加在构件 2 上 r'' 处的平衡质量 Q'' 。在构件 2 的 r'' 处加一平衡质量 Q'' ,应满足下列关系

$$Q'' r'' = (Q_3 + Q_{2C}) \cdot L_{BC}$$

$$Q'' = \frac{(Q_3 + Q_{2C}) \cdot L_{BC}}{r''} = \frac{(3 \text{ kg} + 1 \text{ kg}) \times 24 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = 16 \text{ kg}$$

(3) 求加上构件 1 的 r' 处的平衡载荷 Q' 。在构件 1 上 r' 处加一平衡质量 Q' ,应满足下列关系

$$Q'r' = (Q_2 + Q_3 + Q'')L_{AB}$$

$$Q' = \frac{(Q_2 + Q_3 + Q'')L_{AB}}{r'} = \frac{(4 \text{ kg} + 3 \text{ kg} + 16 \text{ kg}) \times 5 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 23 \text{ kg}$$

【例 8.9】在图 8.9 所示的曲柄滑块机构的平衡装置中,已知构件的尺寸和质量如下: $L_{AB} = 100 \text{ mm}$, $L_{BC} = 400 \text{ mm}$, $L_{AC_1} = 30 \text{ mm}$, $L_{BC_2} = 100 \text{ mm}$, $L_{CC_3} = 0$, $r' = r'' = 50 \text{ mm}$; $Q_1 = 25 \text{ kg}$, $Q_2 = 10 \text{ kg}$, $Q_3 = 30 \text{ kg}$ 。齿轮 a 和 b 的大小相等。试求为平衡该机构所有回转质量的全部惯性力和移动质量的第一级惯性力而必须装在 a、b 两轮($r' = r''$)上的平衡质量 Q' 和 Q'' 的大小。

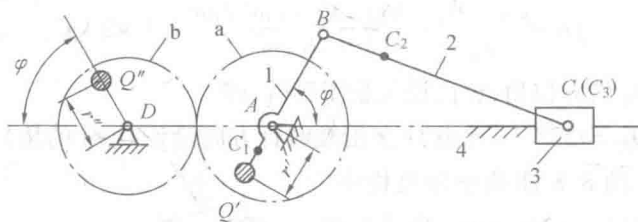


图 8.9

解题要点:

为了使机构惯性力完全平衡,即可采用质量静代换法对机构进行平面机构平衡。

【解】(1) 将曲柄 1 的质量 Q_1 按静力分配到 A、B 两点,并将连杆 2 的质量 Q_2 按静力分配到 B、C 两点,点 B 的集中质量为

$$Q_B = -Q_1 \frac{L_{AC_1}}{L_{AB}} + Q_2 \frac{(L_{BC} - L_{BC_2})}{L_{BC}} = -25 \text{ kg} \times \frac{3 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} + 10 \text{ kg} \times \frac{40 \text{ cm} - 10 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} = 0$$

说明回转质量所产生的惯性力已经平衡。点 C 的集中质量为

$$Q_C = Q_2 \frac{L_{BC_2}}{L_{BC}} + Q_3 = 10 \text{ kg} \times \frac{10 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} + 30 \text{ kg} = 32.5 \text{ kg}$$

(2) 求平衡移动质量 Q_C 所产生惯性力的平衡质量。

因为

$$\frac{Q' + Q''}{g} \omega^2 r' \cos \varphi = \frac{Q_C}{g} \omega^2 L_{AB} \cos \varphi$$

所以

$$Q' + Q'' = Q_C \frac{L_{AB}}{r'} = 32.5 \text{ kg} \times \frac{10 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} = 65 \text{ kg}$$

要使垂直方向分力互相抵消,应使

$$Q' = Q'' = \frac{1}{2} \times 65 \text{ kg} = 32.5 \text{ kg}$$

【例 8.10】在如图 8.10(a) 所示回转体中,有两个不平衡载荷 $m_1 = 10 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 4 \text{ kg}$,质心至回转轴的距离 $r_1 = 30 \text{ cm}$ 、 $r_2 = 10 \text{ cm}$,在两个不平衡质量、两个平衡基面 I、II 与两支承 A、B 之间的尺寸为 $l_1 = l_3 = l_4 = 12 \text{ cm}$ 、 $l_2 = 20 \text{ cm}$ 、 $L = 56 \text{ cm}$ 。试求:

(1) 当轴的转速 $n = 600 \text{ r/min}$ 时,两支承 A、B 上的动反力。

(2) 两支承上的静反力。

(3) 应在两平衡基面 I、II 上加的平衡质量 m_I 、 m_{II} 及方位(取平衡质量质心至回转轴的距离 $r_I = r_{II} = 15 \text{ cm}$)。

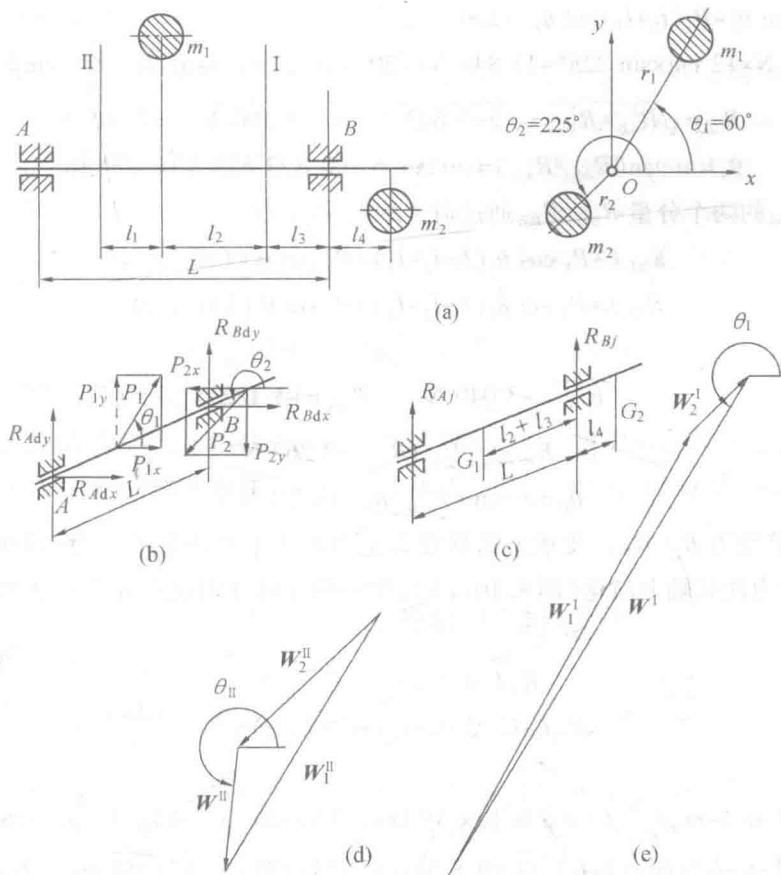


图 8.10

解题要点:

转子的动平衡概念和动平衡计算。

【解】 (1) 求动反力 R_{Ad} 、 R_{Bd} 。因动反力是由不平衡质量的惯性力引起的,故先须确定各不平衡质量的惯性力,即

$$P_1 = -m_1 r_1 \omega^2 = -m_1 r_1 (2\pi n/60)^2 = -10 \text{ kg} \times 0.3 \text{ m} \times (2\pi \times 600 \text{ r/min}/60)^2 = -11\,844 \text{ N}$$

$$P_2 = -m_2 r_2 \omega^2 = -m_2 r_2 (2\pi n/60)^2 = -4 \text{ kg} \times 0.1 \text{ m} \times (2\pi \times 600 \text{ r/min}/60)^2 = -1\,579 \text{ N}$$

其中“-”表示惯性力与向心加速度方向相反。

将两惯性力示于图 8.10(b) 上,而在支承 A、B 上所引起的动反力为 R_{Ad} 、 R_{Bd} ,其中 R_{Ad} 在 x 、 y 方向上的分量为 R_{Adx} 、 R_{Ady} 通过对 B 取矩求得,即

$$R_{Adx} L + P_1 \cos \theta_1 (l_2 + l_3) - P_2 \cos \theta_2 l_4 = 0$$

$$R_{Ady} L + P_1 \sin \theta_1 (l_2 + l_3) - P_2 \sin \theta_2 l_4 = 0$$

于是求得

$$R_{Adx} = [P_2 l_4 \cos \theta_2 - P_1 (l_2 + l_3) \cos \theta_1] / L =$$

$$[1\,579\text{ N} \times 12\text{ cm} \times \cos 225^\circ - 11\,844\text{ N} \times (20\text{ cm} + 12\text{ cm}) \times \cos 60^\circ] / 56\text{ cm} = -3\,623\text{ N}$$

$$R_{A dy} = [P_2 l_4 \sin \theta_2 - P_1 (l_2 + l_3) \sin \theta_1] / L =$$

$$[1\,579\text{ N} \times 12\text{ cm} \times \sin 225^\circ - 11\,844\text{ N} \times (20\text{ cm} + 12\text{ cm}) \times \sin 60^\circ] / 56\text{ cm} = -6\,100\text{ N}$$

故得

$$R_{Ad} = \sqrt{R_{Adx}^2 + R_{A dy}^2} = \sqrt{(-3\,623\text{ N})^2 + (-6\,100\text{ N})^2} = 7\,095\text{ N}$$

$$\theta_A = \arctan(R_{A dy} / R_{Adx}) = \arctan(6\,100\text{ N} / 3\,623\text{ N}) = 239^\circ 18'$$

同理, R_{Bd} 的两个分量 R_{Bdx} 、 R_{Bdy} 通过对 A 取矩求得, 即

$$R_{Bdx} L + P_1 \cos \theta_1 (L - l_2 - l_3) + P_2 \cos \theta_2 (L + l_4) = 0$$

$$R_{Bdy} L + P_1 \sin \theta_1 (L - l_2 - l_3) + P_2 \sin \theta_2 (L + l_4) = 0$$

解之得

$$R_{Bdx} = -3\,040\text{ N} \quad R_{Bdy} = -1\,182\text{ N}$$

故求得

$$R_{Bd} = \sqrt{R_{Bdx}^2 + R_{Bdy}^2} = 3\,262\text{ N}$$

$$\theta_B = \arctan(R_{Bdy} / R_{Bdx}) = 248^\circ 45'$$

(2) 求静反力 R_{Aj} 、 R_{Bj} 。支承上的静反力是由各不平衡质量的重力引起的。当转子静止时, 各重力向其轴上简化(图 8.10(c)), 则沿轴方向分别对点 B 和点 A 取静力矩, 则有

$$R_{Aj} L - G_1 (l_2 + l_3) + G_2 l_4 = 0$$

$$R_{Bj} L - G_1 (L - l_2 - l_3) + G_2 (L + l_4) = 0$$

于是求得

$$R_{Aj} = [m_1 g (l_2 + l_3) - m_2 g l_4] / L = 9.8\text{ N/kg} \times [10\text{ kg} \times (12\text{ kg} + 20\text{ cm}) - 4\text{ kg} \times 12\text{ cm}] / 56\text{ cm} = 48\text{ N}$$

$$R_{Bj} = [m_1 g (L - l_2 - l_3) + m_2 g (L + l_4)] / L = 9.8\text{ N/kg} \times [10\text{ kg} \times 24\text{ cm} + 4\text{ kg} \times 68\text{ cm}] / 56\text{ cm} = 90\text{ N}$$

至于该转子静止时的位置, 可根据此轴的周向静力矩平衡条件来确定。

(3) 求平衡质量 m_I 、 m_{II} 的大小及方位。两平衡质量的质径积的大小分别为 $m_I r_I = 300\text{ kg} \cdot \text{cm}$ 、 $m_{II} r_{II} = 40\text{ kg} \cdot \text{cm}$, 由转子的动平衡条件可得

$$\text{平衡基面 I} \quad m_I r_I + (12/32) m_I r_I + (56/32) m_{II} r_{II} = 0$$

$$\text{平衡基面 II} \quad m_{II} r_{II} + (20/32) m_I r_I - (24/32) m_{II} r_{II} = 0$$

上两式可用图解法或解析法求解。

图解法 取质径积比例 $\mu_w = 2\text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm}$, 分别作上两式的质径积矢量多边形(图 8.10(d)、(e)), 则封闭矢量 W^I 及 W^{II} 即分别代表平衡质量 m_I 和 m_{II} 的质径积, 由图可得

$$m_I r_I = \mu_w W^I = 2\text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm} \times 24\text{ mm} = 48\text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$m_{II} r_{II} = \mu_w W^{II} = 2\text{ (kg} \cdot \text{cm)/mm} \times 108.5\text{ mm} = 217\text{ kg} \cdot \text{cm}$$

因 $r_I = r_{II} = 15\text{ cm}$, 故得平衡载荷 $m_I = 3.2\text{ kg}$, $m_{II} = 14.47\text{ kg}$, 它们的方位角可由图

3. 10(d)、(e)查得: $\theta_I = 262^\circ$, $\theta_{II} = 238^\circ$ 。

解析法 取平衡基面 I 的动平衡方程分别在 x 、 y 方向上的投影式,并求得

$$(m_I r_I)_x = -0.375 m_1 r_1 \cos 60^\circ - 1.75 m_2 r_2 \cos 225^\circ = -6.753 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$(m_I r_I)_y = -0.375 m_1 r_1 \sin 60^\circ - 1.75 m_2 r_2 \sin 225^\circ = -47.93 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$m_I r_I = \sqrt{[m_I r_I]_x^2 + [m_I r_I]_y^2} = \sqrt{(-6.753 \text{ kg} \cdot \text{cm})^2 + (-47.93 \text{ kg} \cdot \text{cm})^2} = 48.404 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$\theta_I = \arctan \{ [m_I r_I]_y / [m_I r_I]_x \} = \arctan(47.93 \text{ kg} \cdot \text{cm} / 6.753 \text{ kg} \cdot \text{cm}) = 261.98^\circ$$

同理,取平衡基面 II 的动平衡方程是分别在 x 、 y 方向上的投影式,并求得

$$[m_{II} r_{II}]_x = -0.625 m_1 r_1 \cos 60^\circ + 0.75 m_2 r_2 \cos 225^\circ = -114.963 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$[m_{II} r_{II}]_y = -0.625 m_1 r_1 \sin 60^\circ + 0.75 m_2 r_2 \sin 225^\circ = -183.588 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

故可求得

$$m_{II} r_{II} = 216.617 \text{ kg} \cdot \text{cm} \quad \theta_{II} = 237.95^\circ$$

可见,两种方法所求的结果相同。

本题计算结果表明,由惯性力引起的支承动反力要比重力引起的静反力大得多,大出了几十倍至几百倍,并将随着转子的转速增高,动反力增大的幅度变大。这就是为什么要进行机构平衡的原因。

8.4 思考题与习题

8.4.1 思考题

- (1) 机械平衡的目的是什么? 造成机械不平衡的原因可能有哪些?
- (2) 机械平衡问题分为哪几类? 何谓刚性转子与柔性转子?
- (3) 机械的平衡包括哪两种方法? 它们的目的各是什么?
- (4) 刚性转子的平衡设计包括哪两种设计?
- (5) 挠性转子动平衡的特点和方法有哪些?
- (6) 什么是平面机构的完全平衡法? 它有何特点?
- (7) 什么是平面机构的部分平衡法? 为什么要这样处理?

8.4.2 习题

【题 8.1】 在图 8.11 所示的盘形回转体中,有四个偏心质量位于同一回转平面内。它们的大小及其重心至回转轴的距离分别为: $Q_1 = 5 \text{ kg}$, $Q_2 = 7 \text{ kg}$, $Q_3 = 8 \text{ kg}$, $Q_4 = 10 \text{ kg}$; $r_1 = r_4 = 100 \text{ mm}$, $r_2 = 200 \text{ mm}$, $r_3 = 150 \text{ mm}$, 而各偏心质量的方位如图 8.11 所示。又设平衡质量 Q 的重心至回转轴的距离 $r = 150 \text{ mm}$, 试求平衡质量的大小及方位。

【题 8.2】 一回转轴上的质量分布如图 8.12 所示, 已知: $Q_1 = 1 \text{ kg}$, $Q_2 = 2 \text{ kg}$; $r_1 = 10 \text{ mm}$, $r_2 = 5 \text{ mm}$; $L_1 = 100 \text{ mm}$, $L_2 = 300 \text{ mm}$, $L = 400 \text{ mm}$; $\alpha_{12} = 90^\circ$ 。如果置于平衡基面

I 和 II 中的平衡质量 Q' 和 Q'' 的重心至回转轴的距离为 $r' = r'' = 10 \text{ mm}$, 试求 Q' 和 Q'' 的大小及方位角。

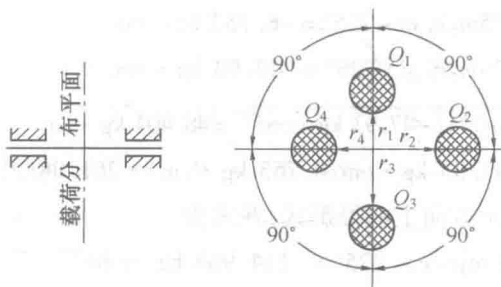


图 8.11

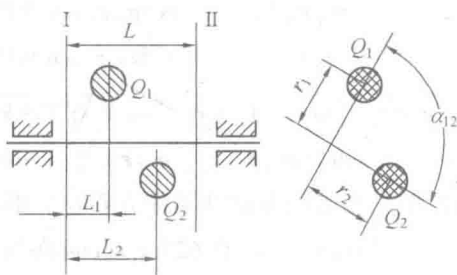


图 8.12

【题 8.3】 在图 8.13 所示的两根曲轴结构中, 已知: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q$; $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r$; $L_{12} = L_{23} = L_{34} = L$, 且曲拐的错开位置如图 8.13 所示。试判断何者已达静平衡, 何者已达动平衡。

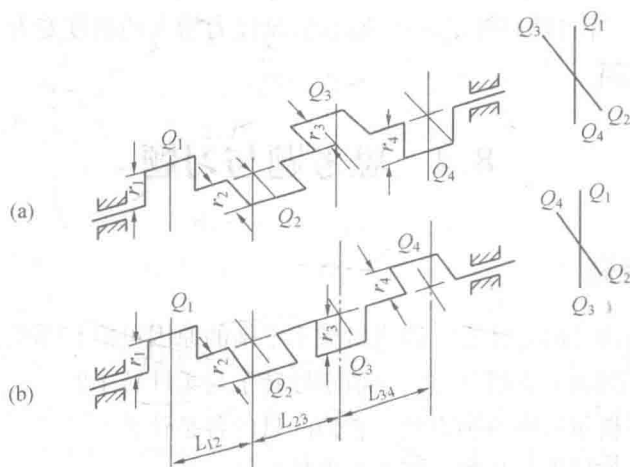


图 8.13

【题 8.4】 在图 8.14 所示的插齿机构中, 已知: $L_{AB} = 70 \text{ mm}$, $L_{BC} = 290 \text{ mm}$, $L_{CD} = 280 \text{ mm}$, $L_{AC_1} = 5 \text{ mm}$, $L_{BC_2} = 145 \text{ mm}$, $L_{DC_3} = 10 \text{ mm}$, 扇形齿轮的分度圆半径 $r = 140 \text{ mm}$; 质量 $m_1 = 5 \text{ kg}$, $m_2 = 4 \text{ kg}$, $m_3 = 5 \text{ kg}$, $m_4 = 20 \text{ kg}$ 。当曲柄 1 与连杆 2 拉成一直线时, 摇杆 3 的倾角 $\alpha = 16^\circ 15'$ 。设在曲柄延长线上 $r' = 80 \text{ mm}$ 处装上一个平衡质量 Q' 及在摇杆上 $r'' = 80 \text{ mm}$ 处装上一个平衡质量 Q'' 来进行该机构的静平衡, 求 Q' 和 Q'' 的大小。

【题 8.5】 图 8.15 所示为一装有皮带轮的滚筒轴。已知皮带轮上有不平衡质量 $m_1 = 0.5 \text{ kg}$, 滚筒上具有三个不平衡质量为 $m_2 = m_3 = m_4 = 0.4 \text{ kg}$, $r_1 = 80 \text{ cm}$, $r_2 = r_3 = r_4 = 100 \text{ cm}$, 各不平衡质量的分布如图 8.15 所示。试对该滚筒轴进行平衡设计。

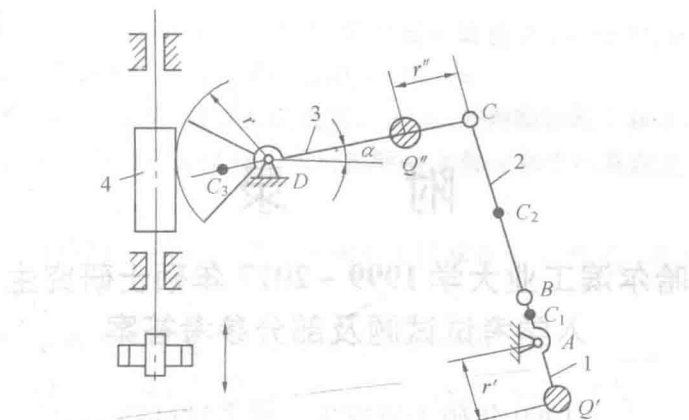


图 8.14

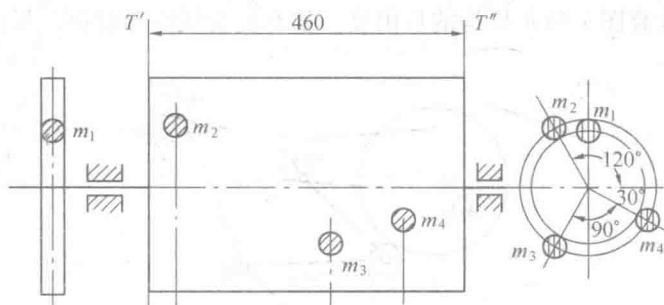


图 8.15

【题 8.6】 图 8.16 所示的三质量位于同一轴面内,其大小及其中心至回转轴的距离各为: $Q_1=10\text{ kg}$, $Q_2=15\text{ kg}$, $Q_3=20\text{ kg}$, $r_1=r_3=100\text{ mm}$, $r_2=80\text{ mm}$ 。又各质量的回转平面及两平衡基面间的距离为: $L=600\text{ mm}$, $L_1=200\text{ mm}$, $L_2=300\text{ mm}$, $L_3=400\text{ mm}$ 。如果置于平衡基面 I 和 II 中的平衡质量 Q' 和 Q'' 的重心至回转轴的距离为 $r'=r''=100\text{ mm}$, 试求 Q' 和 Q'' 的大小。

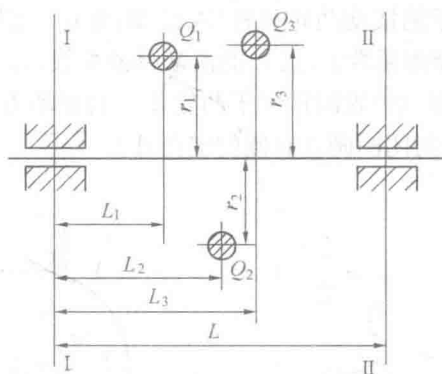


图 8.16

附录

哈尔滨工业大学 1999 ~ 2017 年硕士研究生 入学考试试题及部分参考答案

1999 年硕士研究生入学考试试题

一、(8 分) 计算图 1 所示机构的自由度。如有复合铰链、虚约束、局部自由度, 请在图 1 中标出。

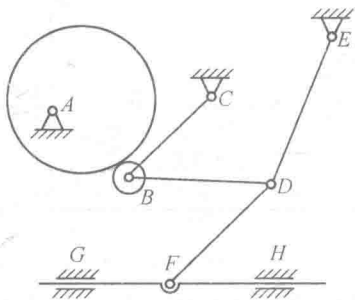


图 1

二、(15 分) 在图 2 所示机构中, 已知: 机构尺寸 $l_{AB} = 50 \text{ mm}$ 、 $l_{BC} = 100 \text{ mm}$ 、 $l_{CD} = 20 \text{ mm}$, 角速度 $\omega_1 = \omega_4 = 20 \text{ rad/s}$ 。试用相对运动矢量方程图解法求图示位置时构件 2 的角速度 ω_2 和角加速度 ε_2 的大小和方向。(应列出矢量方程式, 画出速度图和加速度图)。

三、(12 分) 在图 3 所示的摆动凸轮机构中, 已知: 作用于摆杆 3 上的外载荷 Q , 各转动副的轴颈半径 r 和当量摩擦系数 f_v , 点 C 的滑动摩擦系数 f , 以及机构的各部分尺寸, 主动件凸轮 2 的转向。试求图示位置时作用于凸轮 2 上的驱动力矩 M 。(直接在下图中画出各摩擦副处的总反力, 力封闭图画在右侧的空白处)

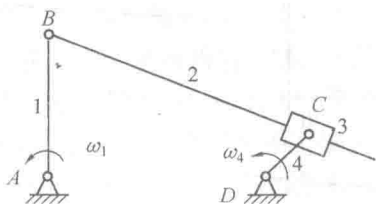


图 2

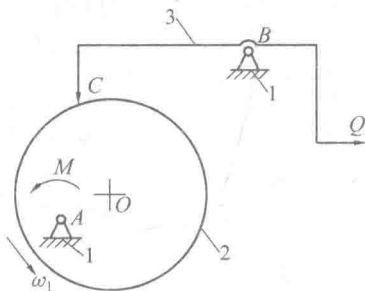


图 3

四、(15分) 设有一对渐开线外啮合直齿圆柱齿轮传动, 已知: $m = 5 \text{ mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$, 传动比 $i_{12} = 2$, 标准中心距 $a = 90 \text{ mm}$ 。

(1) 如果按标准齿轮传动设计, 试确定 z_1 和 z_2 , 并判断齿轮 1 和 2 是否发生根切。

(2) 如果实际中心距 $a' = 92 \text{ mm}$, 求出实际啮合角 α' 和变位系数之和 x_Σ , 并以小齿轮不根切为原则分配 x_1 和 x_2 。

(3) 根据所选择的 x_1 和 x_2 , 计算两齿轮的齿顶圆直径 d_{a1} 和 d_{a2} , 并计算这一对变位齿轮传动的重合度 ε 。

五、(15分) 在图 4 所示轮系中, 已知各轮的齿数: $z_1 = 20$, $z_2 = 30$, $z_3 = z_4 = 12$, $z_5 = 36$, $z_6 = 18$, $z_7 = 68$, 试求该轮系的传动比 i_{1H} 。

六、(15分) 图 5 所示凸轮机构的凸轮回转中心为点 O , 推杆距离回转中心的偏距为 e 。DA 和 BC 为圆心在点 O 的两段圆弧。

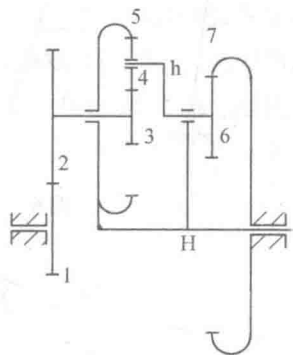


图 4

(1) 在图 5(a) 上画出凸轮的基圆和偏距圆。

(2) 在图 5(a) 上标示出推程运动角 δ_1 、远休止角 δ_2 、回程运动角 δ_3 和近休止角 δ_4 。

(3) 在图 5(a) 上作出机构在点 E 处的压力角。

(4) 在图 5(b) 上作出该凸轮机构的位移曲线 $s-\delta$ 。

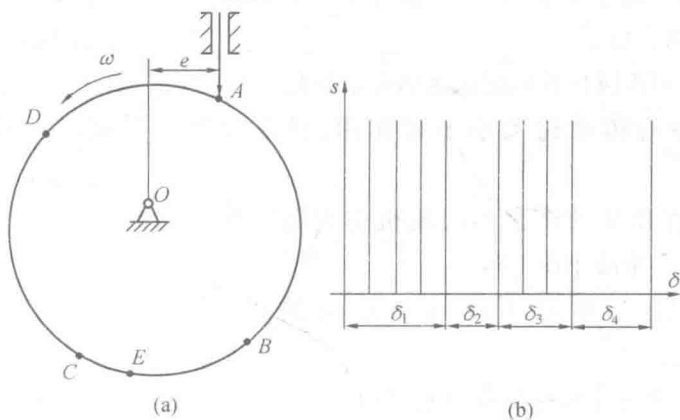


图 5

七、(12分) 在图 6 所示的铰链四杆机构中, 已知: $l_{AB} = 90 \text{ mm}$, $l_{BC} = 210 \text{ mm}$, $l_{CD} = 150 \text{ mm}$, $l_{AD} = 170 \text{ mm}$, AB 杆为主动件。

(1) 作图表示该机构的极位夹角 θ 和最小传动角 $\gamma_{\min}$ 。

(2) 设 l_{AD} 的允许变化范围为 $10 \sim 280 \text{ mm}$, 试分析通过改变 l_{AD} 可以得到几种形式的铰链四杆机构, 并给出 l_{AD} 相应的范围。

八、(8分) 在图 7 所示减速器中, 已知: 各轮的齿数 $z_1 = z_3 = 25$, $z_2 = z_4 = 50$, 各轮的转动

惯量 $J_1 = J_3 = 0.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_2 = J_4 = 0.16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ (忽略各轴的转动惯量), 作用在 III 轴上的阻力矩 $M_{\text{III}} = 100 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。

(1) 取 I 轴为等效构件, 求机构的等效转动惯量 J 和 M_{III} 的等效阻力矩 M_r 。

(2) 如果要加装飞轮, 应该装在哪个轴上, 为什么?

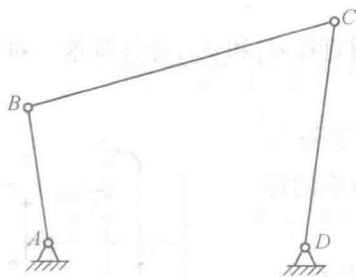


图 6

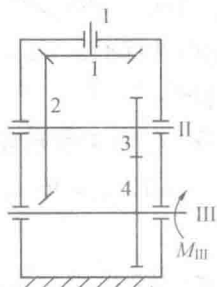


图 7

2000 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(20 分)

(1) 机构具有确定运动的条件是机构的原动件数目应_____机构的自由度。

(2) 一对标准渐开线直齿圆柱齿轮传动的实际中心距大于标准中心距时, 其传动比_____, 而啮合角_____。

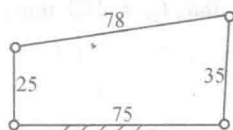
(3) 外啮合斜齿圆柱齿轮的正确啮合条件是: _____、_____、_____。

(4) 轮系中对传动比大小不起作用, 只改变从动轴回转方向的齿轮称为: _____。

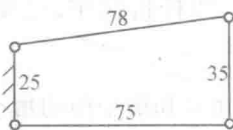
(5) 偏心直动从动件盘形凸轮机构的压力角过大时, 可通过_____和_____来减小压力角。

(6) 试举出三种可实现间歇运动的机构: _____、_____、_____。

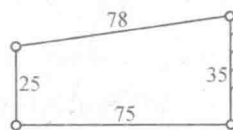
(7) 图 1 所示三种四杆机构分别是: (a) _____、(b) _____、(c) _____。



(a)



(b)



(c)

图 1

(8) 在曲柄摇杆机构中, 以摇杆为主动件、曲柄为从动件, 则曲柄与连杆处于共线位

(9) 飞轮主要用以调节_____速度波动。为了减小飞轮尺寸和质量,应将其装在_____轴上。

(10) 刚性转子的静平衡就是要使_____之和为零。而刚性转子的动平衡则要使_____之和及_____之和均为零。

二、(12 分) 计算图 2 所示机构的自由度。如有复合铰链、虚约束、局部自由度, 直接在试题纸上的图中标出。

(1) 凸轮的基圆半径 r_0 。

(2) 推杆的行程 h 。

(3) 当前位置时的压力角 α 和位移 s 。

(4) 凸轮的偏距 e 。

(5) 凸轮的推程运动角 δ_0 、回程运动角 δ'_0 、远休止角 δ_s 及近休止角 δ'_s 。

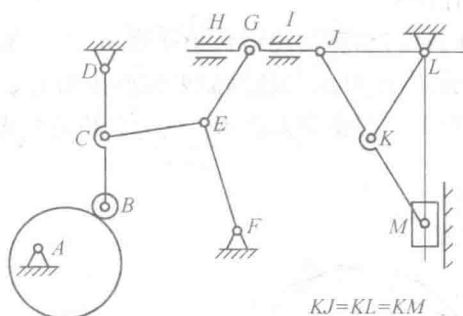


图 2

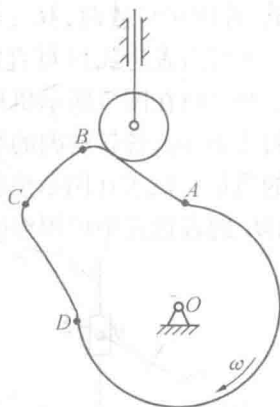


图 3

四、(14 分)在图 4 中,有一对正常齿标准外啮合渐开线直齿圆柱齿轮传动,已知:中心距 $a=100 \text{ mm}$,传动比 $i_{12}=1.5$,压力角 $\alpha=20^\circ$ 。

(1) 试求模数 m 和齿数 z_1, z_2 。要求:① 模数 m 不小于 3, 且按第一系列($\cdots, 3, 4, 5, 6, \cdots$)选择;② 小齿轮齿数 z_1 按不根切选择。

(2) 计算齿轮 2 的 r_{a2} 、 r_2 、 r_{b2} 、 r_{f2} , 并将计算结果在图 4 中标注出来; 并直接在图 4 中作出理论啮合线和实际啮合线。

五、(14 分)在图 5 所示轮系中,已知: $z_1=20, z_2=36, z_3=92, z_4=40, z_5=30, z_6=100$, 给定齿轮 1 的转向如图所示,求传动比 i_{16} , 并指出齿轮 6 的转向。

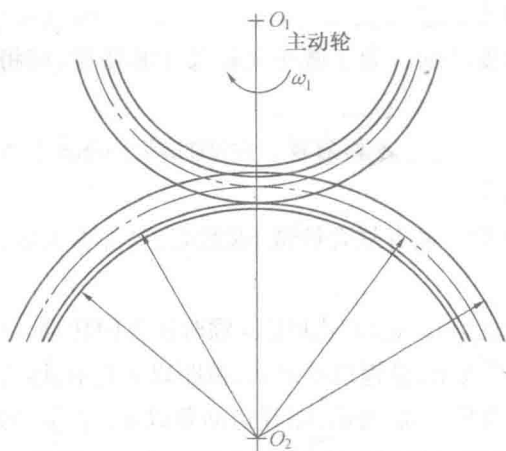


图4

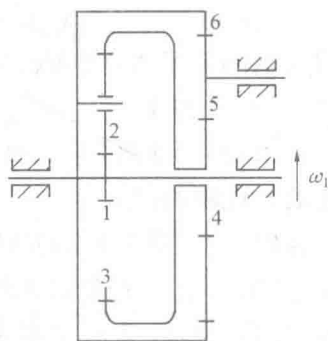


图5

六、(10分) 给定行程速比系数 $K=1.5$, 摇杆 CD 的长度 $l_{CD}=50\text{ mm}$ 及摇杆摆角 $\psi=40^\circ$, 连杆 BC 的长度 $l_{BC}=50\text{ mm}$, 试用图解法设计该四杆机构(求出 AB 及 AD 长度, 并写出作图步骤)。

考生注意: 以下七、八、九、十题分成两组, 七、八题为一组, 九、十题为一组, 考生可任选一组。

七、(10分) 图6所示四杆机构中, 已知各杆长度 l_{AB} 、 l_{AC} 、 l_{CD} , 杆1的回转角速度 ω_1 , $CD \perp DB$ 。在图示位置时, $AC \perp CD$, $\alpha=30^\circ$ 。试用速度瞬心法求构件3在图示位置时的角速度 ω_3 。(写出表达式)(可直接在试题纸上作图)

八、(10分) 在图7所示机构中, 已知各杆长度, 凸轮匀速运转角速度 ω_1 , 从动杆2上的生产阻力矩 M_2 , 各转动副的摩擦圆如图所示, 半径为 ρ , 凸轮高副处的摩擦角为 φ , 不计各构件的质量。试求在图示位置时作用于凸轮1上的驱动力矩 M_1 (受力分析直接做在试题纸上; M_1 的表达式中可用作图线段表示)。

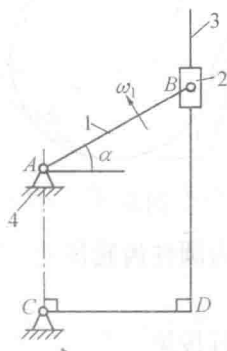


图6

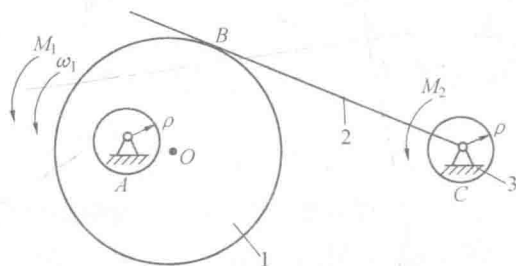


图7

九、(10分) 在图8所示的刚性转子中, 已知: 在 A 、 B 处分别有不平衡质量 $m_A = m_B = 5\text{ kg}$, $r_A = r_B = r = 20\text{ mm}$, $l_A = l_B = 60\text{ mm}$ 。若选择 I、II 两个平衡基面进行动平衡, 试求在两个平衡基面上所需加的平衡质量 m_I 、 m_{II} 的大小, 并作图标出其方位。

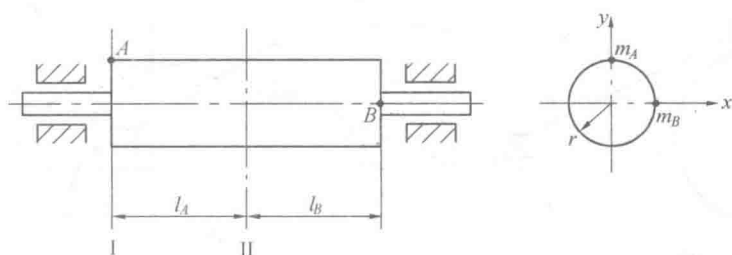


图 8

十、(10 分) 在图 9(a) 所示机械系统中, 已知: 主动轮齿数 $z_1 = 15$, 转动惯量为 $J_1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 驱动力矩为 $M_1 \text{ N} \cdot \text{m}$, 齿轮 2 的齿数为 $z_2 = 30$, 转动惯量为 $J_2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 分度圆半径为 $r_2 = 100 \text{ mm}$, 齿条 3 的质量为 m_3 , 生产阻力为 $P_r \text{ N}$ 。

(1) 试求以齿轮 1 为等效构件时, 系统的等效转动惯量 J 和等效阻力矩 M_r 。

(2) 该机械系统的运动周期为 2π , 生产阻力 P_r 的变化规律如图 9(b) 所示, 驱动力矩 M_1 为常数, 试分析并指出一个周期内的最大角速度与最小角速度发生的位置。

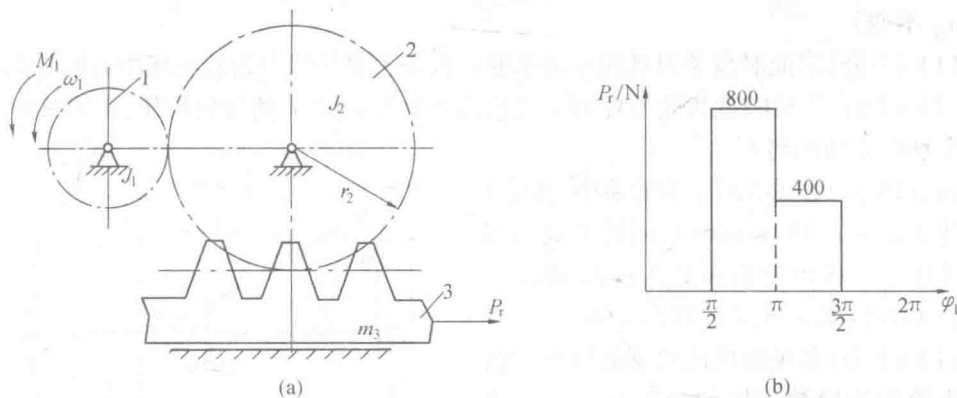


图 9

2001 年硕士研究生入学考试试题

一、回答题(12 分)

1. (6 分) 设计一执行机构, 要求其主动件为转动, 从动件为摆动。其示例如图 1 所示。

请另外设计两个与示例不同的方案。

2. (6 分) 设计一执行机构, 要求主动件为转动, 从动件为往复直线运动。其示例如图 2 所示。

请另外设计两个与示例不同的方案。

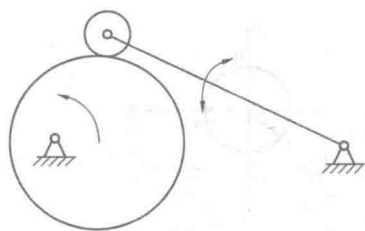


图 1

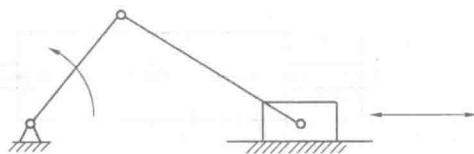


图 2

二、(14 分) 已知某一偏置曲柄滑块机构。滑块 C 的行程速比系数 $K=1.4$, 滑块 C 的行程 $C_1C_2=45 \text{ mm}$, 偏距 $e=20 \text{ mm}$ 。

(1) (7 分) 试用图解法设计此机构。

(2) (7 分) 画出此机构出现最小传动角和最大传动角的位置, 并标出最小传动角 $\gamma_{\min}$ 和最大传动角 $\gamma_{\max}$ 。

三、(14 分) 用周节为 $p=5\pi \text{ mm}$ 的齿轮插齿刀加工一个渐开线标准直齿圆柱齿轮时, 刀具与被加工齿轮毛坯的中心距 $a=300 \text{ mm}$, 传动比 $i=\omega_{\text{刀}}/\omega_{\text{齿}}=3$, 刀具的转动角速度 $\omega_{\text{刀}}=1 \text{ rad/s}$ 。如果改用齿条插齿刀加工同一齿轮毛坯, 并保持相同的齿轮毛坯角速度 (即 $\omega_{\text{齿}}$ 不变)。

(1) (7 分) 求此时齿条刀具的移动速度 v 、齿条刀具中线与齿轮毛坯中心的距离 L 。

(2) (7 分) 若要将此齿轮毛坯加工成变位系数为 $x=0.1$ 的变位齿轮, 求刀具中线与齿轮毛坯中心的距离 L' 。

四、(15 分) 在图 3 所示的轮系中, 齿轮 1 的转速为 $n_1=1500 \text{ r/min}$, 其回转方向如图中箭头所示。各齿轮的齿数为: $z_1=18, z_2=36, z'_2=18, z'_3=z'_5=78, z'_3=22, z_5=66$ 。

(1) (5 分) 如果组成此轮系的所有直齿圆柱齿轮均为模数相同的标准直齿圆柱齿轮, 求齿轮 3 的齿数 z_3 。

(2) (10 分) 计算系杆 H 的转速, 并确定其回转方向。

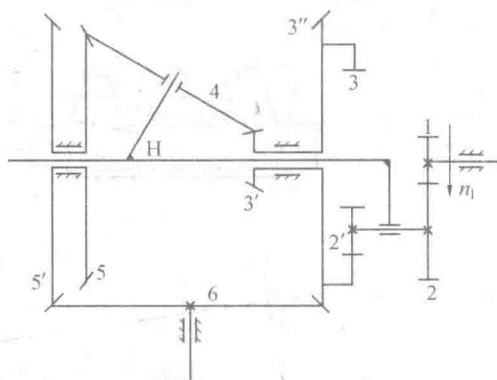


图 3

五、(15 分) 在图 4(a) 所示轮系中, 已知各轮齿数为: $z_1=20, z_2=40, z_3=20, z_4=40$ 。

该轮系在稳定运转时, 作用在轮 1 上的驱动力矩 $M_1=5 \text{ N} \cdot \text{m}$, 已经测得轮 1 的最大角速度 $\omega_{1\max}=160 \text{ rad/s}$, 最小角速度 $\omega_{1\min}=140 \text{ rad/s}$; 作用在轮 4 上的生产阻力矩 M_4 的变化规律如图 4(b) 所示。

(1) (8 分) 画出以轮 1 为等效构件时的等效阻力矩 $M_r-\varphi_1$ 图, 并求此轮系的等效转动惯量 J 。

(2) (7 分) 此轮系在起始运行阶段, 作用在轮 1 上的驱动力矩 $M_1=5 \text{ N} \cdot \text{m}$, 生产阻力矩 $M_4=0$ 。试求轮 1 的角速度 ω_1 由 0 上升到 100 rad/s 所需的时间 Δt 。

六、(10 分) 在图 5 所示机构中, 已知 $DE \parallel GF \parallel IH$, 并且 $DE=GF=IH$; $RT=ST=UT$, 构

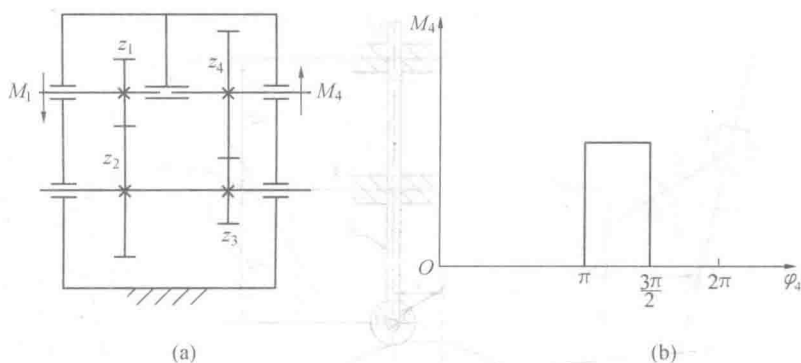


图 4

件 1、2 为齿轮,且齿轮 2 与凸轮固连。试计算其自由度(写出计算公式并计算,指出复合铰链、局部自由度和虚约束)。

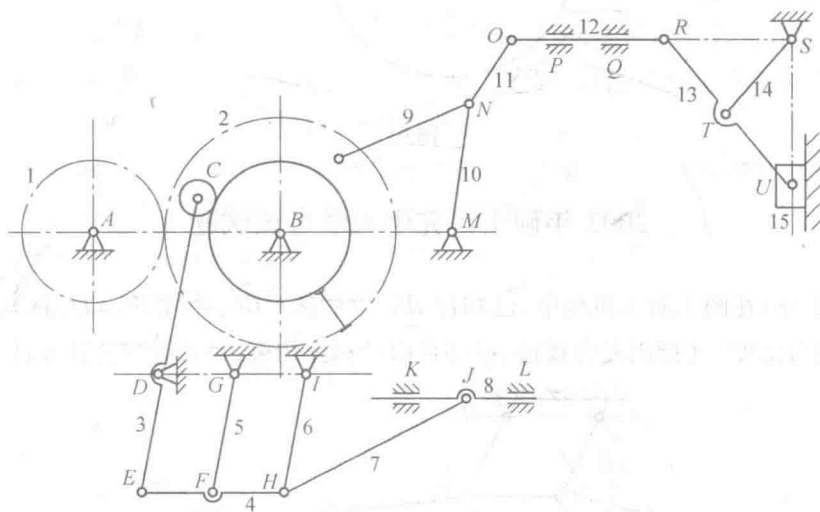


图 5

七、(20 分)图 6 所示为一偏置直动滚子从动件盘形凸轮机构。 O 为凸轮的回转中心,凸轮的实际廓线是以 O_1 为圆心、以 R 为半径的圆。滚子半径为 r_r ,偏距为 e , $\overline{OO_1} = a$, l_1 为从动件悬臂长度, l_2 为从动件导路长度,从动件 2 的宽度忽略不计。凸轮以等角速度 ω 逆时针转动,从动件 2 的运动规律 $s = s(\delta)$, δ 为凸轮的转角。

(1) (10 分)用作图法在图中标出凸轮的基圆半径 r_0 、推程运动角 ϕ_0 、回程运动角 ϕ'_0 、图示位置机构的压力角 α 。

(2) (10 分)如果从动件所受的载荷为 Q (包括质量和惯性力),从动件 2 与导路之间的摩擦系数为 f ,凸轮轴承的摩擦圆半径为 ρ ,其他运动副间的摩擦均忽略不计。试求应加于凸轮上的驱动力矩 M 。(应推导出数学表达式)

(3) 标出该机构的极位夹角 θ 。

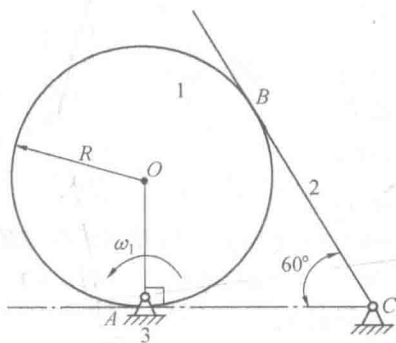


图 2

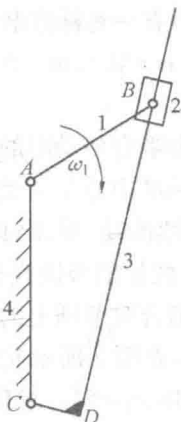


图 3

四、(10 分) 设计一铰链四杆机构。如图 4 所示, 已知摇杆的行程速比系数 $K=1$, 机架的长度 $L_{AD}=120 \text{ mm}$, 曲柄的长度 $l_{AB}=20 \text{ mm}$, 当曲柄 AB 运动到与连杆共线时, 曲柄位置 AB_2 与机架的夹角 $\varphi_1=45^\circ$, 试确定摇杆与连杆的长度 l_{CD} 、 l_{BC} 。

五、(10 分) 在图 5 所示平底从动件凸轮机构中, 已知 P 为作用在推杆上的载荷, 转动副的轴颈半径为 r , 当量摩擦系数为 f_v , 滑动摩擦系数为 f 。试求:

- (1) 在图中画出各运动副反力的作用线及方向。
- (2) 写出应加于凸轮上驱动力矩 M_d 的表达式。

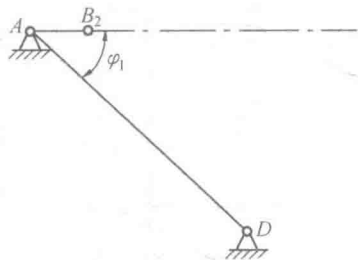


图 4

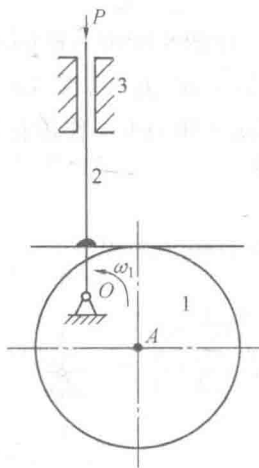


图 5

六、(15 分) 图 6 所示为摆动从动件盘形凸轮机构, 凸轮以角速度 ω 逆时针方向回转。试在图上标出:

- (1) 凸轮基圆半径 r_0 。
- (2) 升程运动角 φ 和回程运动角 φ' 。
- (3) 图示位置时摆杆的初始位置角 ψ_0 和角位移 ψ 。

(4) 图示位置时摆杆的压力角 α 。

七、(17 分) 有一对标准渐开线圆柱直齿轮:

$z_1 = 19, z_2 = 42, \alpha = 20^\circ, m = 5 \text{ mm}, h_a^* = 1, c^* = 0.25$ 。

(1) 求标准啮合传动时的重合度 ε 。

(2) 若将标准中心距 a 增大到实际中心距 a' , 刚好满足连续传动, 试求: 此时的啮合角 α' , 实际中心距 a' , 两轮的节圆直径 d'_1, d'_2 。

(3) 证明啮合时节圆上的侧向间隙 $\delta = 2a'(\text{inv } \alpha' - \text{inv } \alpha)$, 并求出其数值。

八、(15 分) 在图 7 所示轮系中, 各轮齿数为: $z_1 = 24, z_2 = z_{2'} = 18, z_3 = z_{3'} = 21, z_4 = 63, z_5 = 18, z_6 = z_{6'} = 18, z_7 = 54$ 。求传动比 i_{17} 的大小及转向。

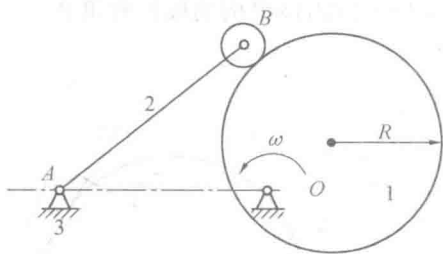


图 6

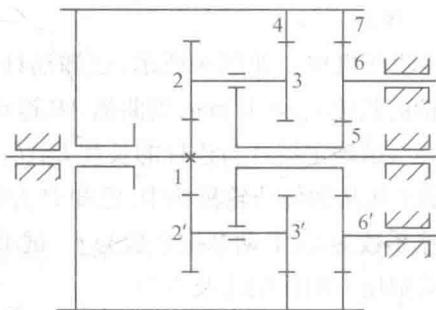


图 7

九、(10 分) 在图 8 所示齿轮传动机构中, 已知: 两轮的齿数为 $z_1 = 20, z_2 = 40$, 转动惯量为 $J_1 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, J_2 = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。作用在主动轮 1 上的驱动力矩 $M_1 = \text{常数}$, 轮 1 的平均角速度 $\omega_m = 50 \text{ rad/s}$, 作用在轮 2 上的阻力矩 M_2 与轮 2 转角 φ_2 的变化规律 $M_2 - \varphi_2$ 如图 8(b) 所示。

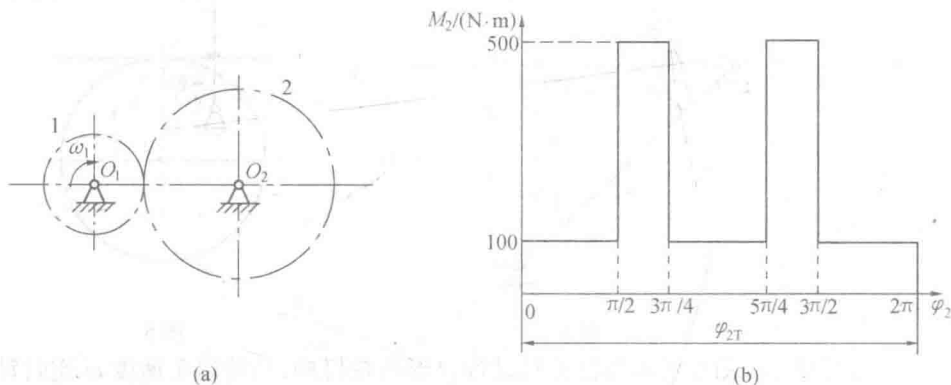


图 8

(1) 画出以轮 1 为等效构件时的等效阻力矩 $M_{re} - \varphi_1$ 图。

(2) 求在稳定运转阶段, 驱动力矩 M_1 的大小。

(3) 求最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。

(4) 为减少轮 1 的速度波动, 在轮 1 上安装飞轮, 如要求速度不均匀系数 $\delta=0.05$, 求所加飞轮的转动惯量 J_F 。

2003 年硕士研究生入学考试试题

一、(10 分) 图 1 所示机构中, 已知: $ME \parallel LF \parallel KG$, 且 $ME=LF=KG$, $EJ \parallel FI \parallel GH$, 且 $EJ=FI=GH$, $AB=BC=BD$ 。试计算其自由度。(写出计算公式并计算, 如存在复合铰链、局部自由度和虚约束, 请明确指出)

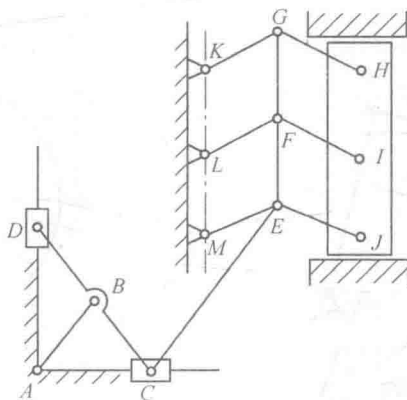


图 1

二、(12 分) 图 2 所示曲柄滑块机构中, 已知曲柄 1 以等角速度 $\omega_1=5 \text{ rad/s}$ 逆时针回转, 已知滑块的行程 $H=500 \text{ mm}$, 行程速比系数 $K=1.25$, 曲柄与连杆的长度之比 $\lambda=a/b=1/3$, 导路在曲柄中心的下方。

(1) 试用解析法设计该曲柄滑块机构(确定曲柄和连杆的长度 a 、 b 及导路与曲柄中心的偏距 e)。

(2) 确定该机构最大压力角 $\alpha_{\max}$ 发生的位置和大小, 并用速度瞬心法求机构在该位置滑块 3 的瞬时速度 v_3 。

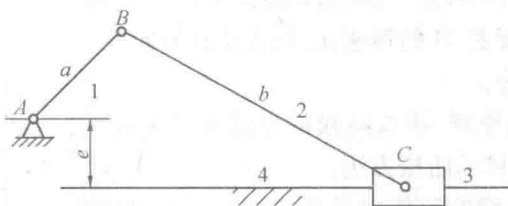


图 2

三、(12 分) 图 3 所示铰链四杆机构中, 已知各杆的长度为: $l_{AB}=25 \text{ mm}$, $l_{BC}=55 \text{ mm}$, $l_{CD}=40 \text{ mm}$, $l_{AD}=50 \text{ mm}$ 。试问:

(1) 该机构是否有曲柄, 如有, 请指出是哪个构件, 并指出该机构在什么情况下有死

点位置?

(2) 该机构是否有摇杆,如有,请作出摇杆的摆角范围(不必计算具体数值)。

(3) 若以构件 AB 为主动件时,机构有无急回运动? 计算行程速比系数 K 。

(4) 若以构件 AB 为主动件时,计算机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 和最小传动角 $\gamma_{\min}$ 。

四、(10分)图4所示盘形凸轮机构中,凸轮为偏心圆盘,圆心为 O ,半径 $R=30\text{ mm}$, $OA=10\text{ mm}$,偏距 $e=10\text{ mm}$,试求:

(1) 该凸轮机构从动件的行程 h 和凸轮的基圆半径 r_0 。

(2) 该凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 、最小压力角 $\alpha_{\min}$ 的数值及其发生的位置。

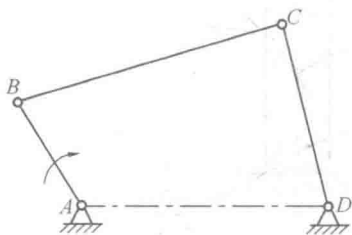


图3

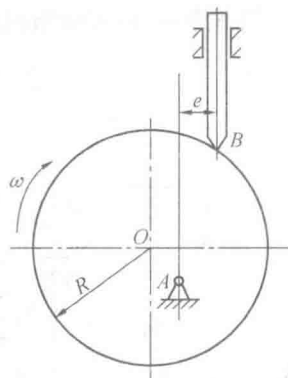


图4

五、(10分)有一对标准中心距安装的正常齿外啮合渐开线标准直齿圆柱齿轮传动,已知: $z_1=20$, $z_2=36$, $\alpha=20^\circ$, 标准中心距 $a=140\text{ mm}$ 。

(1) 试求这对齿轮的模数 m , 两轮分度圆直径 d_1 、 d_2 ; 齿顶圆直径 d_{a1} 、 d_{a2} ; 齿根圆直径 d_{f1} 、 d_{f2} ; 基圆直径 d_{b1} 、 d_{b2} 。

(2) 主动齿轮1以 O_1 为回转中心做逆时针转动,从动齿轮2的回转中心为 O_2 ,按 $\mu_l=0.001\text{ mm/mm}$ 作图,画出并标明两轮节圆、齿顶圆、齿根圆、基圆;作出理论啮合线 $\overline{N_1N_2}$ 和实际啮合线 $\overline{B_1B_2}$ 。

六、(10分)图5所示轮系中,已知各轮齿数为: $z_1=120$, $z_1'=80$, $z_2=40$, $z_2'=20$, $z_3=60$, $z_3'=50$, $z_4=20$, $z_5=70$, $z_5'=80$, $n_1=1\text{ 000 r/min}$ 。试求系杆 H 的转速 n_H 的大小和方向。

七、简答题(共26分)

(1) (6分)按防松原理,螺纹防松的方法可分为几类? 对每类各列举出两个具体的防松方法。

(2) (3分)普通平键的工作面是哪个面? 普通平键连接的失效形式有哪些? 平键的 $b \times h$ 如何确定?

(3) (4分)在非液体摩擦滑动轴承计算中,为什么要限制轴承的压强 p 和 pV 值?

(4) (4分)试述形成动压油膜的基本条件是什么?

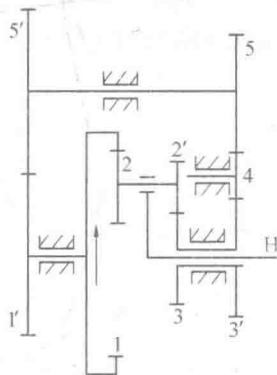


图5

(5) (5分) 试分析齿轮传动中, 齿面疲劳点蚀失效产生的原因, 并说明疲劳点蚀首先出现的部位及影响齿面抗点蚀能力的主要因素。

(6) (4分) 轴的当量弯矩公式 $M_e = \sqrt{M^2 + (\alpha T)^2}$ 中系数 α 的含义是什么? 如何取值?
八、(共 40 分)

(1) (12分) 图 6 所示为蜗轮蜗杆与斜齿轮的组合传动。已知蜗杆 1 的转向 n_1 、蜗轮 2 的轮齿旋向如图 6 所示, 要求 II 轴上两轮所受到的轴向力能相互抵消一部分。请在图上啮合点处标出 F_{t1} 、 F_{r1} 、 F_{t2} 、 F_{r2} 的方向, 并在图上标出齿轮 4 的转动方向及其轮齿旋向。(⊗表示方向垂直纸面向里, ⊙表示方向垂直纸面向外)。

(2) (14分) 钢质液压油缸如图 7 所示。油压 $p = 1 \text{ N/mm}^2$, 油缸内径 $D = 160 \text{ mm}$, 缸筒与缸底采用 8 个螺栓均布连接, 螺栓连接的相对刚性系数 $\frac{C_b}{C_b + C_m} = 0.3$, 预紧力 $F_0 =$

$2.5 F_E$ (F_E 为螺栓的工作载荷), 螺栓的许用应力 $[\sigma] = 120 \text{ N/mm}^2$ 。试求:

- ① 单个螺栓的总拉伸载荷。
- ② 单个螺栓所受的残余预紧力。
- ③ 连接螺栓的小径(保留两位小数)。

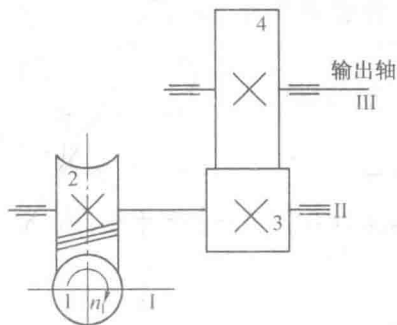


图 6

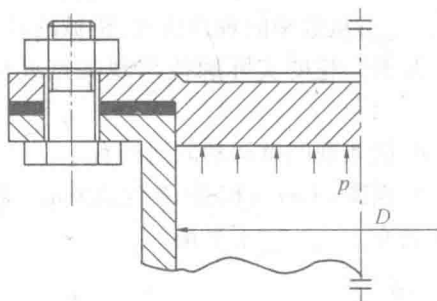


图 7

(3) (14分) 有一轴承部件, 其轴承为向心角接触球轴承, 安装形式及尺寸关系如图 8 所示。已知: $F_R = 1000 \text{ N}$, $F_a = 100 \text{ N}$, 内部轴向力 $F' = 0.4 F_r$, 径向动载荷系数及轴向动载荷系数分别为 $X = 0.5$ 和 $Y = 1$, 轴承的基本额定动载荷 $C = 11.2 \text{ kN}$, 温度系数 $f_t = 1$, 载荷系数 $f_p = 1$, 试求每个轴承的当量动载荷及轴承 1 的基本额定寿命。

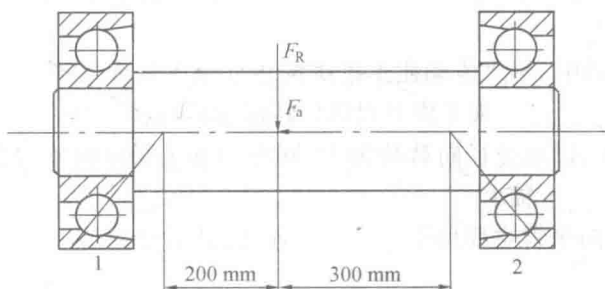


图 8

九、(20 分)图 9 所示为两端固定式支承的轴承部件结构图,轴承采用润滑油润滑,该图中存在若干结构上的错误。请画出正确的结构图。

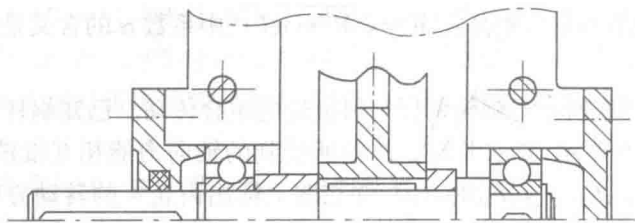


图 9

2004 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 如图 1 所示的铰链四杆机构中,若机构以 AB 杆为机架,则为_____机构;若机构以 CD 杆为机架,则为_____机构。

2. 移动副的自锁条件是_____;转动副的自锁条件是_____;从效率的观点出发,机械的自锁条件是_____。

3. 若凸轮的实际廓线出现尖点或相交时,可采取的措施是_____。

4. 能实现间歇运动的机构有_____、_____等。

5. 在图 2(a)、(b)中, S 为总质心,图(a)中的转子具有_____不平衡;图(b)中的转子具有_____不平衡。

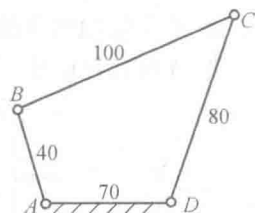


图 1

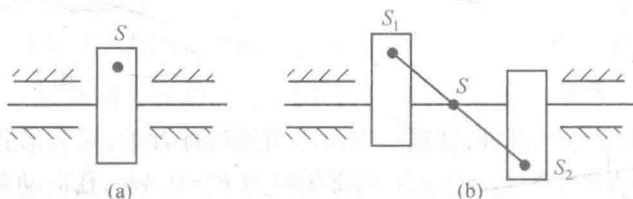


图 2

6. 在普通 V 带设计中,影响功率增量 ΔP_0 的主要因素有_____、_____和_____。

7. 普通 V 带传动中,导致传动比不准确的主要原因是 V 带传动中存在_____现象,设计计算中引入_____来考虑其对输出转速的影响。

8. 在轴承部件中,以承受径向载荷为主,同时能够承受单向轴向载荷的滚动轴承有_____轴承和_____轴承。

9. 键连接中,导向平键主要用于_____连接,其工作面是_____,主要失效形式是_____。

二、简答题(每小题 5 分,共 20 分)

1. 软齿面闭式齿轮传动中,最主要的失效形式是什么? 通常首先出现在齿廓的什么

位置?为什么?

2. 以滑轮轴为例,绘简图说明,当提升质量不变时,固定心轴和转动心轴哪种具有更长的使用寿命?

3. 什么是滚动轴承的基本额定动负荷?

4. 对于长期受大载荷而且径向载荷方向一定的滚动轴承而言,外圈与轴承座孔的配合选择应该是外圈相对于轴承座能做极缓慢转动的过渡配合,这是为什么?

三、分析计算题(共 90 分)

1. (10 分)图 3 所示齿轮连杆组合机构,试计算其自由度。(如存在局部自由度、复合铰链、虚约束,请明确指出)

2. (8 分)图 4 所示插床的转动导杆机构中(由对心曲柄滑块机构 ADP 和转动导杆机构 ABC 组成),导杆 AC 可做整周转动,已知 $l_{AB}=50\text{ mm}$, $l_{AD}=40\text{ mm}$,行程速比系数 $K=2$,求曲柄 BC 的长度 l_{BC} 和插刀 P 的行程 s 。

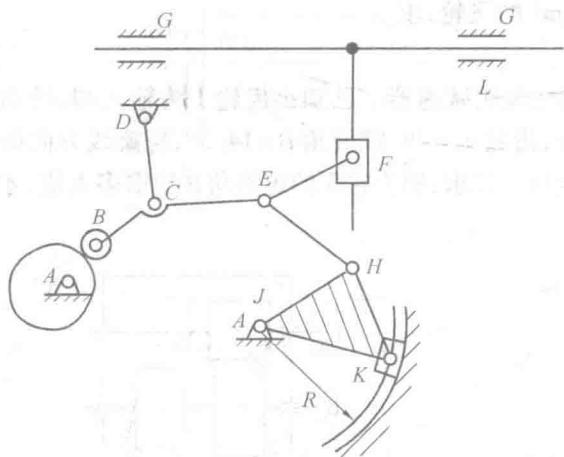


图 3

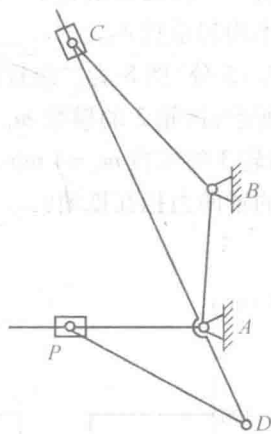


图 4

3. (10 分)图 5 所示偏置滚子直动从动件盘形凸轮机构,凸轮为一偏心圆,滚子半径为 r_r 。试用作图法在图上画出:

(1) 凸轮理论廓线和基圆。

(2) 凸轮由图示位置顺时针转过 90° 时的位移 s 和压力角 α 。

(3) 从动件的最大升程 h 。

4. (12 分)一对正常齿外啮合渐开线标准直齿圆柱齿轮传动,已知 $z_1=25$, $z_2=55$, 模数 $m=2\text{ mm}$,试求:

(1) 两齿轮的分度圆直径 d_1 、 d_2 ; 齿顶圆直径 d_{a1} 、 d_{a2} ; 齿根圆直径 d_{f1} 、 d_{f2} ; 基圆直径 d_{b1} 、 d_{b2} ; 中心距 a 。

(2) 该齿轮传动的重合度 ε 。

(3) 若实际中心距 $a'=79\text{ mm}$ 时,此时应采用何种齿轮传动类型,并叙述其传动优缺点。

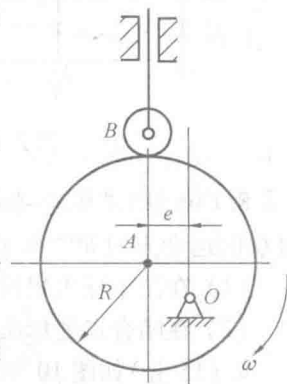


图 5

5. (10分) 图6所示机构中, 已知各轮齿数为: $z_2 = z_4 = 25$, $z_2' = 20$; 齿轮 $1'$ 和齿轮 $3'$ 轴线重合, 且 $z_1' = z_3'$ 。组成轮系的各齿轮的模数相同, $n_4 = 1\,000\text{ r/min}$ 。试求系杆 H 的转速 n_H 的大小和转向。

6. (10分) 已知某机器主轴转动一周为一个稳定运动循环, 取主轴为等效构件, 其等效阻力矩 M_{er} 如图7所示, 设等效驱动力矩 M_{ed} 为常数, 等效转动惯量 J_e 忽略不计。试求:

(1) 最大盈亏功 $A_{\max}$, 并指出最大角速度 $\omega_{\max}$ 和最小角速度 $\omega_{\min}$ 出现的位置。

(2) 说明减小速度波动可采取的方法。

(3) 设主轴的平均角速度 $\omega_m = 100\text{ rad/s}$, 在主轴上装一个转动惯量为 $J_F = 0.5\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 的飞轮, 求运转不均匀系数 δ 。

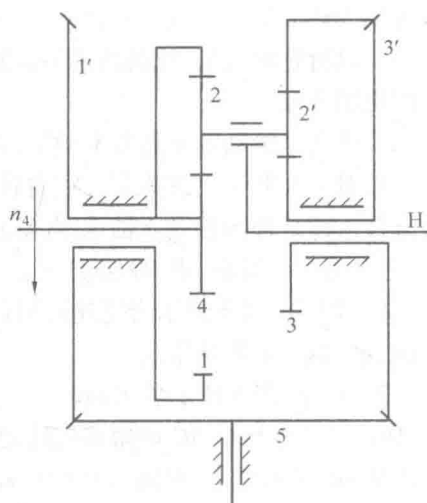


图6

7. (5分) 图8为二级标准斜齿圆柱齿轮减速器。已知小齿轮1为输入端, 转动方向如图所示; 齿轮2的模数 $m_n = 2.5\text{ mm}$, 齿数 $z_2 = 49$, 螺旋角 $\beta = 14.5^\circ$, 螺旋线方向如图所示; 齿轮3的模数 $m_n = 4\text{ mm}$, 齿数 $z_3 = 18$ 。试求: 斜齿轮3的螺旋角 β 应取多大值, 才能使II轴的轴向力相互抵消?

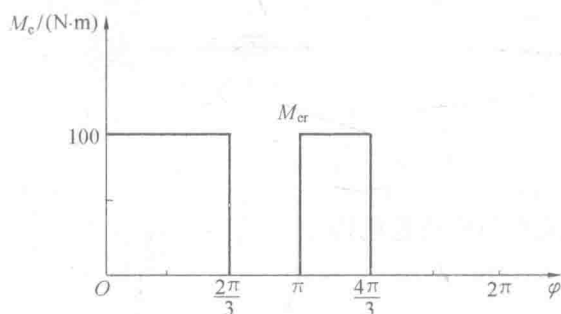


图7

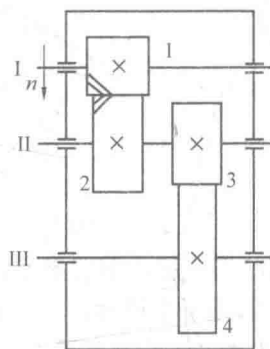


图8

8. (10分) 锥齿轮-蜗杆传动重物提升机构如图9所示, 已知: 电动机轴转动方向和重物 Q 的运动方向如图所示。试求:

(1) 在图中标出蜗杆螺旋线的方向, 使电机转向和重物运动方向符合已知条件。

(2) 在啮合点处标出圆锥齿轮1、2及蜗杆3和蜗轮4所受各力的方向。

9. (15分) 如图10所示, 支架2有水平和垂直两个工作位置 A 、 B , 即支架2可由水平位置转过 90° 到达垂直位置后固定, 反之亦然。末端负载 $R = 500\text{ N}$, 方向始终垂直向下。承载板1与支架2采用普通螺栓连接在一起, 各螺栓位置 L_1 、 L_2 及负载作用位置 L 均已知: $L_1 = 80\text{ mm}$ 、 $L_2 = 60\text{ mm}$ 、 $L = 320\text{ mm}$ 。接合面间摩擦系数 $f = 0.15$, 可靠性系数 $K_f = 1.2$ 。承载板1自重忽略不计, 并假设接合面不会被压溃。试求:

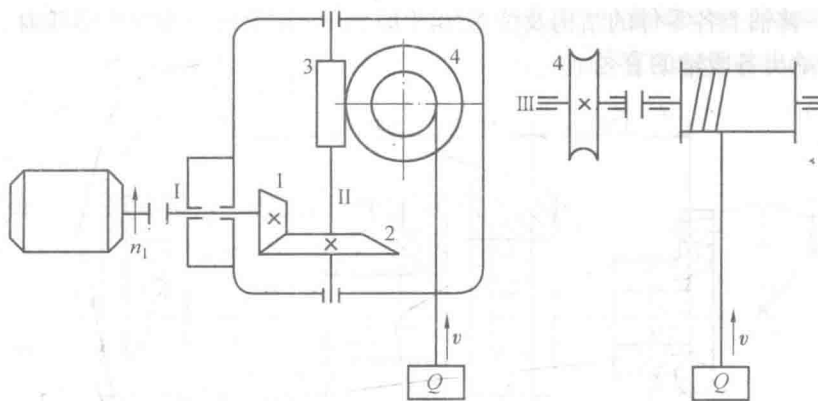


图 9

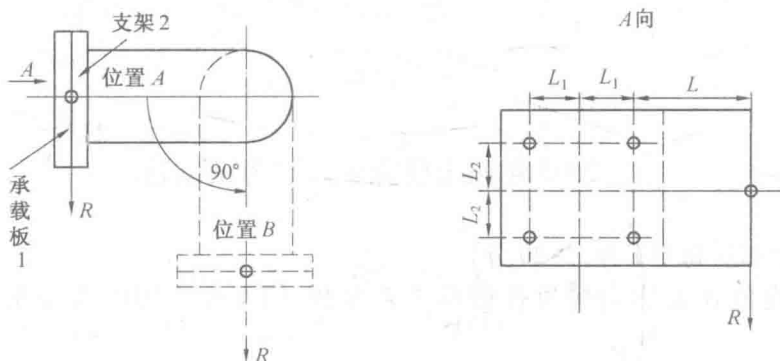


图 10

(1) 计算图中所示工作位置 A 下各螺栓所需预紧力 F' 。

(2) 计算工作位置 B 下卸载最大螺栓的工作载荷 F 。

(3) B 工作位置承载时, 为保证接合面间不出现间隙, 螺栓最小预紧力为 3 000 N, 螺栓的相对刚度为 0.25, 试计算此螺栓组连接满足 A、B 两个工作位置承载下, 卸载最大螺栓的总拉力 F_0 。

四、结构设计题(共 20 分)

1. (3 分) 如图 11 所示, 指出齿轮轴向和周向固定的错误, 并画出正确的结构。

2. (3 分) 图 12 所示为剖分式滑动轴承的局部结构图, 请指出图中结构错误, 并加以说明。

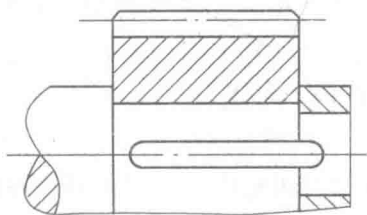


图 11

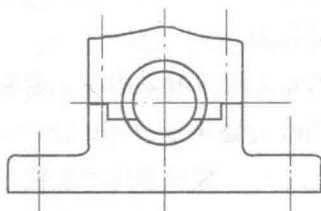


图 12

3. 某一转轴上各零件的结构及位置如图 13 所示, 试设计该轴的外形和轴上零件的轴向固定, 并给出各段轴的直径。

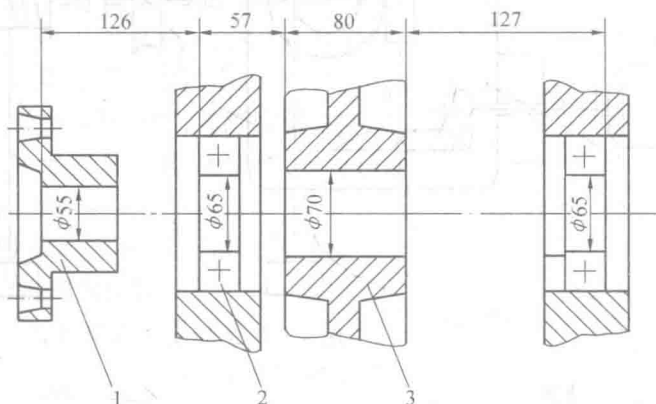


图 13

2005 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

- 螺旋角 ψ 是影响螺纹性能的重要参数, 而螺纹中影响螺旋角 ψ 的参数有_____、_____和_____。
- 有单个螺栓连接, 已知预紧力 $F' = 1\ 500\text{ N}$, 轴向工作载荷 $F = 1\ 000\text{ N}$, 螺栓的相对刚度 $\frac{C_b}{C_b + C_m} = 0.2$, 则该螺栓的总拉力 $F_0 =$ _____, 剩余预紧力 $F'' =$ _____, 若预紧力 F' 不变, 保证连接处不出现缝隙的条件下, 最大轴向工作载荷 $F_{\max} =$ _____。
- 齿轮传动的主要失效形式是_____、_____、_____和_____。
- 在特定条件下, 单根 V 带的许用功率 P_0 与_____、_____和_____有关。
- 设计闭式硬齿面渐开线直齿圆柱齿轮传动, 已知齿轮材料为 40 Cr, 其热处理方式应选用_____。
- 影响斜齿圆柱齿轮齿形系数 Y_F 的主要参数是_____和_____, 齿形系数 Y_F 是反映_____对齿根弯曲应力影响的系数。
- 工作温度在 $100\text{ }^\circ\text{C}$ 以下, 使滚动轴承的基本额定寿命 L 达到 10^6 r 时, 轴承所能承受的最大载荷称为_____。
- 开式齿轮润滑一般采用人工定期加油或在齿面上涂抹_____。

二、简答题(每题 4 分,共 20 分)

- 一个普通的三级减速传动装置, 其中有斜齿圆柱齿轮传动、直齿圆柱齿轮传动和普通 V 带传动, 请按高速-低速排列其顺序, 并简述其理由。
- 请说明验算非液体摩擦滑动轴承 p 值、 p_v 值的目的是_____。

3. 带传动中产生弹性滑动的原因是什么? 它对传动有什么影响? 能否避免?
4. 写出一维流体动压基本方程, 并说明形成流体动压所必须具备的三个条件。
5. 简述齿轮传动的设计准则。

三、分析计算题(90 分)

1. (10 分) 图 1 所示机构为偏置摆动导杆机构。已知: 机构的主动件 $AB = a$, 从动件的偏距 $CD = e$, 中心距 $AD = d$ 。试求:

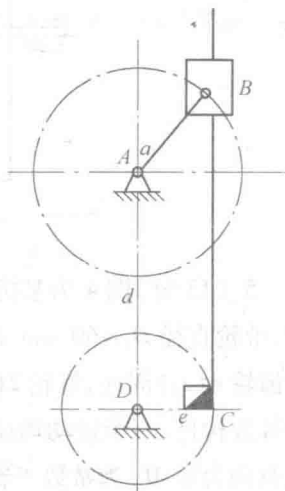


图 1

- (1) 从动件的两个极限位置(画图表示)。
- (2) 机构的极位夹角 θ (写出表达式)。
- (3) 机构的行程速比系数 K (写出表达式)。

2. (15 分) 已知标准齿条型刀具, 齿形角 $\alpha = 20^\circ$, 齿距 $p = 4\pi$ mm, 当加工齿数为 $z = 25$ 的渐开线标准直齿圆柱齿轮时, 工件的回转角速度为 $\omega_2 = \frac{1}{25}$ rad/s。试求:

(1) 轮坯中心与刀具中线之间的距离 L 和刀具移动速度 v_1 。

(2) 当用此刀具来加工另一个渐开线直齿圆柱齿轮时, 如果保持轮坯中心与刀具中线之间的距离 L 和刀具移动速度 v_1 不变, 而齿轮毛坯的角速度为 $\omega_2 = \frac{1}{26}$ rad/s, 求被切制齿轮的齿数 z 及变位系数 x 。

3. (15 分) 图 2 所示凸轮机构中, 凸轮的实际轮廓是以 C 为圆心的圆, 凸轮的回转中心为 O 。试求:

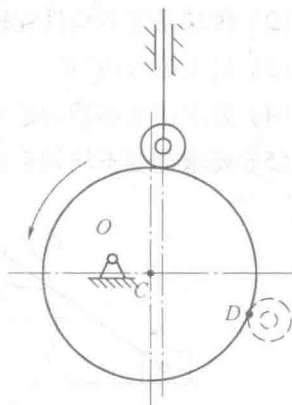


图 2

(1) 凸轮的理论轮廓(画图表示)。

(2) 凸轮的基圆(画图表示)。

(3) 滚子在点 D 与凸轮的实际轮廓接触时, 凸轮的压力角和凸轮推杆相对于推程起始点的位移 s (画图表示)。

(4) 凸轮的最大压力角(画图表示)。

4. (15 分) 图 3 是一种污泥脱水机的传动系统。传动系统各齿轮的齿数为: $z_1 = 20$, $z_2 = 34$, $z_3 = 85$, $z_4 = 23$, $z_5 = 31$, $z_6 = 85$ 。已知脱水筒的转速为 $n_0 = 2\ 530$ r/min, 旋压筒的转速为 $n_1 = 2\ 523$ r/min, 并且两者的回转方向相同。试求: 齿轮 1 的转速 n_1 和回转方向。

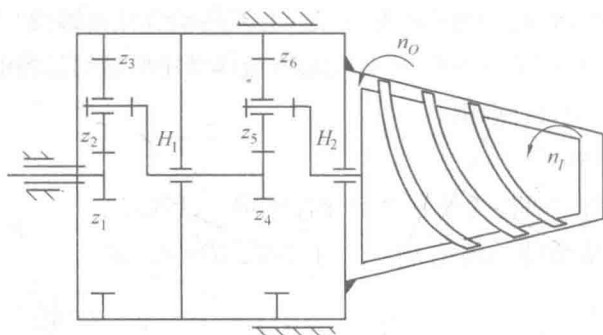


图3

5. (15 分) 图4 为某机器传动系统简图。图中 O_1 为输入轴, 滑块 B 为执行构件。其中, 带轮直径 $D_1 = 60 \text{ mm}$ 、 $D_2 = 120 \text{ mm}$, 各齿轮齿数为: $z_1 = 30$, $z_2 = 60$, $z_3 = 30$, $z_4 = 90$ 。 O_4A 与齿轮 4 (z_4) 固连, 带轮 2 (D_2) 与齿轮 1 (z_1) 固连, 齿轮 2 (z_2) 与齿轮 3 (z_3) 固连。取轴 O_4 为等效构件, 一个运动周期内作用在轴 O_4 上的等效阻力矩 M_r 如图5 所示, 轴 O_4 上的等效驱动力矩 M_d 为常数。轴 O_4 的平均转动角速度为 $\omega_4 = 2.5 \text{ rad/s}$, 传动系统各构件在轴 O_1 的等效转动惯量和为 $J_e = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。试求:

- (1) 轴 O_4 上的等效驱动力矩 M_d 。
- (2) 传动系统各构件在轴 O_4 的等效转动惯量和 J_{e4} 。
- (3) 最大盈亏功 $[W]$ 。
- (4) 要求速度不均匀系数 $\delta \leq 0.02$, 当飞轮安装在轴 O_4 时, 计算飞轮的转动惯量。
- (5) 要求速度不均匀系数 $\delta \leq 0.02$, 当飞轮安装在轴 O_1 时, 计算飞轮的转动惯量。

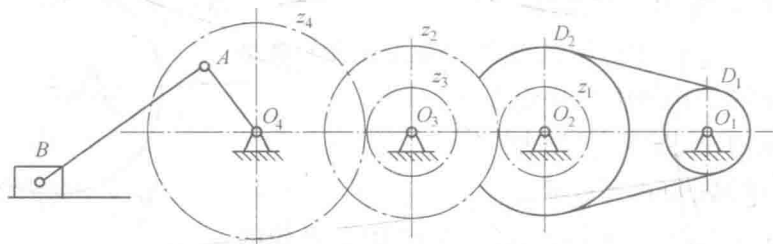


图4

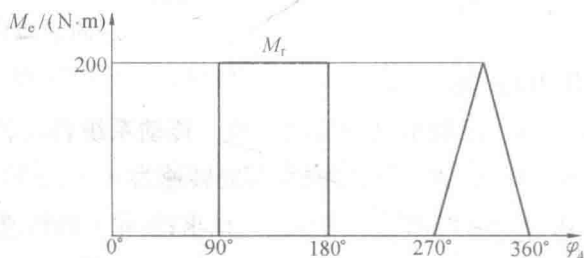


图5

6. (10 分) 如图 6 所示, 一电动绞车起升重物 W , 由斜齿轮、蜗杆副带动卷筒转动, 已知: 蜗轮与卷筒由 4 个均布于 $D_0=250$ mm 圆周上的 M8 铰制孔用螺栓连接 (光杆直径 $d_0=9$ mm, 螺栓杆与孔壁最小挤压面的高度 $h_{\min}=12$ mm), 卷筒直径 $D=200$ mm, 最大起吊重量 $W_{\max}=8\,000$ N, 螺栓许用剪应力 $[\tau]=120$ MPa, 受压件的许用挤压应力 $[\sigma]_p=240$ MPa。试校核:

- (1) 螺栓杆剪切强度。
- (2) 螺栓杆与孔壁的挤压强度。

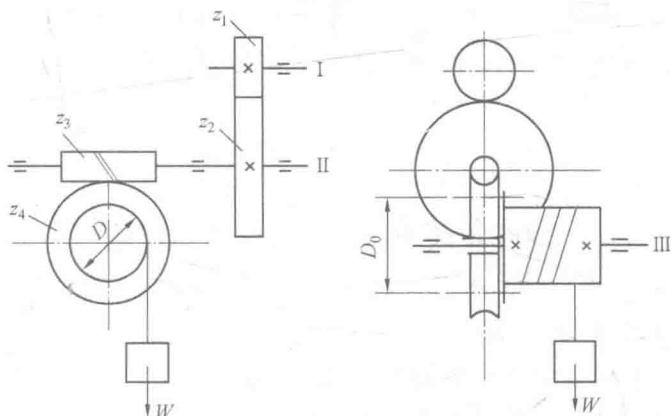


图 6

7. (10 分) 如图 7 所示, 一轴承部件由一对 7209C 轴承支承, 背对背安装, 已知: 轴上轴向力 $F_a=500$ N, 径向力 $F_R=2\,500$ N, 载荷系数 $f_p=1.5$, 温度系数 $f_t=1.0$, 转速 $n=1\,420$ r/min, 轴承的有关参数为: $C=29\,800$ N, $S=0.4F_r$, $X=0.44$, $Y=1.33$ 。试计算:

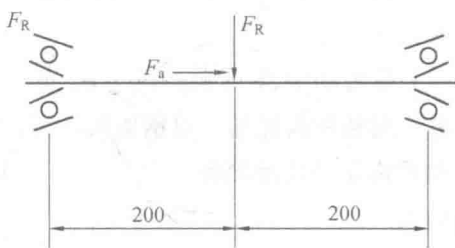


图 7

- (1) 轴承所受的轴向载荷 F_{a1} 、 F_{a2} 。
- (2) 受载较大轴承的寿命 L_h 。

四、结构题(20 分)

1. (6 分) 画出普通螺纹连接结构图。采用 M16 六角螺栓连接两块厚度各为 20 mm 的钢板, 采用弹簧垫圈防松。(只要结构正确, 允许尺寸误差; 6 分)

2. (14 分) 图 8 为斜齿圆柱齿轮轴系结构, 轴系采用两端固定式支承, 轴承采用油润滑, 轴伸处安装联轴器, 无其他特殊要求。

- (1) 请指出图中的错误, 并说明原因。(指出 7 处, 每处 1 分)
- (2) 请画出正确的结构图。(画出正确结构 7 处, 每处 1 分)

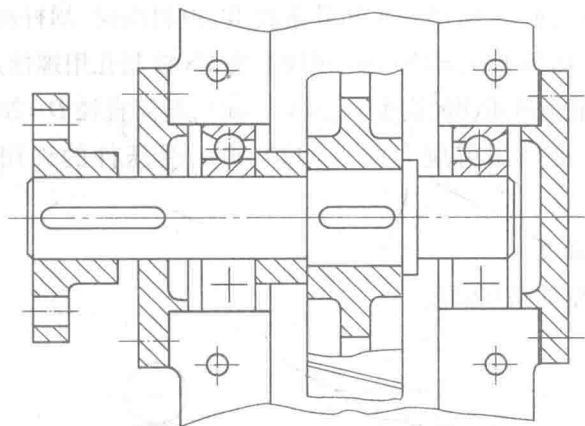


图 8

2006 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 普通平键连接工作时,平键的工作面是_____,平键的剖面尺寸 $b \times h$ 按_____从标准中查取。普通平键连接主要失效形式是_____。
2. 带传动中,若 v_1 为主动轮圆周速度, v_2 为从动轮圆周速度, v 为带速,则这些速度之间存在的关系是_____。
3. V 带传动中, V 带截面楔角 $\varphi = 40^\circ$, 则 V 带轮的轮槽角 φ_0 应_____ 40° 。
4. 一对铸铁齿轮和一对钢质齿轮,若几何参数和载荷相同,则铸铁齿轮的齿面接触应力比钢质齿轮的齿面接触应力_____,而铸铁齿轮的齿根弯曲应力与钢质齿轮的齿根弯曲应力_____。
5. 材料为 20Cr 的齿轮要获得硬齿面,适宜的热处理方法是_____。
6. 高速重载的闭式齿轮传动,最可能出现的失效形式是_____,其失效部位发生在轮齿的_____。
7. 代号为 6206 的滚动轴承,其类型是_____,内径 $d =$ _____ mm。
8. 有一根轴由一对球轴承支承,已知其当量动载荷为 P N,轴的转速为 n r/min,基本额定寿命 $L_h = 8\,000$ h,若其他条件不变,当量动载荷增加 1 倍,则其基本额定寿命 $L'_h =$ _____ h,若其他条件不变,转速降低为原来的 $1/2$,则其基本额定寿命 $L''_h =$ _____ h。
9. 在非液体润滑滑动轴承中,限制 p 值的主要目的是_____。
10. 黏度的常用表示方法有_____、_____和_____。
11. 在常用的螺纹连接中,自锁性能最好的是_____,其牙型角 $\alpha =$ _____。

二、简答题(每题4分,共20分)

1. 试述齿根弯曲疲劳强度计算的力学模型是如何建立的? 其强度计算采用的是什公式? 其危险截面是如何确定的?
2. 滚动轴承部件的轴向固定方式有哪几种? 各自适用于何种场合?
3. 试列出验算非液体摩擦径向滑动轴承工作能力的计算公式。设作用在轴颈上的径向载荷为 F_r N, 轴径直径为 d mm, 轴径长度为 L mm, 轴的转速为 n (r/min)。
4. 在带传动的简图1中画出应力分布图, 注明应力名称。
5. 一对直齿圆柱齿轮, 已知: 模数 $m=3$ mm, 齿数 $Z_1=21, Z_2=63$, 两齿轮材料和热处理方法相同, 按无限寿命考虑, 哪个齿轮的抗弯强度高? 为什么? 两个齿轮的抗接触强度如何? 为什么?

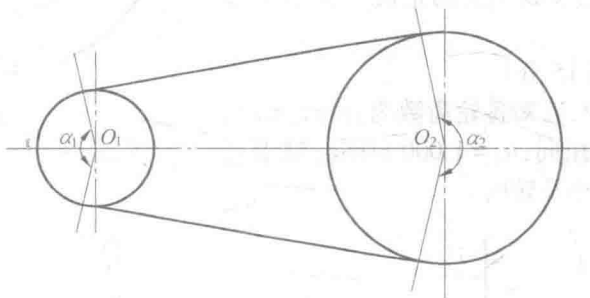


图1

三、分析计算题(13分)

图2所示插床的转动导杆机构中, 已知: $l_{AC}=50$ mm, $l_{CD}=40$ mm, 行程速比系数 $K=1.4$, 求曲柄 AB 的长度和插刀 E 的行程。又若需行程速比系数 $K=2$, 则曲柄 AB 的长度应为多少? 此时插刀的行程是否改变?

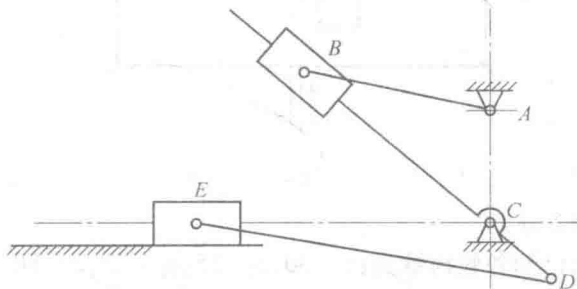


图2

四、分析计算题(15分)

图3所示凸轮机构, 凸轮的实际轮廓为以 C_0 为圆心的圆, 其半径为 $r=45$ mm, 偏距为 $OC_0=20$ mm。凸轮的回转中心为 O , 偏距为 $e=10$ mm, 滚子半径为 $r_r=10$ mm。试求:

- (1) 推杆的行程 h 和凸轮的基圆半径 r_0 。
- (2) 推程运动角 ϕ_0 , 远休止角 ϕ_s , 回程运动角 ϕ'_0 , 近休止角 ϕ'_s (画图表示)。

(3) 最大压力角 $\alpha_{\max}$ 的数值及发生位置(画图表示)。

(4) 推杆与凸轮从在点 B 接触到在点 C 接触凸轮所转过的角度 δ 和推杆的位移 s (画图表示)。

(5) 推杆与凸轮在点 C 接触时凸轮的压力角 α_c (画图表示)。

五、分析计算题(15分)

一对渐开线标准直齿圆柱齿轮: $z_1 = 20, z_2 = 80, m = 5 \text{ mm}, \alpha = 20^\circ, h_a^* = 1, c^* = 0.25$, 安装中心距分别为 $a' = 250 \text{ mm}, 252 \text{ mm}$ 两种情况时, 分别求:

(1) 实际啮合线长度及重合度;

(2) 简述在其他参数不变的情况下安装中心距对重合度的影响。

六、分析计算题(15分)

图4所示轮系中, 已知各轮齿数为: $z_2 = z_4 = 25, z'_2 = 20$, 各齿轮模数相同, $n_4 = 1000 \text{ r/min}$ 。试求行星架的转速 n_H 的大小及转向。

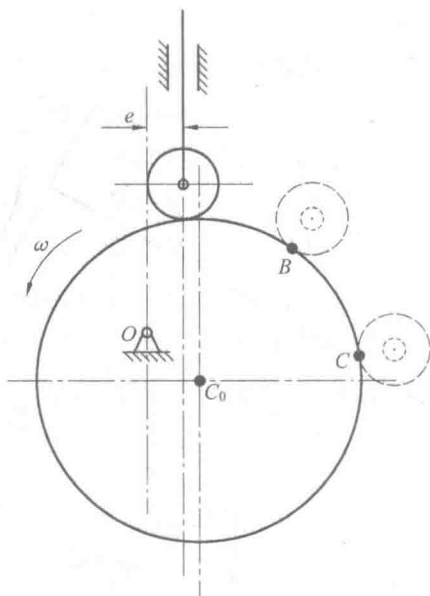


图3

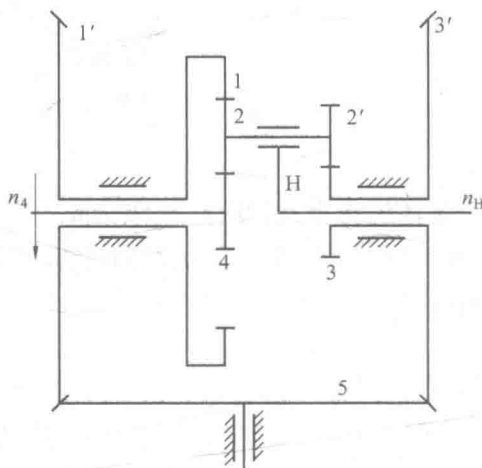


图4

七、分析计算题(12分)

图5所示轮系中, 已知各轮齿数为: $z_1 = 30, z_2 = 75, z'_2 = 25, z_3 = 80$, 齿轮1和齿轮2'的转动惯量均为 $J_1 = J_{2'} = 0.0225 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 齿轮2和齿轮3的转动惯量均为 $J_2 = J_3 = 1.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 在轮1上作用的驱动力矩为 $M_d = 6 \text{ N} \cdot \text{m}$, 轮3上作用的阻力矩 $M_r = 18 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。若轮1的初角速度 $\omega_1 = 0$, 试求:

(1) 分别以轴I和轴III为等效构件时的等效转动惯量 J_{eI} 和 J_{eIII} 。

(2) 以轴I为等效构件时的等效力矩 M_{eI} 。

(3) 齿轮1的角加速度 ε_1 ;

(4) 运动2s后齿轮1的角速度 ω_1 。

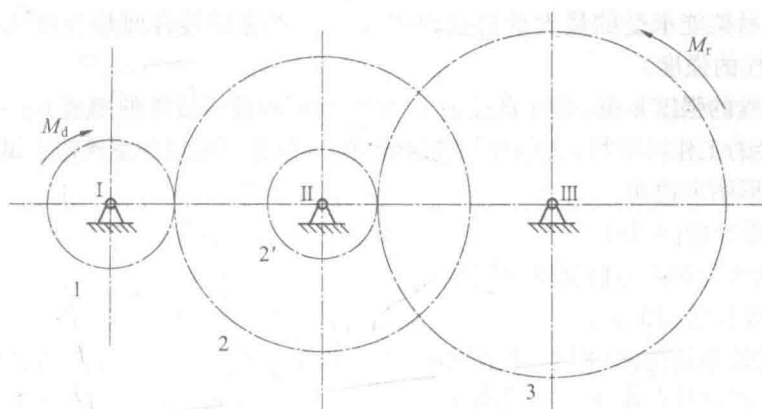


图 5

八、分析计算题(20 分)

某一钢质吊架用螺栓组固定在水平钢梁上,螺栓组由 4 个 M16($d_1=13.835\ 3\text{ mm}$) 的普通螺栓组成,每个螺栓的预紧力均为 $F'=8\ 000\text{ N}$,螺栓的相对刚度 $\frac{C_b}{C_b+C_m}=0.2$,螺栓材料的许用拉应力 $[\sigma]=120\text{ MPa}$,螺栓布置的形式及有关尺寸如图 6 所示。

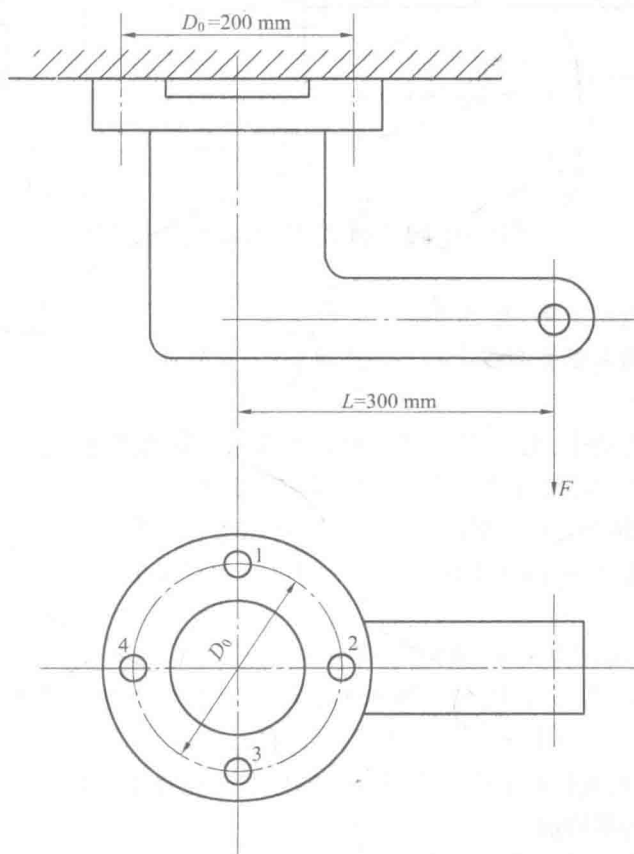


图 6

(1) 试求吊架能承受的最大垂直拉力 $F_{\max} = ?$ (不考虑接合面是否被压溃或出现缝隙, 只考虑螺栓的强度)

(2) 若螺栓的强度足够, 螺栓直径为 d 、预紧力 F' 和被连接件的刚度 C_m 一定, 为提高该螺栓组连接的工作可靠性, 选用细长的螺栓好, 还是选用粗短的螺栓好? 试用螺栓组连接的受力-变形图来说明。

九、结构设计题(4分)

画出任意两种轴上零件的轴向固定方式。

十、结构设计题(16分)

指出齿轮轴系结构图(图7)中的错误(指出并改正8处即可), 说明错误原因, 并在另一半上画出正确结构(16分)。(另画图)

已知:(1) 齿轮是油润滑, 轴承是脂润滑;(2) 角接触球轴承, 面对面安装。

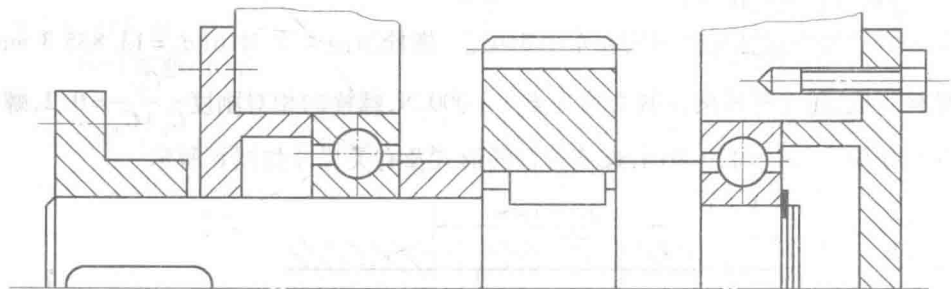


图7

2007 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空1分,共20分)

1. 螺纹连接的主要类型有_____连接、_____连接、_____连接和_____连接。
2. 一对齿轮传动中, 大、小齿轮的齿根最大弯曲应力通常是_____等的。
3. 滚动轴承的滚动体工作过程中与内外圈是处于_____摩擦状态, 滑动轴承过程中, 轴瓦内表面与轴颈之间是处于_____摩擦状态。
4. 摩擦型带传动中, 由于工作中传动带与带轮之间存在_____现象, 摩擦型带传动不能保持准确的_____。
5. 根据轴的承载情况不同, 轴一般可分为_____、_____和_____三类。
6. 螺栓连接中, 按照防松的工作原理, 如按防松方法各属于哪一类: 弹簧垫圈防松_____, 止动垫片防松_____, 黏结剂防松_____。
7. 结构设计中, 我们从手册中查得的油牌号是该润滑油在温度_____, 所具有的_____黏度的平均值_____。
8. 圆柱齿轮设计计算中的齿宽系数, 是_____齿轮的齿宽与_____齿轮的分度圆直径之比。

9. 接触角为 0° 的滚动轴承, 为_____滚动轴承。

二、简答题(每题 5 分, 共 20 分)

1. 简述说明, 在摩擦型带传动设计中, 为什么要限制其最小中心距和最大传动比?

2. 写出两种最适合用来加工高速、重载液体摩擦滑动轴承用轴瓦的材料, 说明在设计轴瓦内表面上的油沟时必须注意什么问题?

3. 齿轮传动中, 齿面接触强度计算的计算点在何处? 其计算的力学模型是什么? 它针对何种失效形式? 简要说明原因。

4. 简述何谓滚动轴承的基本额定动载荷, 并说明它与滚动轴承基本额定静载荷本质上有何不同?

三、分析计算题(共 90 分)

1. 图 1 所示机械传动系统, 已知电机转向, 试分析: (在图上画出或写出)

(1) 为使 II 轴所受的轴向力最小, 确定两斜齿圆柱齿轮螺旋线的方向。(2 分)

(2) 确定蜗轮旋转方向和螺旋线方向。(2 分)

(3) 画出 II 轴上斜齿圆柱齿轮受力的三个分力的方向。(3 分)

(4) 画出 II 轴上锥齿轮受力的三个分力的方向。(3 分)

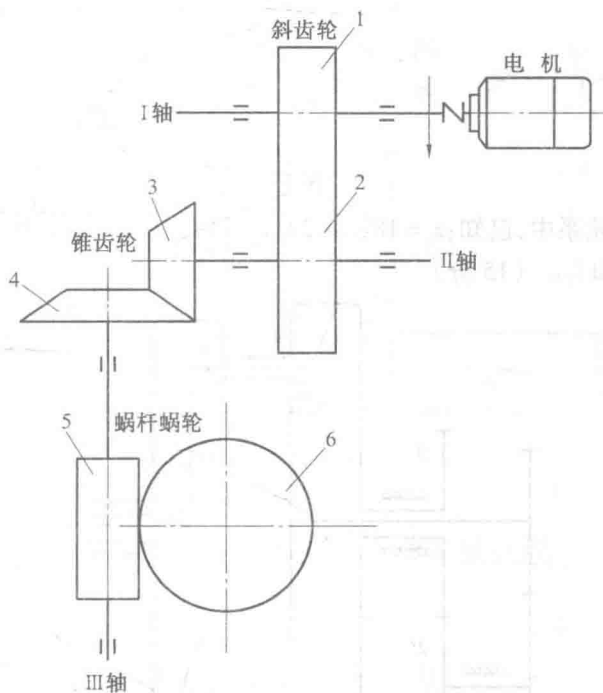


图 1

2. (10 分) 此题原题找不到。

3. (10 分) 在图 2 所示铰链四杆机构中, 已知: $l_{BC} = 50 \text{ mm}$, $l_{CD} = 35 \text{ mm}$, $l_{AD} = 30 \text{ mm}$, AD 为机架, 并且:

(1) 若此机构为曲柄摇杆机构, 且 AB 为曲柄, 求 l_{AB} 的最大值。

(2) 若此机构为双曲柄机构, 求 l_{AB} 的最小值。

(3) 若此机构为双摇杆机构, 求 l_{AB} 的数值。

4. 设计一曲柄摇杆机构 $ABCD$ 。如图 3 所示, 已知: 摇杆的行程速比系数 $K=1$, 机架的长度 $l_{AD}=120\text{ mm}$, 曲柄的长度 $l_{AB}=20\text{ mm}$, 当曲柄 AB 运动到与连杆共线时, 曲柄 AB 与机架 AD 的夹角 $\varphi=45^\circ$, 试求摇杆长度 l_{CD} 与连杆长度 l_{BC} 。(15 分)

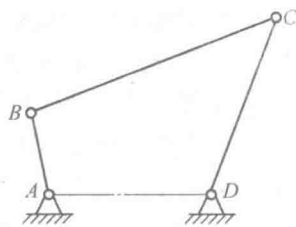


图 2

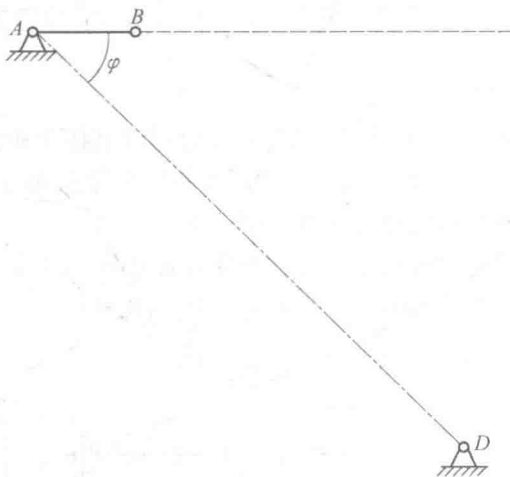


图 3

5. 如图 4 所示轮系中, 已知: $z_1=18, z_2=24, z_{2'}=18, z_3=24, z_{3'}=45, z_2=14, z_{4'}=16, z_5=48$, 试求传动比 i_{15} 和 i_{1H} 。(15 分)

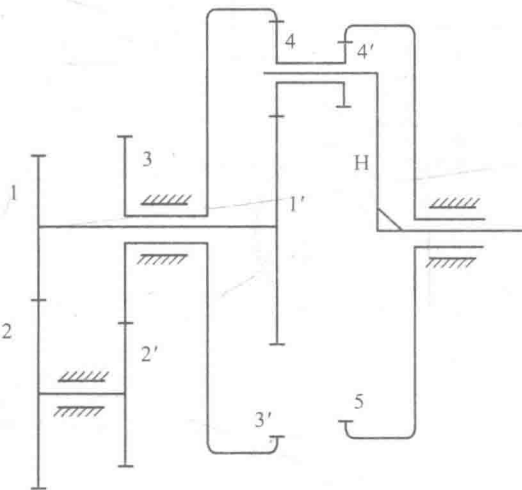


图 4

6. 一对渐开线直齿圆柱标准齿轮传动, 已知: 齿数 $z_1=25, z_2=55$, 模数 $m=2\text{ mm}$, 压力角 $\alpha=20^\circ, h_a^*=1, c^*=0.25$ 。试求:

- (1) 齿轮 1 在分度圆上齿廓的曲率半径 ρ 。
- (2) 齿轮 2 在齿顶圆上的压力角 α_{a2} 。
- (3) 如果这对齿轮安装后的实际中心距 $a' = 81 \text{ mm}$, 求啮合角 α' 和两齿轮的节圆半径 r'_1, r'_2 。(15 分)

7. 如图 5 所示, 偏置直动滚子从动件盘形凸轮机构, 已知凸轮实际轮廓线为一圆在点 O 的偏心圆, 其半径为 R , 从动件的偏距为 e , 试用作图法:

- (1) 为使从动件在推程中凸轮机构的压力角较小, 试确定凸轮的合理转向。
- (2) 画出该机构的凸轮理论廓线及基圆。
- (3) 标出当从动件从图示位置升到位移 s 时, 对应凸轮的转角 δ 及凸轮机构的压力角。(15 分)

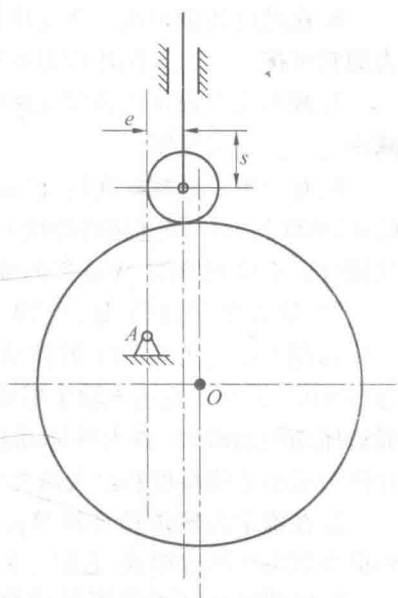


图 5

四、结构设计题(共 20 分)

1. 绘制利用 A 型普通平键实现轴毂连接的径向和轴向结构图, 并说明其工作原理和结构特点。(8 分)
2. 指出如图 6 所示轴承部件的结构错误(6 处即可)(在有错处画 0 编号, 说明错误原因), 并在轴心线下侧画出正确结构图。(12 分)

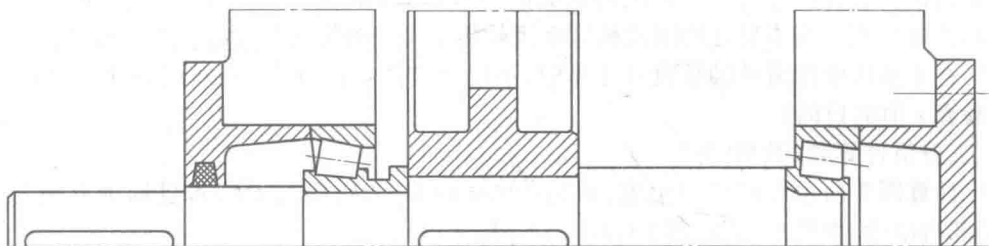


图 6

2008 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分, 共 20 分)

1. 在齿轮传动设计中, 一对齿轮的齿面接触应力是_____; 它们的齿根弯曲应力是_____。(选填“相同的”“不同的”或“不确定”)
2. 带传动的最大应力 $\sigma_{\max}$ 发生在_____, 其值近似表达为_____, 在设计中, 应满足的疲劳强度条件是_____。
3. 用于连接的普通螺纹牙型是_____, 传动效率最高的螺纹牙型是_____。
4. 从滚动轴承的代号 3010/P4, 可以判断其类型是_____轴承, 其内径为_____mm, 其精度等级为_____级。

5. 黏度反映了润滑在外力作用下抵抗剪切变形的能力,也是液体_____大小的标志。它通常与_____和_____有关。

6. 在进行转轴的疲劳强度计算时,弯曲应力应按_____循环应力来考虑,而扭剪应力通常可按_____循环应力处理。

7. 减小应力幅是提高螺纹连接疲劳强度的有效措施,通常是增大_____的刚度,或减小_____的刚度。

8. 有一单个紧螺栓连接,已知预紧 $F' = 1\ 200\text{ N}$, 轴向工作拉力 $F = 1\ 000\text{ N}$, 螺栓刚度 $C_b = 2\ 000\text{ N}/\mu\text{m}$, 被连接件刚度 $C_m = 800\text{ N}/\mu\text{m}$, 则螺栓所受的总拉力 $F_0 =$ _____ N , 为使接合面不出现缝隙, 该连接的轴向工作拉力的最大值 $F_{\max} =$ _____ N 。

二、简答题(每题4分,共20分)

1. 图1是包角为 180° 液体动压径向滑动轴承的静止状态($n=0$), 试绘图表达该轴承形成液体动压润滑过程。当形成液体动压润滑时, 画出液体动压油膜承载区的压力曲线, 并标出最小油膜厚度和最大压力的位置。

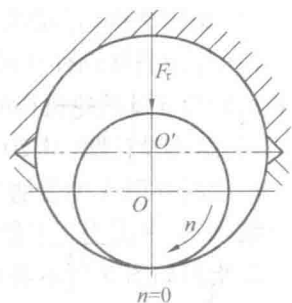


图1

2. 在确定齿轮传动计算载荷时, 引入了载荷系数, 试述载荷系数由几部分组成, 它们主要都是为了考虑哪些因素?

3. 何谓滚动轴承的当量动载荷? 如果某滚动轴承的其他条件不变, 只将其当量动载荷减小 $1/2$, 则该滚动轴承的寿命增加几倍?

4. 点蚀和胶合是齿轮传动的两种常见的失效形式, 试述它们的主要区别。润滑良好的闭式软齿面齿轮传动的失效形式和设计准则是什么?

5. 在非液体摩擦滑动轴承设计计算中, 不仅要验算 p 和 $p v$ 值, 有时还必须验算 v 值, 试述验算 v 值的目的是?

三、分析计算题(共90分)

1. 计算图2所示机构的自由度, 机构中 $CD = DE = DF$, $CE \perp CF$, 若机构中有复合铰链、局部自由度、虚约束, 请在图中标出。(5分)

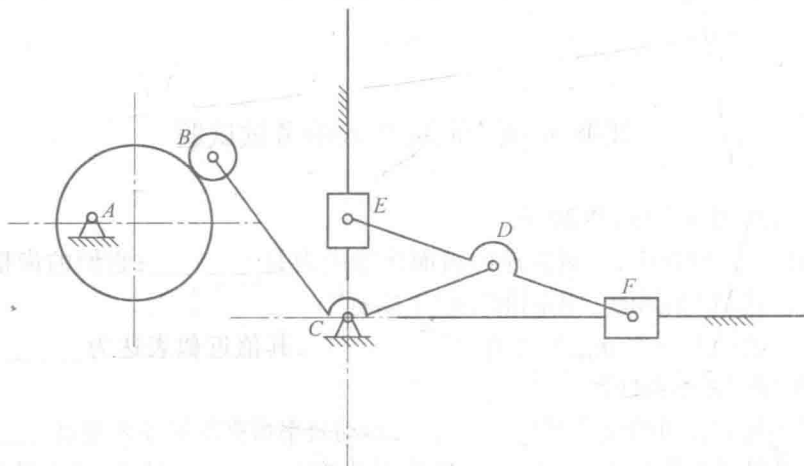


图2

2. 图3所示铰链四杆机构 $ABCD$, M 为驱动力矩, F 为作用在构件 BC 上的已知外力, 转动副 A 、 B 、 C 、 D 和虚线圆为摩擦圆, 试画出求解驱动力矩 M 的机构受力分析图 (10分)

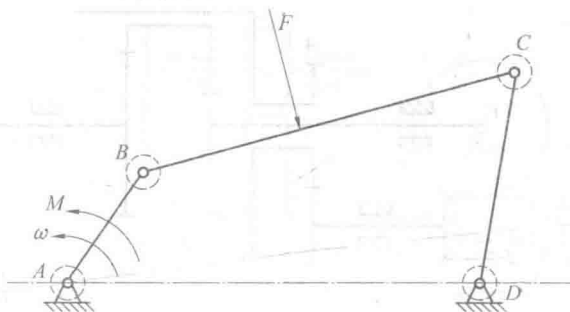


图3

3. 如图4所示为摆动从动件盘形凸轮机构, 凸轮轮廓为以 C 为圆心的圆, 凸轮以角速度 ω 逆时针方向回转。要求:

- (1) 凸轮的理论廓线。
- (2) 凸轮基圆半径 r_0 。
- (3) 凸轮由图4所示位置转到从动件滚子与轮廓在点 D 接触时从动件的位移 Ω , 凸轮的转角 φ 和凸轮的压力角 α 。(15分)

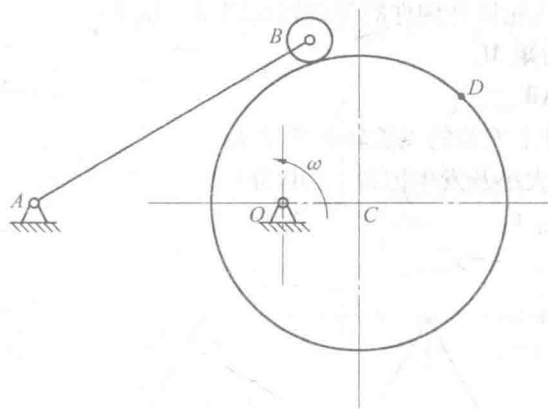


图4

4. 已知标准齿条型刀具, 齿型角 $\alpha = 20^\circ$, 模数 $m = 5 \text{ mm}$, 齿顶高系数 $h_a^* = 1$, 被加工齿轮的齿数为 $z = 23$ 。当刀具中线距轮坯中心 55 mm 时, 试问:

- (1) 此时加工出的齿轮是正变位还是负变位?
- (2) 此时加工出的齿轮是否会发生根切?
- (3) 若要保证被加工齿轮不发生根切, 刀具中线距轮坯中心的距离至少为多少? (15分)

5. 图5所示轮系中, 已知各齿轮齿数为: $z_1 = 16, z_2 = 24, z_{2'} = 18, z_3 = 36, z_{3'} = 18, z_4 = 25, z_5 = 18, z_6 = 42, z_{6'} = 24, z_7 = 36$, 轴 A 以 450 r/min 按图示方向回转, 轴 B 以 600 r/min 按图示

方向回转,求轴 C 转速的大小和转向。(15 分)

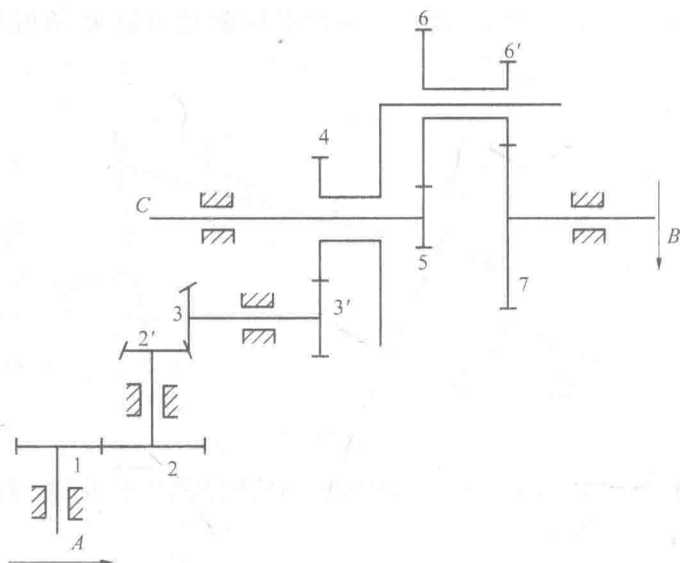


图 5

6. 某机械在稳定运转的一个周期中,作用在等效构件上的等效阻力矩 M_r 的变化规律如图 6 所示,等效驱动力矩 M_d 为常数,平均角速度 $\omega_m = 20 \text{ rad/s}$,要求运转速度不均匀系数 $\delta = 0.05$,忽略除飞轮以外构件的等效转动惯量。试求:

- (1) 等效驱动动力矩 M_d 。
- (2) 最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。
- (3) 应在等效构件上安装的飞轮转动惯量 J_F 。
- (4) $\omega_{\max}$ 与 $\omega_{\min}$ 的大小及发生位置。(10 分)

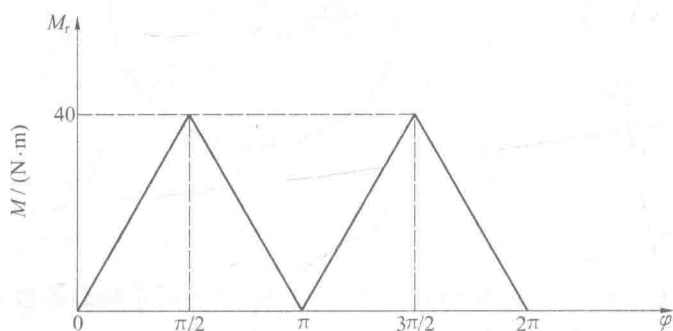


图 6

7. 图 7 为某传动装置所用圆锥齿轮-斜齿轮-蜗轮蜗杆传动机构,已知主动轮 1 的回转方向 n_1 ,试回答下列问题:

- (1) 合理确定斜齿轮 4、蜗杆 5 和蜗轮 6 的螺旋线方向。(3 分)
- (2) 在啮合点处画出斜齿轮 4 和蜗杆 5 所受轴向力和圆周力的方向。(2 分)
- (3) 标出蜗轮 6 的转动方向。(1 分)

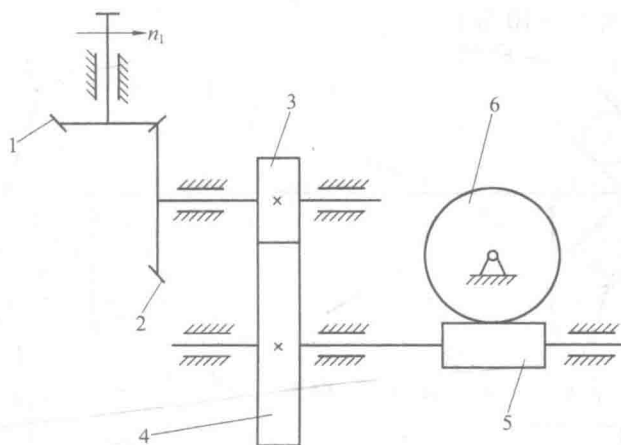


图 7

8. 图 8 所示起重卷筒与大齿轮 2 用 6 个普通螺栓连接在一起, 已知: 卷筒直径 $D = 314 \text{ mm}$, 螺栓分布直径 $D_0 = 400 \text{ mm}$, 接合面摩擦系数 $f = 0.13$, 可靠性系数 $K_s = 1.3$, 螺栓的螺纹小径 $d_1 = 13.835 \text{ mm}$, 螺栓材料的许用应力 $[\sigma] = 80 \text{ MPa}$ 。试求该螺栓组连接允许提升的最大负荷 $Q_{\max}$ 。(10 分)

9. 如果图 8 所示装置轴 I 采用一对 7000C 型轴承支承, 如图 9 所示, 已知轴承 I 上径向载荷 $F_{R1} = 1000 \text{ N}$, 轴承 II 上径向载荷 $F_{R2} = 1500 \text{ N}$ 。轴上的轴向载荷 $F_a = 400 \text{ N}$, 方向如图所示, 轴承上派生(内部)的轴向力 F_s 与径向载荷 F_r 的关系为 $F_s = 0.4 F_r$ 。试求作用于轴承 I 和轴承 II 上的轴向载荷 F_{a1} 和 F_{a2} 。(4 分)

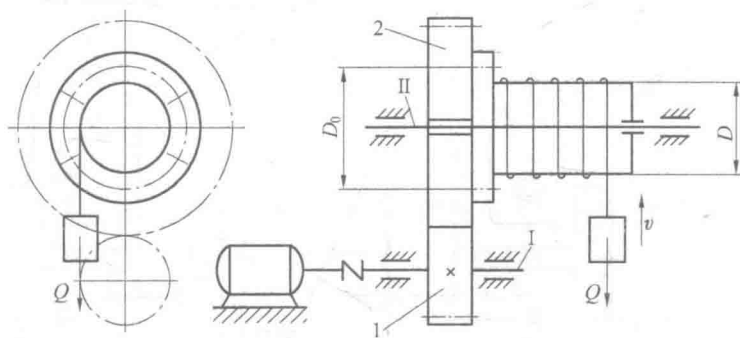


图 8

四、结构设计题(共 20 分)

1. 指出图 10 所示双头螺柱连接结构的错误, 并画出正确的连接结构。(6 分)

2. 图 11 所示为普通 V 带与带轮的装配结构, 指出图中错误, 再画出正确结构, 已知 V 带的两工作面夹角为 40° , 说明带轮轮槽工作面夹角 φ_0 应满足的条件。(4 分)

3. 图 12 所示的轴承组合部件设计, 使用场合为斜齿轮传动高速级, 因转速高、轴向力较大, 要求采用角接触球轴承, 并且轴承和齿轮都采用油润滑。指出图中结构设计不合理和错误之处, 并画出相应的正确结构。(注意: 同类错误算一处, 指出 5 处即可。需要把包含错误结构的部分局部图画在答题纸上, 标出有错之处, 再用文字说明原因, 并画出正

确的局部结构图即可)。(10分)

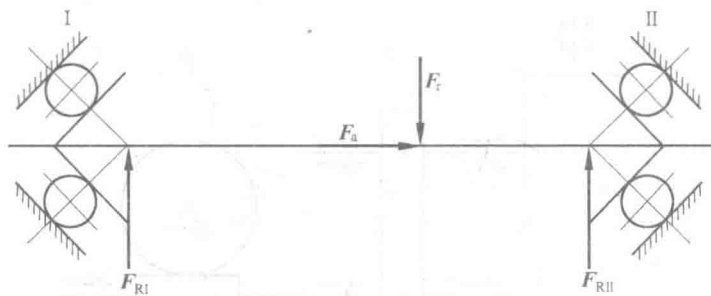


图 9

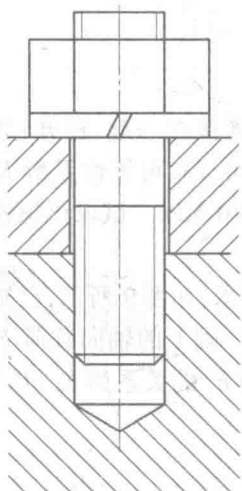


图 10

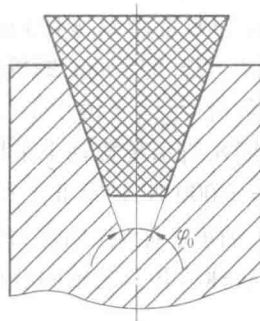


图 11

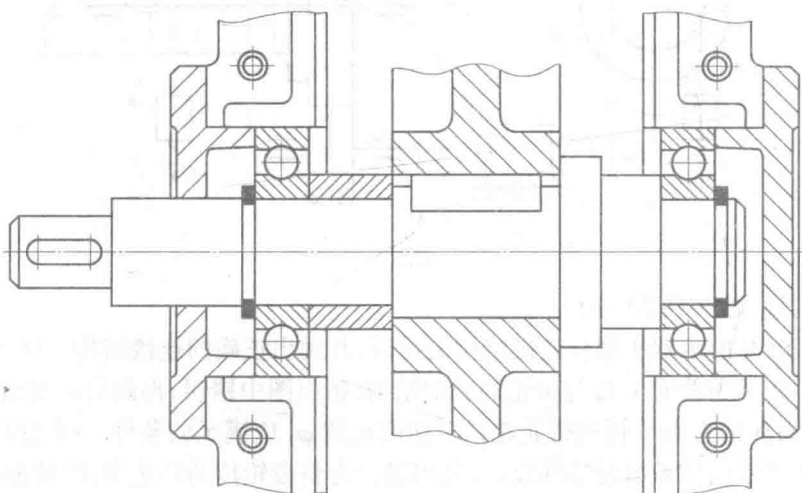


图 12

2009 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 在短圆柱滚子轴承、推力球轴承、圆锥滚子轴承、调心滚子轴承和深沟球轴承 5 类轴承中,_____能很好地承受径向载荷与轴向载荷的联合作用;而_____则具有良好的调心作用。

2. 圆柱蜗杆传动中,当蜗杆主动时,蜗杆的头数 z 越多,其传动啮合效率 η _____;蜗杆传动的自锁条件为_____,蜗杆的头数 z 越小,越容易自锁。

3. 圆柱形拉-压螺旋弹簧,若载荷 F 、中径 D_2 和弹簧材料均不变,把簧丝直径 d 和工作圈数 n 都增大到 2 倍,则其变形 λ 约为_____。

4. 多级齿轮传动减速器中传递的功率是一定的,但由于低速级轴的转速_____而使得该轴传递的扭矩_____,所以低速级轴的直径要比高速级轴的直径粗得多。

5. 带传动采用张紧轮的目的是_____。

6. 双头螺柱连接和螺钉连接常用于被连接件较厚而不宜钻通孔的场合,其中双头螺柱连接则用于_____的场合;而螺钉连接则用于_____的场合。

7. 轮系运转时,如果各齿轮的轴线的位置都固定不动,则称之为_____;轮系运转时,至少有一个齿轮轴线的位置不固定,而是绕某一固定轴线回转,则称该轮系为_____;按照自由度数目的不同,又可将周转轮系分为_____与_____两类。

8. 在同样材料条件下,三角形螺纹的摩擦力矩_____矩形螺纹的摩擦力矩,因此它多用于_____中,而矩形螺纹则多用于_____中。

9. 凸轮机构从动件的最大位移称为_____。

10. 一对心曲柄滑块机构,若演化成以滑块为机架,则其成为_____机构,若演化成以曲柄为机架,则其成为_____机构。

二、简答题(每题 5 分,共 20 分)

1. 一个普通的三级减速传动装置,其中有斜齿圆柱齿轮传动、直齿圆柱齿轮传动和普通 V 带传动,试按高速→低速排列其布置顺序,并简述理由。

2. 边界摩擦与干摩擦有何区别?

3. 何为机器的“平均速度”和运转“不均匀系数”?

4. 何谓复合铰链、局部自由度和虚约束? 在计算机构自由度时应如何处理?

三、分析计算题(共 90 分)

1. 图 1 所示插床的转动导杆机构中,已知: $l_{AC} = 50 \text{ mm}$, $l_{CD} = 40 \text{ mm}$, 行程速比系数 $K = 1.4$, 求曲柄 AB 的长度和插刀 E 的行程。又若需行程速比系数 $K = 2$, 则曲柄 AB 的长度应为多少? 此时插刀的行程是否改变? (15 分)

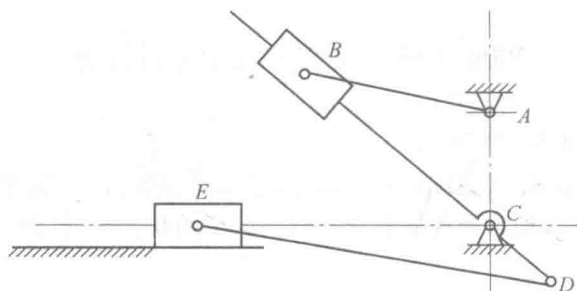


图 1

2. 已知如图 2 所示的直动平底推杆盘形凸轮机构, 凸轮为 $r=30\text{ mm}$ 的偏心圆盘, $AO=20\text{ mm}$ 。试求:

(1) 基圆半径 r_0 和升程 h 。

(2) 推程运动角 Φ_0 、回程运动角 Φ'_0 、远休止角 Φ_s 和近休止角 Φ'_s 。

(3) 凸轮机构的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 和最小压力角 $\alpha_{\min}$ 。

(4) 推杆的位移 s 、速度 v 和加速度 a 的方程式。

(5) 若凸轮以 $\omega_1=10\text{ rad/s}$ 匀速转动, 当 AO 呈水平位置时推杆的速度。(每小题 2 分, 共 10 分)

3. 图 3 所示行星轮系中, 各轮质心均在其中心轴线上, 已知: $J_1=0.01\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_2=0.04\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_{2'}=0.01\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 系杆对转动轴线的转动惯量 $J_H=0.18\text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 行星轮质量 $m_2=2\text{ kg}$, $m_{2'}=4\text{ kg}$, $l_H=0.3\text{ m}$, $i_{1H}=-3$, $i_{12}=-1$ 。在系杆 H 上作用有驱动力矩 $M_H=60\text{ N}\cdot\text{m}$, 作用在轮 1 上的阻力矩 $M_1=10\text{ N}\cdot\text{m}$ 。试求:

(1) 等效到轮 1 上的等效转动惯量。(5 分)。

(2) 等效到轮 1 上的等效力矩。(5 分)

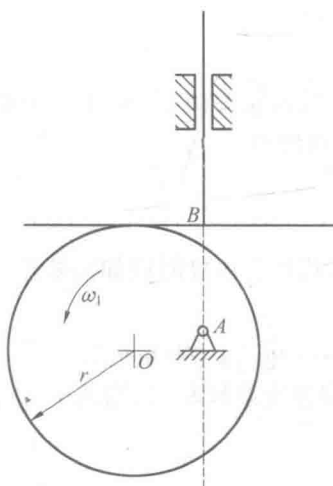


图 2

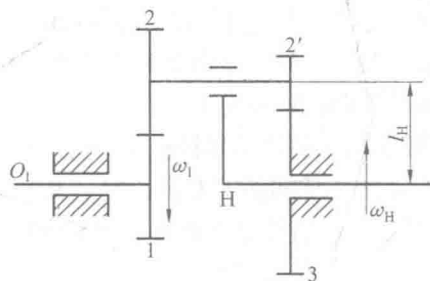


图 3

4. 图 4 所示轮系中, 已知各轮齿数, 求 i_{18} 。(10 分)

5. 图 5 所示为斜齿轮、圆锥齿轮、蜗杆传动机构, 试回答问题:

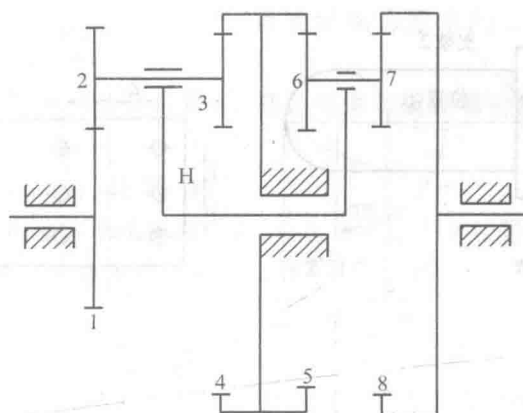


图 4

- (1) 合理确定斜齿轮 1、2 和蜗杆 5、蜗轮 5 的螺旋方向。(8 分)
- (2) 画出斜齿轮 2、蜗轮 6 的受力情况。(7 分)

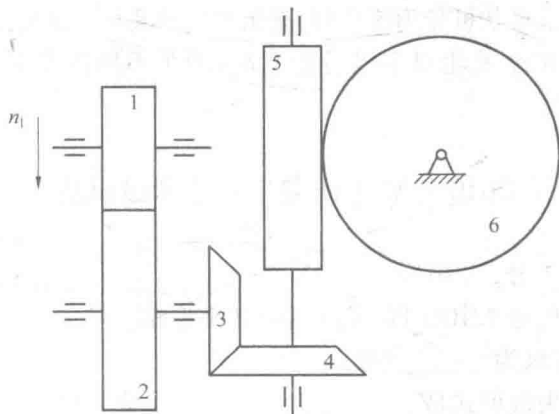


图 5

6. 有一非液体润滑的向心滑动轴承, 宽径比 $B/d=1$, 轴径直径 $d=80\text{ mm}$, 已知轴承材料的许用值为 $[p]=5\text{ MPa}$, $[v]=5\text{ m/s}$, $[pv]=10\text{ MPa m/s}$, 要求轴承在 $n_1=320\text{ r/min}$ 和 $n_2=640\text{ r/min}$ 两种转速下均能正常工作, 试求轴承的许用载荷大小?(15 分)

7. 如图 6 所示, 支架 2 有水平和垂直两个工作位置 A、B, 即支架 2 可由水平位置转过 90° 到达垂直位置后固定, 反之亦然。末端负载 $R=500\text{ N}$ 、方向始终垂直向下。承载板 1 与支架 2 采用普通螺栓连接在一起, 各螺栓位置 L_1 、 L_2 及负载作用位置 L 均已知: $L_1=30\text{ mm}$, $L_2=60\text{ mm}$, $L=320\text{ mm}$ 。接合面间摩擦系数 $f=0.15$, 可靠性系数 $K_f=1.2$ 。承载板 1 自重忽略不计。(15 分)

要求: (1) 计算图中所示工作位置 A 下各螺栓所需预紧力 F' 。(2 分)

(2) 计算工作位置 B 下受载最大螺栓的工作载荷 F 。(3 分)

(3) B 工作位置承载下, 为保证接合面间不出现间隙, 螺栓最小预紧力为 3 000 N , 螺栓的相对刚度为 0.25 , 试计算此螺栓组连接满足 A、B 两个工作位置承载下, 受载最大螺栓的总拉力 F_0 。(10 分)

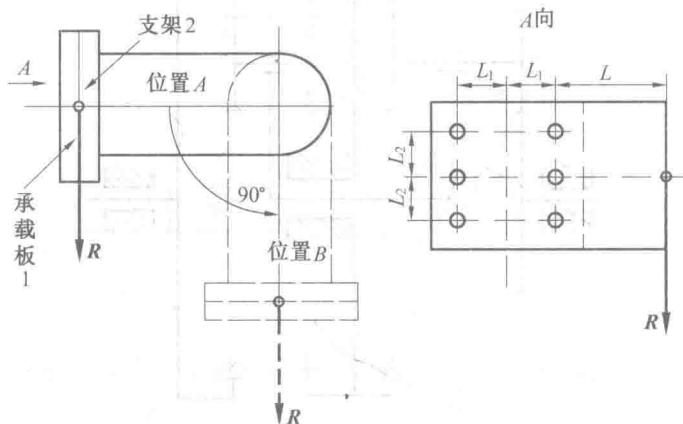


图 6

四、结构设计题(共 20 分)

1. 普通平键按端部形状可分为哪几种,画出采用这几种平键的连接图。(10 分)
2. 画图并说明采用张紧轮对带进行张紧时,两种不同的张紧轮布置位置的特点。(10 分)

2010 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 从滚动轴承的代号 7210C/P4 可以判断其类型是_____轴承,其公称接触角为_____,其精度等级为_____级。
2. 带传动的主要失效形式是_____。满足疲劳强度条件设计得到的主参数是_____。
3. 在转轴的设计过程中,当量应力 $\sigma_e = \sqrt{\sigma_b^2 + 4(\alpha\tau)^2}$ 计算时,引入折合系数 α 的原因是考虑 σ_b 和 τ 的_____的折合系数。
4. 普通螺纹按螺距分为_____螺纹和_____螺纹。
5. 螺纹连接防松的实质是_____。采用锁紧螺母防松应属于_____防松。
6. 磨损通常分为 5 种类型,其中_____磨损是干摩擦状态下的主要失效形式。
7. 向有传动精度要求的滑动摩擦表面加注润滑剂的主要目的是_____。
8. 齿形系数 Y_F 反映了轮齿几何形状对齿根弯曲应力的影响,它主要与_____和_____有关,而与_____无关。
9. 普通平键用于_____连接。其主要失效形式是_____。
10. 有一根轴由一对球轴承支承,已知其当量动载荷为 P N,轴的转速为 n r/min,基本额定寿命 $L_h = 8\,000$ h。若其他条件不变,当量动载荷减小为原来的 $\frac{1}{2}$,则其基本额定寿

七、计算题

图 5 所示的由两台电动机驱动的轮系中,其合成转速由系杆 H 输出(经齿轮 7 向外传递运动)。已知两电动机的转速均为 588 r/min ,且其转动方向相同。各齿轮的齿数分别为 $z_1 = 15, z_2 = 36, z_3 = 87, z_4 = 110, z_5 = 67, z_6 = 19$ 。试求系杆的转速是多少?又当两台电动机之一(A 或 B)发生故障(此时该电动机被刹住)停转时,系杆 H 的转速分别为多少?

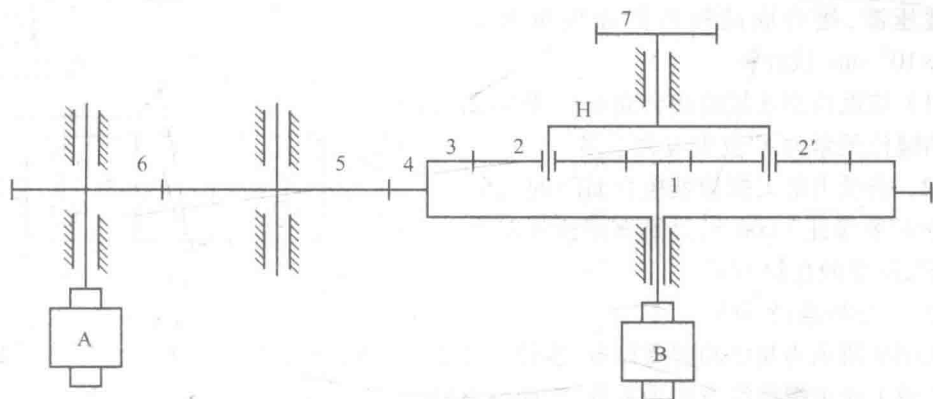


图 5

八、分析计算题(12 分)

某机械在稳定运转阶段内的一个运动循环中,其主轴上的等效阻力矩 $M_r(\varphi)$ 如图 6 所示,等效驱动力矩 M_d 为常数,等效转动惯量 $J = 1.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,平均角速度 $\omega_m = 30 \text{ rad/s}$,试求:

- (1) 等效驱动力矩 M_d 。
- (2) $\omega_{\max}$ 和 $\omega_{\min}$ 的位置。
- (3) 最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。
- (4) 运转速度不均匀系数 δ 。

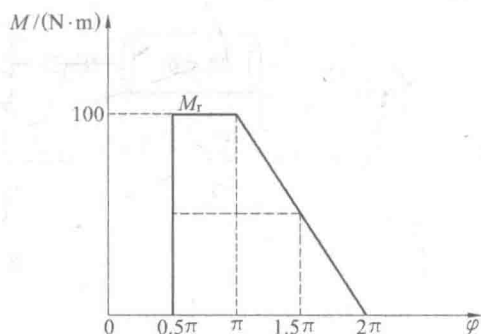


图 6

九、计算题(12 分)

如图 7 所示转子上两个偏心质量分别为 $m_1 = 1.2 \text{ kg}, m_2 = 0.2 \text{ kg}$,其所处半径为 $r_1 = 70 \text{ mm}, r_2 = 110 \text{ mm}$,其他尺寸为 $l = 520 \text{ mm}, l_1 = 260 \text{ mm}, l_2 = 300 \text{ mm}$ 。取 I 和 II 为平衡基面,不平衡质量半径为 120 mm 。求应去除的不平衡质量的大小及方位。(12 分)

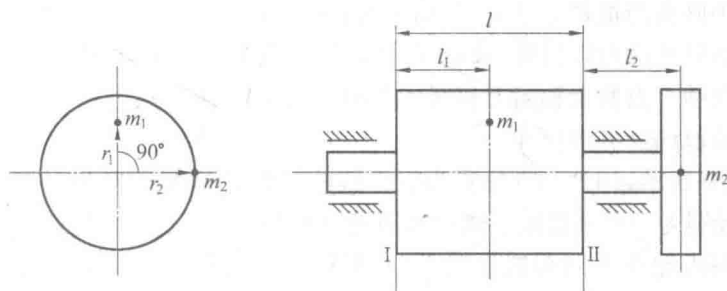


图 7

十、计算题(12 分)

如图 8 所示为一托架, 竖直向下的载荷 $Q=20\text{ kN}$ 作用于托架宽度方向的对称线上, 用 4 个普通螺栓将托架连接在一钢质横梁上, 螺栓的相对刚度为 0.3, 假设被连接件都不会被压溃, 接合面的抗弯剖面模量 $W=12.71\times10^6\text{ mm}$ 。试计算:

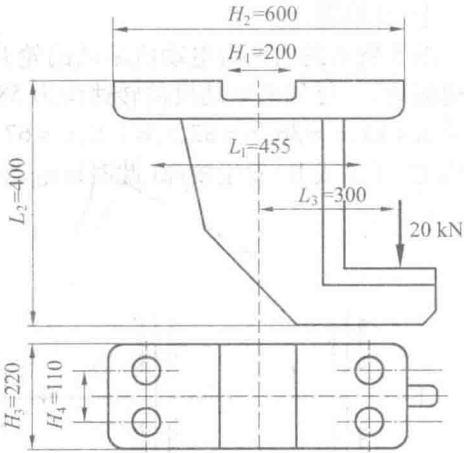


图 8

(1) 该螺栓组连接的接合面不出现间隙所需的螺栓预紧力 F' 至少应大于多少?

(2) 若受力最大螺栓处接合面间的残余预紧力 F'' 要保证 7 000 N, 计算该螺栓所需预紧力 F' , 所受的总拉力 F_0 。

十一、分析题(8 分)

如图 9 所示为某电动起重设备, 齿轮 1 和 2 均为斜齿圆柱齿轮, 3 为蜗杆, 4 为蜗轮。已知齿轮 1 轮齿螺旋线方向为左旋, 试回答下列问题:

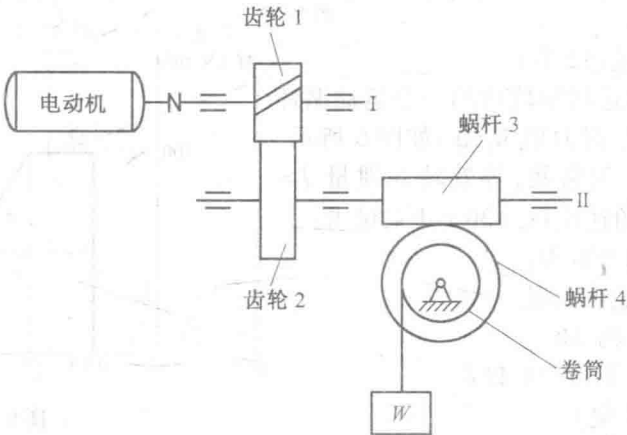


图 9

(1) 在提升重物 W 时, 为使 II 轴上的轴向力较小, 标出蜗杆 3 的螺旋线方向及在齿合点处蜗杆所受轴向力的方向。

(2) 在图中画出当重物上升时, 电动机的转向。

(3) 如果蜗杆传动可以自锁, 重物 W 暂时悬挂在与蜗轮固连在一起的卷筒上, 试分析蜗杆和蜗轮在啮合点所受轴向力和圆周力的方向变化。

十二、结构设计题(共 20 分)

(1) 如图 10 所示, (a)、(b) 分别为斜齿圆柱齿轮的悬臂布置和对称布置的支承形式。(c)、(d) 分别为为一对圆锥滚子轴承背对背、面对面安装的支承形式。请从受力合理角度分析选择斜齿轮在不同布置形式下, 所采用的一对圆锥滚子轴承的支承形式。(4 分)

(2) 图 11 所示圆锥齿轮传动中输入轴采用齿轮悬臂布置结构, 选用一对圆锥滚子轴

承,并采用脂润滑。用圆圈加引线方式指出该轴系结构图中的错误,指出 8 处即可,说明错误原因,并在图下方空白处画出正确结构。(16 分)

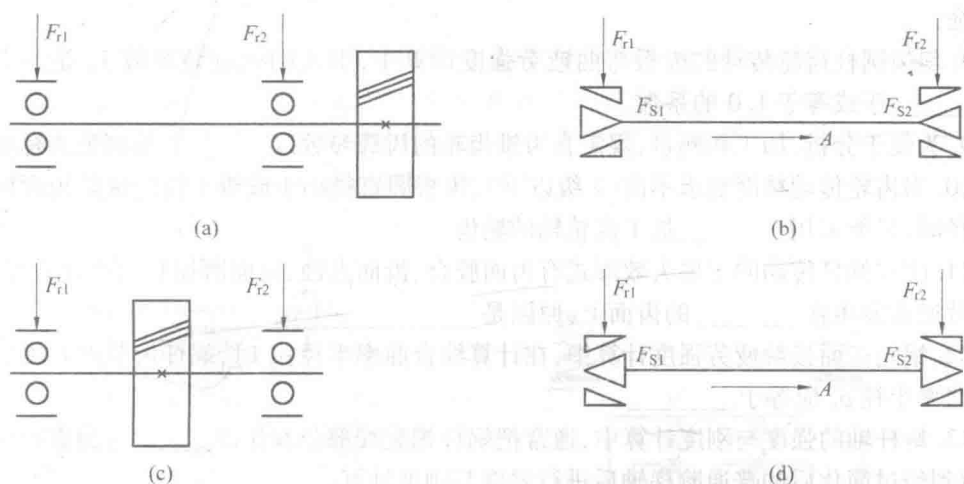


图 10

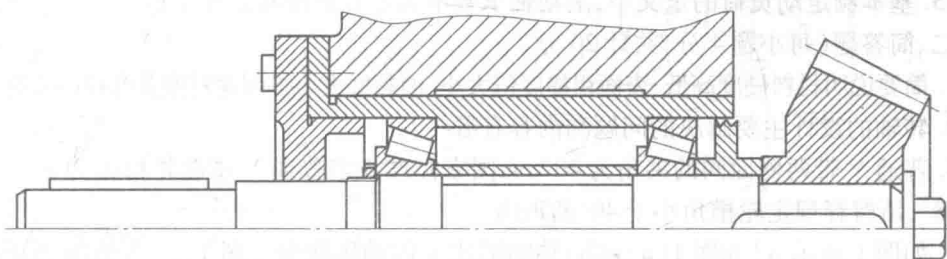


图 11

2011 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 22 分)

1. 在国家标准 GB/T 272—1993 中,滚动轴承是按轴承所受的载荷的_____及_____的不同进行分类的。
2. 在国家标准 GB/T 11544—1997 规定中,按_____的不同,我国的普通 V 带分为 Y、Z、A、B、C、D、E 七种型号。
3. 在铰制孔螺栓连接中,螺栓杆部与螺栓孔之间一般都采用基_____制_____配合,这是因为需要精制的孔是由标准的铰刀铰孔而成,故而称其为铰制孔螺栓连接。
4. 受横向工作载荷的紧螺栓连接强度条件式 $\sigma_e = 4 \times 1.3 F' / (\pi d_1^2) \leq [\sigma]$ 中的 1.3 适用于_____螺纹,对于_____螺纹,此值应为 1.2,对于_____螺纹,此值应为 1.25。
5. 对于受变载荷的螺栓连接,对其疲劳破坏起主要作用的是_____。
6. B 型平键安装于_____状铣刀铣出的键槽中,常需用_____紧固。轮毂上的

键槽可用_____方式加工。

7. 平带传动、V带传动的设计准则是在_____的条件下,具有一定的疲劳强度和寿命。

8. 斜齿圆柱齿轮传动的齿根弯曲疲劳强度计算中,引入的螺旋角系数 Y_β 是一个数值_____于或等于 1.0 的系数。

9. 为便于分析、加工和测量,规定直齿锥齿轮的齿廓参数以_____端参数为标准。

10. 当齿轮传动精度要求不高(7级以下)、齿根圆直径小于或等于齿轮轴轮齿两侧轴段直径时,只能采用_____加工齿轮轴的轮齿。

11. 闭式蜗杆传动的主要失效形式有齿面胶合、齿面点蚀、齿面磨损和齿根疲劳折断,且失效通常发生在_____的齿面上,原因是_____。

12. 蜗轮齿面接触疲劳强度计算中,在计算综合曲率半径 ρ_Σ 时,蜗杆齿节点 C 处的法截面曲率半径 ρ_1 应等于_____。

13. 蜗杆轴的强度与刚度计算中,通常把蜗杆螺旋线部分看作以_____为直径的轴段,得到经过简化后的普通阶梯轴后进行强度与刚度计算。

14. 滑动螺旋传动中,螺纹牙的剪切和弯曲破坏通常多发生在_____上。

15. 基本额定动负荷的定义中,滚动轴承基本额定寿命按转数计,应为_____转。

二、简答题(每小题4分,共计20分)

1. 简要说明材料硬度高低、表面粗糙度值大小、油黏度大小等因素对疲劳磨损的影响。

2. 转轴的设计主要解决的问题和内容有哪些?

3. 普通 V 带两侧面间的夹角为 40° ,而国家标准规定普通 V 带轮轮槽角为 32° 、 34° 、 36° 、 38° ,请解释规定轮槽角小于 40° 的理由。

4. 如图 1 所示,已知图 1(a)、(b)均能形成流体动压润滑。图 1(a)为流体动压形成原理图,图 1(b)为动压径向滑动轴承示意图。要求:(1)请在图 1(a)上的 A—A'、B—B'、C—C' 截面处分别画出生流流体流速 u 沿 y 方向变化曲线,并在 M 板上画出油膜压力分布曲线;(2)请在图 1(b)的轴瓦圆周上画出轴颈所受流体动压力的分布曲线。

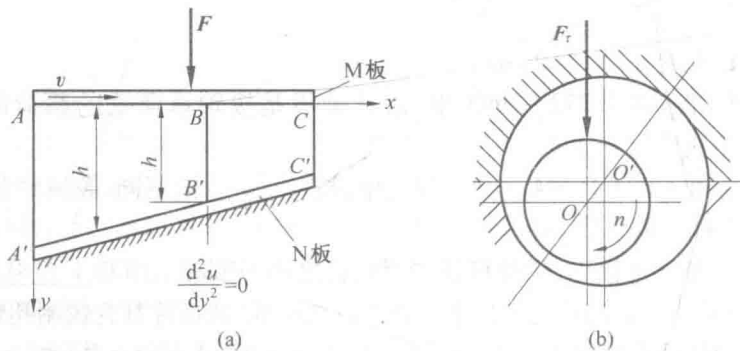


图 1

5. 分别结合轴承工作时:(1)转动;(2)不转动、低速或摆动;(3)高速转动等不同工况,说明滚动轴承的主要失效形式是什么?针对各种失效形式应进行何种计算?

三、计算说明题(10分)

计算如图2所示的平面机构自由度,如存在复合铰链、局部自由度及虚约束,请指出。

四、计算说明题(15分)

如图3所示为龙门刨床工作台的变向机构。J、K皆为电磁制动器,它们可分别刹住构件 H_1 和构件3。设已知齿轮1、2、3、3'、4、5的齿数分别为 z_1 、 z_2 、 z_3 、 $z_{3'}$ 、 z_4 、 z_5 。要求:
(1)求当分别刹住 H_1 和构件3时的传动比 i_{IH_2} ; (2)根据(1)的传动比结果分析得出刹住 H_1 和刹住构件3时该机构是处于何种行程状态?

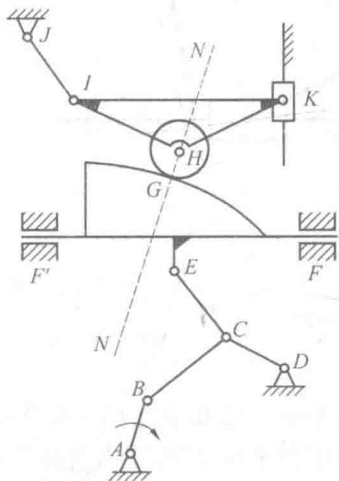


图2

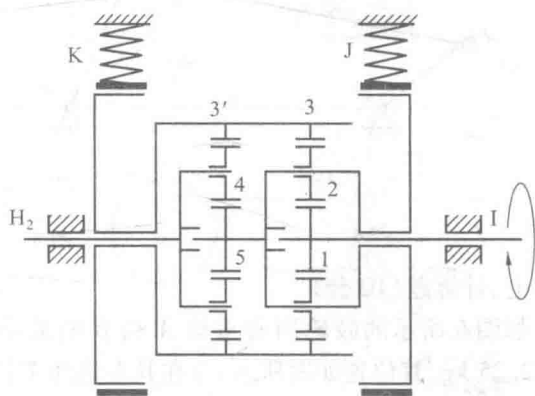


图3

五、计算题(10分)

在图4所示的正弦机构中,设已知曲柄1的长度为 l_1 ,曲柄1绕轴A的转动惯量为 J_1 ,滑块2和滑块3的质量分别为 m_2 和 m_3 ,设取曲柄为等效构件,要求:

(1)试求机构的等效转动惯量 J ;

(2)又已知作用在滑块3上的阻力 $P_3 = Av_{c_3}$ (A 为一常数,单位为 $(N \cdot s)/m$),试求阻力 P_3 的等效阻力力矩 M_r 。

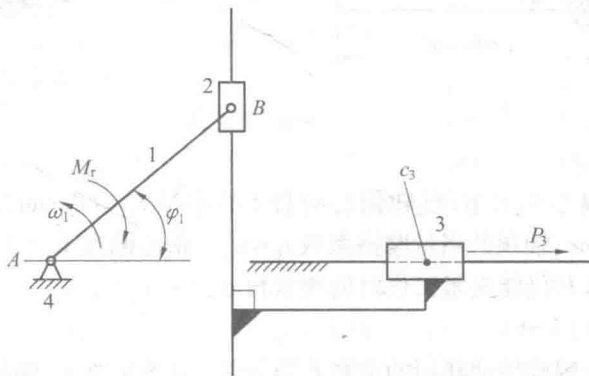


图4

六、计算题(15 分)

如图 5 所示六杆机构,已知 AB 为曲柄,且为原动件,摇杆 DC 的行程速比系数 $K=1$, 滑块行程 $F_1F_2=300\text{ mm}$, $e=100\text{ mm}$, $x=400\text{ mm}$,摇杆的极限位置为 DE_1 和 DE_2 , $\varphi_1=45^\circ$, $\varphi_2=90^\circ$, $l_{EC}=l_{CD}$,且 A 、 D 在平行于滑道的一条水平线上,试求出该机构各杆的尺寸。

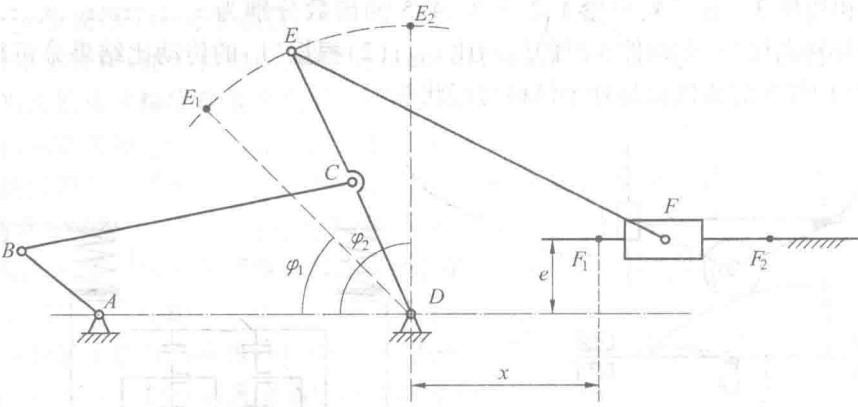


图 5

七、计算题(10 分)

如图 6 所示的鼓轮因有重块 A 和 B 的关系而失去平衡。已知质量 $G_A=4.5\text{ kg}$ 和 $G_B=2.25\text{ kg}$,其位置如图所示,今在其左端面 T' 圆周上及中间平面 T'' 的圆周表面上各加一平衡质量,使其达到完全平衡,求该两平衡质量 G' 和 G'' 的大小及方位。

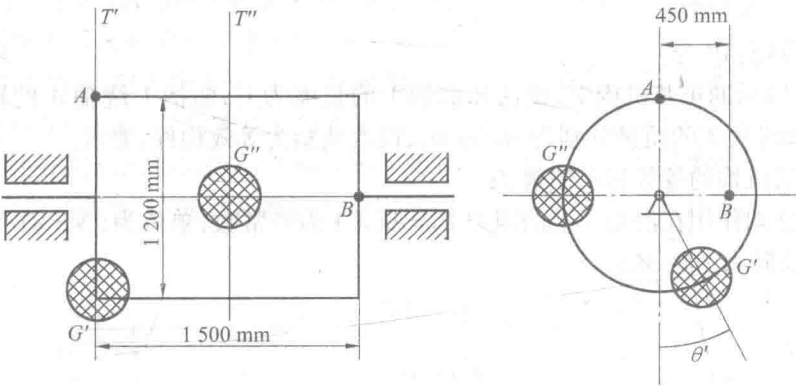


图 6

八、计算题(10 分)

在图 7 所示的偏心夹具中,已知偏心圆盘 I 的半径 $r_1=60\text{ mm}$,轴颈 O 的半径 $r_0=15\text{ mm}$,偏距 $e=40\text{ mm}$,轴颈的当量摩擦系数 $f_0=0.2$,偏心圆盘 1 与工件 2 之间的摩擦系数 $f=0.14$,求不加力 P 仍能夹紧工作时的楔紧角 α 。

九、计算说明题(15 分)

有一蜗杆传动与螺旋传动联用的重物升降系统,如图 8 所示,蜗杆带动蜗轮转动,蜗轮轮毂的中部有螺纹孔(即蜗轮轮毂兼做螺母),蜗轮转动时,螺杆上下移动。蜗杆、螺杆为右旋。已知重物上升时,螺杆的传动效率 $\eta_0=0.35$,蜗杆传动效率 $\eta=0.66$ 。蜗杆头数

$z_1=1$, 蜗轮齿数 $z_2=39$, 螺旋传动的螺距 $p=6\text{ mm}$, 单线, 起重量 $F_Q=140\text{ kN}$ 。试分析、计算确定:

- (1) 给出重物上升时蜗杆的转向、蜗杆所受圆周力、轴向力方向。
- (2) 蜗杆按照使重物上升的转向转动了 1 625 圈, 重物上升了多少 mm?
- (3) 推动重物匀速上升时, 蜗杆应传递的扭转为多少 $\text{N} \cdot \text{mm}$? (蜗杆自重相对重物很小, 忽略不计)
- (4) 重物上升和下降时, 蜗杆传动的效率是否相同, 螺旋传动效率是否相同? 并给出理由。

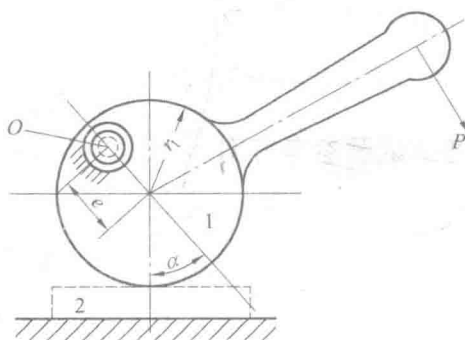


图 7

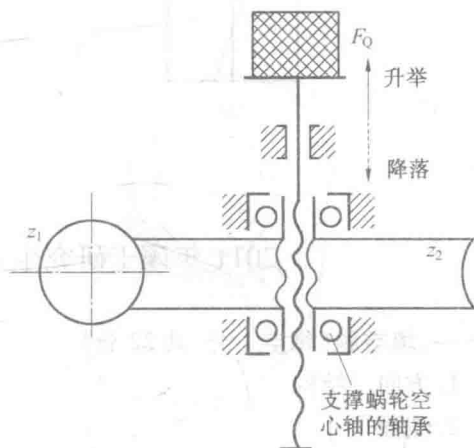


图 8

十、分析计算题(5分)

现有一级标准直齿圆柱齿轮传动减速器一台, 输入轴与小齿轮采用普通平键连接, 轴与小齿轮轮毂配合段轴颈直径 $d=40\text{ mm}$, 该轴段长度 $l=58\text{ mm}$, 键槽长 $L=50\text{ mm}$, 小齿轮轮毂键槽深 $l_1=3.3\text{ mm}$ 。为得到比现有减速器更大的减速比, 现在需要重新设计、更换齿轮。已知重新设计得到的齿轮模数 $m=3.0\text{ mm}$, 小齿轮齿顶圆直径 $d_{a1}=69\text{ mm}$, 齿根圆直径 $d_{f1}=55.5\text{ mm}$, 齿宽 $b_1=60\text{ mm}$ 。如果采用该小齿轮, 试根据上述数据进行分析 and 计算得出该减速器的输入轴是否具有可以继续使用的可能性?

十一、结构设计题(共 18 分)

1. 图 9(a)、(b) 为分别用两种螺栓连接形式将凸缘联轴器的两个半联轴器与两根轴的圆柱形轴端连接起来的部分结构, 请将未画出的其余部分补全, 成为完整的结构。(6 分)

2. 正确画出模锻轮坯、腹板式对称结构的大齿轮在转轴的圆柱形轴端实现轴向固定与周向固定的完整结构图(要求齿轮结构也要正确画出来)。(4 分)

3. 已知一台闭式一级直齿圆柱齿轮减速器, 其输入轴设计成小齿轮与轴一体的齿轮轴结构形式, 小齿轮齿宽 64 mm , 支承该齿轮轴的轴承为一对 6209 型轴承, 两轴承支点间的跨距为 130 mm , 轴承润滑方式为脂润滑, 外部环境清洁, 工作温度小于 80°C ; 减速器机座和机盖设计成分箱式结构, 齿轮传动的中心线位于分箱面内。试画出该一级直齿圆柱齿轮减速器的输入轴轴系部件结构图。(8 分)

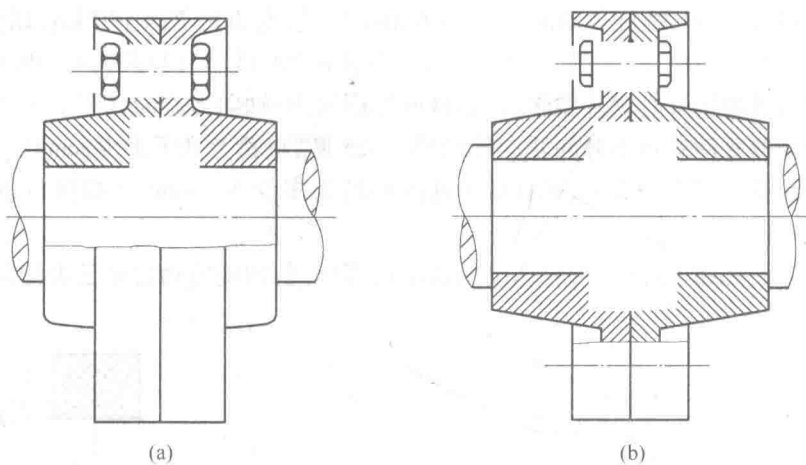


图 9

2011 年硕士研究生入学考试试题参考答案

一、填空题(每空 1 分,共 22 分)

1. 方向 结构
2. 截面尺寸
3. 孔 过渡
4. 单线普通 矩形 梯形
5. 应力幅
6. 盘 螺钉 插削或拉削
7. 保证带工作时不打滑
8. 小
9. 大
10. 成形铣刀
11. 蜗轮轮齿 蜗轮轮齿材料强度较蜗杆材料强度低
12. 无穷大(或写为 ∞)
13. 齿根圆直径(或写为 d_f)
14. 螺母螺纹牙
15. 10^6

二、简答题(每小题 4 分,共计 20 分)

1. 材料硬度越低,接触应力越大,越容易出现点蚀(1 分);表面粗糙度的值较大时,容易发生疲劳点蚀(1 分);油的黏度较大时,有利于减轻疲劳点蚀(2 分)。

2. 主要解决设计计算和结构设计两方面问题。(1 分)

设计计算:为保证轴具有足够的承载能力,以防止断裂和过大塑性变形,要根据轴的工作要求对轴进行强度计算;对有刚度要求的轴要进行刚度计算,以防止工作时产生不允

许的弹性变形;对于高速运转的轴,为避免共振,还要进行振动稳定性计算。(2分)

结构设计:根据轴上零件装拆、定位和加工等结构设计要求,确定轴的形状和各部分尺寸。(1分)

3. V 带的断面轮廓形状为梯形,当 V 带绕在 V 带轮圆周上时,由于挠曲变形和带受张紧力作用,轮槽上 V 带节面远离轮心以外的部分受拉横向变窄,V 带节面以里的部分受压横向变宽,使得 V 带两侧面间夹角在变形后小于 40° ,为尽可能使变形后的 V 带两侧面仍能与轮槽两侧面保持良好接触状况,故规定轮槽角小于 40° 。(4分)

4. 如图 10(a)、(b)所示。(1)2分;(2)2分。

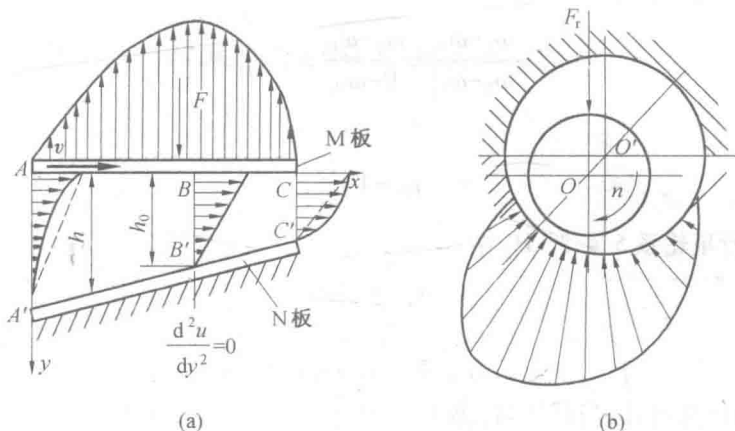


图 10

5. (1)对于转动的滚动轴承,其滚动和滚道发生疲劳点是其失效形式,应主要进行寿命计算(1分);(2)对于不转动、低速或摆动的轴承,局部的塑性变形是其失效形式,因而主要进行静强度计算(2分);(3)对于高速轴承,发热以至胶合是其失效形式,因而除进行寿命计算外,还应校核极限转速(1分)。

三、计算说明题(10分)

$$n=8, P_L=11, P_H=1 \quad (3分)$$

$$\text{机构自由度} \quad F=3n-2P_L-P_H=3 \times 8-2 \times 11-1=1 \quad (4分)$$

C点处为复合铰链; F 、 F' 处的两个移动副中有一个是虚约束;滚子绕H轴的转动副为局部自由度。(或画图指出复合铰链、局部自由度、虚约束) (3分)

四、计算说明题(15分)

1. (10分)传动比计算:

(1)当刹住 H_1 时,得到 1、2、3 组成的定轴轮系和由 $3'$ 、4、5、 H_2 组成的行星轮系。在 1、2、3 组成的定轴轮系中,有

$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = -\frac{z_3}{z_1}$$

在 $3'$ 、4、5、 H_2 组成的行星轮系中,有

$$i_{3'5}^{H_2} = \frac{\omega_{3'} - \omega_{H_2}}{\omega_5 - \omega_{H_2}} = \frac{\omega_{3'} - \omega_{H_2}}{0 - \omega_{H_2}} = 1 - i_{3'H_2} = -\frac{z_5}{z_{3'}}$$

所以

$$i_{3'H_2} = 1 + \frac{z_5}{z_{3'}}$$

联立解以上二式,得

$$i_{1H_2} = i_{13} i_{3'H_2} = -\frac{z_3}{z_1} (1 + z_5/z_{3'}) \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 当刹住构件 3 时,得到串联的两个行星轮系 1、2、3、H₁ 和 5、4、3'、H₂,且有

$$\omega_5 = \omega_{H_1}$$

在行星轮系 1、2、3、H₁ 中

$$i_{13}^{H_1} = \frac{\omega_1 - \omega_{H_1}}{\omega_3 - \omega_{H_1}} = \frac{\omega_1 - \omega_{H_1}}{0 - \omega_{H_1}} = 1 - i_{15} = -\frac{z_3}{z_1}$$

所以,有

$$i_{15} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

同理,在行星轮系 5、4、3'、H₂ 中

$$i_{5H_2} = 1 + z_3/z_5$$

因此,有

$$i_{1H_2} = i_{15} i_{5H_2} = (1 + z_3/z_1) (1 + z_3/z_5) \quad (5 \text{ 分})$$

2. 由前面计算可知,当刹住 H₁、构件 3 时,传动比分别如下式。

当刹住 H₁ 时

$$i_{1H_2} = i_{13} i_{3'H_2} = -\frac{z_3}{z_1} (1 + z_5/z_{3'})$$

表示从动轴 H₂ 与主动轴反向回转。

当刹住构件 3 时

$$i_{1H_2} = i_{15} i_{5H_2} = (1 + z_3/z_1) (1 + z_3/z_5)$$

表示同向。

而

$$\frac{z_3}{z_1} (1 + z_5/z_{3'}) < (1 + z_3/z_1) (1 + z_3/z_5) \quad (5 \text{ 分})$$

故刹住 H₁ 时为空行程,刹住 3 时为工作行程。

五、计算题(10 分)

(1) 根据动能相等的条件,得

$$\frac{1}{2} J \omega_1^2 = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_B^2 + \frac{1}{2} m_3 v_{c3}^2$$

于是,有

$$J = J_1 + m_2 (v_B/\omega_1)^2 + m_3 (v_{c3}/\omega_1)^2 \quad (2 \text{ 分})$$

式中

$$v_B = \omega_1 l_1$$

$$v_{c3} = v_B \sin \varphi_1 = \omega_1 l_1 \sin \varphi_1 \quad (2 \text{ 分})$$

$$v_{C3} = v_B \sin \varphi_1 = \omega_1 l_1 \sin \varphi_1 \quad (2 \text{ 分})$$

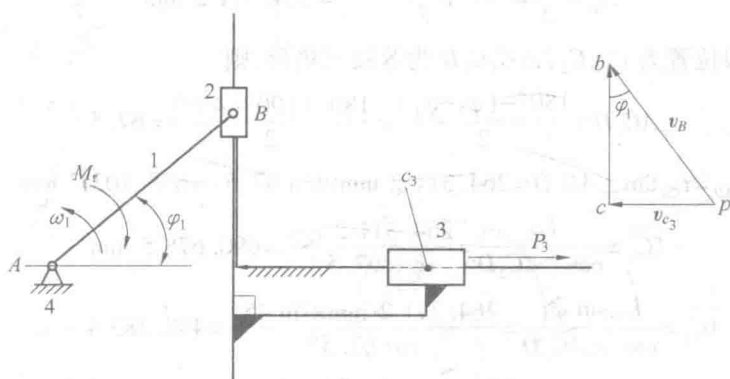
$$J = J_1 + m_2 (v_B / \omega_1)^2 + m_3 (v_{c3} / \omega_1)^2$$
$$J = J_1 + m_2 l_1^2 + m_3 l_1^2 \sin^2 \varphi_1 \quad (3 \text{ 分})$$
$$M_1 \omega_1 = P_3 v_{c3} \cos 180^\circ \quad (2 \text{ 分})$$
$$M_{\text{E}} = -P_3 v_{\text{E}3} / \omega_1 = -A \omega_1 l_1^2 \sin^2 \varphi_1 \quad (1 \text{ 分})$$


图 11

如图 12 所示。

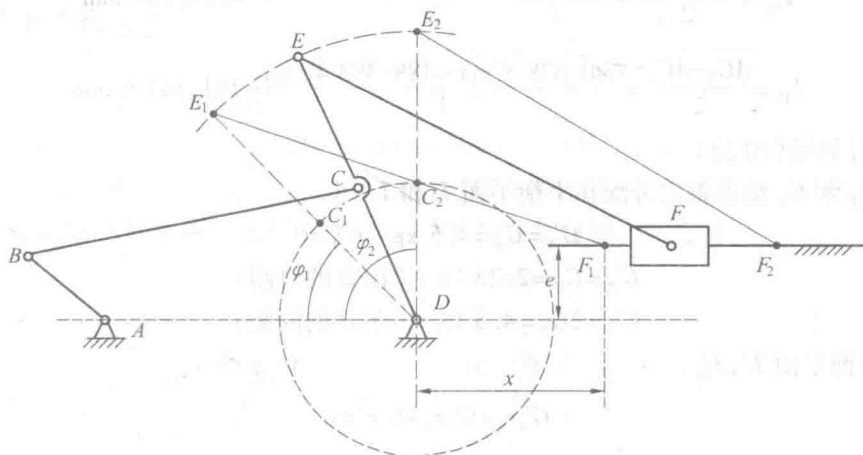


图 12

$$l_{EF}^2 - (l_{DE} - e)^2 = (x + F_1 F_2)^2$$

$$l_{EF}^2 - (l_{DE} \sin \varphi_1 - e)^2 = (x + l_{DE} \cos \varphi_1)^2$$

$$\begin{aligned}
 (l_{DE} \sin \varphi_1 - e)^2 + (x + l_{DE} \cos \varphi_1)^2 - (l_{DE} - e)^2 &= (x + \overline{F_1 F_2})^2 \\
 l_{DE}^2 \sin^2 \varphi_1 - 2el_{DE} \sin \varphi_1 + e^2 + x^2 + 2xl_{DE} \cos \varphi_1 + l_{DE}^2 \cos^2 \varphi_1 - l_{DE}^2 + 2el_{DE} - e^2 &= (x + \overline{F_1 F_2})^2 \\
 l_{DE} &= \frac{(\overline{x + F_1 F_2})^2 - x^2}{2(-e \sin \varphi_1 + x \cos \varphi_1 + e)} = \\
 &= \frac{(400 \text{ mm} + 300 \text{ mm})^2 - 400 \text{ mm}^2}{2(-100 \text{ mm} \times \sin 45^\circ + 400 \text{ mm} \times \cos 45^\circ + 100 \text{ mm})} = 528.6224 \text{ mm} \\
 l_{EF} &= \sqrt{(\overline{x + F_1 F_2})^2 + (l_{DE} - e)^2} = \sqrt{(400 \text{ mm} + 300 \text{ mm})^2 + (528.6224 \text{ mm} - 100 \text{ mm})^2} = \\
 &= 820.8028 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$l_{CD} = \frac{l_{DE}}{2} = \frac{528.6224 \text{ mm}}{2} = 264.3112 \text{ mm}$$

C点的两个极限位置为 C_1 、 C_2 ， $\triangle C_1 C_2 D$ 为等腰三角形，则

$$\angle AC_2 D = \frac{180^\circ - (\varphi_2 - \varphi_1)}{2} = \frac{180^\circ - (90^\circ - 45^\circ)}{2} = 67.5^\circ$$

$$l_{AD} = l_{CD} \tan \angle AC_2 D = 264.3112 \text{ mm} \times \tan 67.5^\circ = 638.1037 \text{ mm}$$

$$\overline{AC_2} = \frac{l_{CD}}{\cos \angle AC_2 D} = \frac{264.3112 \text{ mm}}{\cos 67.5^\circ} = 690.6785 \text{ mm}$$

$$\overline{AC_1} = \frac{l_{CD} \sin \varphi_1}{\cos \angle AC_2 D} = \frac{264.3112 \text{ mm} \times \sin 45^\circ}{\cos 67.5^\circ} = 488.3834 \text{ mm}$$

$$l_{BC} + l_{AB} = \overline{AC_2}$$

$$l_{BC} - l_{AB} = \overline{AC_1}$$

$$l_{BC} = \frac{\overline{AC_1} + \overline{AC_2}}{2} = \frac{488.3834 \text{ mm} + 690.6785 \text{ mm}}{2} = 589.531 \text{ mm}$$

$$l_{AB} = \frac{\overline{AC_2} - \overline{AC_1}}{2} = \frac{690.6785 \text{ mm} - 488.3834 \text{ mm}}{2} = 101.1476 \text{ mm}$$

七、计算题(10分)

将 G_A 和 G_B 沿着轴向分配在平衡平面 T' 和 T'' ，得

$$G'_A = G_A = 4.5 \text{ kg} \quad G''_A = 0$$

$$G'_B = G_B = 2.25 \text{ kg} \quad (\text{在 } B \text{ 的对侧})$$

$$G''_B = 2G_B = 4.5 \text{ kg} \quad (\text{在 } B \text{ 的同侧}) \quad (2 \text{ 分})$$

于是对平衡平面 T'' ，有

$$G'_A \overline{r_A} + G'_B \overline{r_B} + G' r' = 0 \quad (2 \text{ 分})$$

即

$$4.5 \times 0.6 + 2.25 \times 0.45 + G' \times 0.6 = 0$$

按上式用选定比例尺 $\mu_P = \frac{4.5 \times 0.6}{27} = 0.1 \text{ (kg} \cdot \text{m)/mm}$ 作质径积多边形 abc ，如图 13 所示，得

$$G' = \frac{\mu_p W'}{0.6} = \frac{0.1 (\text{kg} \cdot \text{m}) / \text{mm} \times 28.9 \text{ mm}}{0.6 \text{ m}} = 4.82 \text{ kg}$$

$$\theta' = \arctan \frac{W'_B}{W'_A} = \arctan \frac{10.125}{27} = 20^\circ 35' \quad (3 \text{ 分})$$

同样,对于平衡平面 T'' ,有

$$G'' \bar{r}'' + G''_A \bar{r}_A + G''_B \bar{r}_B = 0 \quad (2 \text{ 分})$$

即

$$G'' \times 0.6 + 0 + 4.5 \times 0.45 = 0$$

上述表示 G'' 位于重块 B 的相反径线上,其大小为

$$G'' = \frac{4.5 \text{ kg} \times 0.45 \text{ m}}{0.6 \text{ m}} = 3.375 \text{ kg} \quad (1 \text{ 分})$$

八、计算题(10 分)

如图 14 所示。

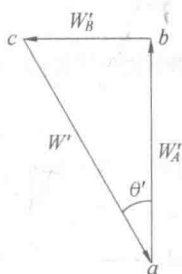


图 13

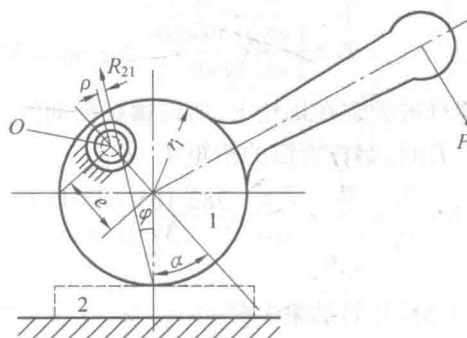


图 14

轴颈 O 的摩擦圆半径 ρ 为

$$\rho = r_0 f_0 = 15 \text{ mm} \times 0.2 = 3 \text{ mm}$$

偏心圆盘与工件间的摩擦角为

$$\varphi = \arctan f = \arctan 0.14 = 7^\circ 58' \quad (2 \text{ 分})$$

当偏心圆盘松开时,它的回转方向为逆时针方向,因此,反作用力 R_{21} 的方向应向左向上。若 R_{21} 与轴颈 O 的摩擦圆相割或相切,则该机构发生自锁。因此得

$$e \sin(\alpha - \varphi) \leq r_1 \sin \varphi + \rho \quad (5 \text{ 分})$$

所以,有

$$\alpha \leq \arcsin \frac{r_1 \sin \varphi + \rho}{e} + \varphi = \arcsin \frac{60 \sin 7^\circ 58' + 3}{40} + 8^\circ 2' = 24^\circ 24' \quad (1 \text{ 分})$$

九、计算说明题(15 分)

(1)按图 8 所示位置,蜗杆逆时针转动。或在图上画出如图 15 所示。 (3 分)

(2)设蜗杆回转 1 625 圈使重物上升高度为 H ,则蜗轮的回转圈数为 $1\,625 / (z_2 / z_1)$ 。蜗轮回转圈数即为螺母的回转圈数。所以,螺母转 $1\,625 / (z_2 / z_1)$ 圈时的蜗杆的升程 H 为

$$H = 1\,625 / (z_2 / z_1) \times p = 1\,625 / (39 / 1) \times 6 \text{ mm} = 250 \text{ mm}$$

计算结果:蜗杆按图示转向转 1 625 圈时,重物上升了 250 mm。(2 分)

(3) 设螺纹副的中径为 D_2 , 螺纹升角为 φ , 当量摩擦角为 ρ' 。螺杆上的螺旋线线数 $n=1$, 则根据螺纹升角与螺矩、螺纹中径、螺旋线数之间的关系, 有

$$\tan \varphi = \frac{np}{\pi D_2} \Rightarrow D_2 \tan \varphi = \frac{np}{\pi} \quad (1) (1 \text{ 分})$$

升举重物时, 螺旋传动的效率 η_0 为

$$\eta_0 = \frac{\tan \varphi}{\tan(\varphi + \rho')} \Rightarrow \tan(\varphi + \rho') = \frac{\tan \varphi}{\eta_0} \quad (2) (1 \text{ 分})$$

推动重物上升时, 克服螺纹副摩擦力矩所需要的升举力矩 T_b 为

$$T_b = \frac{D_2}{2} F_Q \tan(\varphi + \rho') \quad (3) (2 \text{ 分})$$

则将(1)、(2)两式代入式(3)中, 有

$$T_b = \frac{D_2}{2} F_Q \tan(\varphi + \rho') \Rightarrow T_b = F_Q \frac{D_2 \tan \varphi}{2 \eta_0} \Rightarrow T_b = \frac{np F_Q}{2 \pi \eta_0} \quad (1 \text{ 分})$$

$$T_b = \frac{1 \times 6 \times 140 \times 10^3}{2 \times 3.14 \times 0.35} \text{ N} \cdot \text{mm} = 382 \ 165.605 \ 1 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

因为螺母被固定在蜗轮上, 所以螺旋传动的升举力矩 T_b 即为蜗轮的转矩 $T_2 = T_b$ 。则推动重物上升时, 蜗杆所需的扭矩 T_1 为

$$T_1 = \frac{T_1}{i \eta} = \frac{T_2}{z_2 \eta} = \frac{T_2 z_1}{z_2 \eta} = \frac{382 \ 165.605 \ 1 \times 1}{39 \times 0.66} \text{ N} \cdot \text{mm} = 14 \ 847.148 \ 6 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad (2 \text{ 分})$$

(其中公式 1 分, 计算结果 1 分)

(4) 重物上升、下降时, 蜗杆传动的效率不同, 螺旋传动的效率也不同。(1 分)

理由:

蜗杆传动效率

$$\begin{cases} \eta = \frac{\tan \nu}{\tan(\nu + \rho')} & \text{上升时} \\ \eta = \frac{\tan(\nu + \rho')}{\tan \nu} & \text{下降时} \end{cases}$$

其中, ρ' 表示蜗杆副当量摩擦角。(1 分)

螺旋传动效率

$$\begin{cases} \eta_0 = \frac{\tan \varphi}{\tan(\varphi + \rho')} & \text{上升时} \\ \eta_0 = \frac{\tan(\varphi - \rho')}{\tan \varphi} & \text{下降时} \end{cases}$$

其中, ρ' 表示螺纹副当量摩擦角。(1 分)

十、分析计算题(5 分)

该小齿轮能否做成齿轮与轴分开, 决定了这根输入轴能否继续被使用的首要条件, 即

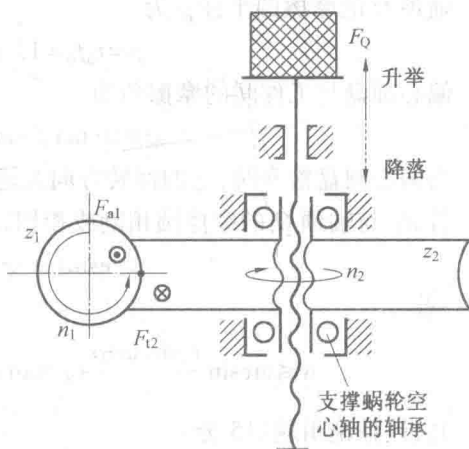


图 15

$$e = \frac{d_n - d}{2} - t_1 = \frac{55.5 - 40}{2} - 3.3 = 7.75 - 3.3 = 4.45 \text{ mm} < 2.5m = 2.5 \times 3 \text{ mm} = 7.5 \text{ mm}$$

结论:按照这根轴设计,小齿轮轮毂结构必须做成齿轮与轴为一体的轴齿轮形式,因此,如果采用该小齿轮,原输入轴不能继续被使用,必须重新设计输入轴。

评分标准:写出用是否需设计成齿轮轴作为判定问题知识点的得2分; e 值计算正确2分,得出结论正确1分。

十一、结构设计题(18分)

1. 如图16(a)、(b)所示,两图正确画全结构各3分,其中普通螺栓连接、铰制孔螺栓连接各1分,键连接各1分,法兰止口正确各1分。

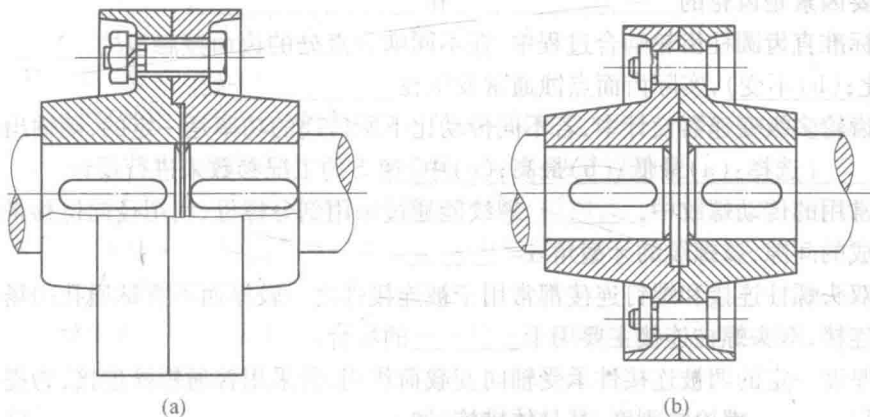


图 16

2. 如图17所示,模锻、腹板式对称结构大齿轮结构正确2分,其中腹板式结构1分、模锻拔模斜度1分;周向固定1分,轴向固定1分。

3. 如图18所示。画对两端固定支承形式轴系部件结构图得满分8分,即画对以下结构(各得1分):

6205 型轴承;密封结构;轴承端盖结构及调整垫片;轴承位置;轴承可拆卸结构;轴承脂润滑结构(挡油板);输入轴上轴端键槽;齿轮轴结构。

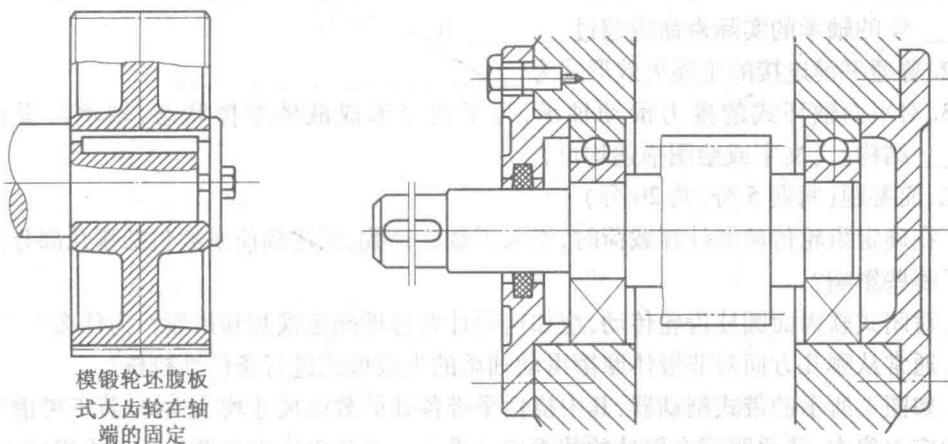


图 17

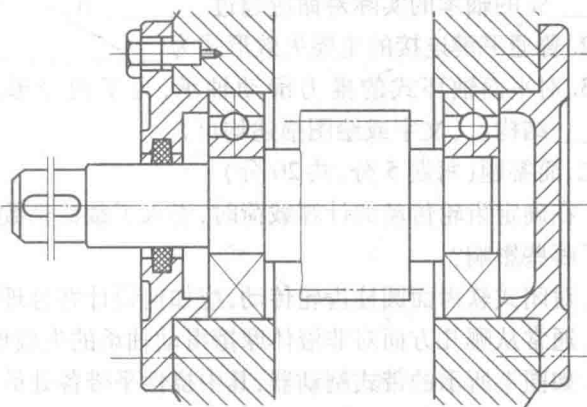


图 18

2012 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 对应一定模数的普通圆柱蜗杆,国家标准规定了若干与之搭配的分度圆直径,其目的是_____ ;设计蜗轮时,限制其齿数不小于 28,主要是为了_____。

2. 引入齿形系数旨在考虑轮齿几何形状对齿根_____应力的影响。而影响齿形系数的主要因素是齿轮的_____和_____。

3. 标准直齿圆柱齿轮啮合过程中,在不同啮合点处的齿面接触应力_____ (选择:(a)变化;(b)不变),实际齿面点蚀通常发生在_____处。

4. 齿轮多级变速器设计中,若不同传动比下所传递的功率是一定的,则输出轴轴系应按_____ (选择:(a)最低;(b)最高;(c)中)速下的工况参数来进行设计。

5. 常用的传动螺纹中,_____ 螺纹能通过采用剖分螺母、利用径向位移来消除因磨损而形成的间隙,该螺纹的牙型角 $\alpha =$ _____。

6. 双头螺柱连接和螺钉连接都常用于被连接件之一较厚而不宜钻通孔的场合。不同于螺钉连接,双头螺柱连接主要用于_____的场合。

7. 厚度一定的两被连接件承受轴向变载荷作用,若采用普通螺栓连接,为提高其疲劳强度,可_____ 螺栓的刚度,其具体措施,如:_____。

8. 对液体摩擦径向滑动轴承,轴瓦内表面上的油沟应开在_____区。

9. 温度和压力都是影响润滑油黏度的主要因素,但对滑动轴承,一般只考虑_____的影响。

10. 在滚动轴承的组合设计中,对于工作中温度变化较大且跨距较大的长轴,该轴系部件宜采用_____的固定方式。

11. 在相同工作条件下运转的一批型号相同的深沟球轴承,载荷大小等于额定动负荷的 $1/3$,转速为 $1\,000\text{ r/min}$,工作温度低于 $120\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。依据轴承基本额定寿命的定义,其中_____ % 的轴承的实际寿命应超过_____ h。

12. 普通平键连接的主要失效形式为_____。

13. 对平面轴环式的推力滑动轴承,为了便于形成液体摩擦状态,轴承可设计成_____结构。(文字或绘图描述均可)

二、简答题(每题 5 分,共 20 分)

1. 在确定齿轮传动的计算载荷时,引入了载荷系数,试述载荷系数包括哪几部分? 各考虑了哪些影响?

2. 对闭式软齿面圆柱齿轮传动,应如何设计并合理确定模数和齿数? 为什么?

3. 通常从哪几方面对非液体摩擦滑动轴承的失效形式进行条件性校核?

4. 如图 1 所示的带式制动器,其中挠性平带各处的截面尺寸均为 $b \times h$,若不考虑带接头处的应力集中,请说明带在何处的截面应力最大? 此截面应力由哪几种应力组成?

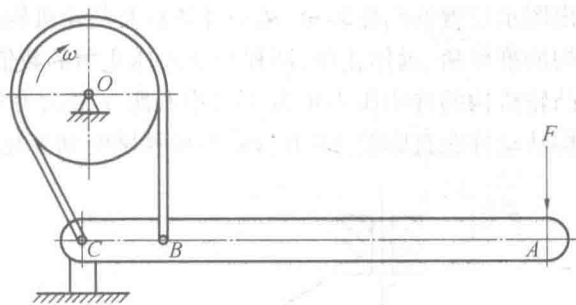


图 1

三、分析计算题(共 90 分)

1. (8 分) 计算如图 2 所示运动链的自由度, 若有复合铰链、局部自由度和虚约束, 请明确指出。若以构件 AB 为原动件, 请判断运动链的运动是否确定。

2. (14 分) 如图 3 所示, 请设计牛头刨床中的导杆机构, 以实行行程速比系数 $K=2.0$, 并已给定机架 $L_{AC}=0.4\text{ m}$, 刨刀自右往左运动时为切削行程。试求:

- (1) 导杆 L_{CD} 的摆角 ψ 。
- (2) 曲柄长度 L_{AB} , 以及导杆 L_{CD} 至少应有的长度 (不考虑滑块 B 的几何尺寸)。
- (3) 曲柄 L_{AB} 应取的转动方向, 并说明理由。
- (4) 若 D 点始终在刨刀滑路的下方, 请指明机构最大传动角发生的位置。
- (5) 若曲柄 AB 以角速度 10 rad/s 等速运转, 导杆 L_{CD} 的最大角速度发生在什么位置, 并确定其大小与转向。

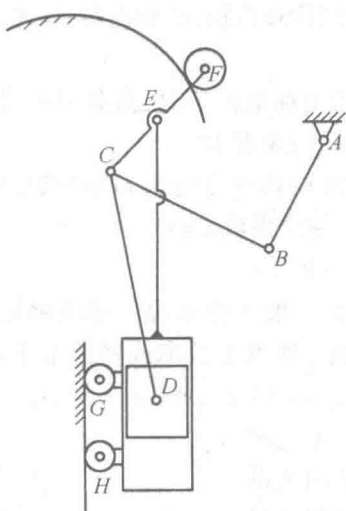


图 2

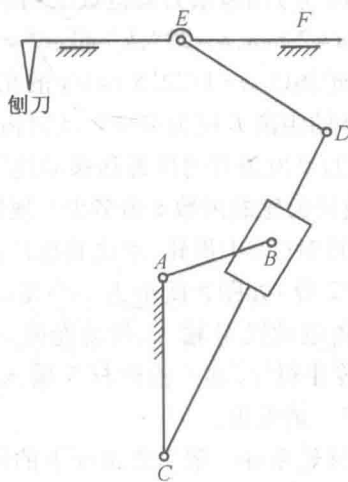


图 3

3. (14 分) 如图 4 所示为一对心直动滚子从动件盘形凸轮机构, 凸轮以等角速度 ω 逆时针方向转动, 其直廓线 AB 和 CD 切于两个圆弧, 圆弧的半径均为 R , 两圆弧的中心距 $O_1O_2=a$, 从动件滚子半径为 r 。

- (1) 试在图上标出图示位置的凸轮转角、从动件位移及凸轮机构的压力角。
- (2) 给出凸轮机构的推程角、远休止角、回程角及近休止角的数值。
- (3) 若升程阶段凸轮机构的许用压力角为 45° , 中心距 a 最大为多少?
- (4) 试导出该机构从动件在直廓线 AB 升程阶段位移随时间变化的表达式。

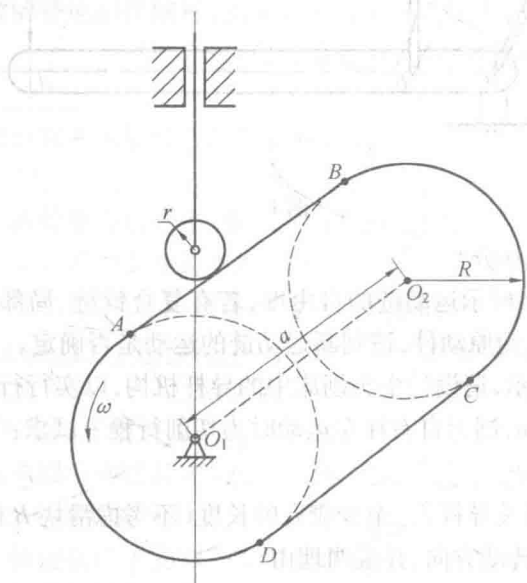


图 4

4. (10 分) 用齿条刀具范成法切制一渐开线直齿圆柱外齿轮, 已知齿数 $z=90$, 刀具的参数为: $m=2\text{ mm}$, $\alpha=20^\circ$, $h_a^*=1$, $c^*=0.25$ 。

(1) 轮坯以 $\omega=1/22.5\text{ rad/s}$ 的角速度转动, 在切制标准齿轮时, 齿条刀中线相对轮坯中心 O 的距离 L 应为多少? 此时齿条刀移动速度 v_d 应为多少?

(2) 如果齿条刀的位置和移动速度都不变, 而轮坯的角速度变为 $\omega'=1/23.5\text{ rad/s}$, 则此时被切齿轮的齿数 z 为多少? 属哪种变位齿轮? 变位系数 x = ?

(3) 针对(2)中齿轮, 求出其齿顶圆直径 d_a 及基圆半径 r_b 。

5. (12 分) 如图 5 所示为一小型起重机起升机构, 一般工作情况下单头蜗杆 5 不运转, 动力由电动机 M 输入, 带动卷筒 N 转动。当电动机 M 发生故障或慢速吊重时, 电动机 M 停转并刹住, 动力由蜗杆 5 输入。已知: $z_1=53$, $z_{1'}=44$, $z_2=48$, $z_{2'}=53$, $z_3=58$, $z_{3'}=44$, $z_4=87$ 。请求出:

(1) 该轮系在一般工作情况下传动比 i_{H4} 及其转向关系。

(2) 若蜗杆 5 为左旋, 且顺时针方向旋转, 求轮系慢速吊重时的传动比 i_{54} , 并指明卷筒的转向。

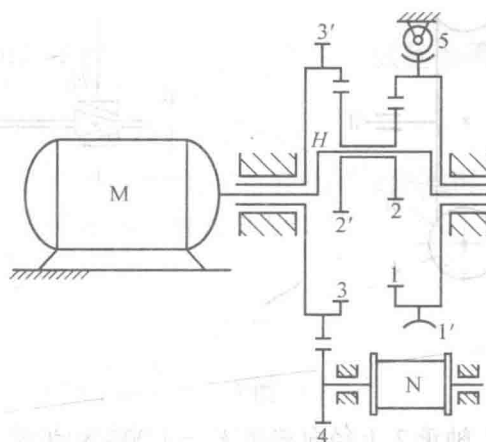


图 5

6. (12 分) 图 6 所示位置为机构起动位置, $AB \perp BC$ 。若机构在水平面内运转, AB 杆长 $l_{AB} = 0.2 \text{ m}$, 杆 1 受驱动力矩 $M_1 = 9 \text{ N} \cdot \text{m}$, 杆 3 受阻力矩 $M_3 = 8 \text{ N} \cdot \text{m}$, 又知杆 1 绕 A 的转动惯量 $J_{1A} = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 杆 3 绕 C 的转动惯量 $J_{3C} = 0.03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 构件 2 的质量 $m_2 = 0.5 \text{ kg}$, 其绕质心的转动惯量 $J_{2B} = 0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ (构件 2 质心在 B 点)。试求:

- (1) 标出机构在该位置时的所有速度瞬心。
- (2) 机构转化到构件 1 上绕 A 点的等效转动惯量 J_{eA} 。
- (3) 起动时构件 1 的角加速度 ε_1 。

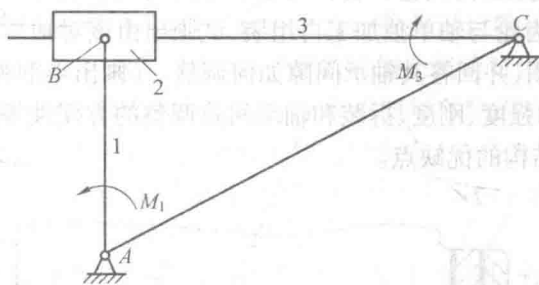


图 6

7. (16 分) 如图 7(a) 所示为标准斜齿圆柱齿轮-标准圆柱蜗杆增速传动。已知蜗杆为右旋蜗杆, 主动齿轮 1 的转向如图所示。为使 II 轴上的轴向力能够抵消一部分, 试确定:

- (1) 斜齿轮 1 和 2 及蜗轮 3 的螺旋线方向。(3 分)
- (2) 蜗杆的转动方向。(1 分)
- (3) 画出齿轮 2 和蜗轮 3 所受 3 个分力的方向以及齿轮 1 所受轴向力的方向。(7 分)

(以上各问需重新画图标明)

- (4) 若图 7(a) 中轴 I 及齿轮 1 由一对 7209C 轴承支承 (图 7(b)), 经计算得出轴承 1

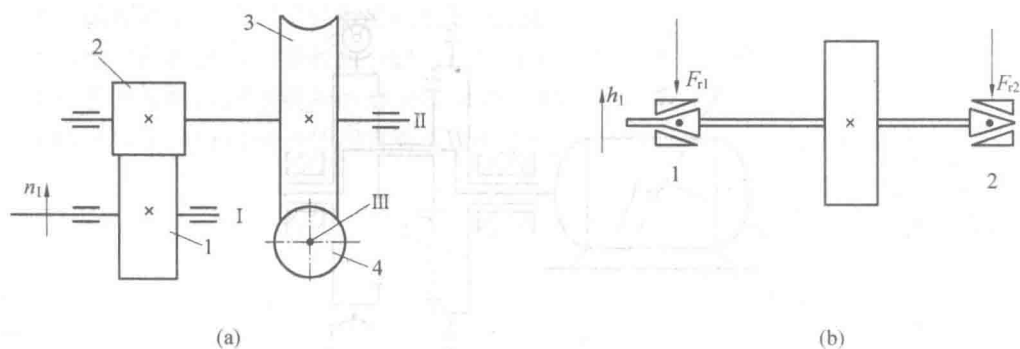


图 7

上径向载荷 $F_{r1} = 3\,000\text{ N}$, 轴承 2 上径向载荷 $F_{r2} = 4\,000\text{ N}$, 齿轮 1 所受的轴向载荷 $F_a = 1\,800\text{ N}$ (其方向按问题(3)的作答而定)。轴承上的派生(内部)轴向力 F_s 与径向载荷 F_r 的关系为 $F_s = 0.4 F_r$ 。试求作用于轴承 1 和轴承 2 的轴向载荷 F_{a1} 和 F_{a2} 。(5 分)

8. (4 分) 某一受轴向载荷的紧螺栓连接, 已知螺栓的预紧力 $F' = 8\,000\text{ N}$, 螺栓的刚度和被连接件的刚度之间的比值为 $C_b/C_m = 1/2$ 。该螺栓强度足够大, 但为避免连接的接合面出现缝隙, 应限制螺栓承受的最大工作拉力 F 为多少?

四、结构设计题(共 20 分)

图 8 所示锥齿轮轴系采用“背对背”安装的一对圆锥滚子轴承支承。请说明:

(1) (2 分) 锥齿轮上的轴向力是如何传递到箱体上的。

(2) (4 分) 轴承间隙如何调整? 套杯与轴承座间的调整垫片 2 的作用是什么?

(3) (10 分) 若锥齿轮与轴单独加工再组装, 试画出由该对轴承“面对面”安装支承的该分装轴系的装配简图, 并回答其轴承间隙如何调整。(画出半剖视图即可)

(4) (4 分) 就轴的强度、刚度、拆装和轴承间隙调整的方便性等方面, 比较上述“面对面”和“背对背”安装结构的优缺点。

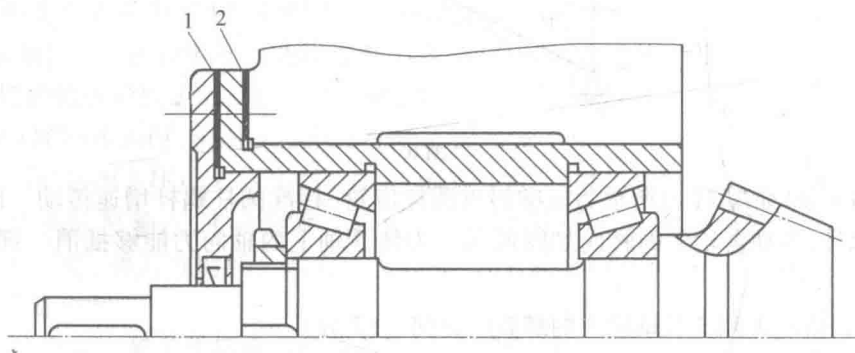


图 8

2012 年硕士研究生入学考试试题参考答案

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 限制蜗轮滚刀的数量并便于标准化 避免(切制蜗轮时)发生根切
2. 弯曲 齿数 变位系数(或分度圆压力角)
3. (a)变化 节点附近
4. (a)最低
5. 梯形 30°
6. 经常装拆(或结构限制采用其他连接方式)
7. 减小 减小螺杆直径(或做成空心杆)
8. 非承载
9. 温度
10. 一端固定、一端游动
11. 90 450
12. 轴、轮毂上键槽以及键的工作侧面中较弱者被压溃(仅答:工作面被压溃 0.5 分)
13. 多油楔(或扇形可倾瓦)

二、简答题(每题 5 分,共 20 分)

1. 齿轮传动的载荷系数包括使用系数、动载系数、齿向载荷分布系数和齿间载荷分配系数。(2 分)

使用系数考虑齿轮啮合外部因素引起的附加动载荷对齿轮传动的影响;动载系数考虑齿轮的内部因素,如基节和齿形误差等,引起的附加动载荷对齿轮传动的影响。

齿向载荷分布系数考虑沿齿宽方向载荷分布不均匀对轮齿应力的影响;齿间载荷分配系数考虑同时啮合各对轮齿间载荷分布不均对轮齿应力的影响。(3 分)

2. 对闭式软齿面圆柱齿轮传动,由于主要失效形式是齿面点蚀,应按齿面接触应力设计得到所需分度圆直径,并校核齿根弯曲强度。(2 分)

在满足齿根弯曲强度条件的设计基础上,尽可能取小的模数(但一般应大于或等于 1.5),使齿数多些。(2 分)

因为齿数多,可增大重合度,使传动平稳,另外模数小,可减少滑动速度,增加耐磨和抗胶合性能。一般齿数大于 17~30。(1 分)

3. 非液体摩擦滑动轴承的失效形式是边界膜破坏导致的磨损和胶合。边界膜的强度和材料有关,其抵抗破坏的能力与表面的压力和温度有关,压力和温度越高,边界膜越容易破坏。(2 分)

通常用限制平均压力、平均 p_v 值的方法对压力和温度进行条件性校核。对易发生偏载的轴承,还应限制轴承的线速度,使其不超过许用值。(3 分)

4. 对制动带而言,接触弧范围产生的周向摩擦力使之形成松紧程度不同的两部分。带在由 C 绕进轮并与轮接触的起始点处的截面上的应力最大。(1 分)

此截面应力包括紧边拉应力和弯曲应力。(4 分)

(注:若答离心拉应力,扣1分)

三、分析计算题(共90分)

1. $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 6 - 2 \times 7 - 3 = 1$ (5分)

其中, C 处为复合铰链, F 、 G 、 H 处为局部自由度。 (2分)

因为原动件数与自由度数相等,所以运动是确定的。 (1分)

2. (1) $K = \frac{180 + \theta}{180 - \theta} \Rightarrow \theta = 60^\circ$

导杆摆角 $\psi = \theta = 60^\circ$ (3分)

(2) $L_{AB} = L_{AC} \sin 30^\circ = 0.2 \text{ m}$ (2分)

$L_{CD} \geq 0.6 \text{ m}$ (1分)

(3) 若满足急回特性, 曲柄需逆时针转动。 (2分)

(4) 最大传动角发生在导杆垂直刨刀滑路时。 (2分)

(5) $\omega_{\max} = 0.2 \times 10 \text{ rad/s} / 0.2 = 10 \text{ rad/s}$

发生位置: 导杆与 AC 重合且滑块 B 在 A 点下方时。

导杆顺时针旋转。 (4分)

3. (1) 图示位置的凸轮转角、从动件位移及机构压力角如图9所示。 (2分)

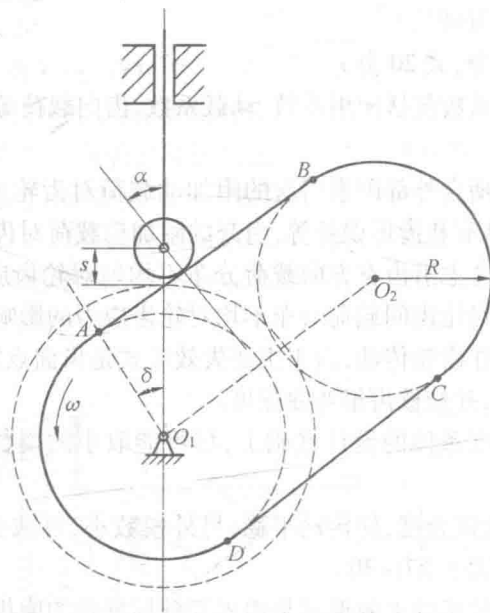


图9

(2) 推程角为 90° , 远休止角为 0° , 回程角为 90° , 近休止角为 180° 。 (2分)

(3) 在 B 点时, 压力角最大, 此时有

$$\tan \alpha = \frac{a}{R+r}$$

根据许用压力角条件, 得

$$\tan \alpha \leq \tan 45^\circ = 1$$

$$\frac{a}{R+r} \leq 1 \Rightarrow a \leq R+r$$

所以,中心距最大为 $R+r$ 。

(4)

$$\delta = \omega t$$

由图可得

$$s = \frac{R+r}{\cos \omega t} - (R+r) = (R+r) \left(\frac{1}{\cos \omega t} - 1 \right) \quad (5 \text{ 分})$$

4. (1)

$$d = mz = 2 \text{ mm} \times 90 = 180 \text{ mm}$$

$$L = 90 \text{ mm} \quad v_d = r\omega = 90 \text{ mm} \times \frac{1}{22.5} \text{ rad/s} = 4 \text{ mm/s} \quad (3 \text{ 分})$$

(2)

$$r' = v_d / \omega = 4 \text{ mm/s} \times 23.5 \text{ rad/s} = 94 \text{ mm}$$

$$z = 2r' / m = 94$$

$$xm = 90 \text{ mm} - 94 \text{ mm} = -4 \text{ mm}$$

$$x = -2, \text{切制的是负变位齿轮} \quad (4 \text{ 分})$$

(3)

$$d_a = d + 2(h_a^* + x)m = 2 \times 94 \text{ mm} + 2(1 - 2) \times 2 \text{ mm} = 184 \text{ mm}$$

$$r_b = r \cos \alpha = 94 \times \cos 20^\circ = 88.33 \text{ mm} \quad (3 \text{ 分})$$

5. (1) 3-2'-2-1-H 组成周转轮系, 3'-4 定轴轮系

(2 分)

$$i_{31}^H = \frac{\omega_3 - \omega_H}{\omega_1 - \omega_H} = \frac{z_2' z_1}{z_3 z_2} = \frac{2 \ 809}{2 \ 784}$$

$$\omega_1 = 0$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_H} = -\frac{25}{2 \ 784}$$

$$\omega_3 = \omega_3' \quad \frac{\omega_3'}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_3'} = -\frac{87}{44}$$

$$i_{H4} = \frac{-87/44}{-25/2 \ 784} = 220.189 \quad \text{H 与齿轮 4 转向相同} \quad (4 \text{ 分})$$

(2)

$$i_{54} = \frac{z_1' z_2 z_3 z_4}{z_5 z_1 z_2' z_3'} = \frac{44 \times 48 \times 58 \times 87}{1 \times 53 \times 53 \times 44} = 86.226 \quad (4 \text{ 分})$$

$$i_{54} = 86.226 \text{ 转向} \downarrow \quad (2 \text{ 分})$$

6. 根据等效原则, 可知

$$\frac{1}{2} J_{eA} \omega_1^2 = \frac{1}{2} J_{1A} \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_B^2 + \frac{1}{2} J_{S2} \omega_2^2 + \frac{1}{2} J_{3C} \omega_3^2 \quad (2 \text{ 分})$$

$$v_B = l_{AB} \omega_1$$

作出该瞬时速度瞬心图(3 分), 如图 10 所示, 可知

$$\omega_2 = \omega_3 = 0 \quad (2 \text{ 分})$$

$$\text{所以} \quad J_{eA} = J_{1A} + m_2 l_{AB}^2 = 0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 + 0.5 \text{ kg} \times (0.2 \text{ m})^2 = 0.03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (2 \text{ 分})$$

等效力矩

$$M_d = M_1 \quad M_r = 0 \quad (3 \text{ 分})$$

所以

$$M_d = J_{eA} \varepsilon_1 \quad \varepsilon_1 = 9 \text{ N} \cdot \text{m} / 0.03 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 = 300 \text{ rad/s}^2 \quad (3 \text{ 分})$$

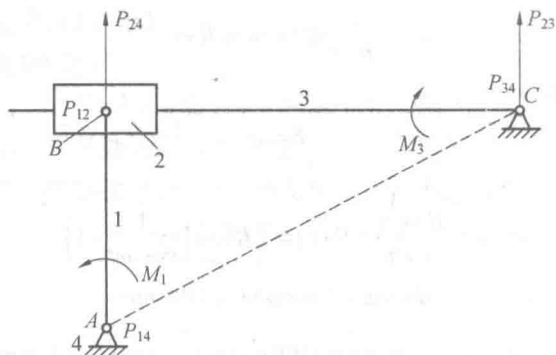


图 10

7. 如图 11 所示。

(1) 斜齿轮 1 螺旋线方向为左旋; 斜齿轮 2 螺旋线方向为右旋; 蜗轮 3 的螺旋线为右旋。 (各 1 分, 共 3 分)

(2) 蜗杆的转动方向如图 11(a) 所示, 为逆时针转动。 (1 分)

(3) 齿轮 2 和蜗轮 3 所受 3 个分力的方向如图 11(a) 所示。 (各 1 分, 共 6 分)

齿轮 1 所受轴向力的方向如图 11(b) 所示, 水平向右。 (1 分)

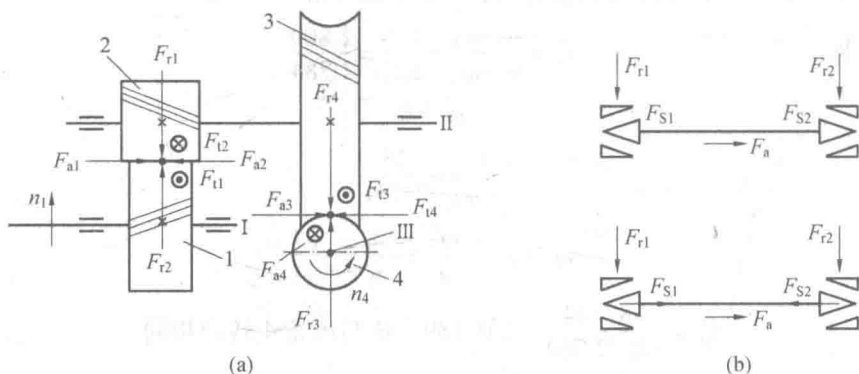


图 11

(4) 内部轴向力方向如图 11(b) 所示, 即

$$F_{S1} = 0.4 F_{r1} = 1\,200\text{ N} \quad (1\text{ 分})$$

$$F_{S2} = 0.4 F_{r2} = 1\,600\text{ N} \quad (1\text{ 分})$$

因为

$$F_a + F_{S1} > F_{S2} \quad (1\text{ 分})$$

故

$$F_{a1} = F_{S1} = 1\,200\text{ N} \quad (1\text{ 分})$$

$$F_{a2} = F_{S1} + F_a = 3\,000\text{ N} \quad (1\text{ 分})$$

8. 螺栓残余预紧力

$$F'' = F' - \frac{C_m}{C_b + C_m} F \quad (1\text{ 分})$$

可知, 连接的接合面出现缝隙时, 有

$$F'' = 0$$

$$F' = \frac{C_m}{C_b + C_m} F$$

$$F = \frac{C_m + C_b}{C_m} F' = \frac{3}{2} \times 8\,000\text{ N} = 12\,000\text{ N} \quad (3\text{ 分})$$

即应限制螺栓承受的最大工作拉力小于 12 000 N。

四、结构设计题(共 20 分)

(1) 锥齿轮上的轴向力向左,经右侧轴承传给套杯,再经端盖螺钉传给箱体。(2 分)

(2) 轴承间隙由左侧固定轴承内圈的圆螺母来调整。图 12 中 2 处调整垫片用来调整轴系轴向位置。(4 分)

(3) 轴承间隙由端盖与套杯间的调整垫片厚度来调节。(1 分)

“面对面”布局(1 分);轴结构合理,轴承、锥齿轮轴向固定以及键连接合理(6 分),套杯结构正确(2 分)。

* 若画出圆螺母固定轴承内圈,倒扣 1 分。

(4) 相比“背对背”结构,“面对面”结构中,轴的强度高,拆装及轴承间隙调整较方便,但刚度较差。(4 分)

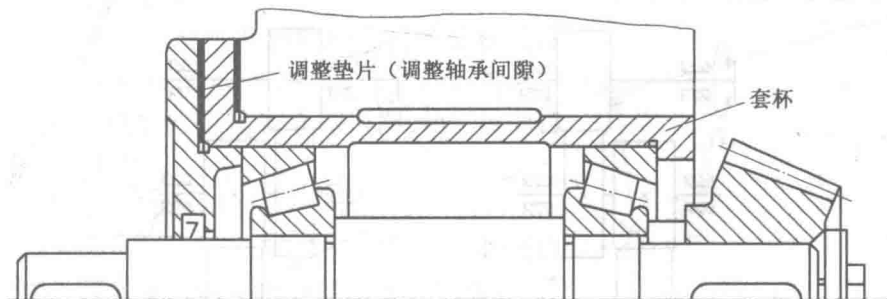


图 12

2013 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,最后一空 2 分,共 20 分)

1. 螺纹连接和螺旋传动的设计中螺纹工作圈数不宜超过 10 圈是为了_____。
2. 在水平布置的带传动中应将松边放在上侧是为了_____。
3. 普通 V 带传动中带的型号可根据_____和_____由选型图中选取。
4. 普通 V 带传动中 V 带两侧面的夹角与 V 带轮槽角二者中_____更大。
5. 斜齿圆柱齿轮传动的正确啮合条件包括_____、_____和_____。
6. 某轴与轮毂采用 A 型普通平键连接,键的剖面尺寸 $b \times h$ 按_____由标准中选定,键的公称长度为 L ,则实际键的工作长度为_____。
7. 滚动轴承的基本代号包括_____、_____和_____三部分。

8. 滚动轴承的设计计算准则中对于转动的滚动轴承主要进行_____计算,对于不转动、低速或摆动的轴承,主要进行_____计算。

9. 按照摩擦状态的分类,非液体摩擦滑动轴承一般工作在_____状态下,其主要失效形式是_____,严重时也发生胶合;非液体摩擦滑动轴承的设计准则是维持_____状态。

10. 润滑油的动力黏度单位是_____,其物理意义为_____。

二、简答题(每题5分,共25分)

1. 试根据螺纹牙型分析比较普通螺纹、矩形螺纹和梯形螺纹的自锁性能及传动效率的高低。

2. 简述普通V带传动中单根普通V带所能传递的基本额定功率 P_0 的意义及影响其数值的主要因素。

3. 图1所示为齿轮传动布置的两种方案,已知转矩由 T_1 处输入。试分析两种方案哪种方案布置更合理,并给出理由。

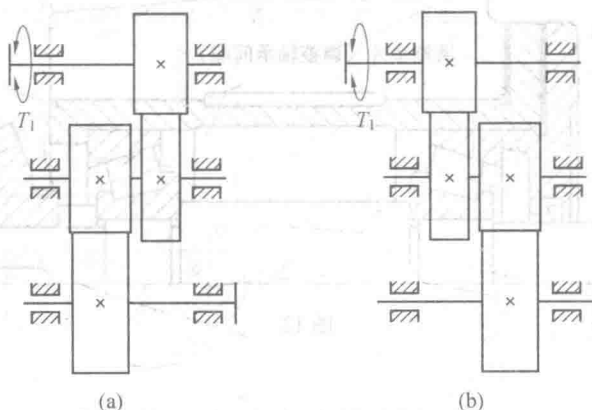


图1

4. 如图2所示直齿圆柱齿轮齿根弯曲应力计算力学模型,试推导齿根弯曲疲劳强度校核计算公式,并说明公式中主要系数的物理意义。

5. 简述齿轮传动强度计算中齿宽系数对齿面接触疲劳强度和齿根弯曲疲劳强度的影响及如何选择齿宽系数。

三、分析计算题(8分)

作用在机构各构件上的外力如图3所示,构件1以 ω_1 的角速度逆时针方向匀速转动,考虑运动副中的摩擦,设摩擦角 $\varphi=15^\circ$,图中虚线小圆为摩擦圆,阻力为 Q ,驱动力为 P 。请作图标出各构件的受力情况。

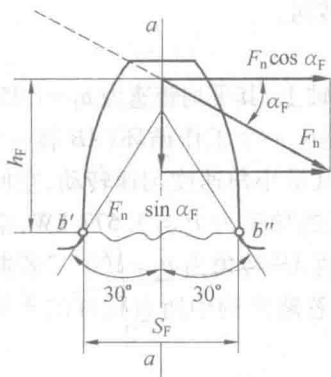


图 2

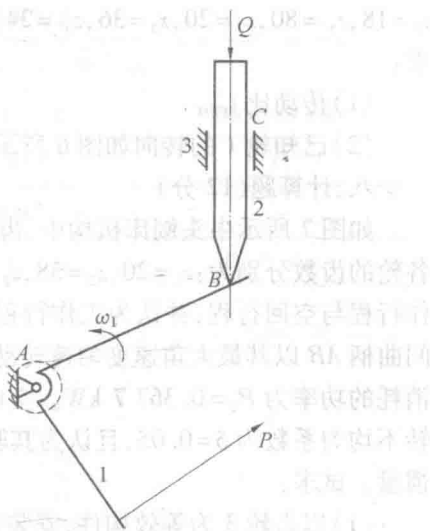


图 3

四、分析计算题(12 分)

如图 4 所示,已知:一曲柄摇杆机构的曲柄长度 $l_{AB} = 100 \text{ mm}$,连杆长度 $l_{BC} = 200 \text{ mm}$,摇杆长度 $l_{CD} = 300 \text{ mm}$ 。请确定机架长度 l_{AD} 的合理范围,使机构的传动角始终不小于 45° 。

五、计算与结构题(14 分)

如图 5 所示的凸轮机构,其凸轮廓线的 AB 段是以 C 为圆心的一段圆弧,凸轮以角速度 ω 匀速回转。

- (1) 写出基圆半径 r_0 的表达式,并画出基圆。
- (2) 在图中标出图示位置时凸轮的转角 δ (A 点为起始点)、推杆的位移 s 、机构压力角 α 。
- (3) 求图示位置时推杆的速度。

六、计算说明题(10 分)

一对标准渐开线直齿圆柱齿轮,正确安装(齿侧间隙为零)后,中心距为 144 mm ,其齿数为 $z_1 = 24, z_2 = 120$,分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ, h_a^* = 1, c^* = 0.25$ 。试求:

- (1) 齿轮 2 的模数 m_2 及其在分度圆上的齿厚 S_0 。
- (2) 求齿轮 1 的齿顶圆处压力角 α_{a1} 。
- (3) 如已求得它们的实际啮合长度 $B_1 B_2 = 10.3 \text{ mm}$,试计算该对齿轮传动的重合度。
- (4) 说明该对齿轮能否实现连续传动。

七、分析计算题(14 分)

如图 6 所示,各轮均为标准齿轮,已知各轮齿数为:

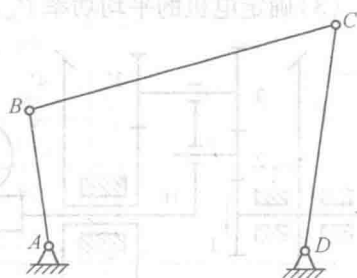


图 4

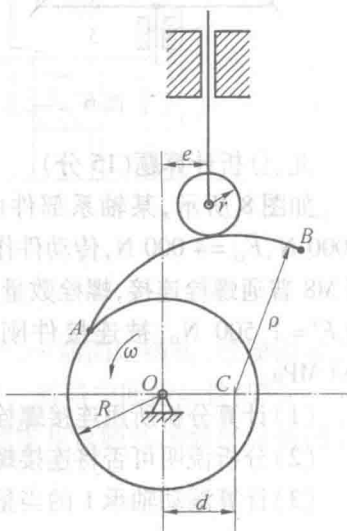


图 5

$z_1 = 18, z_{1'} = 80, z_2 = 20, z_3 = 36, z_{3'} = 24, z_4 = 70, z_{4'} = 80, z_5 = 50, z_6 = 2$ (旋向如图), $z_7 = 58$ 。试求:

(1) 传动比 i_{17} 。

(2) 已知轮 1 的转向如图 6 所示, 请标出轮 7 的转向。

八、计算题(12 分)

如图 7 所示牛头刨床机构中, 齿轮 1 安装在电机轴上, 其平均转速为 $n_1 = 1\,450\text{ r/min}$; 各轮的齿数分别为: $z_1 = 20, z_2 = 58, z_{2'} = 25, z_3 = 100$ 。刨床一个工作循环 (AB 转一周) 有工作行程与空回行程, 并认为工作行程期间曲柄 AB 以其最小角速度匀速转动, 空回行程期间曲柄 AB 以其最大角速度匀速转动。工作行程消耗的功率为 $P_1 = 3.677\text{ kW}$, 空回行程消耗的功率为 $P_2 = 0.3677\text{ kW}$ 。空回行程对应的曲柄 AB 转角为 $\theta_2 = 120^\circ$ 。若曲柄的运转不均匀系数为 $\delta = 0.05$, 且认为其驱动力矩为常数, 忽略机构中所有构件的质量和转动惯量。试求:

(1) 以齿轮 3 为等效构件, 安装在 A 轴上飞轮的转动惯量 J_A 。

(2) 如果把飞轮安装在电机轴 O 上, 求飞轮的转动惯量 J_O 。

(3) 确定电机的平均功率 P_m 。

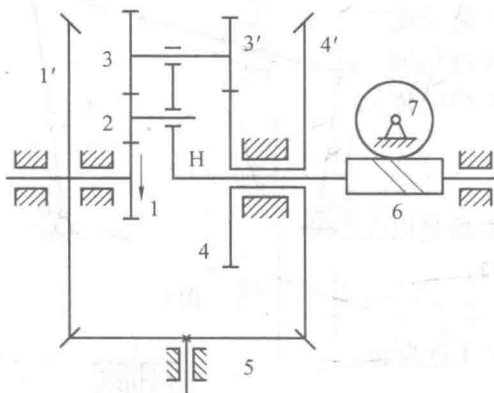


图 6

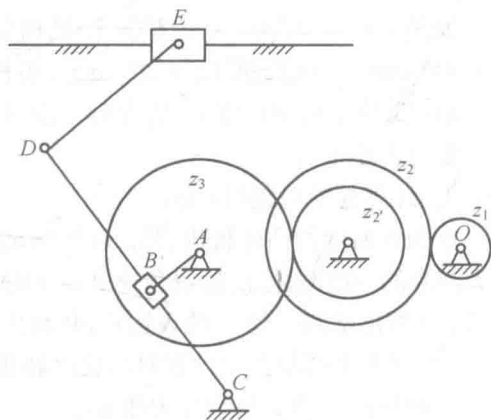


图 7

九、分析计算题(15 分)

如图 8 所示, 某轴系部件由 7210AC 型轴承支承, 轴承所受径向载荷分别为 $F_{r1} = 3\,000\text{ N}$ 、 $F_{r2} = 4\,000\text{ N}$, 传动件作用到轴上的轴向载荷为 $F_a = 3\,300\text{ N}$ 。两端轴承端盖均采用 M8 普通螺栓连接, 螺栓数量为 $Z = 6$, 连接螺栓中心圆直径为 $D = 120\text{ mm}$, 初始预紧力为 $F' = 1\,500\text{ N}$ 。被连接件刚度为螺栓刚度的 2 倍, 连接螺栓的许用应力为 $[\sigma] = 100\text{ MPa}$ 。

(1) 计算分析所用连接螺栓强度是否满足要求。

(2) 分析说明可否将连接螺栓预紧力降为 $F' = 500\text{ N}$ 。

(3) 计算滚动轴承 1 的当量动载荷。

角接触轴承内部轴向力 F_s 的计算公式

轴承类型	角 接 触 球 轴 承		
	7000 ($\alpha=15^\circ$)	7000 型 ($\alpha=25^\circ$)	7000 型 ($\alpha=40^\circ$)
F_s	$0.4F_r$	$0.7F_r$	F_r^*

向心轴承当量动载荷的 X, Y 值

轴承类型		F_a/C_0	e	$F_a/F_r > e$		$F_a/F_r \leq e$	
				X	Y	X	Y
角 接 触 球 轴 承	$\alpha=15^\circ$	0.015	0.39	0.44	1.47	1	0
		0.029	0.40		1.40		
		0.058	0.43		1.30		
		0.087	0.46		1.23		
		0.12	0.47		1.19		
		0.17	0.50		1.12		
		0.29	0.55		1.02		
		0.44	0.56		1.00		
		0.58	0.56		1.00		
	$\alpha=25^\circ$	—	0.68	0.41	0.87	1	0
	$\alpha=40^\circ$	—	1.14	0.35	0.57	1	0

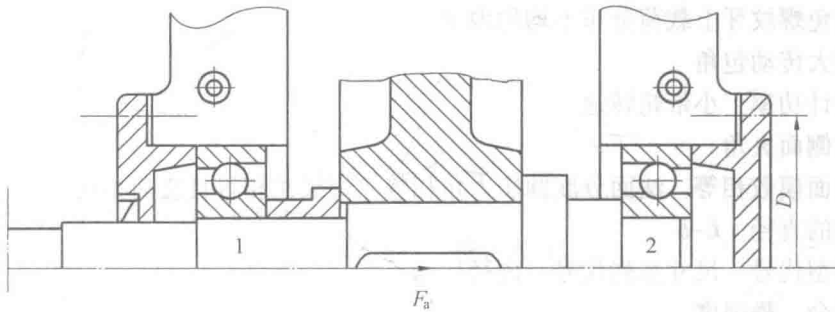


图 8

十、结构题(共 20 分)

- (1)(12 分) 如图 9 所示,某传动中间轴系采用一端游动、一端固定结构,已知固定端和游动端支承均采用深沟球轴承,试完成相应轴系结构设计。省略中间传动件结构。
- (2)(8 分) 如图 10 所示,某凸缘联轴器分别采用普通螺栓和铰制孔用螺栓连接两个半联轴器,试选择螺栓类型并补充完成螺栓连接处结构图。



图 9

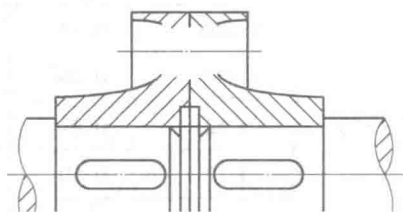
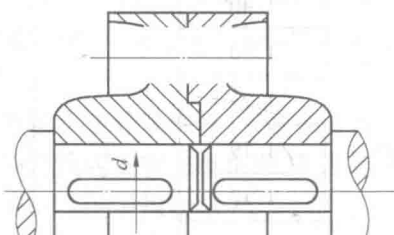


图 10

2013 年硕士研究生入学考试试题参考答案

一、填空题(最后一空 2 分,其余每空 1 分,共 20 分)

1. 避免螺纹牙上载荷分布不均的现象
2. 增大传动包角
3. 设计功率 小带轮转速
4. 带侧面夹角
5. 法面模数相等 法面分度圆压力角相等 螺旋角相等且旋向相反
6. 轴的直径 $L-b$
7. 类型代号 尺寸系列代号 内径代号
8. 寿命 静强度
9. 混合摩擦 磨损 边界摩擦

10. $\text{Pa} \cdot \text{s}$ 或 $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$ 使长宽高各为 1 m 的流体顶面流层相对底面流层产生 1 m/s 的运动速度,所需要的外力为 1 N 时,流体的黏度为 $1 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$

二、简答题(共 25 分)

1. 普通螺纹牙型角为 60° 、牙侧角为 30° ;梯形螺纹牙型角为 30° 、牙侧角为 15° ;矩形螺纹牙型角和牙侧角均为 0° 。(1.5 分)

$$\psi \leq \arctan f' = \rho'$$

自锁要求为螺旋升角小于当量摩擦角。

当量摩擦系数为 $f/\cos \beta$,则牙侧角越大,当量摩擦角越大,牙型自锁能力越高,故普

通螺纹自锁性能最好,矩形螺纹自锁性能最差。

传动效率 $\eta = \tan \psi / \tan(\psi + \rho')$, 牙侧角越大, 传动效率越高, 故矩形螺纹效率最高, 梯形螺纹次之, 普通螺纹传动效率最低。

2. 带既不打滑又有一定疲劳强度条件下, 在载荷平稳、特定带长、传动比为 1, 特定强化层条件下单根 V 带所能传递的功率为基本额定功率(2 分)。主要影响因素包括带的型号(1 分)、带的速度(1 分)和带轮直径(1 分)等。

$$P_0 = ([\sigma] - \sigma_{bl} - \sigma_c) \left(1 - \frac{1}{e^{f\alpha_1}} \right) \frac{Av}{1000}$$

3. (a) 更合理(2 分)。轴的弯曲变形和扭转变形的综合作用可使载荷分布不均匀状况得到改善, 降低齿向载荷分布系数(3 分)。

$$4. \quad \sigma_F = \frac{M}{W} = \frac{F_n \cos \alpha_F h_F}{\frac{b S_F^2}{6}} = \frac{F_t \frac{6}{m} \cos \alpha_F}{bm \left(\frac{S_F}{m} \right)^2 \cos \alpha} \quad \sigma_F = \frac{KF_t}{bm} Y_F Y_S Y_\epsilon \leq [\sigma]_F \quad (2 \text{ 分})$$

Y_F ——齿形系数, 反映轮齿几何形状的影响; (1 分)

Y_S ——应力修正系数, 考虑过渡圆角处应力集中和其他应力影响; (1 分)

Y_ϵ ——重合度系数, 考虑载荷作用位置和重合度影响。 (1 分)

5. 齿宽系数大时, 齿面接触应力和齿根弯曲应力都减小, 承载能力提高(2 分); 但载荷沿齿向分布不均匀(1 分)。根据齿轮布置位置和齿面软硬程度选取(2 分)。

三、分析计算题(15 分)

如图 11 所示。

四、分析计算题(12 分)

【解】 由曲柄存在条件可知

$$200 \text{ mm} \leq l_{AD} < 400 \text{ mm} \quad (3 \text{ 分})$$

令 $\gamma_{\min} = 45^\circ$ 时, 可求得

$$l_{AD} = 312.48 \text{ mm} \quad (2 \text{ 分})$$

而对应此杆长, 最大传动角(钝角情况)为

$$\gamma_{\max} = 109.54^\circ \quad \text{符合要求} \quad (2 \text{ 分})$$

令 $\gamma = 130^\circ$ 时, 可求得

$$l_{AD} = 363.52 \text{ mm} \quad (2 \text{ 分})$$

而对应此杆长, 最小传动角为

$$\gamma_{\min} = 59.69^\circ \quad \text{符合要求} \quad (2 \text{ 分})$$

所以

$$312.48 \text{ mm} < l_{AD} < 363.52 \text{ mm} \quad (1 \text{ 分})$$

五、计算与结构题(14 分)

【解】 (1) 基圆半径的表达式为 $r_0 = R + r$, 基圆如图 12 所示。 (4 分)

(2) 如图 12 所示。 (6 分)

(3) $v = d\omega$, 方向向上。 (4 分)

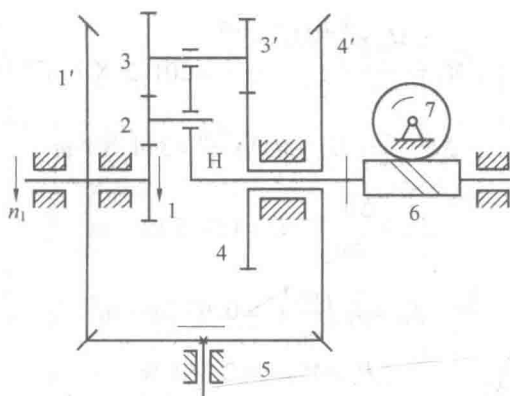


图 13

由蜗杆 6 和蜗轮 7 组成定轴轮系,有

$$i_{67} = \frac{n_6}{n_7} = \frac{z_7}{z_6} = \frac{58}{2} = 29 \quad (2 \text{ 分}) \quad (4)$$

由式(3)和式(4)解得

$$i_{17} = \frac{n_1}{n_7} = -41 \quad (1 \text{ 分})$$

轮 7 的转向采用左手定则,确定为顺时针转向。

(2 分)

八、计算题(12 分)

【解】(1)由于忽略所有活动构件的质量和转动惯量,即

$$J_{FA} = \frac{\Delta W_{\max}}{\delta \omega_m^2} - J_0 \quad (1 \text{ 分})$$

式中 $J_0 = 0$ 。

电机轴的角速度为

$$\omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{145}{3}\pi$$

$$\omega_m = \omega_3 = \omega_1 \frac{z_1 z_{2'}}{z_2 z_3} = \frac{25}{6}\pi \quad (2 \text{ 分})$$

$$\omega_m = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$$

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m}$$

$$\omega_{\max} = 1.025\omega_m$$

$$\omega_{\min} = 0.975\omega_m$$

(3 分)

$$M_{r1} = \frac{P_1}{\omega_{\min}} = \frac{3.677 \times 1000}{0.975 \times \frac{25}{6}\pi} \text{ N} \cdot \text{m} = 288.1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{r2} = \frac{P_2}{\omega_{\max}} = \frac{0.3677 \times 1000}{1.025 \times \frac{25}{6}\pi} \text{ N} \cdot \text{m} = 27.4 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3 \text{ 分})$$

$$M_d = \frac{M_{r1} \times \frac{4\pi}{3} + M_{r2} \times \frac{2\pi}{3}}{2\pi} = 201.2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\Delta W_{\max} = (M_{r1} - M_d) \times \frac{4\pi}{3} = 364 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$(2) \quad J_{FA} = \frac{\Delta W_{\max}}{\delta \omega_m^2} - J_0 = 127.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_{FO} = J_{FA} \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 = 0.95 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (2 \text{ 分})$$

$$(3) \quad P_1 = M_d \omega_m = 2.364 \text{ W} \quad (1 \text{ 分})$$

九、分析计算题(15 分)

【解】 (1) 轴承内部轴向力

$$F_{s1} = 0.7 \times F_{r1} = 0.7 \times 3\,000 \text{ N} = 2\,100 \text{ N} \quad \text{方向向右} \quad (2 \text{ 分})$$

$$F_{s2} = 0.7 \times F_{r2} = 0.7 \times 4\,000 \text{ N} = 2\,800 \text{ N} \quad \text{方向向左} \quad (2 \text{ 分})$$

轴承承受轴向力

$$F_{a1} = F_{s1} = 2\,100 \text{ N} \quad (1.5 \text{ 分})$$

$$F_{a2} = F_{s1} + F_{s2} = 2\,100 \text{ N} + 3\,300 \text{ N} = 5\,400 \text{ N} \quad (1.5 \text{ 分})$$

左侧螺栓承受的总轴向工作载荷为 $F_1 = 2\,100 \text{ N}$, 右侧螺栓承受的总轴向工作载荷为 $F_2 = 5\,400 \text{ N}$, 按照右侧螺栓设计。 (1 分)

右侧螺栓承受总工作拉力

$$F_0 = F' + C_b / (C_b + C_m) \times (F_2 / z) = 1\,500 \text{ N} + 5\,400 \text{ N} / (3 \times 6) = 1\,800 \text{ N} \quad (2 \text{ 分})$$

螺栓小径为

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \times 1.3 F_0}{\pi [\sigma]}} = [4 \times 1.3 \times 1\,800 \text{ N} / (3.14 \times 100 \text{ MPa})]^{1/2} = 5.46 \text{ mm}$$

故采用 M8 螺栓连接强度能够满足要求。 (2 分)

$$(2) \quad F'' = F' - C_m / (C_b + C_m) \times F_2 = 500 \text{ N} - 5\,400 \text{ N} \times 2 / (3 \times 6) = 500 \text{ N} - 600 \text{ N} = -100 \text{ N}$$

不能将连接螺栓预紧力降到 500 N。 (1.5 分)

$$(3) \quad F_{a1} / F_{r1} = 2\,100 \text{ N} / 3\,000 \text{ N} = 0.7 > e = 0.68$$

$$P_1 = X F_{r1} + Y F_{a1} = 0.41 \times 3\,000 \text{ N} + 0.87 \times 2\,100 \text{ N} = 3\,057 \text{ N} \quad (1.5 \text{ 分})$$

十、结构设计题(共 20 分)

(1) (12 分) 正确答案如图 14 所示。

采分点:

固定端轴承轴肩与端盖固定; (2 分)

固定端圆螺母与轴承座挡边固定; (4 分)

游动端轴承两点固定和游动间隙; (2 分)

两端轴承端盖结构; (2 分)

轴承游隙调整。 (2 分)

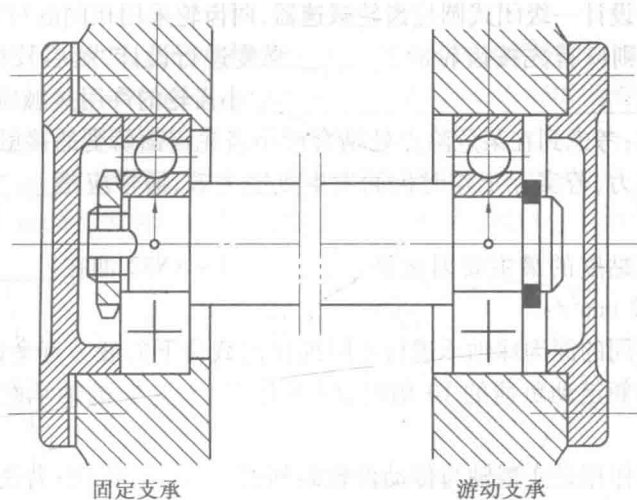


图 14

(2)(8分)结构如图 15 所示。

图 15(a)采用普通螺栓(2分),被连接件通孔(1分),其他螺纹结构要素(1分)。

图 15(b)采用铰制孔螺栓(2分),被连接件配合孔(1分),其他螺纹结构要素(1分)。

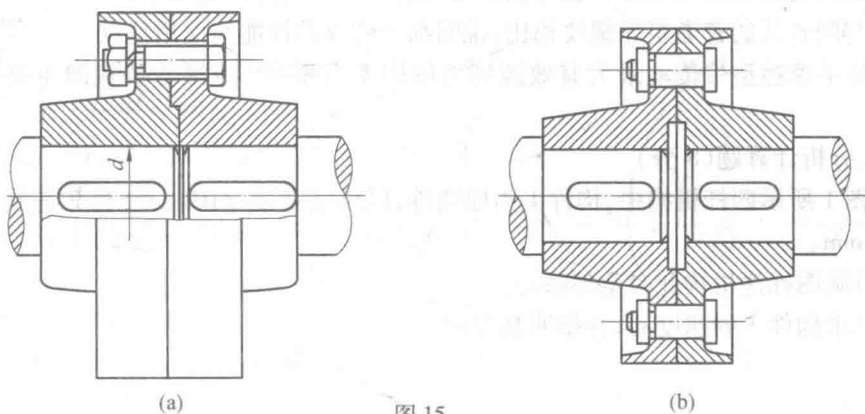


图 15

2014 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 对蜗杆分度圆直径和输入转速都确定的闭式蜗杆减速器,若增大蜗杆导程角,则蜗杆和蜗轮啮合齿廓间的相对滑动速度_____,啮合效率_____。

2. 带传动中带绕过带轮产生的离心拉力主要与_____和_____有关,由此离心拉力引起的离心拉应力作用于_____。

3. 螺纹的公称直径是指螺纹的_____径,螺纹副的自锁条件为_____。

4. 按有限寿命设计一级闭式圆柱齿轮减速器,两齿轮采用相同的材料和热处理,齿面硬度均为 380 HB,则应首先按齿轮的_____强度进行设计,然后校核_____强度。由于_____,小齿轮的许用接触应力_____大齿轮的许用接触应力;考虑到在某危险点处啮合时小齿轮齿面所受的接触应力_____大齿轮所受的接触应力,若实际工作时齿面发生点蚀失效,通常应是_____齿轮最先失效。

5. 影响润滑油黏度的最主要因素是_____。L-AN32 油在_____ (条件)下的黏度为 $32 \text{ mm}^2/\text{s}$ 。

6. 一批型号相同的深沟球轴承进行不同纯径向载荷下的疲劳寿命试验,当所加载荷大小恰等于其基本额定动负荷的 10 倍时,应该有_____ % 的轴承的实际寿命不超过_____。

7. 普通平键的作用是实现轴与传动件轮毂间的_____固定;若滑移齿轮轮毂需要沿轴向相对移动,可以采用_____连接。

二、简答题(每题 4 分,共 20 分)

1. 以带绕过主动轮为例说明为什么带传动中带的弹性滑动不可避免?
2. 为提高承受变载荷的螺栓连接的强度,试给出四种具体的结构措施。
3. 简述两相对运动表面间形成液体动压润滑的必要条件,并绘图表明稳定工作的液体动压径向滑动轴承的轴心位置与轴的转动方向和载荷方向的关系。
4. 与同直径的普通粗牙螺纹相比,说明细牙螺纹的性能与应用特点。
5. 影响摩擦型带传动最大有效圆周力的因素有哪些?张紧轮装置的主要作用是什么?

三、分析计算题(8 分)

如图 1 所示四杆机构中,构件 1 为原动件,以角速度 $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ 做匀速转动。已知 $l_{AD} = 60 \text{ mm}$ 。

(1) 画图标注机构此时全部瞬心。

(2) 求构件 3 的速度 v_3 , 并指明其方向。

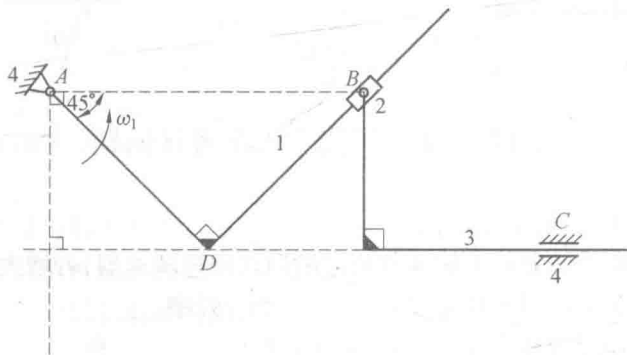


图 1

四、计算题(14 分)

如图 2 所示的六杆机构。已知构件 1 为曲柄,且为原动件,以 ω_1 等速转动。 $l_{AB} = 100 \text{ mm}$, $l_{BC} = 130 \text{ mm}$, $l_{AD} = 50 \text{ mm}$, $l_{EF} = 120 \text{ mm}$, $e = 15 \text{ mm}$, $\triangle CDE$ 为等边三角形。

1. 求构件 3 能做整周回转时, l_{CD} 的取值范围。
2. 设 $l_{CD} = 90 \text{ mm}$ 时, 求从动件 5 的行程 H 和行程速比系数 K 。
3. 设 $l_{CD} = 90 \text{ mm}$ 时, 求从动件 5 上的最大压力角 $\alpha_{\max}$ 和最小压力角 $\alpha_{\min}$ 。

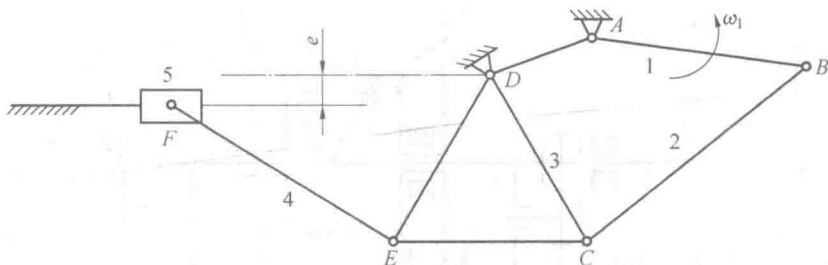


图 2

五、综合计算题(14 分)

如图 3 所示的凸轮机构中, 已知 $r_0 = 20 \text{ mm}$, $e = 10 \text{ mm}$, 凸轮推程段廓线为以 O' 为圆心并与基圆相切于 A_0 的一段圆弧 A_0A_1 , 该廓线终点 A_1 的向径 $r_{\max} = 55 \text{ mm}$, $OO' = 20 \text{ mm}$ 。

(1) 画图标出机构在图示位移时, 推杆位移 s_A 及机构压力角 α_A , 并求 s_A 和 α_A 的大小。

(2) 当凸轮由图示位置沿 ω 方向转过 45° 时, 画图标出推杆的位移 s_K 及 α_K 。

(3) 画图标出机构推程运动角 ϕ_0 及行程 h , 并求出 h 的大小。

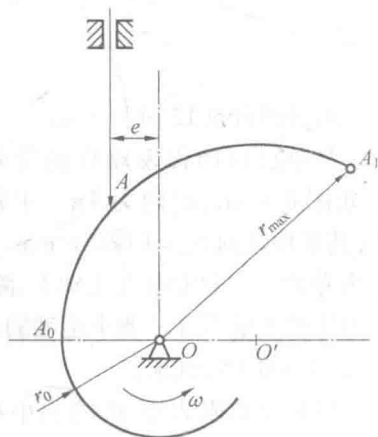


图 3

六、计算与结构题(10 分)

在图 4 所示轮系中, $z_1 = 20$, $z_2 = 48$, $m_1 = m_2 = 2 \text{ mm}$, $z_3 = 18$, $z_4 = 36$, $m_3 = m_4 = 2.5 \text{ mm}$, 该两对齿轮均为标准渐开线直齿圆柱齿轮, 且安装中心距相等。 $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$ 。试求:

(1) 两对齿轮的标准中心距分别为多少?

(2) 当以 1 与 2 齿轮的标准中心距为安装中心距时, 3 与 4 齿轮采取何种传动才能保证无侧隙啮合? 求啮合角 α'_{34} 和节圆半径 r'_{34} ?

(3) 仍以 1 与 2 齿轮的标准中心距为安装中心距, 当 3 与 4 齿轮采取标准斜齿圆柱齿轮传动时, 其法面模数 $m_{n3} = m_{n4} = 2.5 \text{ mm}$, 齿数不变, 求分度圆柱上的螺旋角 β , 两齿轮的分度圆半径 r_3, r_4 ?

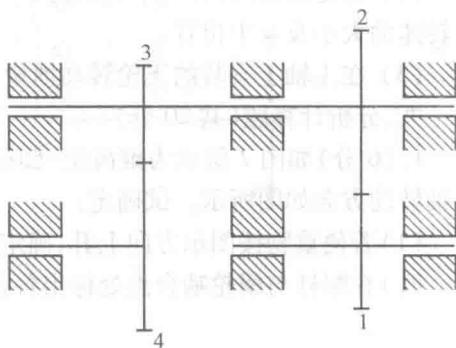


图 4

七、分析计算题(12 分)

如图 5 所示轮系,已知齿轮 1 的转速为 $n_1 = 1\,500\text{ r/min}$,方向如图箭头所示。各轮齿数为: $z_1 = 18, z_3 = 39, z_{3'} = 18, z_4 = 109, z_{4'} = 33, z_5 = 22, z_{5'} = 15, z_6 = 30$ 。

(1) 如各齿轮均为标准齿轮,且同类型齿轮模数相同,求 z_2 ;

(2) 计算系杆 H 的转速大小,并指明其转向。

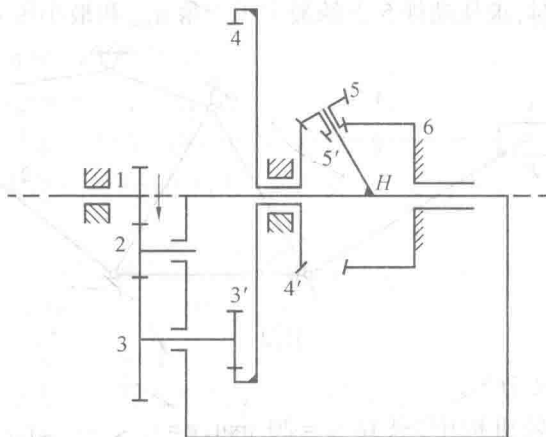


图 5

八、计算题(12 分)

某单缸四冲程发动机的等效驱动力矩 M_d 如图 6 所示,周期为 4π 。主轴为等效构件,其平均转速 $n_m = 1\,000\text{ r/min}$,等效阻力矩 M_r 为常数。飞轮安装在主轴上,除飞轮外,其他构件的质量不计。要求主轴的速度不均匀系数 $[\delta] = 0.05$,试求:

(1) 等效阻力矩 M_r 的大小和发动机的平均功率。

(2) 稳定运转时,在一个周期内最大、最小转速的大小及发生位置。

(3) 在主轴上安装的飞轮转动惯量 J_F 。

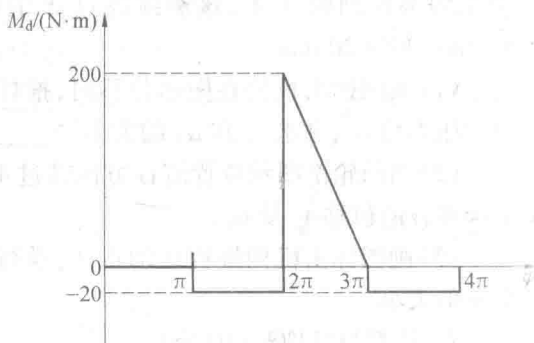


图 6

九、分析计算题(共 20 分)

1. (6 分) 如图 7 所示为锥齿轮-圆柱蜗杆传动构成的重物提升装置简图。已知电动机轴转动方向如图所示。试确定:

(1) 若使重物按图示方向上升,确定蜗杆螺旋线的方向。

(2) 在蜗杆与蜗轮啮合点处标出各自所受 3 个分力的方向。

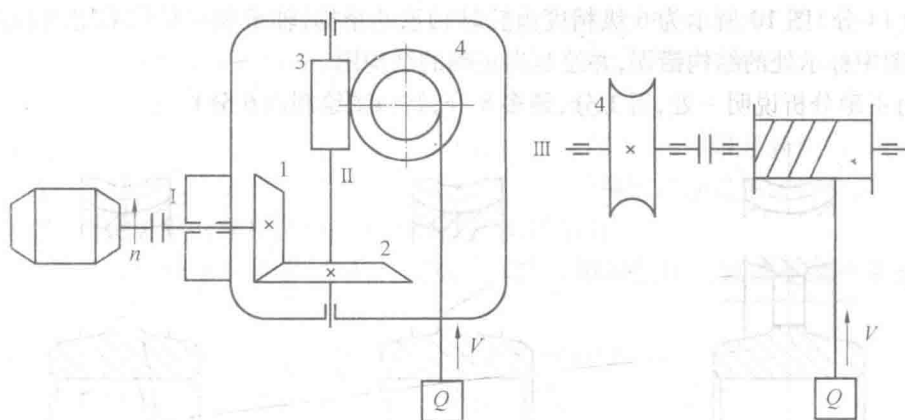


图 7

2. (14 分) 如图 8 所示, 支架 2 有水平和垂直两个工作位置 A、B, 即支架 2 可由水平位置转过 90° 到达垂直位置后固定, 反之亦然。末端负载 $R=500\text{ N}$ 、方向始终垂直向下。承载板 1 与支架 2 采用四个普通螺栓连接在一起, 螺栓的刚度和被连接件的刚度之间的比值为 $C_b/C_m=1/3$ 。各螺栓及载荷作用位置 L_1 、 L_2 、 L 均已知: $L_1=80\text{ mm}$, $L_2=60\text{ mm}$, $L=320\text{ mm}$ 。接合面间的摩擦系数 $f=0.15$, 可靠性系数 $K_s=1.2$ 。承载板 1 自重忽略不计, 并假设接合面不会被压溃。试确定:

- (1) 工作位置 A 下各螺栓所需的预紧力 F_0 。
- (2) 工作位置 B 下, 哪个螺栓所受的工作载荷 F 最大? 并计算其大小。
- (3) 在 B 工作位置承载下, 为保证结合面不出现缝隙, 要求螺栓的最小预紧力为 $3\ 000\text{ N}$, 试计算此螺栓组连接在满足 A、B 两个工作位置承载要求时, 受载最大螺栓的总拉力 F_2 。
- (4) 若螺栓的许用应力为 180 MPa , 试确定所需的螺栓直径。

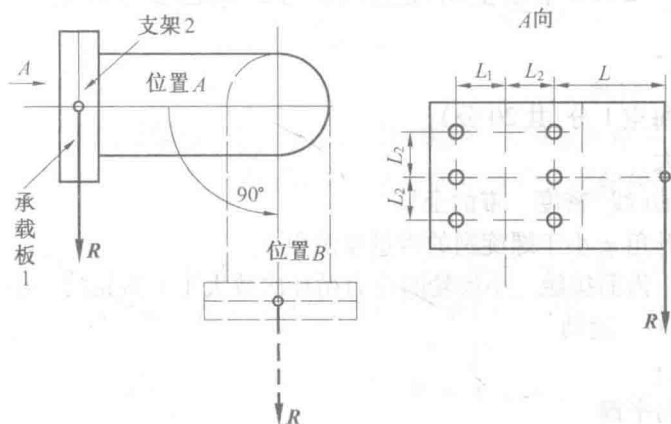


图 8

十、结构题(共 20 分)

1. (6 分) 试将图 9 中几种装配式蜗轮结构补充完整。

2. (14 分) 图 10 所示为 6 级精度齿轮轴系的结构, 轴承和齿轮均采用油润滑。分析说明图中标示处的结构错误, 并绘制出正确的结构图。

(每正确分析说明一处, 得 1 分, 最多 8 分; 结构图绘制占 6 分)

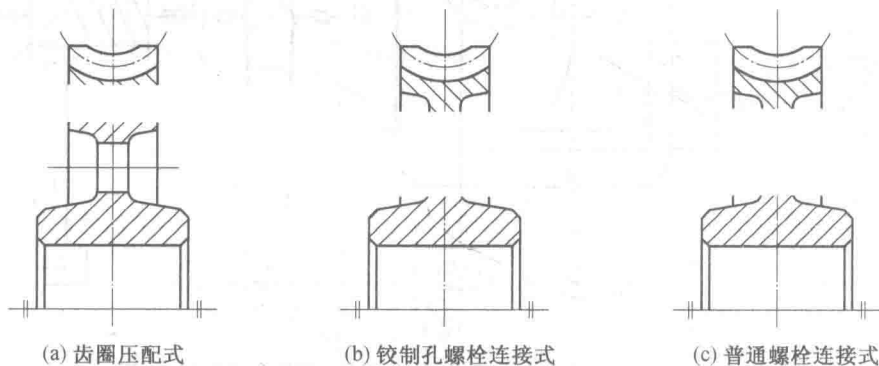


图 9

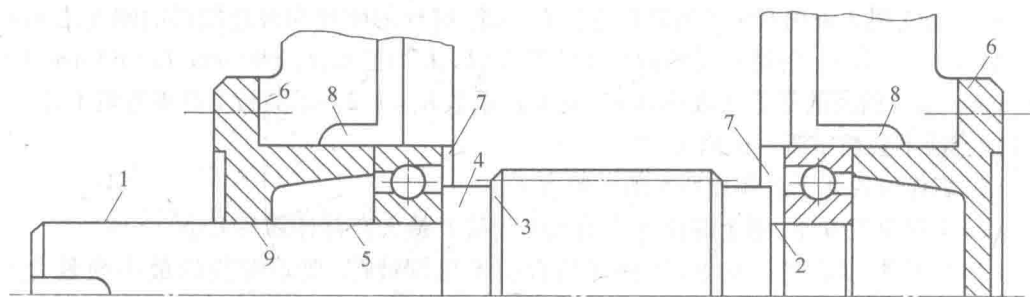


图 10

2014 年硕士研究生入学考试试题参考答案

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 增大 增大

2. 带速 带的(线)密度 带的全长

3. 大 螺纹升角 φ 小于螺旋副的当量摩擦角 φ_v

4. 弯曲疲劳 齿面接触 小齿轮的应力循环次数大于大齿轮的 小于 等于 小

5. 温度 $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ 运动

6. $10\text{ } r\text{ } 000\text{ } r$

7. 周向 导向平键

二、简答题(每题 4 分,共 20 分)

1. 如图 11 所示, 由于带是弹性的, 受拉力后产生弹性伸长, 拉力越大, 伸长量也越大; 带绕过主动轮在紧边 A 点进入接触区, 此时带速和带轮接触点的速度相等, 带随带轮由 A

转过接触区至 B 点时,带的拉力逐渐减小,从而使带的伸长量逐渐减少,即在该过程中带逐渐缩短,并相对带轮轮面滑动,使带的速度落后于主动轮的圆周速度。这种由于带的弹性变形而引起带与带轮间的相对滑动现象称为弹性滑动。

带传动正常工作须靠带的松紧边拉力差来传递工作载荷,而带是弹性的,只要传递圆周力、出现松边和紧边,就会发生弹性滑动,所以说带的弹性滑动是不可避免的。

2. 提高承受变载荷螺栓连接强度的具体结构措施有:

(1) 被连接件表面平整化(如凸台或沉头座或应用斜垫片),以避免螺栓承受附加载荷。

(2) 采用细长杆螺栓或空心杆螺栓,以减小螺栓刚度。

(3) 采用刚性大的垫片,以增大被连接件的刚度。

(4) 在螺纹收尾处采用较大的过渡圆角或退刀槽、在螺栓头部和杆部过渡处制成减载环,以减小应力集中。

3. 液体动压润滑的必要条件:

(1) 相对运动表面之间必须形成收敛形间隙。

(2) 要有一定的相对运动速度,并使润滑油从大口流入、小口流出。

(3) 间隙间要充满具有一定黏度的润滑油。

图 12 表明稳定工作的液体动压径向滑动轴承的轴心位置与轴的转动方向和载荷方向的关系。

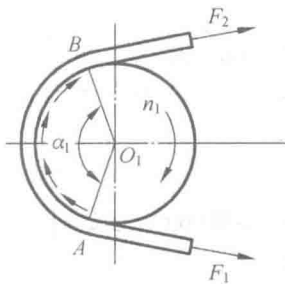


图 11

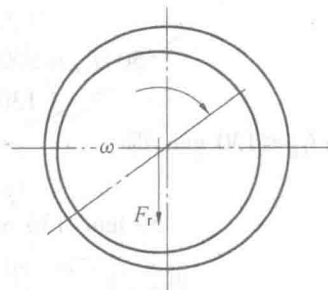


图 12

4. 与同直径的普通粗牙螺纹相比,细牙螺纹的螺距小(因而升角小、小径大),自锁性能好、强度高,但不耐磨(易滑扣),它特别适用于薄壁零件或受动载荷的静连接及微调机构中。

5. 影响摩擦型带传动最大有效圆周力的因素有初拉力、小带轮上的包角及带与带轮的摩擦系数;张紧轮装置的主要作用是保证带在两带轮间的张紧,以保证所需的初拉力。

三、分析计算题(8分)

【解】 (1) 共有 $m = [n \times (n-1)] / 2 = 4 \times 3 / 2 = 6$ 个速度瞬心,全部速度瞬心标注如图 13 所示。 (6分)

(2) $v_3 = 60\sqrt{2} \times \omega_1 = 60\sqrt{2} \text{ mm} \times 10 \text{ rad/s} = 848.5 \text{ mm/s}$,方向水平向左。 (2分)

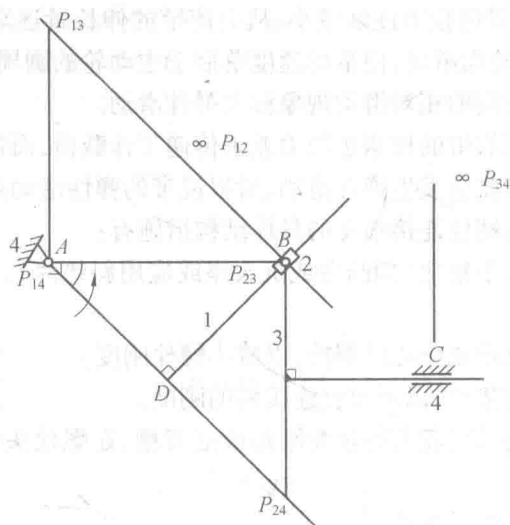


图 13

四、计算题(14 分)

【解】 1. (1) 先求四杆机构 $ABCD$ 存在双曲柄的条件。

(5 分)

① $l_{CD} > 50 \text{ mm}$ ② 如果 $l_{CD} > 130 \text{ mm}$, 即

$$l_{AD} + l_{CD} \leq l_{AB} + l_{BC}$$

则

$$50 + l_{CD} \leq 100 \text{ mm} + 130 \text{ mm} \Rightarrow l_{CD} \leq 180 \text{ mm}$$

$$130 \text{ mm} \leq l_{CD} \leq 180 \text{ mm}$$

如果 $l_{CD} \leq 130 \text{ mm}$, 即

$$l_{AD} + 130 \text{ mm} \leq l_{AB} + l_{CD}$$

则

$$50 \text{ mm} + 130 \text{ mm} \leq 100 \text{ mm} + l_{CD} \Rightarrow l_{CD} \geq 80 \text{ mm}$$

$$80 \text{ mm} \leq l_{CD} \leq 130 \text{ mm}$$

综合①和②得, 四杆机构存在双曲柄条件

$$80 \text{ mm} \leq l_{CD} \leq 180 \text{ mm}$$

(2) 求偏置曲柄滑块机构 DEF 存在曲柄的条件。

$$l_{DE} + e \leq l_{EF} \Rightarrow l_{DE} + 15 \text{ mm} \leq 120 \text{ mm} \Rightarrow l_{DE} \leq 105 \text{ mm} (l_{DE} = l_{CD})$$

综合四杆机构和曲柄滑块机构两个条件得到 l_{CD} 的取值范围

$$80 \text{ mm} \leq l_{CD} \leq 150 \text{ mm}$$

2. (1) 标出从动件 5 的两个极限位置, 如图 14 所示。

(5 分)

$$F'G = \sqrt{F'D^2 - DG^2} = \sqrt{(210 \text{ mm})^2 - (15 \text{ mm})^2} = 209.5 \text{ mm}$$

$$F''G = \sqrt{F''D^2 - DG^2} = \sqrt{(30 \text{ mm})^2 - (15 \text{ mm})^2} = 26 \text{ mm}$$

$$H = 209.5 \text{ mm} - 26 \text{ mm} = 183.5 \text{ mm}$$

图 14 所示从动件在两个极限位置时, 主动件 3 所夹的角度为极位夹角, 即

$$\theta = \angle F'DF'' = \arcsin \frac{F'G}{F'D} - \arcsin \frac{F''G}{F''D} = \arcsin \frac{209.5 \text{ mm}}{210 \text{ mm}} - \arcsin \frac{26 \text{ mm}}{30 \text{ mm}} = 26^\circ$$

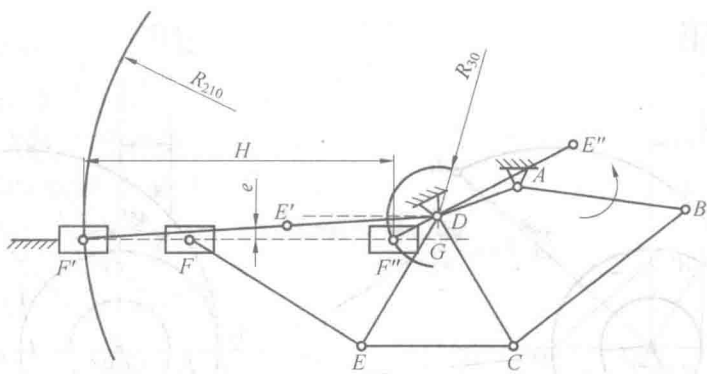


图 14

$$K = \frac{180 + \theta}{180 - \theta} = 1.34$$

3. 如图 15 所示。

(4 分)

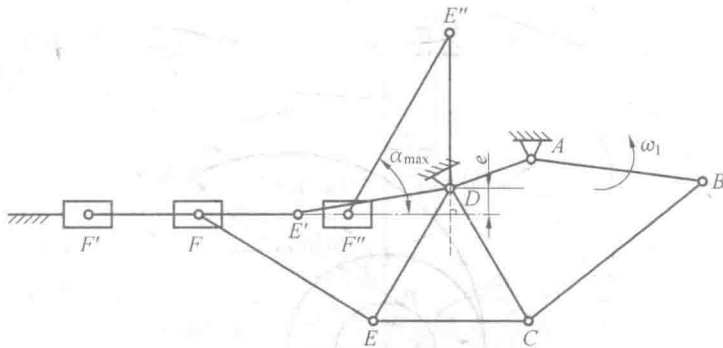


图 15

(1) 当 l_{DE} 处于 $l_{DE'}$ 位置时, 得到最小压力角 $\alpha_{\min}=0$ 。

(2) 当 l_{DE} 处于 l_{DE^*} 位置时 (和导路位置垂直时), 得到最大压力角

$$\alpha_{\max} = \arcsin \frac{l_{DE} + e}{l_{EF}} = \arcsin \frac{105 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} = 61^\circ$$

五、综合计算题(14 分)

【解】 (1) 推杆位移 s_A 及机构压力角 α_A 如图 16 所示。 (5 分)

$$s_A = AP - A'P = \sqrt{AO'^2 - PO'^2} - \sqrt{A'O^2 - PO^2} = \sqrt{(40 \text{ mm})^2 - (30 \text{ mm})^2} - \sqrt{(20 \text{ mm})^2 - (10 \text{ mm})^2} = 9.137 \text{ mm}$$

$$\alpha_A = \arcsin \frac{30 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 48.59^\circ$$

(2) 如图 17 所示。

(4 分)

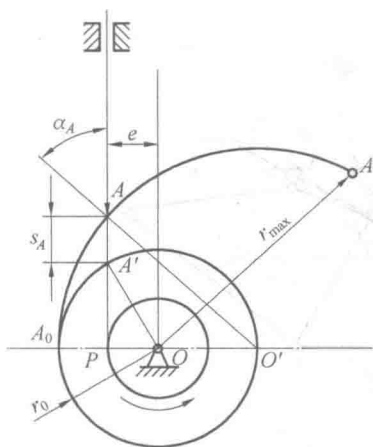


图 16

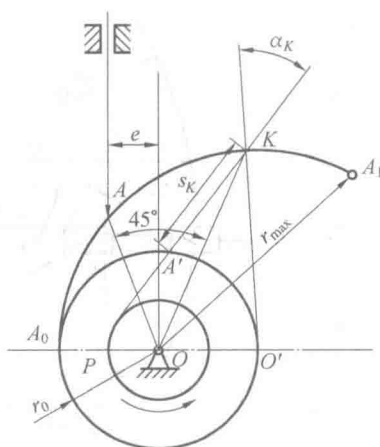


图 17

(3) 如图 18 所示, ϕ_0 标在两处均可以。

(5 分)

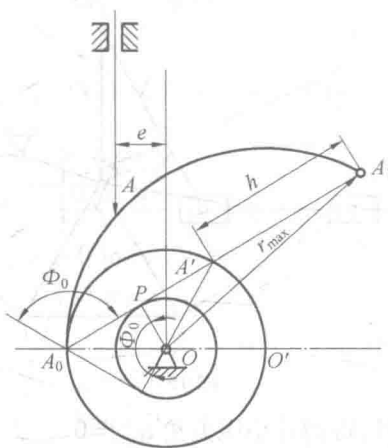


图 18

$$h = A_1P - A'A_1\sqrt{A_1O^2 - OP^2} - \sqrt{A'O^2 - OP^2} = \sqrt{(55 \text{ mm})^2 - (10 \text{ mm})^2} - \sqrt{(20 \text{ mm})^2 - (10 \text{ mm})^2} = 36.76 \text{ mm}$$

六、计算与结构题(10 分)

【解】 (1) $a_{12} = \frac{1}{2}m(z_1 + z_2) = 68$ $a_{34} = \frac{1}{2}m(z_3 + z_4) = 67.5$ (3 分)

(2) 正传动; $\alpha'_{34} = 21.127^\circ$ $r'_3 = 22.67$ (3 分)

(3) $\beta = 6.95^\circ$ $r_3 = 22.67$ $r_4 = 45.33$ (4 分)

七、分析计算题(12 分)

【解】 (1) 根据同心条件 (4 分)

$$r_1 + d_2 + r_3 + r_{3'} = r_4$$

因各齿轮标准齿轮、模数相同,上式可写为

$$z_1 + 2z_2 + z_3 + z_{3'} = z_4$$

代入各个齿轮齿数,得

(2) 系杆 H 转速为 n_H 。

(8 分)

系统加 $-n_H$ 得到转化轮系:

在周转轮系 1-2-3-3'-4 中

$$i_{14}^H = \frac{n_1 - n_H}{n_4 - n_H} = \frac{z_3 \times z_4}{z_1 \times z_{3'}} = \frac{39 \times 109}{18 \times 18} = 13.12 \quad (1)$$

在周转轮系 4'-5-5'-6 中

$$i_{4'6}^H = \frac{n_{4'} - n_H}{n_6 - n_H} = -\frac{z_5 \times z_6}{z_{4'} \times z_{5'}} = -\frac{22 \times 30}{33 \times 15} = -1.33$$

$$n_6 = 0 \Rightarrow n_4 = n_{4'} = 2.33 n_H \quad (2)$$

将式(2)代入式(1),得

$$n_H = \frac{1\,500 \text{ r/min}}{18.45 \text{ r/min}} = 81.3 \text{ r/min}$$

符号为正,则 n_H 与 n_1 方向相同。

八、计算题(12 分)

【解】(1) 周期内驱动力矩做功为

$$-20\pi \times 2 + \frac{1}{2} \times \pi \times 200 = 60\pi$$

$$M_r = \frac{60\pi}{4\pi} = 15 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (3 \text{ 分})$$

平均功率

$$P = 15 \text{ N} \cdot \text{m} \times \frac{1\,000 \text{ r/min} \times 2\pi}{60} \text{ W} = 500\pi \text{ W} \quad (1 \text{ 分})$$

(2)

$$n_{\max} = n_m \left(1 + \frac{\delta}{2} \right) = 1\,000 \text{ r/min} \times 1.025 = 1\,025$$

$$n_{\min} = n_m \left(1 - \frac{\delta}{2} \right) = 1\,000 \text{ r/min} \times 0.975 = 975 \quad (2 \text{ 分})$$

最大转速发生在 2.925π 处,最小转速发生在 2π 处。

(2 分)

(3) 最大盈亏功

$$\Delta W_{\max} = \frac{0.925\pi \times 185}{2} \text{ J} = 85.56\pi \quad (2 \text{ 分})$$

$$J_F = \frac{900\Delta W_{\max}}{\pi^2 n^2 [\delta]} = 0.49 \quad (2 \text{ 分})$$

九、分析计算题(共 20 分)

1. 正确答案如图 19 所示蜗轮蜗杆啮合处。(注:一对径向力判断正确得 1 分,其余每个力标识正确得 1 分)

2. (1) 工作位置 A:如图 20 所示。

将 R 移至螺栓形心,再加转矩

$$T = R(L + L_1) = 500(320 + 80) \text{ N} \cdot \text{mm} = 200 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (1 \text{ 分})$$

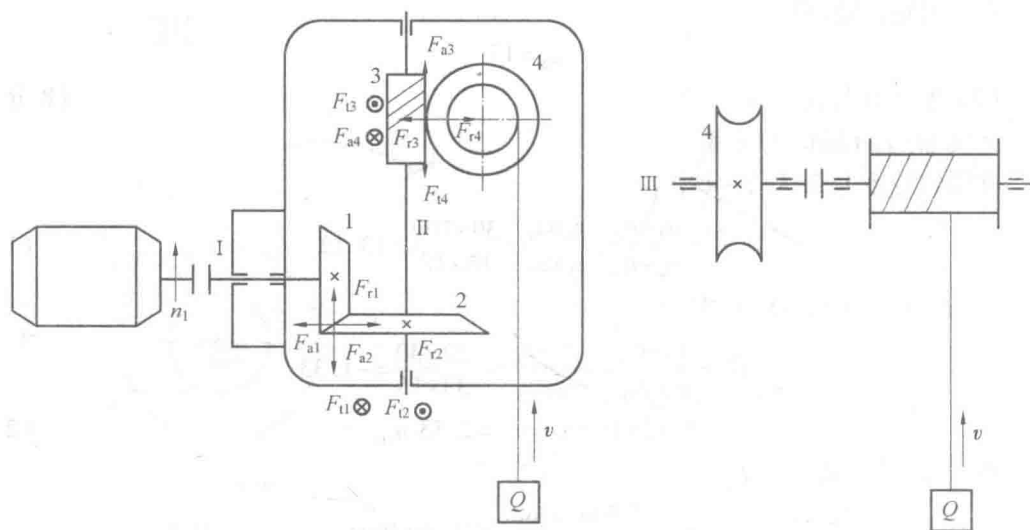


图 19

每个螺栓受铅垂载荷、旋转载荷为

$$R_1 = R/z = 500 \text{ N}/4 = 125 \text{ N}$$

$$R_2 = (T/z)/(L_1^2 + L_2^2)^{0.5} = (200 \text{ N} \cdot \text{m}/4)/((0.08 \text{ m})^2 + (0.06 \text{ m})^2)^{0.5} = 500 \text{ N}$$

$$\alpha = 36.87^\circ$$

(2分)

四个螺栓均受 R_1 和 R_2 的合力作用, 其中螺栓 3 所受的横向力最大, 其值为

$$R_0 = (R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos(180^\circ - \alpha))^{0.5} = 604.7 \text{ N}$$

所需预紧力

$$F_0 = K_s R_0 / f = 1.2 \times 604.7 \text{ N} / 0.15 = 4837 \text{ N}$$

(2分)

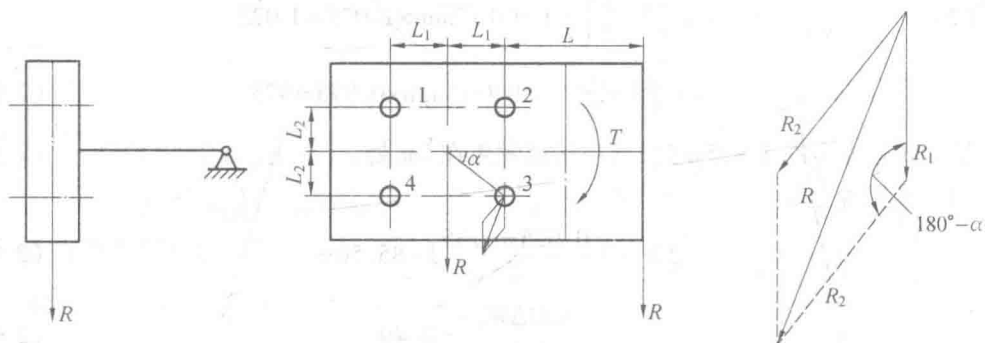


图 20

(2) 工作位置 B: 如图 21 所示。

将 R 移至螺栓形心, 再加弯矩, 即

$$M = R(L + L_1) = 500(320 + 80) \text{ N} \cdot \text{mm} = 200 \text{ N} \cdot \text{m}$$

每个螺栓因 R 引起的拉力

$$F_R = R/z = 500 \text{ N}/4 = 125 \text{ N}$$

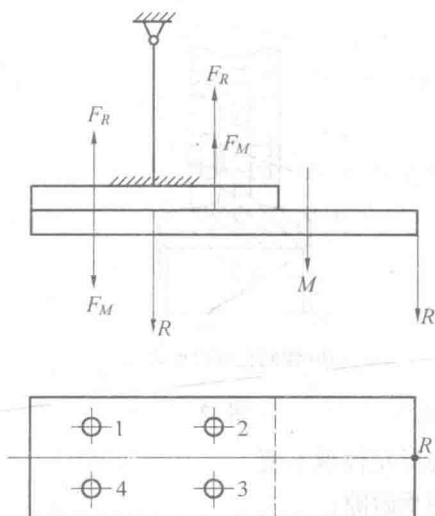


图 21

每个螺栓因 M 引起的拉力

$$F_M = (M/z)/L_1 = (200 \text{ N} \cdot \text{m}/4)/0.08 \text{ m} = 625 \text{ N} \quad (1 \text{ 分})$$

螺栓 2、3 受载最大, 其工作载荷

$$F = F_M + F_R = 625 \text{ N} + 125 \text{ N} = 750 \text{ N} \quad (1 \text{ 分})$$

(3) 在 B 工作位置承载下, 要求螺栓的最小预紧力为 $3\,000 \text{ N}$ 。而由(1)的计算已知: 在工作位置 A , 所需的预紧力 $F_0 = 4\,837 \text{ N}$, 因此同时满足 A 、 B 两个工作位置承载要求时, 应施加预紧力 $F_0 = 4\,837 \text{ N}$ 。 (1 分)

受载最大螺栓的总拉力 F_2

$$F_2 = F_0 + C_b / (C_b + C_m) F \quad (1 \text{ 分})$$

由 $C_b/C_m = 1/3$ 得

$$C_b / (C_b + C_m) = 0.25 \quad (1 \text{ 分})$$

则

$$F_2 = 4\,837 \text{ N} + 0.25 \times 750 \text{ N} = 5\,025 \text{ N} \quad (1 \text{ 分})$$

(4) 由

$$d_1 \geq \sqrt{4 \times 1.3 F_2 / \pi [\sigma]} \quad (2 \text{ 分})$$

代入 F_2 和许用应力的数值, 计算可得

$$d_1 \geq 6.798 \text{ mm} \quad (1 \text{ 分})$$

所以应选 M8 的螺栓。

十、结构题(共 20 分)

1. 对图 22: 每个螺纹连接画得正确(1 分); 考虑定位且无过定位(1 分)。

2. 错误分析说明(每正确分析一处得 1 分, 最多 8 分)

- ① 未考虑轴端零件的轴向定位问题;
- ② 右轴承的轴向没有定位;
- ③ 齿根圆小于两端轴肩直径, 未考虑 6 级精度齿轮须滚齿加工的问题;
- ④ 定位轴肩过高, 影响左轴承的拆卸;

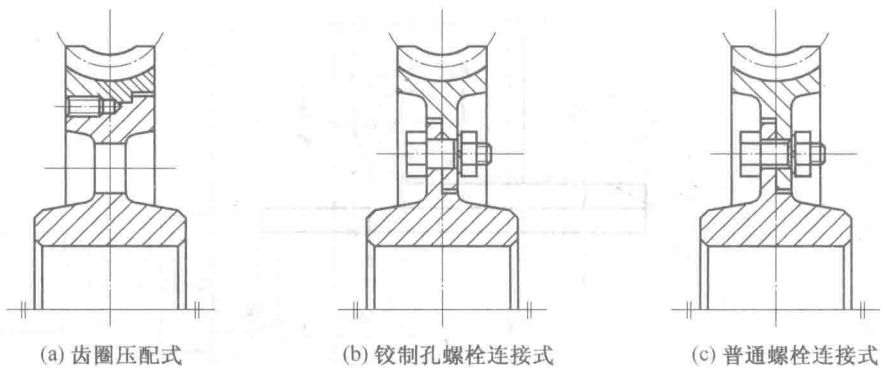


图 22

- ⑤ 精加工面过长,且装拆左轴承不便;
 - ⑥ 无垫片,无法调整轴承游隙;
 - ⑦ 轴承润滑时无挡油盘;
 - ⑧ 油沟中的油无法进入轴承;
 - ⑨ 轴承透盖中无密封件,且与轴直接接触。
- 正确结构如图 23 所示,结构图绘制最多给 6 分。

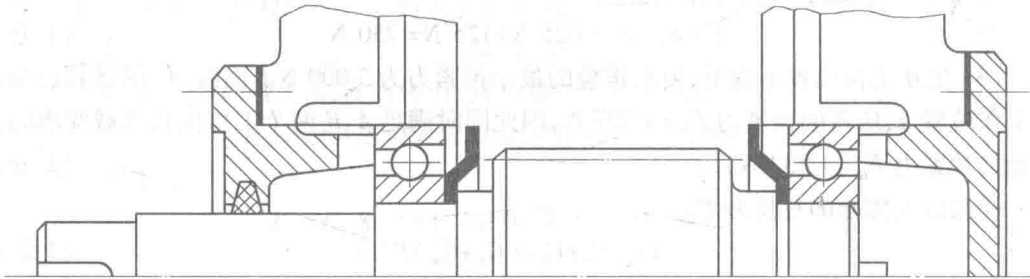


图 23

2015 年硕士研究生入学考试试题

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. 对于受轴向变载荷作用的紧螺栓连接,若轴向工作载荷 F 在 $0 \sim 1\,000\text{ N}$ 之间循环变化,则该连接螺栓所受拉应力的类型为_____。
- A. 非对称循环变应力
 - B. 脉动循环变应力
 - C. 对称循环变应力
 - D. 非稳定循环变应力
2. 齿轮传动中,为了提高齿面抗点蚀能力,可以采取以下_____的方法。
- A. 增大模数
 - B. 降低齿高
 - C. 增大齿根圆角半径
 - D. 提高齿面硬度
3. 在带传动中,即将发生打滑时,传动带所能传递的最大有效拉力 $F_{\max}$ 和初拉力之间

的关系是_____。

A. $F_{\max} = 2F_0 e^{f\alpha_1} / (e^{f\alpha_1} - 1)$ B. $F_{\max} = 2F_0 (e^{f\alpha_1} + 1) / (e^{f\alpha_1} - 1)$

C. $F_{\max} = 2F_0 (e^{f\alpha_1} - 1) / (e^{f\alpha_1} + 1)$ D. $F_{\max} = 2F_0 (e^{f\alpha_1} - 1) / e^{f\alpha_1} - 1$

4. 材料为 20Cr 的齿轮要达到硬齿面, 适宜的热处理方法是_____。

A. 渗碳淬火 B. 表面淬火 C. 整体淬火 D. 调质

5. 齿轮传动中, 齿面的非扩散性点蚀一般出现:_____。

A. 跑合阶段 B. 稳定磨损阶段

C. 剧烈磨损阶段 D. 齿面磨料磨损阶段

6. 润滑良好的蜗杆传动中, 当量摩擦系数 f_v 随着齿面相对滑动速度的增大而_____。

A. 增大 B. 不变 C. 减小 D. 可能增大也可能减小

7. 蜗杆传动中, η 为传动效率, 蜗杆和蜗轮的分度圆直径分别为 d_1 和 d_2 , 蜗杆头数为 z_1 , 蜗轮齿数为 z_2 , 则蜗杆与蜗轮轴上所受力矩 T_1 与 T_2 之间的关系是_____。

A. $T_2 = T_1 \frac{d_2}{d_1} \eta$ B. $\eta T_2 = T_1 \frac{d_2}{d_1}$

C. $T_2 = T_1 \frac{z_2}{z_1} \eta$ D. $\eta T_2 = T_1 \frac{z_2}{z_1}$

8. 对于普通平键连接, 键的剖面尺寸 $b \times h$ 通常按照_____从标准中选取。

A. 传递的转矩 C. 传递的功率 C. 轮毂的长度 D. 轴的直径

9. 为提高螺栓连接的疲劳强度, 可采用_____螺栓刚度或_____被连接件刚度的方法来减小螺栓的应力幅。

10. 普通 V 带的型号可根据设计功率和_____选取。对不同型号普通 V 带, 规定其带轮的最小基准直径是为了减小传动带中的_____。

11. 转轴的弯扭合成强度计算常根据第三强度理论, 求出危险截面的当量应力。对单向回转的转轴, 其中弯曲应力为_____循环变应力, 扭转切应力为_____循环变应力。

12. 采用普通螺栓连接的凸缘联轴器, 在传递转矩时,_____。

A. 螺栓的横截面受剪切 B. 螺栓与螺栓孔配合面受挤压

C. 螺栓同时受剪切和挤压 D. 螺栓受到拉伸和扭转作用

13. 对于流体动压滑动轴承, 若 $h_{\min}$ 太小, 不能满足 $h_{\min} > [h_{\min}]$ 时, 可采取_____措施, 使其满足膜厚要求。

A. 提高轴瓦和轴颈的光洁程度 B. 减少长径比 L/d

C. 减小相对间隙 ψ D. 选取黏度更大的润滑油

14. 滚动轴承中公称接触角为 0° 的常用轴承类型有_____、_____、_____。

15. 受到弯矩作用的轴,力作用于轴的中点,当其跨度减少到原来的 $1/2$ 时,如果其他条件不变,其挠度为原来挠度的_____。

二、简答题(每题 5 分,共 20 分)

1. 某传动比为 1 的普通 V 带传动,利用传感器监测从动轮实际工作转速,已知主动带轮工作转速为 $n_1 = 940 \text{ r/min}$ 。工作时测得从动轮工作转速与主动轮转速不一致,约为 $n_2 = 928 \text{ r/min}$,在某瞬时测得从动轮工作转速剧烈下降,并触发系统自动断电保护。试分析该 V 带传动中的现象及原因。

2. 试述齿轮传动中影响齿向载荷分布不均系数 K_β 的因素有哪些?

3. 试指出图 1 所示方案有什么不合理或错误之处,并简述其理由。

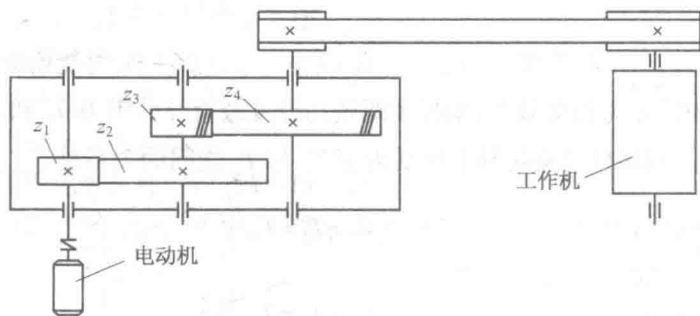


图 1

4. 在轴承部件的设计计算中,如果滚动轴承的极限转速不能满足要求,可以采取哪些措施,以提高其极限转速?

三、分析计算题(8 分)

图 2 所示是老式计算机所用的穿孔机中的机构,请计算该机构的自由度,并明确说出是否有复合铰链、虚约束及局部自由度。若有,并指明何处。

四、计算题(14 分)

已知:一曲柄摇杆机构的曲柄长度 $l_{AB} = 100 \text{ mm}$,连杆长度 $l_{BC} = 450 \text{ mm}$,机构的行程速比系数 $K=1$ 。摇杆在其中一极限位置时的传动角 $\gamma = 60^\circ$ 。试求出该机构摇杆 l_{CD} 、机架 l_{AD} 的长度和机构的最小传动角 $\gamma_{\min}$ 。

五、计算说明题(14 分)

如图 3 所示为一偏置直动尖顶推杆盘形凸轮机构,凸轮廓线为渐开线,渐开线的基圆与凸轮的基圆重合,半径均为 $r_0 = 40 \text{ mm}$,凸轮以 $\omega = 20 \text{ rad/s}$ 的角速度逆时针匀速回转。试求:

(1) 推杆与凸轮在 B 点接触时的速度 v_B 。

(2) 若凸轮推程起始点为 A,请给出推杆推程的运动规律 $s(t)$ 。

(3) 凸轮机构在 B 点接触时的压力角,并图示给出此时凸轮转角。

(4) 试分析该凸轮机构在推程开始时有无冲击? 若有, 请分析说明是哪种冲击? 若没有, 请说明理由。

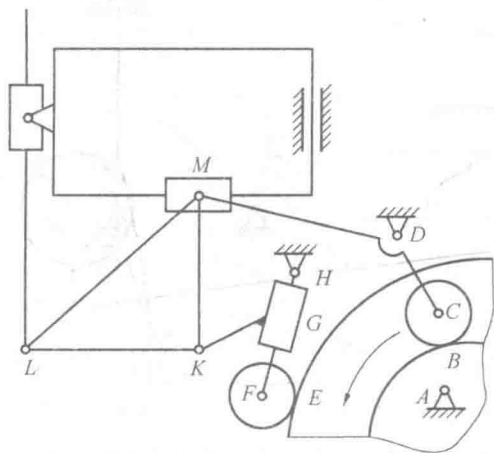


图 2

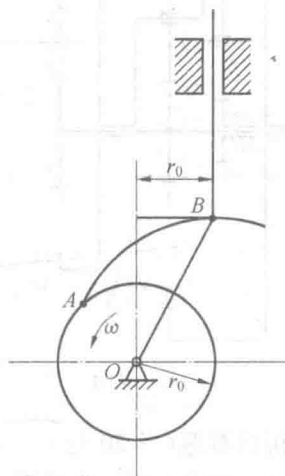


图 3

六、计算题(10 分)

已知一对外啮合渐开线标准直齿圆柱齿轮的参数为:

$$z_1 = 40, z_2 = 60, m = 5 \text{ mm}, \alpha = 20^\circ, h_a^* = 1, c^* = 0.25。$$

(1) 求这对齿轮标准安装时的重合度 ε_α , 并绘出单齿及双齿啮合区。

(2) 若将这对齿轮安装得刚好能够连续传动, 试求: 这时的啮合角 α' , 节圆半径 r'_1 和 r'_2 , 两轮齿廓在节圆处的曲率半径 ρ'_1 和 ρ'_2 。

七、计算题(12 分)

如图 4 所示轮系中, 已知各标准齿轮齿数分别为: $z_1 = 30, z_{1'} = 35, z_2 = 18, z_3 = 71, z_{3'} = 78, z_4 = 30, z_5 = 90, z_6 = 30, z_7 = 18$, 求轮系的传动比 i_{1H} 。

八、计算题(12 分)

如图 5 所示为一齿轮-凸轮机构, 已知: 齿轮 1、2 的齿数 z_1, z_2 和它们对其转轴 O_1, O_2 的转动惯量分别为 J_1, J_2 , 凸轮是一偏距为 e 的圆盘, 与齿轮 2 相连, 凸轮对其质心 S_3 的转动惯量为 J_3 , 其质量为 m_3 , 从动杆 4 的质量为 m_4 , 作用在齿轮 1 上的驱动力矩 $M_1 = M(\omega_0)$, 作用在从动杆上的压力为 Q 。若以轴 O_2 上的构件(即齿轮 2 和凸轮)为等效构件。试求在图示位置时:

(1) 等效转动惯量。

(2) 等效力矩。

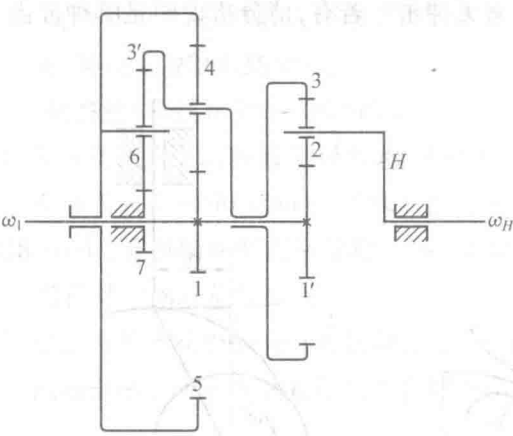


图 4

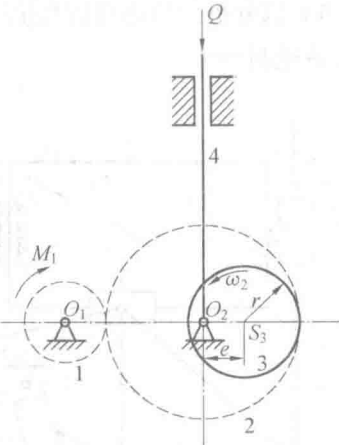


图 5

九、分析计算题(共 20 分)

1. (12 分) 如图 6 所示为某型号起重机的卷筒轴, 动力由直齿圆柱齿轮输入, 其起重量 $Q=1 \times 10^5 \text{ N}$, 转动速度 $n=25 \text{ r/min}$, 起重卷筒与齿轮用 8 个普通螺栓连接。已知卷筒直径 $D=500 \text{ mm}$, 螺栓分布圆直径 $D_0=600 \text{ mm}$, 接合面间的摩擦系数 $f=0.12$, 可靠性系数 $K_s=1.2$, 螺栓材料的许用拉伸应力 $[\sigma]=100 \text{ MPa}$ 。

(1) 试分析如何选择支承该轴的滚动轴承类型(跨距 $L=1\,800 \text{ mm}$), 并确定轴承与机座的固定方式。

(2) 试根据该卷筒轴工作时的受力情况(不考虑轴承处摩擦), 确定该轴属于哪类轴; 并分析该轴工作时, 截面 A—A 上应力的变化规律。

(3) 若选取螺栓的规格为 M36(根据 GB/T 196—2003, $d=36 \text{ mm}$, $d_1=31.67 \text{ mm}$, $d_2=33.402 \text{ mm}$), 试校核该螺栓的强度是否满足要求。

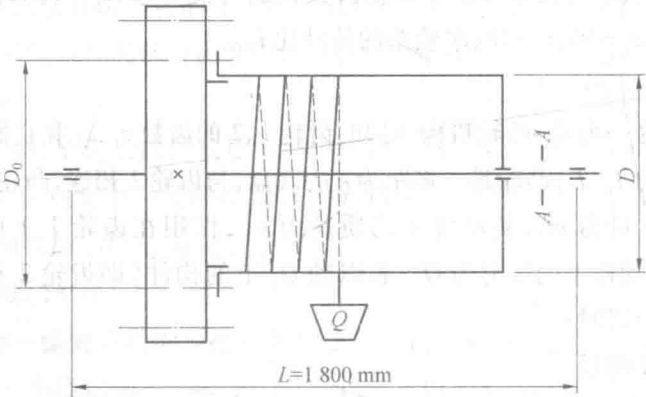


图 6

2. (8 分) 在某减速器中的一根轴上, 选用两个 6205 型号的深沟球轴承支承。已知轴承承受的径向载荷 $F_{r1}=3\,000 \text{ N}$, $F_{r2}=4\,000 \text{ N}$, 轴上零件的轴向载荷 $F_a=1\,500 \text{ N}$, 轴承转速为 $n=100 \text{ r/min}$, 由轴承手册查得此轴承的基本额定动载荷 $C=10\,800 \text{ N}$, 基本额定静载

荷 $C_0 = 6\,950\text{ N}$, 载荷系数 $f_p = 1.5$, 温度系数 $f_T = 1.0$, 且

F_a/C_0	e	X	Y
0.056	0.26	0.56	1.71
0.084	0.28		1.55
0.11	0.30		1.45
0.17	0.34		1.31
0.28	0.38		1.15

试求:

- ① 若采用图 7(a) 的固定方式(即一端双向固定、一端游动)时, 轴承的寿命是多少?
- ② 若采用图 7(b) 所示的两端单向固定的固定方式时, 轴承的寿命是多少?

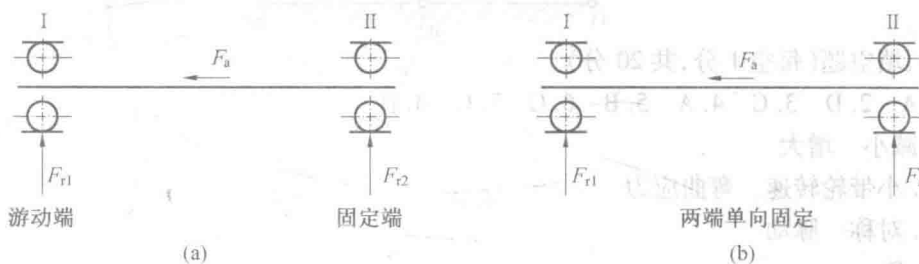


图 7

十、结构题(共 20 分)

1. (12 分) 图 8 所示为一未完成的闭式蜗杆传动中蜗轮轴系的部分结构。轴上零件相对位置已定; 蜗轮采用油润滑, 轴承采用脂润滑。请完成该轴系的结构设计, 并画出所需的附加零件。(说明: 请重新画出此结构; 倒角、圆角可以省略, 且不涉及强度问题)

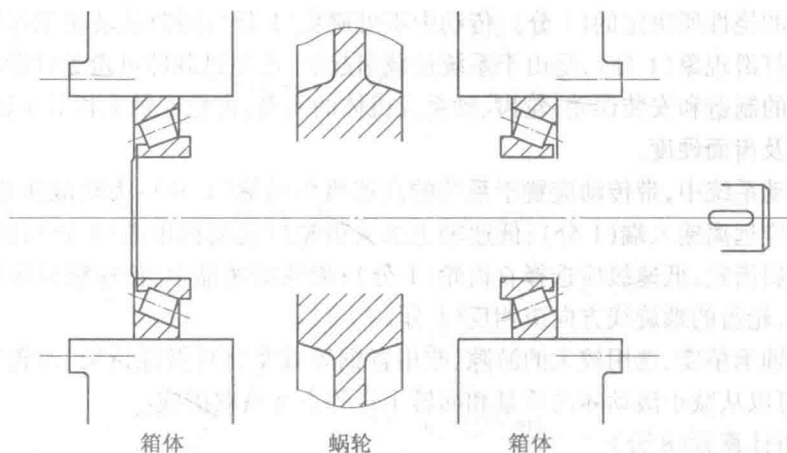


图 8

2. (8 分) 图 9 中某减速器输出轴端安装有 V 带轮, 带轮采用轴端挡板和螺钉连接实现轴向固定, 采用 C 型半圆头普通平键传递转矩, 试补充完成该带轮轮毂与轴配合处的轴向和周向定位固定的完整结构剖面图(图中将键布置在轴的上部)。

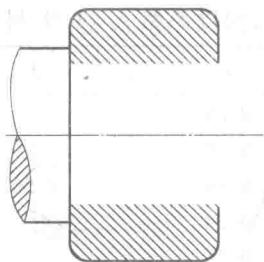


图 9

2015 年硕士研究生入学考试试题参考答案

一、填空题(每空 1 分,共 20 分)

1. A 2. D 3. C 4. A 5. B 6. C 7. C 8. D

9. 减小 增大

10. 小带轮转速 弯曲应力

11. 对称 脉动

12. D

13. A

14. 深沟球轴承 圆柱滚子轴承 滚针轴承

15. 1/8

二、简答题(每题 5 分,共 20 分)

1. 正常工作时,从动轮速度小于主动轮速度是由于存在弹性滑动现象(1 分),该弹性滑动是由带的挠性所决定的(1 分),传动中不可避免(1 分);瞬时从动轮工作转速剧烈下降是发生了打滑现象(1 分),是由于系统过载引起的,避免过载即可避免打滑(1 分)。

2. 齿轮的制造和安装误差;轮齿、轴系及机体的刚度;齿轮在轴上相对于轴承的位置;轮齿的宽度及齿面硬度。(5 分)

3. 在传动系统中,带传动应置于系统的高速级传动端(1 分);齿轮减速器中,高速轴上的小齿轮应远离输入端(1 分);低速轴上的大齿轮应远离输出端(1 分);减速器中,高速级应选择斜齿轮,低速级应选择直齿轮(1 分);齿轮减速器中,低速级齿轮传动的一对啮合齿轮中,轮齿的螺旋线方向应相反(1 分)。

4. 提高轴承精度、选用较大的游隙、改用青铜等减摩材料做保持架、改善润滑和冷却措施等;还可以从减小滚动体的质量和回转半径等方面采取措施。(5 分)

三、分析计算题(8 分)

【解】

$$n=9 \quad P_L=12 \quad P_H=2$$

$$F=3n-2P_L-P_H=3 \times 9-2 \times 12-2=1 \quad (4 \text{ 分})$$

M 处有复合铰链(1 分),C、F 处有局部自由度(2 分),无虚约束(1 分)。

四、计算题(14 分)

【解】 设曲柄长度为 a , 连杆长度为 b , 摇杆长度为 c , 机架长度为 d 。如图 10 所示。

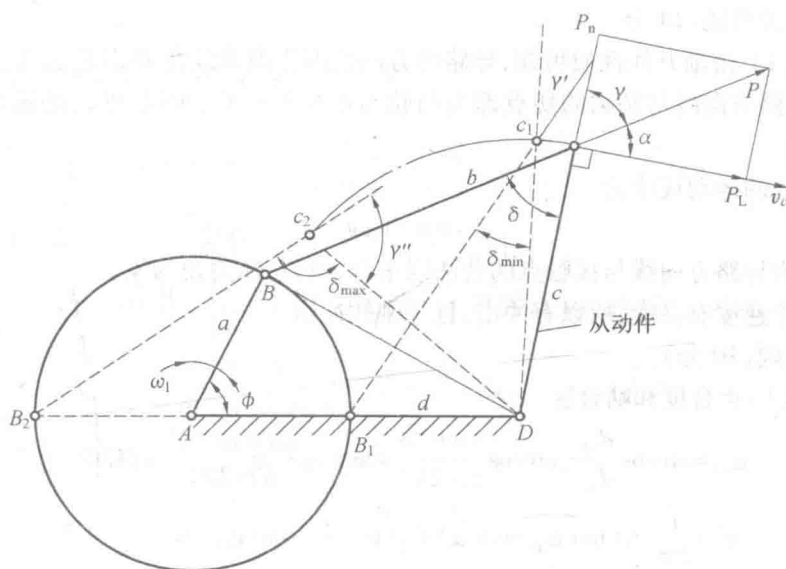


图 10

极位夹角

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} = 180^\circ \frac{1-1}{1+1} = 0$$

此时曲柄与连杆共线。则有

(2 分)

$$(a+b)^2 + c^2 - 2(a+b)c \cos 60^\circ = d^2$$

$$(b-a)^2 + c^2 - 2(b-a)c \cos 120^\circ = d^2$$

(3 分)

代入数据

$$550^2 + c^2 - 2 \times 550 \times c \times 1/2 = d^2$$

$$350^2 + c^2 - 2 \times 350 \times c \times \left(-\frac{1}{2}\right) = d^2$$

联立求解

$$c = 200 \text{ mm} \quad d = 492 \text{ mm}$$

(3 分)

$$\cos \delta_{\min} = \frac{b^2 + c^2 - (d-a)^2}{2bc}$$

$$\cos \delta_{\max} = \frac{b^2 + c^2 - (a+d)^2}{2bc}$$

代入数据,得

$$\cos \delta_{\min} = \frac{(450 \text{ mm})^2 + (200 \text{ mm})^2 - (492 \text{ mm} - 100 \text{ mm})^2}{2 \times 450 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}} = 0.4535 \quad \delta_{\min} = 60.42^\circ$$

$$\cos \delta_{\max} = \frac{(450 \text{ mm})^2 + (200 \text{ mm})^2 - (100 \text{ mm} + 492 \text{ mm})^2}{2 \times 450 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}} = 0.5998 \quad \delta_{\max} = 126.85^\circ$$

$$\gamma'_{\min} = \delta_{\min} = 60.42^\circ \quad \gamma''_{\min} = 180^\circ - \delta_{\max} = 180^\circ - 126.85^\circ = 53.15^\circ$$

则最小传动角

$$\gamma_{\min} = 53.15^\circ$$

(6 分)

五、计算说明题(14分)

【解】 (1) 由渐开线性质可知, 导路的方向线即为渐开线在 B 点的法线。又由三心定理可知, 导路方向线与基圆的切点即为凸轮与推杆的瞬心, 所以, 推杆的速度 $v_B = r_0 \omega$, 方向向上。(4分)

(2) 推杆的运动规律为

$$s = vt = r_0 \omega t \quad (3 \text{ 分})$$

(3) 因为导路方向线与接触点的公法线重合, 所以, 压力角为零。(4分)

(4) 由于速度有突变, 所以有冲击, 且是刚性冲击。(3分)

六、计算题(10分)

【解】 (1) 重合度和啮合区

$$\alpha_{a2} = \arccos \frac{d_{b2}}{d_{a2}} = \arccos \frac{z_2 \cos \alpha}{z_2 + 2h_a^*} = \arccos \frac{60 \times \cos 20^\circ}{60 + 2 \times 1} = 24.58^\circ$$

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha) + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha)] =$$

$$\frac{1}{2\pi} [40 (\tan 26.49^\circ - \tan 20^\circ) + 60 (\tan 24.58^\circ - \tan 20^\circ)] = 2.04$$

该对齿轮传动的单齿和双齿啮合区如图

11 所示。

(2) 在刚好能够连续传动时:

① 啮合角 α' : 刚好能够连续传动时,

$\varepsilon_\alpha = 1$, 则

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')] = 1$$

$$\tan \alpha' = \frac{z_1 \tan \alpha_{a1} + z_2 \tan \alpha_{a2} - 2\pi}{z_1 + z_2} =$$

$$\frac{40 \times \tan 26.49^\circ + 60 \times \tan 24.58^\circ - 2\pi}{40 + 60} =$$

$$0.411$$

$$\alpha' = 22.35^\circ$$

(4分)

② 节圆半径 r'_1, r'_2

$$r'_1 = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha'} = \frac{r_1 \cos \alpha}{\cos \alpha'} = \frac{m z_1 \cos \alpha / 2}{\cos \alpha'} = \frac{5 \text{ mm} \times 40 \times \cos 20^\circ / 2}{\cos 22.35^\circ} \text{ mm} = 101.8 \text{ mm}$$

$$r'_2 = \frac{r_{b2}}{\cos \alpha'} = \frac{r_2 \cos \alpha}{\cos \alpha'} = \frac{m z_2 \cos \alpha / 2}{\cos \alpha'} = \frac{5 \text{ mm} \times 60 \times \cos 20^\circ / 2}{\cos 22.35^\circ} \text{ mm} = 152.7 \text{ mm} \quad (3 \text{ 分})$$

③ 节圆半径处的曲率半径

$$\rho'_1 = r'_1 \sin \alpha' = 101.8 \text{ mm} \times \sin 22.35^\circ = 39.01 \text{ mm}$$

$$\rho'_2 = r'_2 \sin \alpha' = 152.7 \text{ mm} \times \sin 22.35^\circ = 58.52 \text{ mm}$$

(3分)

七、计算题(12分)

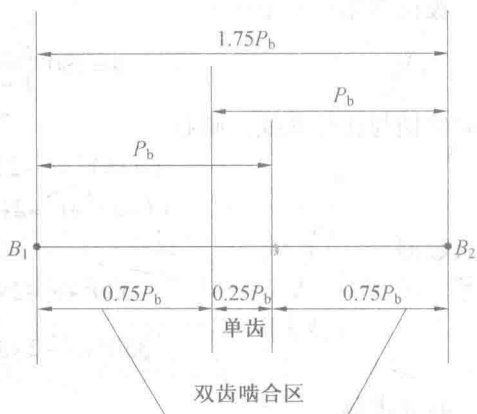


图 11

【解】 分解轮系:

$$(1) 2, H, 1', 3 \text{——周转轮系, } i_{1'3}^H = \frac{\omega_{1'} - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_{1'}};$$

$$(2) 4, 3, 1, 5 \text{——周转轮系, } i_{15}^3 = \frac{\omega_1 - \omega_{3'}}{\omega_5 - \omega_{3'}} = -\frac{z_5}{z_1};$$

$$(3) 6, 5, 7, 3' \text{——行星轮系, } i_{3'5}^6 = 1 - i_{3'7}^5 = 1 - \left(-\frac{z_7}{z_{3'}}\right). \quad (6 \text{ 分})$$

将 $\omega_{1'} = \omega_1$ 、 $\omega_{3'} = \omega_3$ 代入上式, 将(2)左端上下都除以 ω_5 , 并将(3)的结果代入(2)中, 得

$$i_{15} = \frac{z_1(z_{3'} + z_7) + z_5 z_7}{z_3 z_1}$$

将(1)左端上下都除以 ω_5 , 得

$$\frac{i_{15} - i_{H5}}{i_{35} - i_{H5}} = -\frac{z_3}{z_1}$$

将 i_{15} 和 i_{35} 代入上式, 得

$$i_{H5} = \frac{z_{1'}}{z_{1'} + z_3} i_{15} + \frac{z_3}{z_{1'} + z_3} i_{35}$$

$$i_{1H} = i_{15} i_{5H} = \frac{i_{15}}{i_{H5}} = \frac{1}{\frac{z_{1'}}{z_{1'} + z_3} + \frac{z_3}{z_{1'} + z_3} \times \frac{i_{35}}{i_{15}}}$$

整理后, 得

$$i_{1H} = \frac{1 + \frac{z_3}{z_{1'}}}{1 + \frac{z_1 z_3 (z_3 + z_7)}{z_{1'} (z_1 z_3 + z_1 z_7 + z_3 z_7)}}$$

代入齿数, 得

$$i_{1H} = 1.318 \quad (6 \text{ 分})$$

八、计算题(12分)

$$\text{【解】 } (1) J = J_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_2}\right)^2 + J_3 \left(\frac{\omega_2}{\omega_2}\right)^2 + m_3 \left(\frac{e\omega_2}{\omega_2}\right)^2 + m_4 \left(\frac{v_4}{\omega_2}\right)^2 \quad (3 \text{ 分})$$

用瞬心法求 v_4 , 先确定瞬心 P_{34} , 它位于 S_3 点, 所以

$$v_4 = v_{P_{34}} = \omega_3 l_{O_2 S_3} = \omega_2 e \quad \text{方向垂直向上}$$

$$J = J_1 \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 + J_2 + J_3 + m_3 e^2 + m_4 e^2 \quad (5 \text{ 分})$$

(2) M_1 为驱动力矩, Q 为工作阻力, v_4 与 Q 的方向恰好相反, 则

$$M = M_1(\omega_1) \frac{\omega_1}{\omega_2} - Q \frac{v_4}{\omega_2} = M_1 \left(\frac{z_2}{z_1}\right) \frac{z_2}{z_1} - Qe \quad (4 \text{ 分})$$

注: 等效构件为构件 2, 应将 $M_1(\omega_0)$ 中的 ω_0 以 $\frac{z_2}{z_1} \omega_1$ 代之。

九、分析计算题(共 20 分)

1. (1) 该轴主要受到径向力的作用, 转速较低, 轴承支承之间距离较大, 由两轴承分别支承, 轴有一定变形, 不易保证同轴度, 应选用一对调心轴承。

该对轴承支承跨距较大, 热膨胀量大, 轴向安装位置误差不易控制, 则轴承对机座适宜采用一端(双向)固定、一端游动的方式。(4 分)

(2) 工作过程中, 该轴只受弯矩作用, 属于转动心轴; 工作时, A—A 截面上的各点的应力为对称循环变应力, 应力循环特征为 $r = -1$ 。(3 分)

(3) 此螺栓组连接仅受到旋转力矩作用; 采用普通螺栓连接, 靠接合面间的摩擦力矩来平衡外载荷; 各螺栓仅受预紧力的作用。

(1) 计算旋转力矩

$$T = Q \frac{D}{2} = 1 \times 10^5 \text{ N} \times \frac{400 \text{ mm}}{2} = 2 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

(2) 计算螺栓所需的预紧力 F'

$$Z f F' \frac{D_0}{2} = K_s T$$

$$F' = \frac{2 K_s T}{Z f D_0} = \frac{2 \times 1.2 \times 2 \times 10^7}{8 \times 0.12 \times 500} \text{ N} = 1 \times 10^5 \text{ N}$$

(3) 确定螺栓的计算应力

$$\sigma_{ca} = \frac{1.3 F'}{\frac{1}{4} \pi d_1^2} = \frac{1.3 \times 1 \times 10^5}{\frac{1}{4} \pi \times 31.67^2} \text{ MPa} = 165 \text{ MPa}$$

因为 $\sigma_{ca} = 165 \text{ MPa} \geq [\sigma_{ca}]$, 所以不满足要求。(5 分)

2. 对于深沟球轴承, 当支承方式为两端固定、一端游动时, 轴向力由固定端的轴承来承受; 若采用两端单向固定式, 则轴向载荷由该轴向力指向的那个轴承来承担。

当采用图 7(a) 的支承形式时, $F_a/C_0 = 1\,500/6\,950 = 0.216$, 所以根据线性插值, 可计算得 $e = 0.357, Y = 1.156$ 。轴向载荷由固定端轴承 2 来承受, 所以当量动载荷

$$P = X F_r + Y F_a = 0.56 \times 4\,000 + 1.156 \times 1\,500 = 3\,974 \text{ N}$$

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{f_T C}{f_P P} \right)^{\epsilon} = \frac{10^6}{60 \times 100} \left(\frac{1.0 \times 10\,800}{1.5 \times 3\,974} \right)^3 = 1\,000 \text{ h} \quad (4 \text{ 分})$$

当采用图 7(b) 的支承形式时, $F_a = F_A, F_a/C_0 = 1\,500/6\,950 = 0.216$, 所以根据线性插值, 可计算得 $e = 0.357, Y = 1.156$ 。轴向载荷由轴承 1 来承受, 所以当量动载荷

$$P = X F_r + Y F_a = 0.56 \times 3\,000 \text{ N} + 1.156 \times 1\,500 \text{ N} = 3\,414 \text{ N}$$

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{f_T C}{f_P P} \right)^{\epsilon} = \frac{10^6}{60 \times 100} \left(\frac{1.0 \times 10\,800}{1.5 \times 3\,414} \right)^3 \text{ h} = 1\,565 \text{ h} \quad (4 \text{ 分})$$

十、结构题(共 20 分)

1. 如图 12 所示。

蜗轮处键连接(2 分);

挡油盘(2分);

蜗轮两侧轴向固定结构(2分);

轴承端盖+调整垫片(3分);

轴的伸出端处密封结构(2分);

轴的伸出端处轴向固定(1分)。

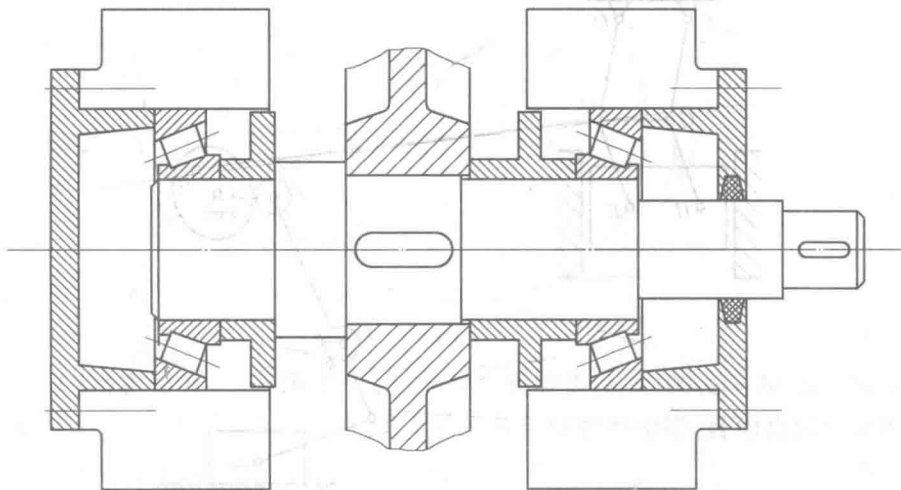


图 12

2. 如图 13 所示。

普通平键连接间隙(2分);

挡板与联轴器、轴的轴向尺寸定位关系(2分);

螺钉与挡板间的间隙(2分);

螺纹孔及拧入深度处结构要素(2分)。

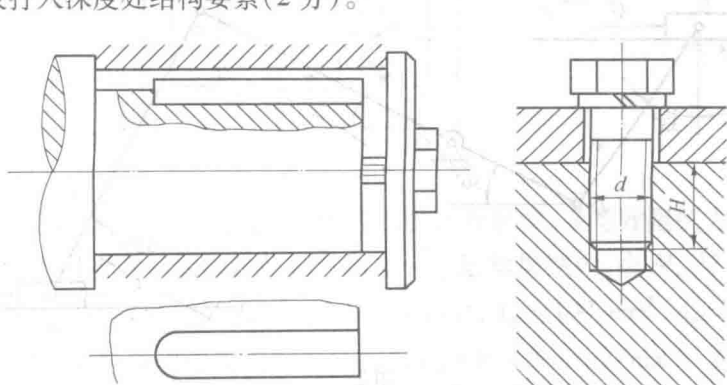


图 13

2016 年硕士研究生入学考试试题

一、(8 分)某机构如图 1 所示。已知 $CD \parallel GF, CE \parallel GH$, 且 $CD=GF, CE=GH$ 。试计算该机构的自由度。若有复合铰链、局部自由度和虚约束, 请明确指出。

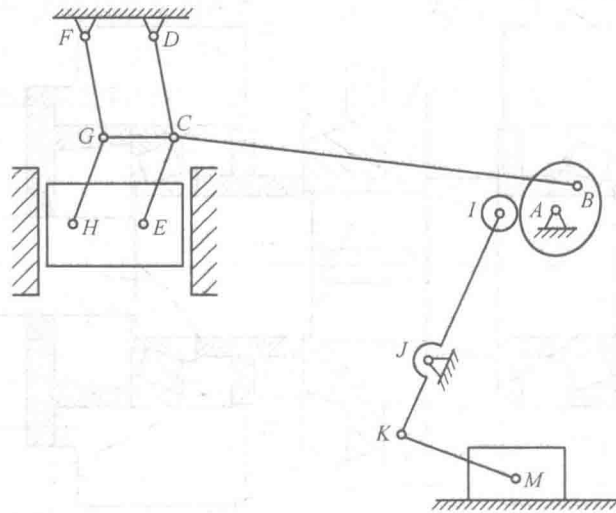


图 1

二、(14 分)图 2 所示机构在驱动力 $P=500\text{ N}$ 和阻力 Q 作用下处于平衡状态。机构中各转动副轴颈半径 $r=4\text{ mm}$, 当量摩擦系数 $f_v=0.5$, 为方便计算, C 处的转动副不考虑摩擦; 机构中移动副滑动摩擦系数 $f=0.58$, $l_{AB}=114\text{ mm}$, $l_{BC}=100\text{ mm}$, $l_{CD}=50\text{ mm}$, $l_{DE}=77\text{ mm}$, 各构件的质量不计, 计算中角度可适当圆整。试求:

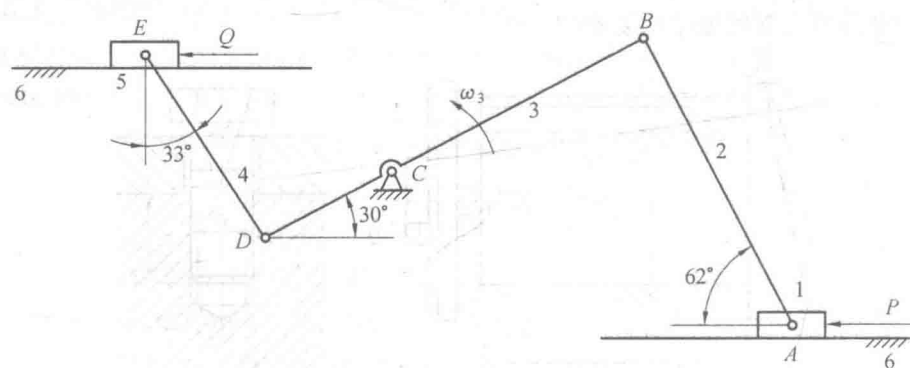


图 2

- (1) 画图标注在当前位置所有构件的受力方向, 并求滑块 5 的各受力大小。
- (2) 求该瞬时机构的机械效率。

三、(12 分)图 3 所示的凸轮机构中, 已知: 基圆半径 $r=25\text{ mm}$, $\angle AOO'=90^\circ$ 。凸轮廓线是以 O' 为圆心的圆弧。当凸轮由图示位置转过 45° 时, 试求:

- (1) 从动件位移 s 。
- (2) 凸轮机构的压力角 α 。

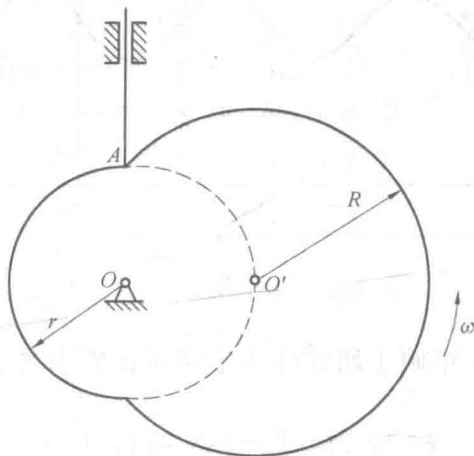


图 3

四、(14 分) 在如图 4 所示轮系中, 已知各轮齿数为: $z_1 = 100, z_2 = 20, z_3 = 20, z_5 = 150,$
 $z_6 = 20, z_7 = 120, z_8 = 20, z_9 = 40, z_{10} = 30, z_{11} = 40$ 。各轮模数都相等, 且均为标准直齿圆柱齿
 轮。试求轴 A 与轴 B 间的传动比 $i_{AB} = n_A/n_B$ 。

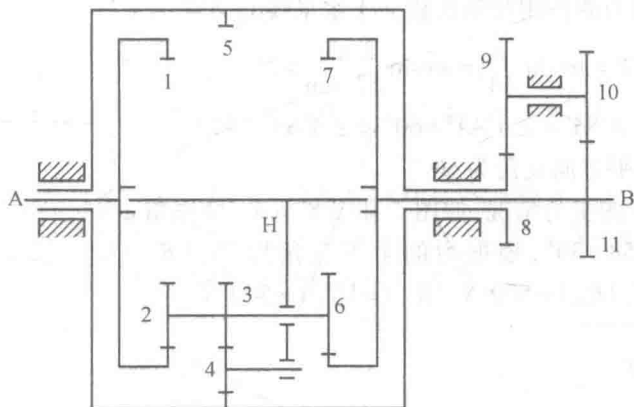


图 4

五、(12 分) 图 5 所示为某机械系统的等效驱动力矩 M_{ed} 及等效阻力矩 M_{er} 对转角 φ
 的变化曲线, φ_T 为其变化的周期转角。已知在一个运动周期内, 由 M_{ed} 与 M_{er} 合围的面积
 分别为: $A_{ab} = 200 \text{ mm}^2, A_{bc} = 260 \text{ mm}^2, A_{cd} = 100 \text{ mm}^2, A_{de} = 190 \text{ mm}^2, A_{ef} = 320 \text{ mm}^2, A_{fg} =$
 $220 \text{ mm}^2, A_{ga'} = 50 \text{ mm}^2$, 单位面积所代表的功为 $\mu_A = 10 \text{ (N} \cdot \text{m)}/\text{mm}^2$ 。且其等效构件的
 平均转速为 $n_m = 1000 \text{ r/min}$, 等效转动惯量为 $J_e = 5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。试求:

- (1) 计算该系统的最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。
- (2) 计算该系统的最大转速 $n_{\max}$ 和最小转速 $n_{\min}$ 。
- (3) 指出最大转速及最小转速出现的位置。

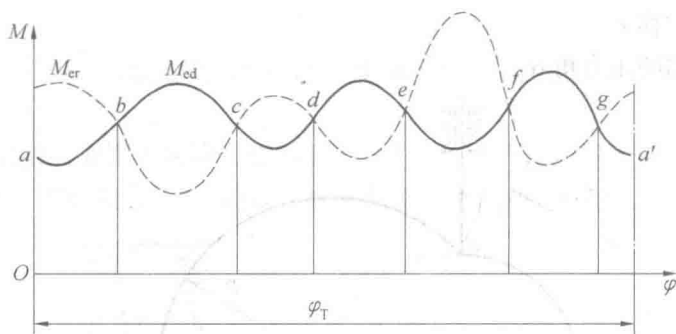


图5

2016 年硕士研究生入学考试试题参考答案

一、【解】

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 8 - 2 \times 11 - 1 = 1$$

C、G 处为复合铰链；滚子处含局部自由度；CGFH 引入虚约束。

二、【解】 (1) 在图 6 中标出当前位置所有构件受力方向：

① 分析构件 2 的受力情况：A、B 的摩擦圆半径为 $\rho = 4 \times 0.5 = 2 \text{ mm}$ ，考虑到此时构件 2 受到压力，因此其受力分析为：

P 为切点，S 为力的作用线延长线交于水平线的交点。

$$\angle AA'P = \arcsin \frac{\rho}{AA'} = \arcsin \frac{2 \text{ mm}}{57 \text{ mm}} = 2^\circ$$

$$\angle AA'P + \angle A'SA'' = \angle A'AA'' = 60^\circ \Rightarrow \angle A'SA'' = 60^\circ$$

即力的作用线与水平方向夹角为 60° 。

② 分析构件 1 的受力情况：如图 7 和图 8 所示，摩擦角 $\varphi = \arctan f = \arctan 0.58 = 30^\circ$ ，根据力的全等三角形得： $|R_{12}| = |R_{21}| = |P| = 500 \text{ N}$ ， $|R_{61}| = 500 \text{ N}$ ， $|R_{23}| = |R_{32}| = 500 \text{ N}$ 。

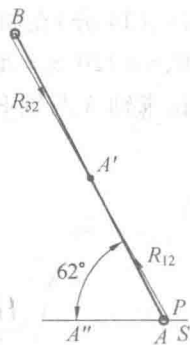


图6

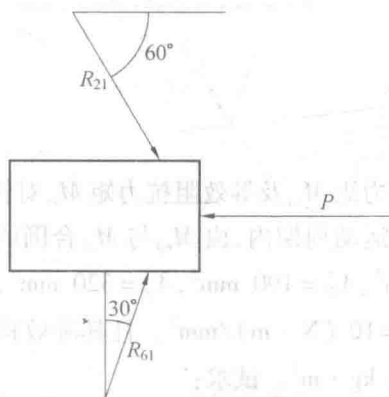


图7

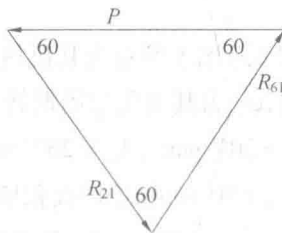


图8

③ 分析构件 4 的受力情况：考虑到此时构件 4 受到拉力，因此其受力分析如图 9 所示，P 为切点，则

$$\angle DD'P = \arcsin \frac{\rho}{AA'} = \arcsin \frac{2 \text{ mm}}{38.5 \text{ mm}} = 3^\circ$$

$$\angle PD'D'' = 33^\circ - 3^\circ = 30^\circ$$

即力的作用线方向与竖直方向夹角为 30° 。

④ 分析构件 3 的受力情况: 经过上面分析, 如图 10 所示, R_{43} 与竖直方向上夹角为 30° , R_{23} 与水平方向上夹角为 60° , 则可推出 R_{43} 和 R_{23} 与杆 DB 方向垂直。

如图 11 所示, 通过对 C 点取矩, 即

$$R_{43} \times CD = R_{23} \times BC \Rightarrow R_{43} \times 50 \text{ mm} = 500 \text{ N} \times 100 \text{ mm} \Rightarrow R_{43} = 1\,000 \text{ N}$$

$$|R_{54}| = |R_{45}| = |R_{34}| = |R_{43}| = 1\,000 \text{ N}$$

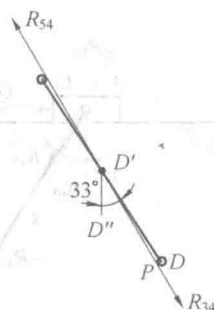


图 9

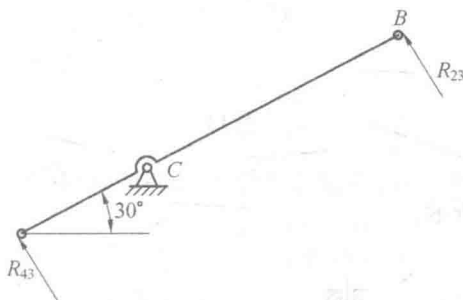


图 10

由构件 3 处于平衡状态可知, 机架 6 给构件 3 的力方向与 R_{43} 和 R_{23} 平行向下, 其大小为

$$R_{63} = R_{43} + R_{23} = 1\,000 \text{ N} + 500 \text{ N} = 1\,500 \text{ N}$$

⑤ 分析构件 5 的受力情况: 如图 12 所示, 由于 R_{45} 与 R_{65} 方向平行相反, 且构件 5 处于平衡状态 $|R_{65}| = |R_{45}| = 1\,000 \text{ N}$, 则此时输入的 Q 为 0。

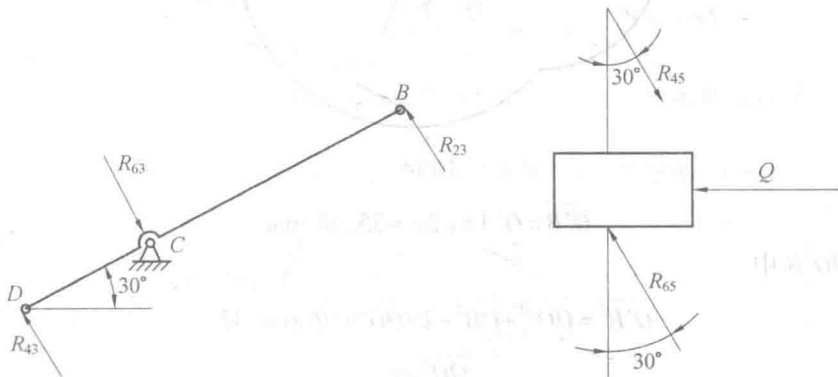


图 11

图 12

图 12 中所有受力方向如图 13 所示。

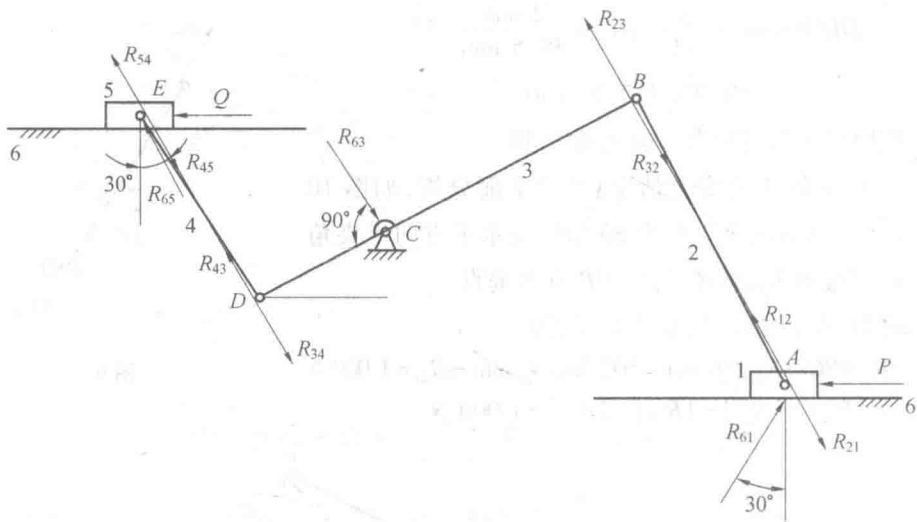


图 13

2. 此时机械效率为 0。

三、【解】 如图 14 所示。

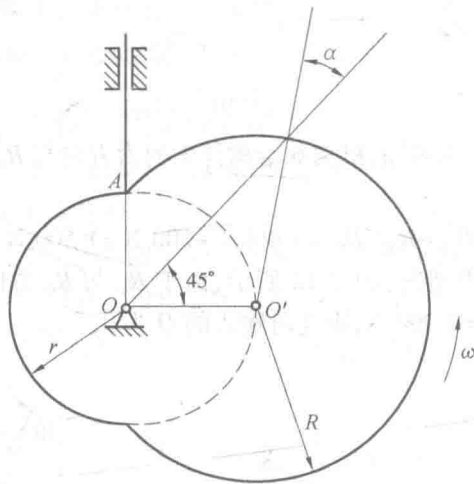


图 14

(1) $\overline{O'B} = \overline{O'A} = \sqrt{2}r \approx 35.36 \text{ mm}$

在 $\triangle OO'B$ 中

$$\overline{O'B}^2 = \overline{OO'}^2 + \overline{OB}^2 - 2 \times \overline{OO'} \times \overline{OB} \times \cos 45^\circ$$

$$\overline{OO'} = r$$

$$\overline{OB} = 48.3 \text{ mm}$$

$$s = \overline{OB} - r = 48.3 \text{ mm} - 25 \text{ mm} = 23.3 \text{ mm}$$

且
所以

$$(2) \quad \frac{\overline{OO'}}{\sin \alpha} = \frac{\overline{O'B}}{\sin 45^\circ}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

四、【解】 由齿轮 5、4、3、6、7(B) 和系杆 H 组成差动轮系, 有

$$i_{5B}^H = \frac{n_5 - n_H}{n_B - n_H} = -\frac{z_4 z_3 z_7}{z_5 z_4 z_6} = -\frac{20 \times 120}{150 \times 30} = -\frac{8}{15} \quad (1)$$

由齿轮 8(5)、9、10、11(B) 组成定轴轮系, 有

$$i_{5B} = \frac{n_5}{n_B} = \frac{z_9 z_{11}}{z_8 z_{10}} = \frac{40 \times 40}{20 \times 30} = \frac{8}{3}$$

从而有

$$n_5 = \frac{8}{3} n_B \quad (2)$$

将式(2)代入式(1), 解得

$$n_H = \frac{48}{23} n_B \quad (3)$$

由齿轮 1(A)、2、3、6、7(B) 和系杆 H 组成差动轮系, 有

$$i_{AB}^H = \frac{n_A - n_H}{n_B - n_H} = \frac{z_2 z_7}{z_1 z_6} = \frac{20 \times 120}{100 \times 30} = \frac{4}{5} \quad (4)$$

将式(3)代入式(4), 解得

$$i_{AB} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{28}{23}$$

五、【解】 (1) 由图 15 所示盈亏功变化曲线得: e 点最大, b 点最小; 分别对应最大转速和最小转速出现的位置。从而得系统的最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$, 即

$$\Delta W_{\max} = 150 \mu_A - (-200 \mu_A) = 350 \mu_A = 3\,500 \text{ N} \cdot \text{m} \quad (4 \text{ 分})$$

$$(2) \quad \omega_m = 2\pi n_m / 60 = 2\pi \times 1\,000 \text{ r/min} / 60 = 104.72 \text{ rad/s}$$

$$\delta = \frac{\Delta W_{\max}}{J_e \cdot \omega_m^2} = \frac{3\,500 \text{ N} \cdot \text{m}}{5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \times (104.72 \text{ rad/s})^2} = 0.064$$

$$\omega_{\max} = \left(1 + \frac{\delta}{2}\right) \omega_m = (1 + 0.064/2) \times 104.72 \text{ rad/s} = 108.07 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\min} = \left(1 - \frac{\delta}{2}\right) \omega_m = (1 - 0.064/2) \times 104.72 \text{ rad/s} = 101.37 \text{ rad/s}$$

$$n_{\max} = \frac{\omega_{\max}}{2\pi} \times 60 = 1\,032 \text{ r/min}$$

$$n_{\min} = \frac{\omega_{\min}}{2\pi} \times 60 = 968 \text{ r/min} \quad (6 \text{ 分})$$

(3) 最大转速出现的位置出现在 e 点位置; 最小转速出现在 b 点位置。(2 分)

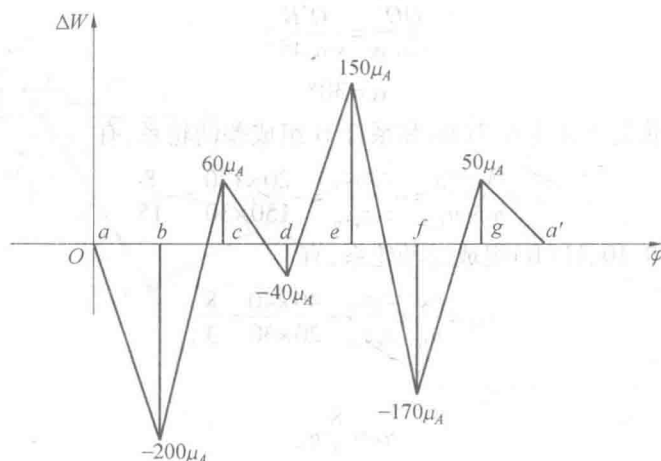


图 15

2017 年硕士研究生入学考试试题

一、(8 分)如图 1 所示,一平面机构在图示位置时, $AB \parallel EF \parallel CD$, $BC \parallel FG \parallel AD$,请计算机构的自由度,并明确说出是否有复合铰链、虚约束及局部自由度。若有,指明其在何处。

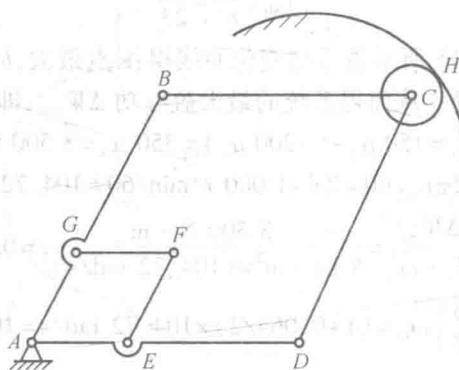


图 1

二、(14 分)如图 2 所示平面六杆机构。已知:构件长度 $l_{AD} = l_{CD} = 380 \text{ mm}$, 滑块行程 $s = E_1E_2 = 260 \text{ mm}$, 且要求滑块在极限位置 E_1 、 E_2 时,机构的压力角分别为 $\alpha_1 = \alpha_2 = 30^\circ$ 。

(1) 计算各构件长度 l_{AB} 、 l_{BC} 、 l_{CE} 。

(2) 设滑块工作行程由 E_1 至 E_2 的平均速度 $v_m = 0.52 \text{ m/s}$, 求曲柄匀速旋转时的转速

n_o

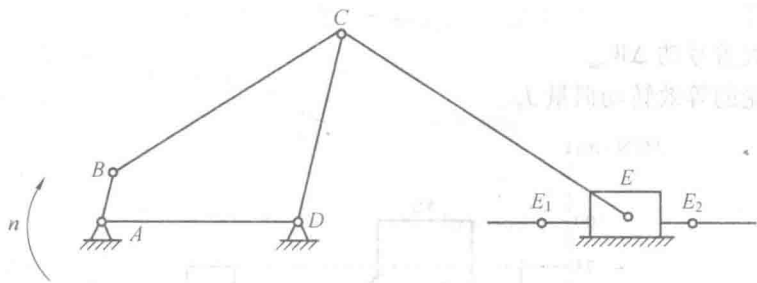


图 2

三、(12分)图3所示为一平底从动件盘形凸轮机构,其凸轮为一以C点为圆心的圆盘,且有 $AB \perp BD$, $OA=a$, $AB=e$ 。

- (1) 画出该凸轮机构的基圆。
- (2) 画出该凸轮机构在当前位置时的压力角。
- (3) 标出该凸轮机构在当前工作状态时的全部速度瞬心位置。
- (4) 说明在什么条件下, 此凸轮机构的压力角能够保证恒为 0° 。

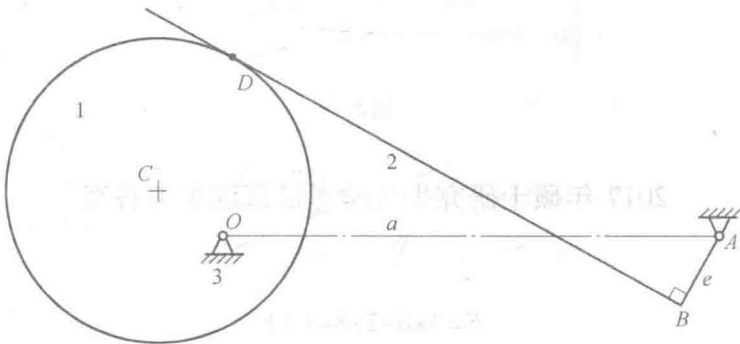


图 3

四、(12 分)在如图 4 所示轮系中,各齿轮齿数为: $z_1 = z_2 = 40, z_3 = z_4 = z_5 = 20, z_6 = 52, z_7 = 22, z_8 = 20, z_9 = 50$ 。各轮模数都相等,且均为标准直齿圆柱齿轮。试求传动比 i_{1H} 。

五、(12分)一台发动机驱动的机械系统,以曲柄为等效构件,等效驱动力矩 M_d 的变化规律如图5所示。等效阻力矩 M_r 为常数,不计机械中其他构件的质量,而只考虑飞轮的转动惯量。当速度不均匀系数 $\delta=0.02$, 平均转速 $n=1\,000\text{ r/min}$ 时,试求:

- (1) 等效阻力矩 M_r 。
- (2) 曲柄的最大角速度 $\omega_{\max}$ 和曲柄的最小角速度 $\omega_{\min}$ 。
- (3) 曲柄的最大角速度 $\omega_{\max}$ 和最小角速度 $\omega_{\min}$ 。

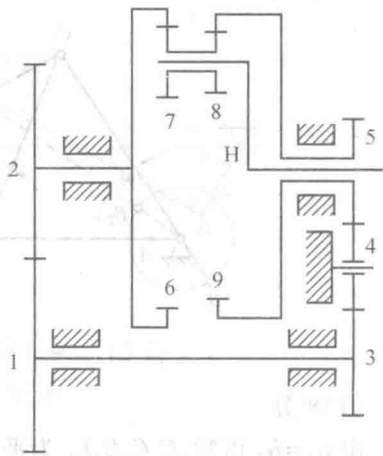


图 4

发生在何处?

(4) 最大盈亏功 $\Delta W_{\max}$ 。

(5) 飞轮的等效转动惯量 J_F 。

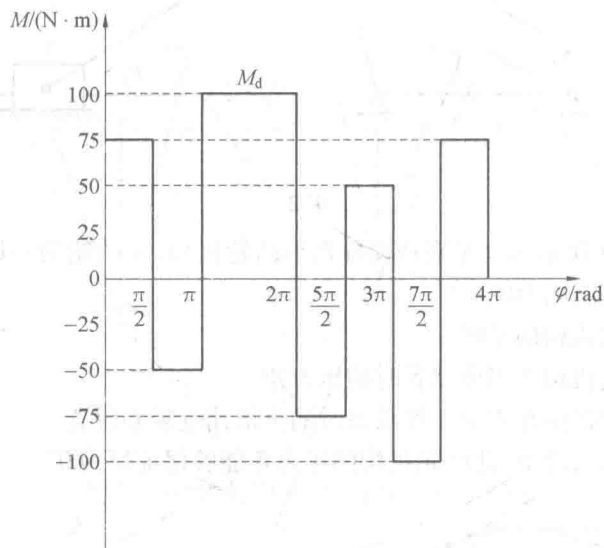


图 5

2017 年硕士研究生入学考试试题参考答案

一、【解】

$$F = 3 \times 6 - 2 \times 8 - 1 = 1$$

(5 分)

A 处有复合铰链(1 分), C 处有局部自由度(1 分), 无虚约束(1 分)。

二、【解】 如图 6 所示。

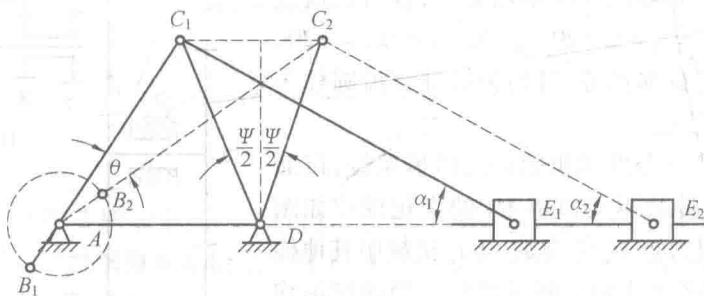


图 6

(1) 8 分

由 $\alpha_1 = \alpha_2$ 可知, $C_1C_2E_2E_1$ 为平行四边形, 且摇杆 CD 的摆动极限位置是左右对称的。设其摆角为 ψ , $s = E_1E_2 = 260 \text{ mm}$, 则

$$\psi/2 = \arcsin(s/2l_{CD}) = \arcsin 0.3421 = 20^\circ$$

在 $\triangle DE_2C_2$ 中

$$l_{CE} = \frac{l_{CD} \cos \psi/2}{\sin 30^\circ} = 714 \text{ mm}$$

在 $\triangle AC_1D$ 中

$$AC_1 = 2l_{AD} \cos 55^\circ = 436 \text{ mm}$$

在 $\triangle AC_2D$ 中

$$AC_2 = 2l_{AD} \cos 35^\circ = 623 \text{ mm}$$

$$l_{AB} = 93.5 \text{ mm} \quad l_{BC} = 529.5 \text{ mm} \quad l_{CE} = 712.5 \text{ mm}$$

(2)(4分)由题意可知,工作行程时间为

$$t_1 = E_1 E_2 / v_m = s / v_m = 0.5 \text{ s}$$

因为极位夹角 $\theta = 20^\circ$, 所以主动件曲柄工作行程转角为

$$\varphi_1 = 180^\circ + \theta = 200^\circ$$

主动件曲柄角速度为

$$\omega = \frac{\varphi_1}{t} = \frac{\frac{200}{180} \times \pi}{0.5} \text{ rad/s} = \frac{\frac{200}{180} \times \pi}{0.5} \times 60 \text{ rad/min}$$

$$\omega = 2\pi n$$

主动件曲柄转速为

$$n = \frac{60 \times 200}{0.5 \times 360} \text{ r/min} = 66.7 \text{ r/min}$$

三、【解】(1)、(2)、(3)如图7所示。(各3分,共9分)

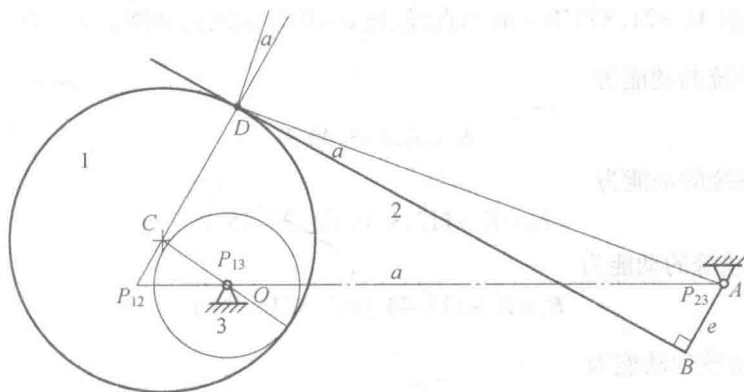


图7

(4)当取 $e=0$ 时,此凸轮机构的压力角能够保证恒为 0° 。(3分)

四、【解】由齿轮 2(6)、1、3、4、5(9)组成定轴轮系,有

$$i_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{z_4 z_5}{z_3 z_4} = \frac{20 \times 20}{20 \times 20} = 1$$

从上式得

$$n_5 = n_1 \quad (1)$$

$$i_{12} = \frac{n_2}{n_1} = -\frac{z_1}{z_2} = -\frac{40}{40} = -1$$

从上式得

$$n_2 = -n_1 \quad (2)$$

注意到

$$n_2 = n_6 \quad n_9 = n_5$$

由齿轮 6(2)、7、8、9(5) 和系杆 H 组成差动轮系, 有

$$i_{69}^H = \frac{n_6 - n_H}{n_9 - n_H} = \frac{n_2 - n_H}{n_5 - n_H} = \frac{z_7 z_9}{z_6 z_8} = \frac{22 \times 50}{52 \times 20} = \frac{55}{52} \quad (3)$$

将式(1)和式(2)代入式(3), 得

$$\frac{-n_1 - n_H}{n_1 - n_H} = \frac{55}{52} \quad (4)$$

解得

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{3}{107}$$

五、【解】 (1) 一个周期内, 等效驱动力矩 M_d 所做功等于等效阻力矩 M_r 所做功, 且 M_r 为常数, 所以

$$M_r \times 4\pi = 75 \times \frac{\pi}{2} - 50 \times \frac{\pi}{2} + 100 \times \pi - 75 \times \frac{\pi}{2} + 50 \times \frac{\pi}{2} - 100 \times \frac{\pi}{2} + 75 \times \frac{\pi}{2}$$

$$M_r = 21.875 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(2)、(3)、(4):

在图中画出 $M_r = 21.875 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的直线, 设 $\varphi = 0$ 时系统的动能为 E_0 , 则

$\varphi = \frac{\pi}{2}$ 时系统的动能为

$$E_1 = E_0 + 83.45 \text{ J}$$

$\varphi = \pi$ 时系统的动能为

$$E_2 = E_1 - 112.9 \text{ J} = E_0 - 29.45 \text{ J}$$

$\varphi = 2\pi$ 时系统的动能为

$$E_3 = E_2 + 245.44 \text{ J} = E_0 + 215.99 \text{ J}$$

$\varphi = \frac{5\pi}{2}$ 时系统的动能为

$$E_4 = E_3 - 152.17 \text{ J} = E_0 + 63.82 \text{ J}$$

$\varphi = 3\pi$ 时系统的动能为

$$E_5 = E_4 + 44.18 \text{ J} = E_0 + 108 \text{ J}$$

$\varphi = \frac{7\pi}{2}$ 时系统的动能为

$$E_6 = E_5 - 191.44 \text{ J} = E_0 - 83.45 \text{ J}$$

$\varphi = 2\pi$ 时系统的动能为

$$E_7 = E_6 + 83.44 \text{ J} = E_0 \text{ J}$$

由上述计算结果可以看出:

当 $\varphi = 2\pi$ 时系统的动能最大, 曲柄的角速度为 $\omega_{\max}$;

当 $\varphi = \frac{7\pi}{2}$ 时系统的动能最小, 曲柄的角速度为 $\omega_{\min}$ 。

最大盈亏功为

$$\Delta W_{\max} = E_3 - E_6 = 299.44 \text{ J}$$

$$\omega_m = \frac{\pi n}{30} = 104.67 \text{ rad/s}$$

$$\omega_m = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}$$

所以

$$\omega_{\max} + \omega_{\min} = 209.34 \text{ rad/s}$$

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m}$$

所以

$$\omega_{\max} - \omega_{\min} = 2.0934 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\max} = 105.72 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\min} = 103.62 \text{ rad/s}$$

$$(5) \quad J_F = \frac{900 \Delta W_{\max}}{\pi^2 n^2 \delta} = 1.365 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

参 考 文 献

- [1] 王知行,刘廷荣.机械原理[M].北京:高等教育出版社,2000.
- [2] 孙桓,傅则绍.机械原理[M].北京:高等教育出版社,1996.
- [3] 上海交通大学机械原理教研室.机械原理习题集[M].北京:高等教育出版社,1985.
- [4] 葛文杰.机械原理常见题型解析及模拟题[M].西安:西北工业大学出版社,1998.
- [5] 申永胜.机械原理辅导与习题[M].北京:清华大学出版社,1999.
- [6] 曲继方.机械原理习题集[M].哈尔滨:黑龙江科学技术出版社,1986.
- [7] 天津大学.机械原理[M].北京:人民教育出版社,1979.
- [8] 彭文生,杨家军,王军荣.机械设计与机械原理考研指导(上、下册)[M].武汉:华中科技大学出版社,2000.
- [9] 陈晓南.机械原理学习指导[M].西安:西安交通大学出版社,2001.
- [10] 董海军.机械原理典型题解析及自测试题[M].西安:西北工业大学出版社,2001.

策划编辑 / 黄菊英
责任编辑 / 范业婷

JIXIE SHEJI JICHU KAOYAN ZHIDAO SHU
——JIXIE YUANLI

ISBN 978-7-5603-7011-8



9 787560 370118 >

定价 38.80 元